

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{2x - 18}{(x + 1)^2}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Estudiar su curvatura.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 1$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$
- Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies x = 9 \implies (9, 0)$.
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = -18 \implies (0, -18)$.
-

	$(-\infty, 9)$	$(9, +\infty)$
signo	-	+

- $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$ No hay simetría.
- Asíntotas:

- **Verticales:** $x = -1$:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x - 18}{(x + 1)^2} = \left[\frac{-19}{0^+} \right] = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x - 18}{(x + 1)^2} = \left[\frac{-19}{0^+} \right] = -\infty$$

- **Horizontales:** $y = 0$ ya que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 18}{(x + 1)^2} = 0$
- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f) $f'(x) = -\frac{2(x - 19)}{(x + 1)^3} = 0 \implies x = 19$:

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 19)$	$(19, +\infty)$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	decreciente	creciente	decreciente

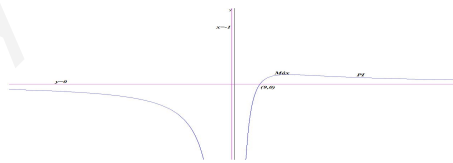
La función es creciente en los intervalos $(-1, 19)$ y decreciente en $(-\infty, -1) \cup (19, \infty)$, presenta un máximo en el $(19, 1/20)$.

g) $f''(x) = \frac{4(x - 29)}{(x + 1)^4} = 0 \implies x = 29$.

	$(-\infty, 29)$	$(29, +\infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	convexa	cóncava

La función es convexa en $(-\infty, -1) \cup (-1, 29)$ y cóncava en $(29, +\infty)$
 Tiene el punto de Inflexión: $(29, -\frac{2}{45})$.

- h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$:



Como $f(1) = -4$ las rectas pasan por el punto $(1, -4)$.

Como $m = f'(1) = \frac{9}{2}$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + 4 = \frac{9}{2}(x - 1)$$

$$\text{Recta Normal : } y + 4 = -\frac{2}{9}(x - 1)$$

www.yoquieroaprobar.es