

## EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

### Temas 9 y 10

1. (0,6 puntos) Para las sucesiones numéricas que se indican halla los dos términos siguientes,  $a_5$  y  $a_6$ .

a)  $1/2, 1, 3/2, 2, \dots$                       b)  $2, 6, 18, 54, \dots$                       c)  $1, 4, 9, 16, \dots$

(0,9 puntos) Da también la expresión del término general de cada una de ellas.

2. De una progresión aritmética se sabe que  $a_6 = 9$  y  $d = 0,8$ . Halla:

a) (0,7 puntos) Los términos  $a_1$  y  $a_{150}$ .

b) (0,8 puntos) La suma de los 150 primeros términos.

3. (1,5 puntos) Si se aportan 3000 € anuales a un plan de ahorro, durante 8 años y a un 6% de interés anual, ¿cuánto dinero tendrá el depositante al final de ese periodo de tiempo?

Aclaración: Puede suponerse que los ingresos se hacen el día 1 de enero, desde 2015 a 2022; y que el dinero se retira el día 31 de diciembre de 2022.

4. (1,5 puntos) Un plan de pensiones tiene las siguientes características:

Aportación mensual de 50 euros.      Interés anual: 4 %      Tiempo: 15 años.

¿Cuánto dinero tendrá acumulado un suscriptor de dicho plan?

$$\text{Dato: } C = \frac{M(1+r)\left[(1+r)^{12t} - 1\right]}{r}$$

5. (1,5 puntos) Calcula la longitud del paralelo correspondiente al Círculo Polar Ártico, si su latitud es  $66^\circ 30' N$ .

(Puedes tomar el radio de la Tierra  $R = 6370$  km.)

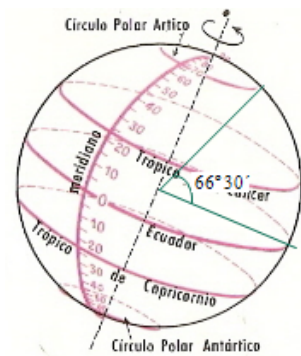
6. a) (0,4 puntos) ¿Cuántos radianes son  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $240^\circ$ ?

b) (0,2 puntos) ¿Cuántos grados son  $\pi/4$  y  $5\pi/3$  radianes?

c) (0,9 puntos) Resuelve las ecuaciones:

$$\sin x = -1/2; \quad \cos 2x = 0,8; \quad 3 \tan x = 6$$

7. (1 punto) A 40 m del pie de una torre se mide el ángulo de elevación hasta el punto más alto de la torre. Si ese ángulo mide  $36^\circ$ , ¿cuál es la altura de la torre?



Alcalá de Henares, 12 de marzo de 2015. JoséMMM

**Soluciones**

1. (0,6 puntos) Para las sucesiones numéricas que se indican halla los dos términos siguientes,  $a_5$  y  $a_6$ .

a)  $1/2, 1, 3/2, 2, \dots$                       b)  $2, 6, 18, 54, \dots$                       c)  $1, 4, 9, 16, \dots$

(0,9 puntos) Da también la expresión del término general de cada una de ellas.

Solución:

a) Progresión aritmética de diferencia  $d = 1/2 \rightarrow a_5 = 5/2; a_6 = 3$ .

$$\rightarrow a_n = 0,5n$$

b) Progresión geométrica de razón  $r = 3 \rightarrow a_5 = 54 \cdot 3 = 162; a_6 = 162 \cdot 3 = 486$ .

$$\rightarrow a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

c) Es la sucesión de cuadrados de los números naturales  $\rightarrow a_5 = 5^2 = 25; a_6 = 6^2 = 36$ .

$$\rightarrow a_n = n^2$$

2. De una progresión aritmética se sabe que  $a_6 = 9$  y  $d = 0,8$ . Halla:

a) (0,7 puntos) Los términos  $a_1$  y  $a_{150}$ .

b) (0,8 puntos) La suma de los 150 primeros términos.

Solución:

$$a) a_1 = a_6 - 5d = 9 - 5 \cdot 0,8 = 5.$$

$$a_{150} = a_1 + 149d = 5 + 149 \cdot 0,8 = 5 + 119,2 = 124,2.$$

$$b) S_{150} = \frac{(a_1 + a_{150}) \cdot 150}{2} = \frac{(5 + 124,2) \cdot 150}{2} = 9690.$$

3. (1,5 puntos) Si se aportan 3000 € anuales a un plan de ahorro, durante 8 años y a un 6% de interés anual, ¿cuánto dinero tendrá el depositante al final de ese periodo de tiempo?

Aclaración: Puede suponerse que los ingresos se hacen el día 1 de enero, desde 2015 a 2022; y que el dinero se retira el día 31 de diciembre de 2022.

Solución:

Un 6% anual equivale a  $r = 0,06$ .

Por tanto, los términos de la progresión que hay que sumara son:

$$a_1 = 3000 \cdot (1 + 0,06)^8 = 3000 \cdot 1,06^8, a_2 = 3000 \cdot 1,06^7, a_3 = 3000 \cdot 1,06^6 \dots a_8 = 3000 \cdot 1,06$$

Su suma es:

$$3000 \cdot (1,06^8 + 1,06^7 + \dots + 1,06) = 3000 \cdot \frac{1,06^8 (1,06^{-8} - 1)}{1,06^{-1} - 1} = 3000 \cdot 10,4913 = 31473,9 \text{ €}$$

(El paréntesis es una progresión geométrica de razón  $r = 1,06^{-1}$ . Recuérdese que la suma de una

progresión geométrica es  $S = \frac{a_1 (r^n - 1)}{r - 1}$ ).

Observación: Si la suma se hace de derecha a izquierda, la razón será  $r = 1,06$  y su expresión:

$$S = 3000 \cdot \frac{1,06 (1,06^8 - 1)}{1,06 - 1} = 3000 \cdot 10,4913 = 31473,9$$

4. (1,5 puntos) Un plan de pensiones tiene las siguientes características:  
Aportación mensual de 50 euros. Interés anual: 4 % Tiempo: 15 años.  
¿Cuánto dinero tendrá acumulado un suscriptor de dicho plan?

$$\text{Dato: } C = \frac{M(1+r) \left[ (1+r)^{12t} - 1 \right]}{r}$$

Solución:

$M$  es la aportación mensual:  $M = 50$ ;  $r = \frac{0,04}{12} = 0,00333\dots$ ;  $t = 15$ .

Por tanto:

$$C = \frac{50 \cdot 1,00333 \left[ (1,00333)^{12 \cdot 15} - 1 \right]}{0,00333} = \frac{50 \cdot 1,00333 \cdot 0,8203}{0,00333} = 12357,86 \text{ €}$$

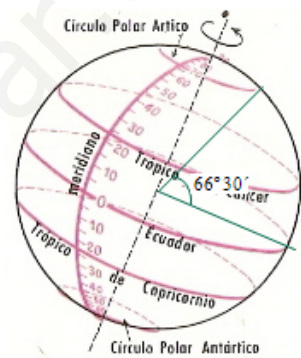
5. (1,5 puntos) Calcula la longitud del paralelo correspondiente al Círculo Polar Ártico, si su latitud es  $66^\circ 30' \text{ N}$ .  
(Puedes tomar el radio de la Tierra  $R = 6370 \text{ km}$ .)

Solución:

Si el radio correspondiente al paralelo del Círculo Polar Ártico es  $r$ , se tiene:

$$\cos(66^\circ 30') = \frac{r}{6370} \Rightarrow r = \cos 66,5^\circ \cdot 6370 = 2540,032 \text{ km}$$

Su longitud será:  $L = 2\pi \cdot 2540,032 = 15959,489 \text{ km}$ .



6. a) (0,4 puntos) ¿Cuántos radianes son  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $240^\circ$ ?  
b) (0,2 puntos) ¿Cuántos grados son  $\pi/4$  y  $5\pi/3$  radianes?  
c) (0,9 puntos) Resuelve las ecuaciones:

$$\sin x = -1/2; \quad \cos 2x = 0,8; \quad 3 \tan x = 6$$

Solución:

a)  $180^\circ = \pi$  radianes, luego:  $60^\circ = \pi/3$ ;  $90^\circ = \pi/2$ ;  $180^\circ = \pi$  y  $240^\circ = 4\pi/3$ .

b)  $\pi/4 = 45^\circ$  y  $5\pi/3 = 300^\circ$ .

$$c) \sin x = -1/2 \Rightarrow x = \arcsin(-1/2) = \begin{cases} 210^\circ + k \cdot 360^\circ \\ 330^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases};$$

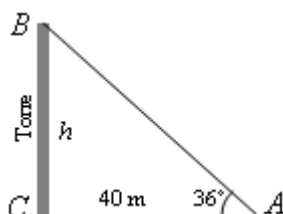
$$\cos 2x = 0,8 \Rightarrow 2x = \arccos 0,8 = \begin{cases} 36,87^\circ + k \cdot 360^\circ \\ 323,13^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} 18,435^\circ + k \cdot 180^\circ \\ 161,565^\circ + k \cdot 180^\circ \end{cases}$$

$$3 \tan x = 6 \Rightarrow \tan x = 2 \Rightarrow x = \arctan 2 = 63,43^\circ + k \cdot 180^\circ$$

7. (1 punto) A 40 m del pie de una torre se mide el ángulo de elevación hasta el punto más alto de la torre. Si ese ángulo mide  $36^\circ$ , ¿cuál es la altura de la torre?

Solución:

Para hallar la altura de la torre se observa:



$$\tan 36^\circ = \frac{h}{40} \Rightarrow h = 40 \cdot \tan 36^\circ = 40 \cdot 0,7265 = 29,06$$

metros.

