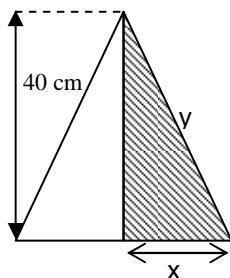


PROBLEMAS (SISTEMAS NO LINEALES)

- 1) Un triángulo isósceles tiene 160 cm de perímetro y la altura correspondiente al lado desigual mide 40 cm. Calcula los lados del triángulo y el área.
- 2) Hace 4 años la edad de Luisa era siete veces la edad de su hija. Dentro de 16 años, Luis tendrá doble edad que su hija. ¿Qué edad tienen actualmente?
- 3) Una persona compra una pieza de tela por 100 €. Con el mismo dinero podría haber comprado otra pieza de tela que medía 30 metros más y costaba 3 € menos por metro. ¿Cuántos metros mide la pieza que ha comprado?
- 4) Dos ciclistas salen al mismo tiempo para una ciudad que dista 224 Km. Uno de ellos anda 2 Km más por hora que el otro y llega al punto donde se dirigen 2 horas antes que el otro. ¿Cuáles son las velocidades?
- 5) Hallar una fracción tal que si se le añade 1 al numerador se convierte en un tercio y añadiendo 1 a su denominador sea igual a un cuarto.
- 6) Un rectángulo tiene una superficie de 30 m^2 y su perímetro 22 m. Calcula las dimensiones de dicho rectángulo.
- 7) Un grupo de amigos van de viaje en vacaciones; los gastos ascienden a 4.000 €, a pagar entre todos. Como hay tres niños en el grupo, los gastos los pagan los mayores, correspondiendo 300 € más a cada uno de los mayores. ¿Cuántas personas formaban el grupo?
- 8) Halla dos números cuya suma es 20 y su producto 84.
- 9) Halla dos números cuya suma es 11 y la de sus cuadrados 65.
- 10) Halla dos números positivos cuya diferencia sea 7 y la diferencia de sus cuadrados 63.

Soluciones:

- 1) Un triángulo isósceles tiene 160 cm de perímetro y la altura correspondiente al lado desigual mide 40 cm. Calcula los lados del triángulo y el área.



Sea x = la mitad de la medida del lado desigual

y = medida del lado igual

Perímetro es 160: $2x + 2y = 160 \Rightarrow 80 = x + y \Rightarrow y = 80 - x$

Altura es 40: $y^2 = 40^2 + x^2$

Planteamos el sistema:
$$\begin{cases} 2x + 2y = 160 \\ y^2 = 40^2 + x^2 \end{cases}$$

Despejamos de la primera ecuación: $2x + 2y = 160 \Rightarrow 80 = x + y \Rightarrow y = 80 - x$

Planteamos la ecuación: $(80 - x)^2 = 40^2 + x^2$

$6400 + x^2 - 160x = 1600 + x^2 \Rightarrow 160x = 4800 \Rightarrow x = 30$ cm

Los lados miden 60 cm y 50 cm \rightarrow Área = $\frac{40 \cdot 60}{2} = 1200$ cm²

- 2) Hace 4 años la edad de Luisa era siete veces la edad de su hija. Dentro de 16 años, Luisa tendrá doble edad que su hija. ¿Qué edad tienen actualmente?

	Edad actual	Hace 4 años	Dentro de 16 años
Edad Luisa	x	$x - 4$	$x + 16$
Edad hija	y	$y - 4$	$y + 16$

Hace 4 años, la edad madre = 7 · edad hija: $x - 4 = 7(y - 4)$

Dentro de 16 años, la edad madre = 2 · edad hija: $x + 16 = 2(y + 16)$

Planteamos el sistema:
$$\begin{cases} x - 4 = 7(y - 4) \\ x + 16 = 2(y + 16) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 4 = 7y - 28 \\ x + 16 = 2y + 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 7y = -24 \\ x - 2y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 7y = -24 \\ -x + 2y = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 7y = -24 \\ -5y = -40 \end{cases} \Rightarrow y = 8 \Rightarrow x - 16 = 16 \Rightarrow x = 32$$

La madre tiene 32 años y la hija 8 años.

- 3) Una persona compra una pieza de tela por 100 €. Con el mismo dinero podría haber comprado otra pieza de tela que medía 30 metros más y costaba 3 € menos por metro. ¿Cuántos metros mide la pieza que ha comprado?

Sea x = n° metros de tela

y = precio del metro de tela

La pieza cuesta 100 €: $x \cdot y = 100$

La otra pieza de 30 m más cuesta 100 €: $(x + 30)(y - 3) = 100$

Planteamos el sistema:
$$\begin{cases} xy = 100 \\ (x + 30)(y - 3) = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 100 \\ xy - 3x + 30y - 90 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 100 \\ x - 10y = -30 \end{cases} \Rightarrow x = 10y - 30$$

$$(10y - 30)y = 100 \Rightarrow (y - 3)y = 10 \Rightarrow y^2 - 3y - 10 = 0$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 7}{2} = \begin{cases} y_1 = \frac{3+7}{2} = 5 \Rightarrow x_1 = 20 \\ y_2 = \frac{3-7}{2} = -2 \end{cases}$$

La pieza mide 20 metros.

- 4) Dos ciclistas salen al mismo tiempo para una ciudad que dista 224 Km. Uno de ellos anda 2 Km más por hora que el otro y llega al punto donde se dirigen 2 horas antes que el otro. ¿Cuáles son las velocidades?

Sea x = velocidad del segundo $\Rightarrow x + 2$ = velocidad del primero

Sea y = tiempo del segundo $\Rightarrow y - 2$ = tiempo del primero

Planteamos el sistema:
$$\begin{cases} xy = 224 \\ (x+2)(y-2) = 224 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 224 \\ xy + 2y - 2x - 4 = 224 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 224 \\ y - x = 2 \end{cases} \Rightarrow y = x + 2$$

$$(x + 2)x = 224 \Rightarrow x^2 + 2x - 224 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-224)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 30}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-2+30}{2} = 14 \Rightarrow y_1 = 16 \\ x_2 = \frac{-2-30}{2} = -16 \end{cases}$$

Las velocidades son 16 km/h y 18 km/h

- 5) Hallar una fracción tal que si se le añade 1 al numerador se convierte en un tercio y añadiendo 1 a su denominador sea igual a un cuarto.

Sea x = numerador de la fracción

y = denominador de la fracción

Si se añade 1 al numerador la fracción es un tercio: $\frac{x+1}{y} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x + 3 = y$

Si se añade 1 al denominador la fracción es un cuarto: $\frac{x}{y+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4x = y + 1 \Rightarrow y = 4x - 1$

Planteamos el sistema:
$$\begin{cases} 3x + 3 = y \\ 4x = y + 1 \end{cases}$$

Sustituyendo y de la primera ecuación en la segunda obtenemos:

$$4x = 3x + 3 + 1 \Rightarrow 4x - 3x = 3 + 1 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 12 + 3 = 15$$

La fracción es $\frac{4}{15}$.

6) Un rectángulo tiene una superficie de 30 m^2 y su perímetro 22 m. Calcula las dimensiones de dicho rectángulo.

Sean $x =$ altura ; $y =$ base

Perímetro es 22: $2x + 2y = 22$

Área es 30: $xy = 30$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Perímetro es 22: } 2x + 2y = 22 \\ \text{Área es 30: } xy = 30 \end{array} \right\} \text{Planteamos el sistema: } \begin{cases} 2x + 2y = 22 \\ xy = 30 \end{cases}$$

Despejando en la primera ecuación: $2x + 2y = 22 \rightarrow x + y = 11 \rightarrow y = 11 - x$

Sustituyendo en la segunda: $x(11 - x) = 30 \rightarrow 11x - x^2 = 30 \Rightarrow x^2 - 11x + 30 = 0$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 30}}{2 \cdot 1} = \frac{11 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{11+1}{2} = 6 \Rightarrow y = 11 - 6 = 5 \\ x_2 = \frac{11-1}{2} = 5 \Rightarrow y = 11 - 5 = 6 \end{cases}$$

Las dimensiones son 7×4

7) Un grupo de amigos van de viaje en vacaciones; los gastos ascienden a 4.000 €, a pagar entre todos. Como hay tres niños en el grupo, los gastos los pagan los mayores, correspondiendo 300 € más a cada uno de los mayores. ¿Cuántas personas formaban el grupo?

Sea $x = n^\circ$ personas del grupo

$y =$ precio a pagar por persona

Los gastos son 4000 €: $x \cdot y = 4000$

Los 3 niños no pagan, los demás pagan 300 € más: $(x - 3)(y + 300) = 4000$

$$\text{Planteamos el sistema: } \begin{cases} xy = 4000 \\ (x-3)(y+300) = 4000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 4000 \\ \cancel{xy} - 3y + 300x - 900 = 4000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 4000 \\ y - 100x = -300 \end{cases} \Rightarrow y = 100x - 300$$

$(100x - 300)x = 4000 \Rightarrow (x - 3)x = 40 \Rightarrow x^2 - 3x - 40 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-40)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 13}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{3+13}{2} = 8 \Rightarrow y_1 = 500 \\ x_2 = \frac{3-13}{2} = -2 \end{cases}$$

El grupo está formado por 8 personas

8) Halla dos números cuya suma es 20 y su producto 84.

Sean x e y ambos números

La suma es 20 : $x + y = 20$

Su producto es 84 : $xy = 84$

$$\left. \begin{array}{l} \text{La suma es 20 : } x + y = 20 \\ \text{Su producto es 84 : } xy = 84 \end{array} \right\} \text{Planteamos el sistema: } \begin{cases} x + y = 20 \\ xy = 84 \end{cases} \Rightarrow y = 20 - x$$

Planteamos la ecuación: $(20 - x)x = 84$

$$x^2 - 20x + 84 = 0 \Rightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 84}}{2} = \frac{20 \pm 8}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{20+8}{2} = 14 \Rightarrow y_1 = 20 - 14 = 6 \\ x_2 = \frac{20-8}{2} = 6 \Rightarrow y_1 = 20 - 6 = 14 \end{cases}$$

Los números son 14 y 6.

9) Halla dos números cuya suma es 11 y la de sus cuadrados 65.

Sean x e y ambos números

La suma es 11: $x + y = 11$

La suma de sus cuadrados es 65: $x^2 + y^2 = 65$

Planteamos el sistema:
$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x^2 + y^2 = 65 \end{cases}$$

Despejando en la primera ecuación: $x + y = 11 \rightarrow y = 11 - x$

Planteamos la ecuación: $(11 - x)^2 + x^2 = 65$

$121 + x^2 - 22x + x^2 = 65 \Rightarrow 2x^2 - 22x + 56 = 0$

$$x^2 - 11x + 28 = 0 \Rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 28}}{2} = \frac{11 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{11+3}{2} = 7 \Rightarrow y_1 = 11-7 = 4 \\ x_2 = \frac{11-3}{2} = 4 \Rightarrow y_1 = 11-4 = 7 \end{cases}$$

Los números son 7 y 4.

10) Halla dos números positivos cuya diferencia sea 7 y la diferencia de sus cuadrados 63.

Sean x e y ambos números

La diferencia es 7: $x - y = 7$

La diferencia de sus cuadrados es 63: $x^2 - y^2 = 63$

Planteamos el sistema:
$$\begin{cases} x - y = 7 \\ x^2 - y^2 = 63 \end{cases}$$

Despejando en la primera ecuación: $x - y = 7 \Rightarrow y = x - 7$

Planteamos la ecuación: $x^2 - (x - 7)^2 = 63$

$x^2 - x^2 + 14x - 49 = 63 \Rightarrow 14x = 112 \Rightarrow x = 8$

Los números son 8 y 1.