



## 1. Ecuaciones de 1<sup>er</sup> y 2<sup>o</sup> grado

### ■ Piensa y calcula

Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

a)  $x + 3 = 5$       b)  $3x = 12$       c)  $x^2 = 25$       d)  $x(x - 7) = 0$       e)  $5x^2 = 0$       f)  $|x| = 7$

**Solución:**

a)  $x = 2$       b)  $x = 4$       c)  $x = \pm 5$       d)  $x = 0, x = 7$       e)  $x = 0$       f)  $x = \pm 7$

### ● Aplica la teoría

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{3x-1}{4} - \frac{6x+5}{8} + 2 = 2x + \frac{1}{8}$   
 b)  $\frac{4x-3}{12} - \frac{5x+3}{6} + 10 = 3x - \frac{5x-2}{4} - \frac{5}{2}$

**Solución:**

a)  $x = 1/2$       b)  $x = 5$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^2 + x - 6 = 0$       b)  $x^2 - 10x + 25 = 0$   
 c)  $6x^2 + 5x - 4 = 0$       d)  $2x^2 + 7x - 15 = 0$

**Solución:**

a)  $x_1 = 2, x_2 = -3$       b)  $x_1 = x_2 = 5$   
 c)  $x_1 = 1/2, x_2 = -4/3$       d)  $x_1 = 3/2, x_2 = -5$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $3x^2 - 12 = 0$       b)  $2x^2 + 6x = 0$   
 c)  $4x^2 - 9 = 0$       d)  $5x^2 + 7x = 0$

**Solución:**

a)  $x_1 = 2, x_2 = -2$       b)  $x_1 = 0, x_2 = -3$   
 c)  $x_1 = 3/2, x_2 = -3/2$       d)  $x_1 = 0, x_2 = -7/5$

4. Sin resolver las siguientes ecuaciones, halla cuántas raíces tienen:

a)  $2x^2 - 7x - 15 = 0$       b)  $4x^2 + 12x + 9 = 0$   
 c)  $x^2 - 4x + 13 = 0$       d)  $6x^2 - 7x + 3 = 0$

**Solución:**

- a)  $\Delta = 169 > 0$   
 Tiene dos raíces reales y distintas.  
 b)  $\Delta = 0$   
 Tiene una sola raíz real, que es doble.  
 c)  $\Delta = -36 < 0$   
 No tiene raíces reales.  
 d)  $\Delta = -23 < 0$   
 No tiene raíces reales.

5. Halla la descomposición factorial de los siguientes trinomios de 2<sup>o</sup> grado:

a)  $x^2 + 5x - 14$       b)  $6x^2 - x - 2$   
 c)  $3x^2 - 10x + 3$       d)  $5x^2 + 24x - 5$

**Solución:**

- a)  $(x - 2)(x + 7)$   
 b)  $6(x - 2/3)(x + 1/2)$   
 c)  $3(x - 3)(x - 1/3)$   
 d)  $5(x + 5)(x - 1/5)$

6. Halla un número sabiendo que dicho número más su mitad y menos su sexta parte es igual a 16

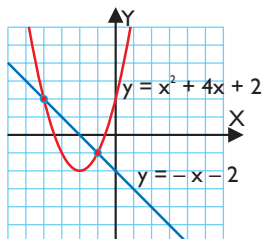
**Solución:**

$x + x/2 - x/6 = 16$   
 $x = 12$

## 2. Aplicaciones de las ecuaciones de 2° grado

### ■ Piensa y calcula

Observando la representación gráfica, calcula las soluciones del sistema: 
$$\left. \begin{aligned} y &= -x - 2 \\ y &= x^2 + 4x + 2 \end{aligned} \right\}$$



**Solución:**

$$x_1 = -4, y_1 = 2 \quad x_2 = -1, y_2 = -1$$

### ● Aplica la teoría

7. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
- $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$
- $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$
- $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$

**Solución:**

- $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 3, x_4 = -3$
- $x_1 = 2, x_2 = -2$
- $x_1 = 1, x_2 = 2$
- $x_1 = 1, x_2 = -2$

8. Resuelve las ecuaciones racionales:

- $\frac{2x+3}{x-1} - 5 = \frac{5x-4}{x+1}$
- $\frac{x-2}{x} = \frac{4x-3}{x-2}$
- $\frac{x+1}{x} - \frac{3x-1}{x+1} = -\frac{2}{3}$
- $\frac{3x-1}{x+2} + \frac{x}{x-2} = -\frac{1}{5}$

**Solución:**

- $x_1 = 2, x_2 = -1/4$
- $x_1 = 1, x_2 = -4/3$
- $x_1 = 3, x_2 = -1/4$
- $x_1 = 1/3, x_2 = 6/7$

9. Resuelve las ecuaciones irracionales:

- $3x + \sqrt{17-4x} = 4x + 1$
- $3 - x + \sqrt{3x+12} = x + 8$
- $\sqrt{2x+6} - \sqrt{x-1} = 2$
- $\sqrt{5x+1} = 5 - \sqrt{x-2}$

**Solución:**

- $x = 2$
- $x = -1$
- $x = 5$
- $x = 3$

10. Halla un número sabiendo que dicho número más su inverso es igual a  $26/5$

**Solución:**

$$x + 1/x = 26/5 \Rightarrow x = 5, x = 1/5$$

11. Halla un número, sabiendo que el número menos la raíz cuadrada, de dicho número al cuadrado menos 7 unidades, es igual a uno.

**Solución:**

$$x - \sqrt{x^2 - 7} = 1 \\ x = 4$$

### 3. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

#### ■ Piensa y calcula

Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a)  $2^x = 8$

b)  $2^x = 1/8$

c)  $2^x = 1$

d)  $2^x = 2$

e)  $\log_5 x = 3$

f)  $\log_5 x = -3$

g)  $\log_5 x = 0$

h)  $\log_5 x = 1$

**Solución:**

a)  $x = 3$

b)  $x = -3$

c)  $x = 0$

d)  $x = 1$

e)  $x = 125$

f)  $x = 1/125$

g)  $x = 1$

h)  $x = 5$

#### ● Aplica la teoría

**12.** Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a)  $2^x + 2^{x+1} = 24$

b)  $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$

c)  $5^{x-2} - 3^{x+1} = 0$

d)  $\log(x+3) + \log x = 1$

**Solución:**

a)  $x = 3$

b)  $x_1 = 0, x_2 = 2$

c)  $x = 8,45$

d)  $x = 2$

**13.** Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a)  $4 \log x + 1 = \log 16 + \log 5x$

b)  $4^x - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$

c)  $5^{x-1} + 5^x + 5^{x+1} = 31$

d)  $6^{x-3} - 5^{x+4} = 0$

**Solución:**

a)  $x = 2$

b)  $x_1 = 3, x_2 = 1$

c)  $x = 1$

d)  $x = 64,79$

**14.** Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a)  $4^{x+1} - 7^{x-1} = 0$

b)  $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 39$

c)  $\log_2(2x+5) - \log_2 x + \log_2 3 = \log_2 11$

d)  $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

**Solución:**

a)  $4^{x+1} = 7^{x-1}$

$(x+1) \log 4 = (x-1) \log 7$

$x = 5,95$

b)  $\frac{3^x}{3} + 3^x + 3 \cdot 3^x = 39$

$13 \cdot 3^x = 117$

$3^x = 9$

$3^x = 3^2$

$x = 2$

c)  $\frac{(2x+5) \cdot 3}{x} = 11$

$x = 3$

d)  $5^x = z$

$z^2 - 6z + 5 = 0$

$z_1 = 5, z_2 = 1$

$z_1 = 5 \Rightarrow 5^x = 5 \Rightarrow x = 1$

$z_2 = 1 \Rightarrow 5^x = 5^0 \Rightarrow x = 0$

**15.** En la fórmula del capital final, en el interés compuesto  $C = c(1+r)^t$ , donde **C** es el capital final, **c** el capital inicial, **r** el tanto por uno y **t** el número de años. Calcula el número de años que tienen que transcurrir para que un capital de 10 000 € colocado al 5% se transforme en 15 000 €

**Solución:**

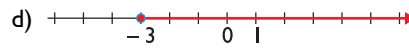
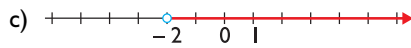
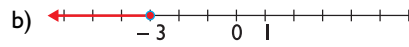
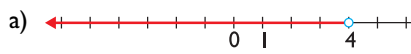
$10\,000 \cdot 1,05^t = 15\,000$

$t = 8,3$  años

## 4. Inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado

### ■ Piensa y calcula

Halla los intervalos correspondientes a los siguientes gráficos:



**Solución:**

a)  $(-\infty, 4)$

b)  $(-\infty, -3]$

c)  $(-2, +\infty)$

d)  $[-3, +\infty)$

### ● Aplica la teoría

16. Resuelve las siguientes inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado:

a)  $4x + 5 < 3x + 7$

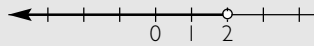
b)  $2(x - 3) + 1 > 5x + 4$

c)  $5(2x - 1) - 7x \leq \frac{x + 5}{2}$

d)  $\frac{3x + 4}{2} - 4 \geq \frac{7x - 6}{3}$

**Solución:**

a)  $x < 2$

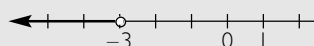


b)  $2x - 6 + 1 > 5x + 4$

$-3x > 9$

$3x < -9$

$x < -3$

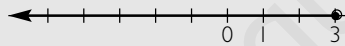


c)  $10(2x - 1) - 14x \leq x + 5$

$20x - 10 - 14x \leq x + 5$

$5x \leq 15$

$x \leq 3$

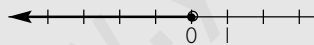


d)  $3(3x + 4) - 24 \geq 2(7x - 6)$

$9x + 12 - 24 \geq 14x - 12$

$-5x \geq 0$

$x \leq 0$



17. Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto:

a)  $|x - 2| < 3$

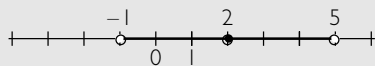
b)  $|4x + 1| > 5$

c)  $|2x + 5| \leq 3$

d)  $|5x - 3/2| \geq 1$

**Solución:**

a) Es un entorno,  $E(2, 3)$ , de centro 2 y radio 3

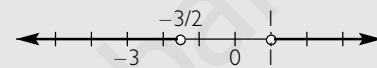


$(-1, 5)$

b) Se divide entre 4

$|x + 1/4| > 5/4$

Es lo que queda fuera del entorno,  $E(-1/4, 5/4)$ , de centro  $-1/4$  y radio  $5/4$



$(-\infty, -3/2) \cup (1, +\infty)$

c) Se divide entre 2

$|x + 5/2| \leq 3/2$

Es el entorno,  $E(-5/2, 3/2)$ , de centro  $-5/2$  y radio  $3/2$ , incluyendo los extremos.

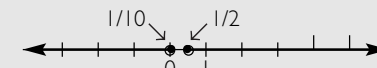


$[-4, -1]$

d) Se divide entre 5

$|x - 3/10| \geq 1/5$

Es lo que queda fuera del entorno,  $E(3/10, 1/5)$ , de centro  $3/10$  y radio  $1/5$



$(-\infty, 1/10] \cup [1/2, +\infty)$

18. Dada la función  $f(x) = -2x + 3$ , halla:

a) cuándo vale cero.

b) cuándo es positiva.

c) cuándo es negativa.

d) Representala para comprobarlo.

**Solución:**

a)  $-2x + 3 = 0$

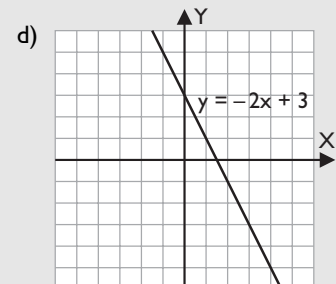
$x = 3/2$

b)  $-2x + 3 > 0$

$x < 3/2$

c)  $-2x + 3 < 0$

$x > 3/2$



19. El perímetro de un cuadrado es menor o igual que 25 m.  
Calcula cuánto puede medir el lado.

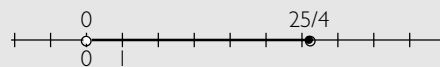
**Solución:**

$$0 < 4x \leq 25$$

Dividiendo entre 4

$$0 < x \leq 25/4$$

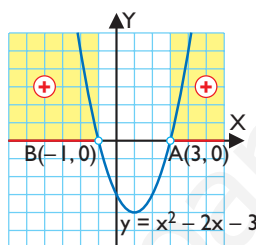
Es el intervalo semiabierto  $(0, 25/4]$



## 5. Inecuaciones polinómicas y racionales

### ■ Piensa y calcula

Observando la gráfica, halla los intervalos de los valores de  $x$  en los que la parábola  $y = x^2 - 2x - 3$  es positiva.



**Solución:**

Positiva (+) :  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

### ● Aplica la teoría

20. Resuelve las siguientes inecuaciones polinómicas:

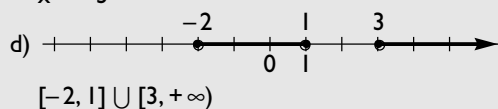
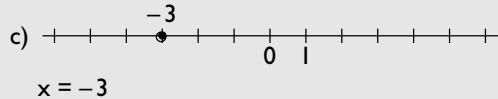
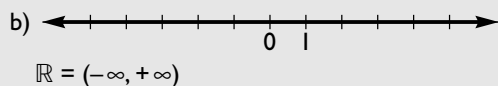
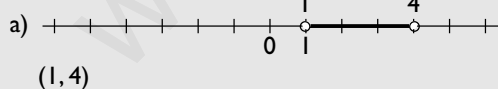
a)  $x^2 - 5x + 4 < 0$

b)  $x^2 + x + 2 > 0$

c)  $x^2 + 6x + 9 \leq 0$

d)  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$

**Solución:**



21. Resuelve las siguientes inecuaciones racionales:

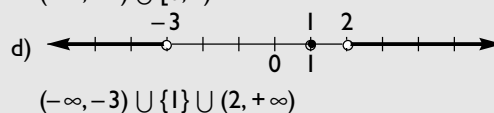
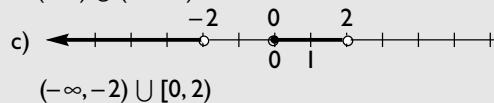
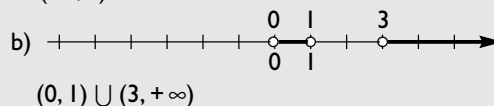
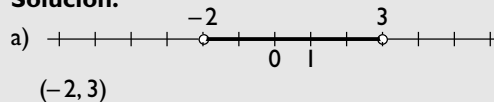
a)  $\frac{x+2}{x-3} < 0$

b)  $\frac{x^2-3x}{x-1} > 0$

c)  $\frac{x}{x^2-4} \leq 0$

d)  $\frac{x^2-2x+1}{x^2+x-6} \geq 0$

**Solución:**



22. Dada la función  $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ , halla:

- a) cuándo vale cero.
- b) cuándo es positiva.
- c) cuándo es negativa.

**Solución:**

- a)  $x_1 = 2, x_2 = 4$
- b)  $(2, 4)$
- c)  $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$

23. Dada la función  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - 4}$ , halla:

- a) cuándo vale cero.
- b) cuándo es positiva.
- c) cuándo es negativa.

**Solución:**

- a)  $x_1 = 0, x_2 = 1$
- b)  $(-\infty, -2) \cup (0, 1) \cup (2, +\infty)$
- c)  $(-2, 0) \cup (1, 2)$

## 6. Resolución de problemas

### ■ Piensa y calcula

Halla mentalmente tres números enteros consecutivos menores que 7, de forma que sean los lados de un triángulo rectángulo.

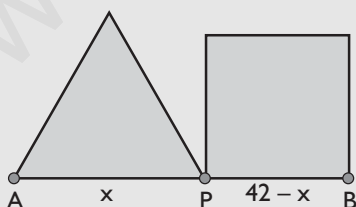
**Solución:**

3, 4 y 5, ya que  $3^2 + 4^2 = 5^2$

### ● Aplica la teoría

24. Un segmento AB tiene de longitud 42 cm. Halla un punto P de dicho segmento de forma que el triángulo equilátero construido sobre AP tenga el mismo perímetro que el cuadrado construido sobre PB.

**Solución:**



Medida de los segmentos:

$$AP = x, PB = 42 - x$$

$$3x = 4(42 - x)$$

$$x = 24 \text{ cm}$$

25. Entre Sonia y Alba tienen 300 €. Alba tiene el triple de dinero que Sonia. ¿Cuánto dinero tiene cada una?

**Solución:**

Sonia tiene:  $x$

Alba tiene:  $300 - x$

$$300 - x = 3x$$

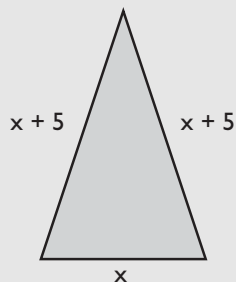
$$x = 75 \text{ €}$$

Sonia tiene: 75 €

Alba tiene: 225 €

26. En un triángulo isósceles, cada uno de los lados iguales mide 5 m más que el desigual. Si el perímetro mide 34 m, ¿cuánto mide cada lado?

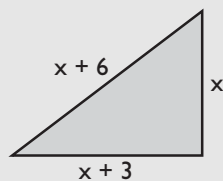
**Solución:**



El lado desigual:  $x$   
 Cada lado igual:  $x + 5$   
 $x + 2(x + 5) = 34$   
 $x = 8$  m  
 El lado desigual mide 8 m  
 Cada lado igual mide 13 m

27. Los lados de un triángulo rectángulo son números que se diferencian en tres unidades. Calcula las longitudes de dichos lados.

**Solución:**



Cateto menor:  $x$

Cateto mayor:  $x + 3$

Hipotenusa:  $x + 6$

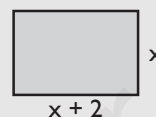
$$x^2 + (x + 3)^2 = (x + 6)^2$$

Si  $x = 9$ , los lados miden: 9, 12 y 15

Si  $x = -3$ , los lados miden:  $-3$ , 0 y 3, que no son valores válidos.

28. Un piso tiene forma rectangular y su área es de 120 m<sup>2</sup>. Si el largo mide 2 m más que el ancho, ¿cuáles son las dimensiones del piso?

**Solución:**



Ancho:  $x$

Largo:  $x + 2$

$$x(x + 2) = 120$$

Si  $x = 10$ , el ancho es 10 m y el largo 12 m

Si  $x = -12$ , los lados son  $-12$  y 10, que no son valores válidos.

# Ejercicios y problemas

## 1. Ecuaciones de 1<sup>er</sup> y 2<sup>o</sup> grado

29. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 25$

b)  $\frac{2x-3}{4} - \frac{5x+1}{6} = \frac{1}{12} - 2x$

c)  $\frac{3x-1}{6} - \frac{2x+5}{8} = 4x - \frac{8}{3}$

d)  $-\frac{2x-5}{3} + \frac{-3x+7}{5} + 2x = \frac{8}{5}$

**Solución:**

a)  $x = 12$

b)  $x = 3/5$

c)  $x = 1/2$

d)  $x = -2$

30. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^2 + 3x - 10 = 0$

b)  $x^2 - 6x + 9 = 0$

c)  $3x^2 - 7x - 6 = 0$

d)  $6x^2 + 7x + 2 = 0$

**Solución:**

a)  $x_1 = 2, x_2 = -5$

b)  $x_1 = x_2 = 3$

c)  $x_1 = 3, x_2 = -2/3$

d)  $x_1 = -1/2, x_2 = -2/3$

31. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $5x^2 - 20 = 0$

b)  $3x^2 + 6x = 0$

c)  $9x^2 - 25 = 0$

d)  $3x^2 - 8x = 0$

**Solución:**

a)  $x_1 = 2, x_2 = -2$

b)  $x_1 = 0, x_2 = -2$

c)  $x_1 = 5/3, x_2 = -5/3$

d)  $x_1 = 0, x_2 = 8/3$

32. Sin resolver las siguientes ecuaciones, halla cuántas raíces tienen:

a)  $x^2 + 10x + 25 = 0$

b)  $3x^2 + 8x - 3 = 0$

c)  $x^2 - 6x + 13 = 0$

d)  $x^2 + 8x + 15 = 0$

**Solución:**

a)  $\Delta = 0$

Tiene una sola raíz real, que es doble.

b)  $\Delta = 100 > 0$

Tiene dos raíces reales y distintas.

c)  $\Delta = -16 < 0$

No tiene raíces reales.

d)  $\Delta = 4 > 0$

Tiene dos raíces reales y distintas.

33. Halla la descomposición factorial de los siguientes trinomio de 2<sup>o</sup> grado:

a)  $x^2 - x - 6$

b)  $9x^2 + 12x + 4$

c)  $2x^2 - 9x - 5$

d)  $6x^2 - 5x - 6$

**Solución:**

a)  $(x + 2)(x - 3)$

b)  $9(x + 2/3)^2$

c)  $2(x - 5)(x + 1/2)$

d)  $6(x - 3/2)(x + 2/3)$

34. Halla ecuaciones de 2<sup>o</sup> grado que tengan las siguientes raíces:

a)  $x_1 = -3, x_2 = 1$

b)  $x_1 = -2, x_2 = 3$

c)  $x_1 = -1/2, x_2 = 5$

d)  $x_1 = 3, x_2 = 3/4$

**Solución:**

a)  $(x + 3)(x - 1) = x^2 + 2x - 3$

b)  $(x + 2)(x - 3) = x^2 - x - 6$

c)  $2(x + 1/2)(x - 5) = 2x^2 - 9x - 5$

d)  $4(x - 3)(x - 3/4) = 4x^2 - 15x + 9$

35. Sin resolver las siguientes ecuaciones, halla la suma y el producto de sus raíces:

a)  $x^2 + 2x - 8 = 0$

b)  $x^2 - 7x + 10 = 0$

c)  $15x^2 + x - 2 = 0$

d)  $4x^2 - 19x - 5 = 0$

**Solución:**

a)  $S = -2, P = -8$

b)  $S = 7, P = 10$

c)  $S = -1/15, P = -2/15$

d)  $S = 19/4, P = -5/4$

## 2. Aplicaciones de las ecuaciones de 2<sup>o</sup> grado

36. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

b)  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

c)  $x^4 - 10x^2 + 25 = 0$

d)  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

**Solución:**

a)  $x_1 = 2, x_2 = -2, x_3 = 3, x_4 = -3$

b)  $x_1 = 2, x_2 = -2$

c)  $x_1 = \sqrt{5}, x_2 = -\sqrt{5}$

d)  $x_1 = 2, x_2 = -1$

37. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{5x-1}{x+1} - \frac{2x+3}{x} = \frac{21}{2}$

b)  $12 + \sqrt{3x+10} = 2x + 7$



# Ejercicios y problemas

c)  $3x - \frac{2x-1}{x+3} = \frac{3}{2}$

d)  $\sqrt{x+6} + 4 = 6 + \sqrt{2x-5}$

**Solución:**

a)  $x_1 = -2, x_2 = -1/5$

b)  $x = 5$

c)  $x_1 = 1/2, x_2 = -7/3$

d)  $x = 3$

38. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $5x - \sqrt{x+2} = 3x + 2$

b)  $\frac{7x-3}{x+2} - \frac{5x+1}{x-2} + 8 = \frac{5}{3}$

c)  $\sqrt{x+9} + \sqrt{x} = 9$

d)  $\frac{2x+3}{x-3} - \frac{x}{x+3} = \frac{5x+2}{x^2-9} - 5$

**Solución:**

a)  $x = 2$

b)  $x_1 = 4, x_2 = -16/25$

c)  $x = 16$

d)  $x_1 = 2, x_2 = -19/6$

## 3. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

39. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a)  $3^x + 3^{x-1} = 12$

b)  $4^x - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$

c)  $2^{x+1} = 3^{x-1}$

d)  $\log(x+3) - \log(x-2) + 2 \log 5 = 2$

**Solución:**

a)  $x = 2$

b)  $x_1 = 3, x_2 = 1$

c)  $x = 4,42$

d)  $x = 11/3$

40. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a)  $3^{x+2} - 4^{x-3} = 0$

b)  $5^{x+2} - 4 \cdot 5^{x+1} - 8 \cdot 5^{x-1} = 85$

c)  $\log_3(5x+2) - \log_3(2x-1) = 1$

d)  $4 \cdot 2^{2x} - 33 \cdot 2^x + 8 = 0$

**Solución:**

a)  $x = 22,09$

b)  $x = 2$

c)  $x = 5$

d)  $x_1 = 3, x_2 = -2$

41. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a)  $L x + L(x+1) - L 2 = L 3$

b)  $3 \cdot 3^{2x} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$

c)  $2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 30$

d)  $5^{x-2} - 4^{x+1} = 0$

**Solución:**

a)  $x = 2$

b)  $x_1 = 2, x_2 = -1$

c)  $x = 3$

d)  $x = 20,64$

42. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a)  $4^{x+1} - 7^{x-1} = 0$

b)  $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 39$

c)  $\log_2(2x+5) - \log_2 x + \log_2 3 = \log_2 11$

d)  $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

**Solución:**

a)  $x = 5,95$

b)  $x = 2$

c)  $x = 3$

d)  $x_1 = 0, x_2 = 1$

## 4. Inecuaciones de 1º grado

43. Resuelve las siguientes inecuaciones de 1º grado:

a)  $5x + 7 < 3x + 6$

b)  $3(x-2) + 7 > 5x - 2$

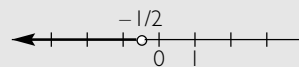
c)  $2(x-1) + \frac{5x}{2} \leq \frac{3x-2}{4}$

d)  $\frac{2x+1}{4} + \frac{3x}{2} \geq \frac{5x-1}{6}$

**Solución:**

a)  $2x < -1$

$x < -1/2$

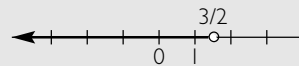


b)  $3x - 6 + 7 > 5x - 2$

$-2x > -3$

$2x < 3$

$x < 3/2$

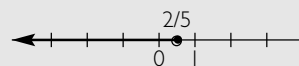


c)  $8(x-1) + 10x \leq 3x - 2$

$8x - 8 + 10x \leq 3x - 2$

$15x \leq 6$

$x \leq 2/5$

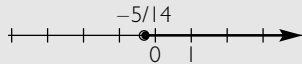


d)  $3(2x + 1) + 18x \geq 2(5x - 1)$

$6x + 3 + 18x \geq 10x - 2$

$14x \geq -5$

$x \geq -5/14$



44. Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto:

a)  $|x + 1| < 2$

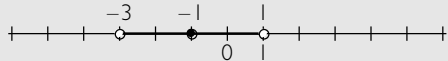
b)  $|-3x + 5| > 1$

c)  $|3x - 6| \leq 5$

d)  $|-2x - 6| \geq 3$

**Solución:**

a) Es un entorno,  $E(-1, 2)$ , de centro  $-1$  y radio  $2$

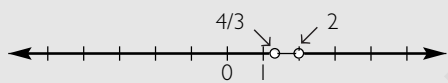


$(-3, 1)$

b) Se tiene en cuenta que  $|-3x + 5| = |3x - 5|$  y se divide entre  $3$

$|x - 5/3| > 1/3$

Es lo que queda fuera del entorno,  $E(5/3, 1/3)$ , de centro  $5/3$  y radio  $1/3$

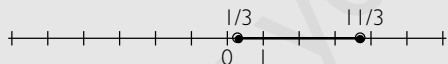


$(-\infty, 4/3) \cup (2, +\infty)$

c) Se divide entre  $3$

$|x - 2| \leq 5/3$

Es el entorno,  $E(2, 5/3)$ , de centro  $2$  y radio  $5/3$ , incluyendo los extremos

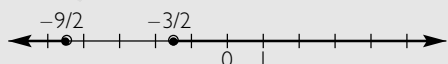


$[1/3, 11/3]$

d) Se tiene en cuenta que  $|-2x - 6| = |2x + 6|$  y se divide entre  $2$

$|x + 3| \geq 3/2$

Es lo que queda fuera del entorno,  $E(-3, 3/2)$ , de centro  $-3$  y radio  $3/2$



$(-\infty, -9/2] \cup [-3/2, +\infty)$

45. Dada la función  $f(x) = 2x - 5$ , halla:

a) cuándo vale cero.

b) cuándo es positiva.

c) cuándo es negativa.

d) Representála para comprobarlo.

**Solución:**

a)  $2x - 5 = 0$

$x = 5/2$

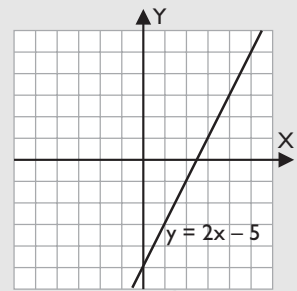
b)  $2x - 5 > 0$

$x > 5/2$

c)  $2x - 5 < 0$

$x < 5/2$

d)



46. El perímetro de un triángulo equilátero es menor o igual que  $15$  m. Calcula cuánto puede medir el lado.

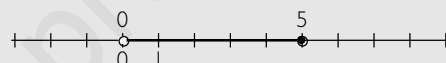
**Solución:**

$0 < 3x \leq 15$

Dividiendo entre  $3$

$0 < x \leq 5$

Es el intervalo semiabierto  $(0, 5]$



## 5. Inecuaciones polinómicas y racionales

47. Resuelve las siguientes inecuaciones polinómicas:

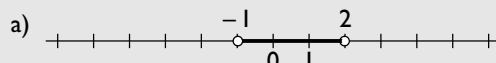
a)  $x^2 - x - 2 < 0$

b)  $x^2 - x - 6 > 0$

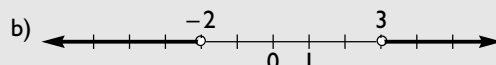
c)  $-x^2 + 4x - 4 \leq 0$

d)  $x^2 - 4 \geq 0$

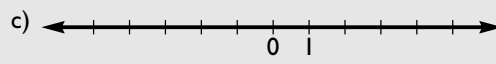
**Solución:**



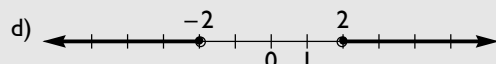
$(-1, 2)$



$(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$



$\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$



$(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

48. Resuelve las siguientes inecuaciones racionales:

a)  $\frac{x-2}{3-x} < 0$

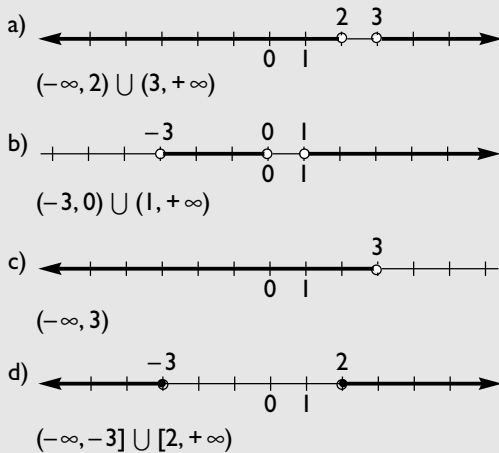
b)  $\frac{x+3}{x^2-x} > 0$

c)  $\frac{x^2+2}{x-3} \leq 0$

d)  $\frac{x^2+x-6}{x^2-2x+1} \geq 0$

# Ejercicios y problemas

**Solución:**



49. Dada la función  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ , halla:

- cuándo vale cero.
- cuándo es positiva.
- cuándo es negativa.

**Solución:**

- $x_1 = 3, x_2 = -1$
- $(-1, 3)$
- $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

50. Dada la función  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 9}$ , halla:

- cuándo vale cero.
- cuándo es positiva.
- cuándo es negativa.

**Solución:**

- $x_1 = -1, x_2 = 1$
- $(-\infty, -3) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty)$
- $(-3, -1) \cup (1, 3)$

## 6. Resolución de problemas

51. Ismael tiene tres años más que Ana, y Sonia tiene 2 años más que Ismael. Entre los tres tienen 53 años. ¿Cuántos años tiene cada uno?

**Solución:**

Ana:  $x$                       Ismael:  $x + 3$                       Sonia:  $x + 5$   
 $x + x + 3 + x + 5 = 53 \Rightarrow x = 15$   
 Ana: 15 años.                      Ismael: 18 años.                      Sonia: 20 años.

52. Cada uno de los lados iguales de un triángulo isósceles mide el triple que el lado desigual. Si el perímetro mide 42 m, ¿cuánto mide cada lado?

**Solución:**



El lado desigual:  $x$   
 Cada lado igual:  $3x$   
 $x + 2 \cdot 3x = 42$   
 $x = 6$  m  
 El lado desigual mide 6 m  
 Cada lado igual mide 18 m

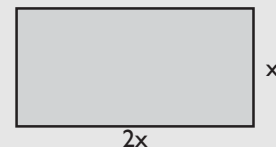
53. Se mezcla café del tipo A de 5,5 €/kg con café del tipo B de 4 €/kg para obtener una mezcla de 90 kg a 5 €/kg. ¿Cuántos kilogramos de café debemos tomar de cada tipo?

**Solución:**

Café de tipo A:  $x$  a 5,5 €/kg  
 Café de tipo B:  $90 - x$  a 4 €/kg  
 $5,5x + 4(90 - x) = 5 \cdot 90$   
 $x = 60$  kg  
 Café de tipo A: 60 kg  
 Café de tipo B: 30 kg

54. Halla las longitudes de los lados de un rectángulo sabiendo que el largo es el doble que el ancho y que la superficie mide 50 m<sup>2</sup>.

**Solución:**



Ancho:  $x$   
 Largo:  $2x$   
 $x \cdot 2x = 50$   
 Si  $x = 5$ , el ancho mide 5 m y el largo mide 10 m  
 Si  $x = -5$ , se obtienen valores no válidos.

55. Un frutero compra una caja de plátanos a 0,8 €/kg. Se le estropean 3 kg, que tira a la basura, y el resto los vende a 1,2 €. Si gana 18 €, ¿cuántos kilogramos de plátanos contenía la caja inicialmente?

**Solución:**

Compra:  $x$  kg a 0,8 €/kg  
 Vende:  $x - 3$  a 1,2 €/kg  
 $0,8x + 18 = (x - 3)1,2$   
 $x = 54$  kg

## Para ampliar

56. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $x^4 - 3x^2 = 0$   
 b)  $x^6 - 27x^3 = 0$   
 c)  $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$   
 d)  $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

**Solución:**

- a)  $x_1 = x_2 = 0, x_3 = \sqrt{3}, x_4 = -\sqrt{3}$   
 b)  $x_1 = x_2 = x_3 = 0, x_4 = 3$   
 c)  $x_1 = 2, x_2 = -2, x_3 = \sqrt{3}, x_4 = -\sqrt{3}$   
 d)  $x_1 = 2, x_2 = -2, x_3 = 1/2, x_4 = -1/2$

57. Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

- a)  $x(x + 3) = 0$   
 b)  $(x + 1)(x - 5) = 0$   
 c)  $x(x + 2)(3x - 6) = 0$   
 d)  $x(x - 1)(2x + 5) = 0$

**Solución:**

- a)  $x_1 = 0, x_2 = -3$   
 b)  $x_1 = -1, x_2 = 5$   
 c)  $x_1 = 0, x_2 = -2, x_3 = 2$   
 d)  $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -5/2$

58. Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

- a)  $2x^2 = 0$                       b)  $x^2 - 9 = 0$   
 c)  $x^2 - 4x = 0$                 d)  $3x^2 - 7x = 0$

**Solución:**

- a)  $x_1 = x_2 = 0$                       b)  $x_1 = 3, x_2 = -3$   
 c)  $x_1 = 0, x_2 = 4$                 d)  $x_1 = 0, x_2 = 7/3$

59. Halla mentalmente la descomposición factorial de los siguientes trinomios de 2º grado:

- a)  $x^2 - 7x$                       b)  $x^2 + 12x + 36$   
 c)  $x^2 - 25$                       d)  $x^2 - 14x + 49$

**Solución:**

- a)  $x(x - 7)$                       b)  $(x + 6)^2$   
 c)  $(x + 5)(x - 5)$                 d)  $(x - 7)^2$

60. Halla ecuaciones de 2º grado que tengan las siguientes raíces:

- a)  $x_1 = 2, x_2 = -5$   
 b)  $x_1 = -1, x_2 = 4$   
 c)  $x_1 = 1/2, x_2 = 2/3$   
 d)  $x_1 = 4, x_2 = -1/3$

**Solución:**

- a)  $(x - 2)(x + 5) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0$   
 b)  $(x + 1)(x - 4) = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$   
 c)  $(x - 1/2)(x - 2/3) = 0 \Rightarrow 6x^2 - 7x + 2 = 0$   
 d)  $(x - 4)(x + 1/3) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 11x - 4 = 0$

61. Sin resolver las siguientes ecuaciones, halla la suma y el producto de sus raíces:

- a)  $x^2 + 5x + 6 = 0$                 b)  $x^2 + 3x - 10 = 0$   
 c)  $5x^2 - 14x - 3 = 0$               d)  $6x^2 + x - 2 = 0$

**Solución:**

- a)  $S = -5, P = 6$                       b)  $S = -3, P = -10$   
 c)  $S = 14/5, P = -3/5$                 d)  $S = -1/6, P = -1/3$

62. Halla la descomposición factorial de los siguientes trinomios de 2º grado:

- a)  $6x^2 - 5x - 1$                       b)  $9x^2 - 18x + 8$   
 c)  $15x^2 - 17x + 2$                 d)  $6x^2 - 5x - 6$

**Solución:**

- a)  $6(x - 1)(x + 1/6)$                 b)  $9(x - 2/3)(x - 4/3)$   
 c)  $15(x - 1)(x - 2/15)$               d)  $6(x - 3/2)(x + 2/3)$

63. Plantea una ecuación de segundo grado que tenga:

- a) Una solución real doble.  
 b) Dos soluciones reales y distintas.

**Solución:**

- a)  $(x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0$   
 b)  $(x + 2)(x - 3) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$

64. Sabiendo que la ecuación  $4x^2 + kx - 9 = 0$  tiene dos raíces opuestas, halla el valor de  $k$

**Solución:**

$k = 0$

65. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $x^4 - 5x^2 = 0$                       b)  $x^6 - 8x^3 = 0$   
 c)  $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$               d)  $3x^4 - 10x^2 + 3 = 0$

**Solución:**

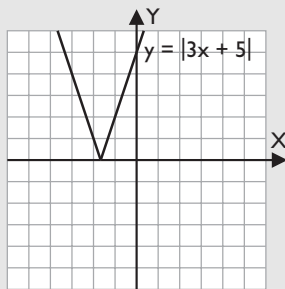
- a)  $x_1 = x_2 = 0, x_3 = -\sqrt{5}, x_4 = \sqrt{5}$   
 b)  $x_1 = x_2 = x_3 = 0, x_4 = 2$   
 c)  $x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = \sqrt{2}, x_4 = -\sqrt{2}$   
 d)  $x_1 = \sqrt{3}, x_2 = -\sqrt{3}, x_3 = \sqrt{3}/3, x_4 = -\sqrt{3}/3$

# Ejercicios y problemas

66. Dada la función  $f(x) = |3x + 5|$ , halla:
- cuándo vale cero.
  - cuándo es positiva.
  - cuándo es negativa.
  - Representála para comprobarlo.

**Solución:**

- $x = -5/3$
- $\mathbb{R} - \{-5/3\} = (-\infty, -5/3) \cup (-5/3, +\infty)$
- Nunca es negativa:  $\emptyset$
- d)



67. Resuelve las siguientes inecuaciones:
- $x^2 - 4x + 4 < 0$
  - $x^2 - 4x + 4 > 0$
  - $x^2 - 4x + 4 \leq 0$
  - $x^2 - 4x + 4 \geq 0$

**Solución:**

- La solución es el conjunto vacío:  $\emptyset$
- $\mathbb{R} - \{2\} = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$
- La solución es el punto:  $\{2\}$
- La solución es toda la recta real:  $\mathbb{R}$

68. Resuelve las siguientes inecuaciones:
- $x^2 + 2x + 3 < 0$
  - $x^2 + 2x + 3 > 0$
  - $x^2 + 2x + 3 \leq 0$
  - $x^2 + 2x + 3 \geq 0$

**Solución:**

- La solución es el conjunto vacío:  $\emptyset$
- La solución es toda la recta real:  $\mathbb{R}$
- La solución es el conjunto vacío:  $\emptyset$
- La solución es toda la recta real:  $\mathbb{R}$

69. Resuelve las siguientes inecuaciones:
- $x^3 - 4x \leq 0$
  - $x^4 - x^2 > 0$
  - $\frac{5}{(x-2)^3} > 0$
  - $\frac{9-x^2}{x^2-1} \geq 0$

**Solución:**

- $(-\infty, -2] \cup [0, 2]$
- $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- $(2, +\infty)$
- $[-3, -1) \cup (1, 3]$

## Problemas

70. Un número entero más el anterior y más el siguiente es igual a 51. ¿De qué número se trata?

**Solución:**

Número entero:  $x$

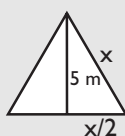
Anterior:  $x - 1$

Siguiente:  $x + 1$

$$x + x - 1 + x + 1 = 51 \Rightarrow x = 17$$

71. La altura de un triángulo equilátero es de 5 m. Calcula cuánto mide el lado.

**Solución:**



Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$(x/2)^2 + 5^2 = x^2$$

$$x = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ m}$$

$$x = -\frac{10\sqrt{3}}{3}, \text{ este valor no es válido.}$$

72. El área de una plaza de toros mide 2827 m<sup>2</sup>. Calcula el radio de la plaza.

**Solución:**



$$A = \pi R^2$$

$$\pi R^2 = 2827$$

$$R = 30 \text{ m}$$

$$R = -30, \text{ este valor no es válido.}$$

73. Halla dos números enteros consecutivos sabiendo que su producto es 156

**Solución:**

Un número:  $x$

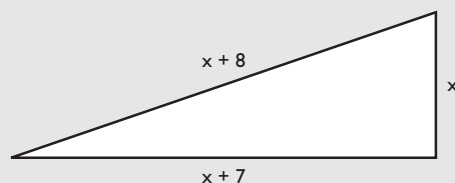
El siguiente:  $x + 1$

$$x(x + 1) = 156$$

Los números pueden ser: 12 y 13, o bien -13 y -12

74. El cateto mayor de un triángulo rectángulo es 7 unidades más largo que el menor y una unidad menor que la hipotenusa. Calcula las dimensiones de los catetos y de la hipotenusa de dicho triángulo rectángulo.

**Solución:**



Cateto menor:  $x$

Cateto mayor:  $x + 7$

Hipotenusa:  $x + 8$

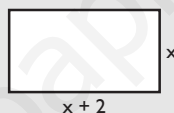
$$x^2 + (x + 7)^2 = (x + 8)^2$$

Si  $x = 5$ , los catetos miden 5 y 12, y la hipotenusa, 13

Si  $x = -3$ , se obtienen valores no válidos.

75. Halla las dimensiones de una habitación rectangular de 15 m<sup>2</sup> de superficie sabiendo que es 2 metros más larga que ancha.

**Solución:**



Lado menor:  $x$

Lado mayor:  $x + 2$

$$x(x + 2) = 15$$

Si  $x = 3$ , los lados miden 3 y 5 m

Si  $x = -5$ , se obtienen valores no válidos.

76. El número de días de un año no bisiesto es igual al cuadrado de un número entero, más el cuadrado del siguiente y más el cuadrado del siguiente. ¿De qué número entero se trata?

**Solución:**

Nº de días de un año no bisiesto: 365

Número:  $x$

Número siguiente:  $x + 1$

Número siguiente del siguiente:  $x + 2$

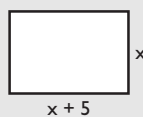
$$x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = 365$$

$$x = 10$$

$$x = -12$$

77. Una finca es 5 m más larga que ancha y tiene 750 m<sup>2</sup> de superficie. Calcula las dimensiones de la finca.

**Solución:**



Lado menor:  $x$

Lado mayor:  $x + 5$

$$x(x + 5) = 750$$

Si  $x = 25$ , los lados miden 25 y 30 m

Si  $x = -30$ , se obtienen valores no válidos.

# Ejercicios y problemas

78. Halla un número sabiendo que si a dicho número elevado a la cuarta potencia le restamos su cuadrado, se obtiene 72

**Solución:**

Número:  $x$   
 $x^4 - x^2 = 72$   
 $x = 3, x = -3$

79. Halla un número sabiendo que si le sumamos su raíz cuadrada, se obtiene 30

**Solución:**

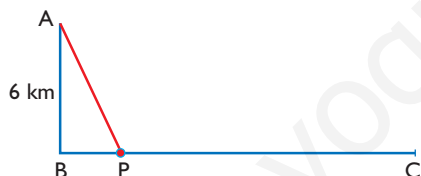
Número:  $x$   
 $x + \sqrt{x} = 30$   
 $x = 25$

80. Halla un número sabiendo que la suma de su opuesto con su inverso es igual a  $5/6$

**Solución:**

Número:  $x$   
 $-x + 1/x = 5/6$   
 $x = 2/3$ , o bien  $x = -3/2$

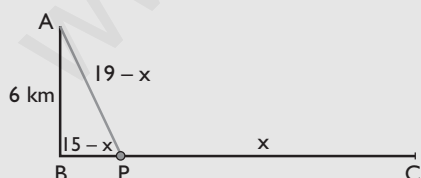
81. Para ir del punto A al punto C, hacemos el recorrido AP y luego PC, y andamos en total 19 km. Si la distancia de B a C es de 15 km, ¿a qué distancia de C está el punto P?



**Solución:**

$$(15 - x)^2 + 6^2 = (19 - x)^2$$

$$x = 12,5 \text{ km}$$



82. La cantidad de un medicamento en la sangre viene dada por la fórmula  $c = 50 \cdot 0,85^t$ , donde  $c$  se mide en miligramos y  $t$  en horas. Si cuando la cantidad baja de 14 mg se tiene que administrar una nueva dosis, ¿cada cuánto tiempo hay que administrar las dosis? Redondea el tiempo a horas.

**Solución:**

$$50 \cdot 0,85^t = 14$$

$$\log 50 + t \log 0,85 = \log 14$$

$$t = \frac{\log 14 - \log 50}{\log 0,85} = 7,8$$

Cada 8 horas.

83. Un cultivo de bacterias crece según la fórmula  $y = 2^{t/5}$ , donde  $y$  es el número de miles de bacterias y  $t$  se mide en horas. ¿Cuánto tiempo tiene que transcurrir para que haya más de 28 000 bacterias?

**Solución:**

$$2^{t/5} = 28\,000$$

$$\frac{t}{5} \log 2 = \log 28\,000$$

$$t = \frac{5 \cdot \log 28\,000}{\log 2} = 73,87$$

Deben transcurrir casi 74 horas.

84. La longitud de la circunferencia de un árbol crece según la fórmula  $c = 0,05e^{0,2t}$ , donde  $c$  es la longitud de la circunferencia medida en metros y  $t$  el número de años. ¿Cuántos años tardará en medir 1 m?

**Solución:**

$$0,05e^{0,2t} = 1$$

$$L \ 0,05 + 0,2t = 0$$

$$t = -\frac{L \ 0,05}{0,2} = 14,98$$

Tardará casi 15 años.

85. Una determinada alga cuya superficie es de  $0,5 \text{ m}^2$  se duplica cada semana. Se colocan cinco de estas algas en un lago de  $6 \text{ km}^2$ . ¿Cuánto tiempo tardarán en colonizar todo el lago?

**Solución:**

$$5 \cdot 0,5 \cdot 2^t = 6 \cdot 10^6$$

$$\log 2,5 + t \log 2 = 6 + \log 6$$

$$t = \frac{6 + \log 6 - \log 2,5}{\log 2} = 21,19$$

Tardarán aproximadamente 21 semanas.

86. La mitad de un número más su cuadrado es menor de 39. ¿Qué valores puede tomar dicho número?

**Solución:**

$$x/2 + x^2 < 39$$

Los números del intervalo abierto:  $(-13/2, 6)$

87. El perímetro de un rectángulo mide 24 m. ¿Qué valores pueden tomar los lados para que la superficie sea mayor de 32 m<sup>2</sup>?

**Solución:**

Base:  $x$

Altura:  $12 - x$

$$x(12 - x) > 32$$

Los números del intervalo abierto:  $(4, 8)$

88. Halla cuándo es positiva la función:  $f(x) = -x^2 + 5x - 4$

**Solución:**

$$-x^2 + 5x - 4 > 0$$

En el intervalo:  $(1, 4)$

89. Halla cuándo es negativa la función:  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x}$

**Solución:**

$$\frac{x^2 - 4}{x} < 0$$

$(-\infty, -2) \cup (0, 2)$

90. En la ecuación de 2º grado  $x^2 + 4x + c = 0$ , determina qué valores debe tomar  $c$  para que:

- tenga una sola raíz real.
- tenga dos raíces reales.
- no tenga raíces reales.

**Solución:**

$$\Delta = 16 - 4c$$

- $16 - 4c = 0 \Rightarrow c = 4$
- $16 - 4c > 0 \Rightarrow c < 4$
- $16 - 4c < 0 \Rightarrow c > 4$

91. En una familia de tres miembros ingresan entre los tres 3 250 € al mes. La madre gana el doble que el hijo y el hijo gana el 75% del sueldo del padre. ¿Cuál es el salario de cada uno?

**Solución:**

Padre:  $x$       Hijo:  $0,75x$       Madre:  $1,5x$

$$x + 0,75x + 1,5x = 3\,250$$

$$x = 1\,000 \text{ €}$$

Padre: 1 000 €      Hijo: 750 €      Madre: 1 500 €

92. Una colección de 126 discos se ha dividido en tres partes. La primera tiene el doble de discos que la segunda, y entre las dos primeras suman la mitad de la colección. ¿Cuántos discos tiene cada parte?

**Solución:**

Primera:  $2x$

Segunda:  $x$

$$2x + x = 63$$

$$x = 21$$

Primera: 42 discos.

Segunda: 21 discos.

Tercera: 63 discos.

93. De una cierta cantidad de dinero se ha gastado primero la mitad, y luego la tercera parte de lo que quedaba, y aún quedan 4 000 €. ¿Cuánto dinero había inicialmente?

**Solución:**

$$\frac{x}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} + 4\,000 = x$$

$$x = 12\,000 \text{ €}$$

94. Hoy la edad de un padre es 6 veces la de su hijo, y dentro de 9 años la edad del padre será el triple de la edad de su hijo. ¿Cuántos años tiene hoy cada uno?

**Solución:**

	Ahora	Dentro de 9 años
Hijo	$x$	$x + 9$
Padre	$6x$	$6x + 9$

$$6x + 9 = 3(x + 9)$$

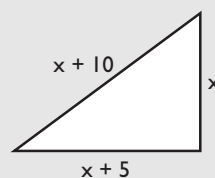
$$x = 6$$

La edad del hijo hoy: 6 años.

La edad del padre hoy: 36 años.

95. Los lados de un triángulo rectángulo son números que se diferencian en cinco unidades. Calcula las longitudes de dichos lados.

**Solución:**



Cateto menor:  $x$

Cateto mayor:  $x + 5$

Hipotenusa:  $x + 10$

$$x^2 + (x + 5)^2 = (x + 10)^2$$

Si  $x = 15$ , los catetos miden: 15 y 20, y la hipotenusa mide 30

Si  $x = -5$ , se obtienen valores no válidos.



# Ejercicios y problemas

## Para profundizar

96. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $|2x + 3| = 5$
- b)  $|-3x + 5| = |x - 7|$
- c)  $|x^2 + 5| = 9$
- d)  $|x^2 - 1| = 8$

### Solución:

- a)  $2x + 3 = 5 \Rightarrow x = 1$   
 $2x + 3 = -5 \Rightarrow x = -4$
- b)  $-3x + 5 = x - 7 \Rightarrow x = 3$   
 $-3x + 5 = -x + 7 \Rightarrow x = -1$
- c)  $x^2 + 5 = 9 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2$   
 $x^2 + 5 = -9 \Rightarrow$  No tiene solución real.
- d)  $x^2 - 1 = 8 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3$   
 $x^2 - 1 = -8 \Rightarrow$  No tiene solución real.

97. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $|x^2 - 5x| = 6$
- b)  $|x^2 + 7| = 2$
- c)  $|x^2 - x| = 12$
- d)  $|2x^2 + 5x| = 3$

### Solución:

- a)  $x^2 - 5x = 6 \Rightarrow x_1 = 6, x_2 = -1$   
 $x^2 - 5x = -6 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 3$
- b)  $x^2 + 7 = 2 \Rightarrow$  No tiene solución real.  
 $x^2 + 7 = -2 \Rightarrow$  No tiene solución real.
- c)  $x^2 - x = 12 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -3$   
 $x^2 - x = -12 \Rightarrow$  No tiene solución real.
- d)  $2x^2 + 5x = 3 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 1/2$   
 $2x^2 + 5x = -3 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -3/2$

98. La suma de un número par más el par anterior y más el impar siguiente es 77. ¿De qué número se trata?

### Solución:

Número par:  $2x$   
Par anterior:  $2x - 2$   
Impar siguiente:  $2x + 1$   
 $2x + 2x - 2 + 2x + 1 = 77$   
 $x = 13$   
Número par: 26 Par anterior: 24 Impar siguiente: 27

99. Halla dos números enteros consecutivos, sabiendo que su producto dividido por su suma es igual a  $6/5$

### Solución:

Números:  $x, x + 1$   
 $\frac{x(x + 1)}{x + x + 1} = \frac{6}{5} \Rightarrow x = 2$   
Los números son: 2 y 3  
Aparece también la solución  $x = -3/5$ , pero no es un número entero.

100. Halla dos números enteros consecutivos, sabiendo que su suma más la raíz cuadrada de su suma es igual a 30

### Solución:

Números:  $x, x + 1$   
 $x + x + 1 + \sqrt{x + x + 1} = 30 \Rightarrow x = 12$   
Los números son: 12 y 13

101. La fórmula de revalorización de un sueldo viene dada por  $S = s(1 + r)^t$ , donde **S** es el sueldo final, **s** el sueldo inicial, **r** el tanto por uno y **t** el número de años. Calcula el número de años que tienen que transcurrir para que un sueldo anual de 20 000 €, con una revalorización del 3,5% anual, se transforme en 30 000 €

### Solución:

$20\,000 \cdot 1,035^t = 30\,000 \Rightarrow t = 11,79$  años.

102. En un lago artificial se introducen 85 truchas, que se reproducen según la fórmula  $N = 85e^{2t}$ , donde **N** es el número de truchas y **t** el número de años. ¿Cuánto tiempo tiene que transcurrir para que haya más de un millón de truchas?

### Solución:

$85e^{2t} = 1\,000\,000 \Rightarrow t = 4,69$  años.

103. La población de una ciudad viene dada por la fórmula  $p = 2e^{0,005t}$ , donde **p** es el número de millones de habitantes, y **t**, el tiempo en años. Calcula cuántos años tienen que transcurrir para que la población sea de 2,5 millones de habitantes.

### Solución:

$2e^{0,005t} = 2,5$   
 $L \cdot 2 + 0,005t = L \cdot 2,5$   
 $t = \frac{L \cdot 2,5 - L \cdot 2}{0,005} = 44,6$   
Deben transcurrir 44,6 años.

104. La población de una cierta especie animal en peligro de extinción se reduce según la fórmula  $P = 5\,000 \cdot 2^{-0,3t}$ , donde **P** es la población final, y **t**, el número de años. Si se considera que la extinción es inevitable si hay menos de 100 ejemplares, ¿en cuántos años se alcanzará el punto en el que se considera que la extinción es inevitable?

**Solución:**

$$5\,000 \cdot 2^{-0,3t} = 100$$

$$\log 5\,000 - 0,3t \log 2 = 2$$

$$t = \frac{\log 5\,000 - 2}{0,3 \log 2} = 18,81$$

Se alcanzará a los 18,81 años.

105. El polonio tiene un período de semidesintegración de 140 días, es decir, cada 140 días se transforma en la mitad de su peso. Si tenemos 200 g de polonio, ¿en cuánto tiempo se transformará en 25 g?

**Solución:**

$$200 \cdot (1/2)^t = 25$$

$$\log 200 - t \log 2 = \log 25$$

$$t = \frac{\log 200 - \log 25}{\log 2} = 3$$

Tiempo:  $3 \cdot 140 = 420$  días.

Serán 3 períodos.

106. Halla el radio de la sección de un tronco de un árbol para que tenga 1 m<sup>2</sup> de área.

**Solución:**

$$A = \pi R^2 \Rightarrow \pi R^2 = 1 \Rightarrow R = \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,56 \text{ m} = 56 \text{ cm}$$

107. Halla dos números impares consecutivos cuyo producto sea 323

**Solución:**

Números impares consecutivos:  $2x + 1, 2x + 3$

$$(2x + 1)(2x + 3) = 323 \Rightarrow x_1 = 8, x_2 = -10$$

Los números son: 17 y 19, o bien -19 y -17

108. Se mezcla café del tipo A de 6 €/kg con café del tipo B de 4,5 €/kg para obtener una mezcla de 60 kg a 5 €/kg. ¿Cuántos kilogramos de café debemos tomar de cada tipo?

**Solución:**

Tipo A:  $x$  a 6 €/kg

Tipo B:  $60 - x$  a 4,5 €/kg

$$6x + 4,5(60 - x) = 60 \cdot 5 \Rightarrow x = 20 \text{ kg}$$

Tipo A: 20 kg

Tipo B: 40 kg

## Paso a paso

109. Resuelve la ecuación y haz la representación gráfica correspondiente:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

110. Resuelve la ecuación:

$$3^{x+2} + 3^x = 90$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

111. Resuelve la ecuación:

$$\log(2x + 3) - \log x = 1$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

112. Resuelve la inecuación y haz la representación gráfica correspondiente:

$$x^2 + x - 2 \geq 0$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

113. **Internet.** Abre: [www.editorial-bruno.es](http://www.editorial-bruno.es), elige **Matemáticas, curso y tema.**

## Practica

114. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{x-2}{3} - \frac{x-1}{2} + 4 = x - \frac{1}{4}$

b)  $\frac{5x-2}{3} - \frac{3-4x}{4} = \frac{47}{12}$

**Solución:**

a)  $x = \frac{7}{2}$

b)  $x = 2$

115. Resuelve las ecuaciones siguientes y haz la representación gráfica correspondiente:

a)  $x^2 + 2x - 3 = 0$

b)  $9x^2 - 4 = 0$

c)  $x^2 - 3x = 0$

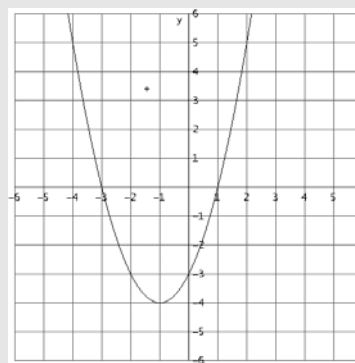
d)  $x^2 - x - 2 = 0$

e)  $x^2 + 6x + 9 = 0$

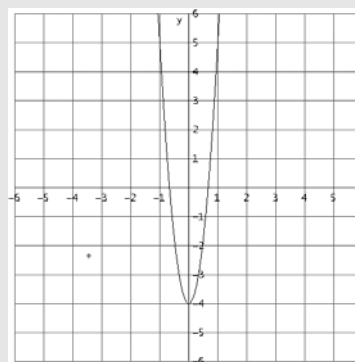
f)  $x^2 - 6x + 10 = 0$

**Solución:**

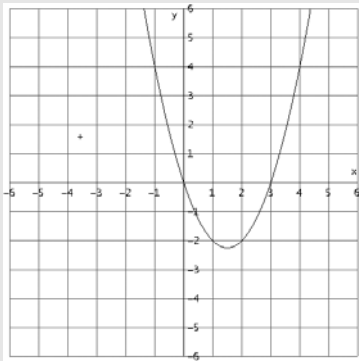
a)  $x_1 = -3, x_2 = 1$



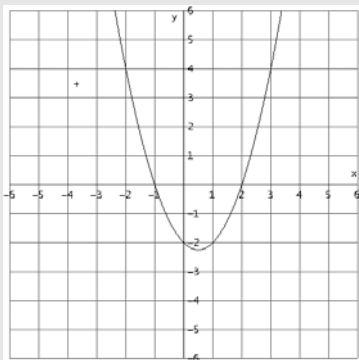
b)  $x_1 = -2/3, x_2 = 2/3$



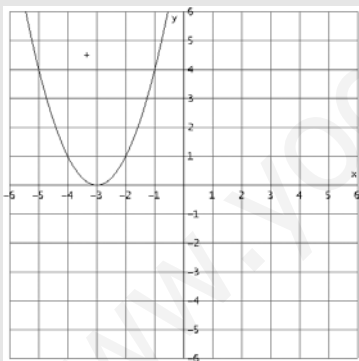
c)  $x_1 = 0, x_2 = 3$



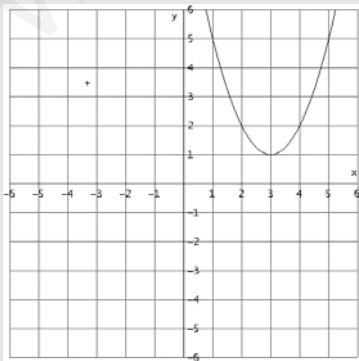
d)  $x_1 = -1, x_2 = 2$



e)  $x_1 = x_2 = -3$



f) No tiene raíces reales.



116. Factoriza los siguientes polinomios y halla sus raíces:

a)  $x^2 + 3x - 10$

b)  $x^2 + 5x - 14$

**Solución:**

a)  $(x - 2)(x + 5)$

$x_1 = 2, x_2 = -5$

b)  $(x - 2)(x + 7)$

$x_1 = 2, x_2 = -7$

117. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

b)  $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

c)  $\frac{2x + 1}{x + 3} + \frac{x - 3}{x} = \frac{1}{2}$

d)  $5 + \sqrt{3x + 7} = x + 6$

e)  $\sqrt{2x + 6} - \sqrt{3x - 6} = 2x - 9$

**Solución:**

a)  $x_1 = -3, x_2 = 3, x_3 = -1, x_4 = 1$

b)  $x_1 = 1, x_2 = 2$

c)  $x_1 = -9/5, x_2 = 2$

d)  $x = 3$

e)  $x = 5$

118. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $3^{x+2} + 3^x = 90$

b)  $4^x - 7 \cdot 2^x - 8 = 0$

c)  $7^{x-1} - 2^x = 0$

d)  $\log(x + 3) - \log(x - 2) + 2 \log 5 = 2$

**Solución:**

a)  $x = 2$

b)  $x = 3$

c)  $x = \frac{\ln 7}{\ln(7/2)} = 1,553294755$

d)  $x = \frac{11}{3} = 3,6667$

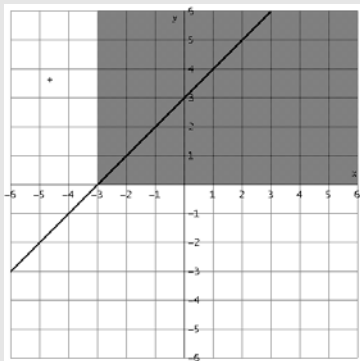
119. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $3x - 2 < 5x + 4$

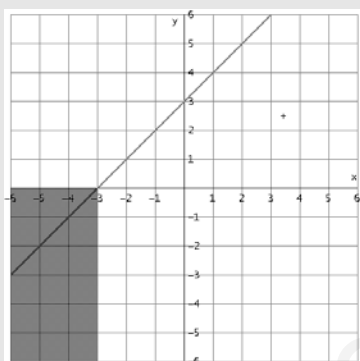
b)  $2(x - 3) + 1 > 5x + 4$

**Solución:**

a)  $x > -3$



b)  $x < -3$



120. Resuelve las inecuaciones siguientes y haz la representación gráfica correspondiente:

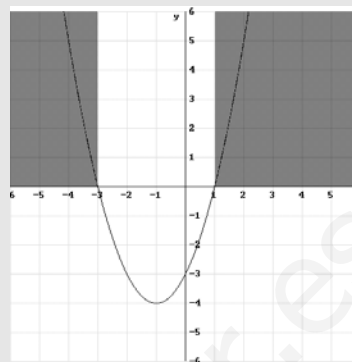
a)  $x^2 + 2x - 3 > 0$

b)  $\frac{(x + 2)(x - 3)^2}{5(x - 1)} \geq 0$

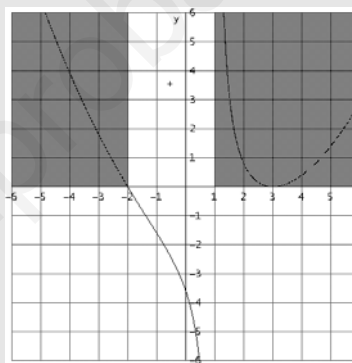
**Solución:**

a)  $x < -3$  o  $x > 1$

Son los intervalos:  $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$



b)  $x \leq -2$  o  $x > 1$



Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris o DERIVE.

121. Halla las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que son tres números enteros consecutivos.

**Solución:**

$$x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2$$

La única solución correcta es  $x = 3$

Los lados miden: 3, 4 y 5 unidades.

122. Halla un número sabiendo que la suma de su raíz cuadrada y el doble de dicho número es igual a 21

**Solución:**

$$\sqrt{x} + 2x = 21$$

$$x = 9$$

123. Un rectángulo tiene  $15 \text{ cm}^2$  de área y su diagonal mide  $\sqrt{34}$ . Calcula las dimensiones del rectángulo.

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} xy = 15 \\ x^2 + y^2 = 34 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } x_1 = 3, y_1 = 5; x_2 = -3, y_2 = -5; x_3 = 5, y_3 = 3; \\ x_4 = -5, y_4 = -3$$

Las dimensiones del rectángulo son:  $5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$