

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Octubre 2004

Problema 1 (2 puntos) Dados los intervalos $A = (-3, 1]$, $B = (-\infty, 3)$ y $C = [3, 9)$. Calcular:

1. $A \cup B$ y $A \cap B$
2. $A \cup C$ y $A \cap C$
3. $B \cup C$ y $B \cap C$

Solución:

1. $A \cup B = (-\infty, 3)$ y $A \cap B = (-3, 1]$
2. $A \cup C = (-3, 1] \cup [3, 9)$ y $A \cap C = \emptyset$
3. $B \cup C = (-\infty, 9)$ y $B \cap C = \emptyset$

Problema 2 (2 puntos) Simplificar al máximo las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{18}\sqrt{\frac{45}{10}}$, b) $\sqrt{98} - 2\sqrt{18}$, c) $\frac{\sqrt{6} + 3\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$, d) $\sqrt{\frac{30}{45}}\sqrt{\frac{12}{10}}$
e) $\sqrt{147} - 2\sqrt{243}$, f) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1}$

Solución:

a) $\sqrt{18}\sqrt{\frac{45}{10}} = 9$, b) $\sqrt{98} - 2\sqrt{18} = \sqrt{2}$, c) $\frac{\sqrt{6} + 3\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} + 3}{4}$,
d) $\sqrt{\frac{30}{45}}\sqrt{\frac{12}{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, e) $\sqrt{147} - 2\sqrt{243} = -11\sqrt{3}$, f) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1} = \frac{4 - \sqrt{2}}{7}$

Problema 3 (2 puntos) Simplificar

a) $\sqrt[3]{a^2}\sqrt{a}$, b) $\frac{\sqrt[4]{x^5}}{\sqrt{x}}$, c) $\sqrt[4]{3}\sqrt{3^4}$, d) $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$, e) $\sqrt[5]{x^2}\sqrt[3]{x^2}$, f) $\frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt{5}}$

Solución:

a) $\sqrt[3]{a^2}\sqrt{a} = a\sqrt[6]{a}$, b) $\frac{\sqrt[4]{x^5}}{\sqrt{x}} = \sqrt[4]{x^3}$, c) $\sqrt[4]{3}\sqrt{3^4} = 9\sqrt[4]{3}$, d) $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = \sqrt[6]{a^5}$,
e) $\sqrt[5]{x^2}\sqrt[3]{x^2} = x\sqrt[15]{x}$, f) $\frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt{5}} = \sqrt[4]{5}$

Problema 4 (2 puntos) Resolver los siguientes límites:

1. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (-3x^2 + x - 1)$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{4x^3 + 2}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^6 + x - 1}{3x^6 - x + 1}$
d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^4 + x^2 - 1}{3x^3 + 1}$
2. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{x+2}\right)^{2x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{2x^2-1}\right)^{x^2}$
d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2+2}{3x^2}\right)^{x^2}$

Solución:

1. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (-3x^2 + x - 1) = -\infty$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{4x^3 + 2} = 0$,
c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^6 + x - 1}{3x^6 - x + 1} = \frac{2}{3}$, d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^4 + x^2 - 1}{3x^3 + 1} = -\infty$
2. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{x+2}\right)^{2x} = 3^\infty = \infty$
b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x = (1^\infty) = e^\lambda = e^2$
 $\lambda = \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{x+1}{x-1} - 1\right) = 2$
c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{2x^2-1}\right)^{x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^\infty = 0$
d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2+2}{3x^2}\right)^{x^2} = (1)^\infty = e^\lambda$
 $\lambda = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\frac{3x^2+2}{3x^2} - 1\right) = \frac{2}{3}$

Problema 5 (2 puntos)

1. $\log(3x - 1) - \log(2x + 3) = -\log 25 + 1$
2. $\log x = 1 + \log(22 - x)$

Solución:

1. $\log(3x - 1) - \log(2x + 3) = -\log 25 + 1 \implies \log\left(\frac{3x-1}{2x+3}\right) = \log\left(\frac{10}{25}\right)$
 $\frac{3x-1}{2x+3} = \frac{10}{25} \implies 55x = 55 \implies x = 1$

$$\begin{aligned} 2. \log x = 1 + \log(22-x) &\implies \log x = \log 10(22-x) \implies x = 220 - 20x \implies \\ &\implies x = 20 \end{aligned}$$

www.yoquieroaprobar.es