INECUACIONES. SISTEMAS DE INECUACIONES.

INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

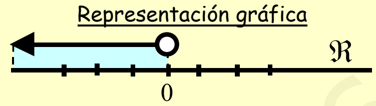
011 $-2 + 4x - 3x + 5 > x + 3 + x$ 3/4E/

RESOLUCIÓN:

$$4x - 3x - x - x > 2 - 5 + 3$$
$$-x > 0$$

¡¡¡ OJO !!! Si $c < 0 \rightarrow a > b \Leftrightarrow a \cdot c < b \cdot c$

$$x < 0$$

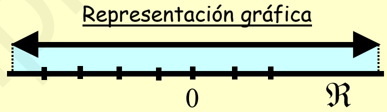
$x < 0$	$(-\infty, 0)$ $]-\infty, 0[$	Representación gráfica 

012 $7(x - 1) + 2(x - 1) - 3(x + 1) \le -5(x + 1) + 11x$ 3/4E/

RESOLUCIÓN:

$$7x - 7 + 2x - 2 - 3x - 3 \le -5x - 5 + 11x$$
$$7x + 2x - 3x + 5x - 11x \le -5 + 3 + 2 + 7$$
$$0x \le 7$$
$$0 \le 7$$

La inecuación se verifica para cualquier valor de x

$\forall x \in \Re$	$(-\infty, +\infty)$ $]-\infty, +\infty[$	Representación gráfica 

020 $\frac{2x-1}{3} - \frac{x-2}{2} - \frac{x+1}{6} \le \frac{x-5}{12}$ 3/4E/

RESOLUCIÓN:

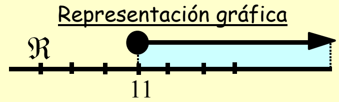
m.c.m: 12

$$4(2x - 1) - 6(x - 2) - 2(x+1) \le x - 5$$
$$8x - 4 - 6x + 12 - 2x - 2 \le x - 5 \quad \rightarrow \quad 8x - 6x - 2x - x \le -5 + 4 - 12 + 2$$
$$-x \le -11$$

¡¡¡ OJO !!!

Si $c < 0 \rightarrow a \le b \Leftrightarrow a \cdot c \ge b \cdot c$

$$x \ge 11$$

$x \ge 11$	$[11, +\infty)$ $[11, +\infty[$	Representación gráfica 

024 $\frac{3x-3}{5} - \frac{4x+8}{2} < \frac{x}{4} - x + 1$ 3/4E/1B

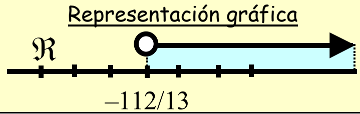
RESOLUCIÓN:

m.c.m: 20

$$4(3x - 3) - 10(4x + 8) < 5x - 20x + 20$$
$$12x - 12 - 40x - 80 < 5x - 20x + 20$$
$$12x - 40x - 5x + 20x < 20 + 12 + 80$$
$$-13x < 112$$

¡¡¡ OJO !!! Si $c < 0 \rightarrow a < b \Leftrightarrow a \cdot c > b \cdot c$

$$13x > -112$$

$x > \frac{-112}{13}$	$(-112/13, +\infty)$ $]-112/13, +\infty[$	Representación gráfica 

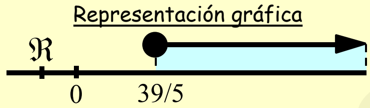
031	$\frac{x-1}{3}-\frac{x-2}{2}-\frac{x-1}{6}\le\frac{x-5}{12}-2$	3/4E/1B

RESOLUCIÓN:
m.c.m: 12

$$4(x-1)-6(x-2)-2(x-1)\le x-5-24$$
$$4x-4-6x+12-2x+2\le x-5-24$$
$$4x-6x-2x-x\le -5+4-12-2-24$$
$$-5x\le -39$$

¡¡¡ OJO !!! Si **c < 0 → a ≤ b ⇔ a·c ≥ b·c**

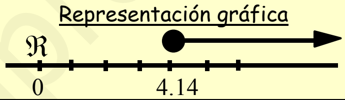
$$5x\ge 39$$

$x\ge\frac{39}{5}$	**[39/5, + ∞)** **[39/5, + ∞[**	Representación gráfica 

035	$\frac{2(x-1)}{4}-\frac{-1+3x}{3}\ge\frac{3-x}{12}-x+2$	3/4E/1B

RESOLUCIÓN:
m.c.m. 12

$$6\cdot(x-1)-4(-1+3x)\ge(3-x)-12x+24$$
$$6x-6+4-12x\ge 3-x-12x+24$$
$$6x-12x+x+12x\ge 3+24+6-4$$
$$7x\ge 29\ \rightarrow\ x\ge 29/7$$

x ≥ 29/7	**[29/7, + ∞)** **[29/7, + ∞[**	Representación gráfica 

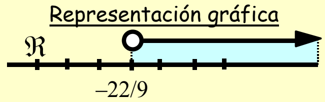
036	$\frac{x}{2}-3(x+1)<2x+\frac{1}{3}(x+2)$	3/4E/1B

RESOLUCIÓN:
m.c.m: 6

$$3x-18(x+1)<12x+2(x+2)$$
$$3x-18x-18<12x+2x+4$$
$$3x-18x-12x-2x<4+18\ \rightarrow\ -29x<22$$

¡¡¡ OJO !!! Si **c < 0 → a < b ⇔ a·c > b·c**

$$29x>-22$$

x > $\frac{-22}{29}$	**(- 22/29, + ∞)** **] - 22/29, + ∞[**	Representación gráfica 

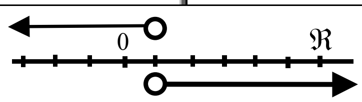
RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE INECUACIONES CON 1 INCÓGNITA

Resolver un sistema de inecuaciones es buscar la solución común en todas y cada una de las inecuaciones que constituyen el sistema.

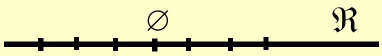
006	$\left.\begin{array}{r}3x-2<x\\6x-4>3-x\end{array}\right\}$	4E/1B

RESOLUCIÓN:

$3x-x<2\ \rightarrow\ 2x<2\ \rightarrow\ \mathbf{x<1}$ | $6x+x>3+4\ \rightarrow\ 7x>7\ \rightarrow\ \mathbf{x>1}$



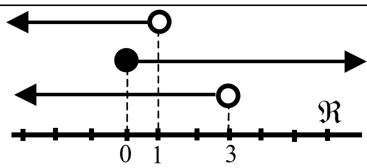
No existe ningún valor Real de x que verifique simultáneamente ambas inecuaciones

Representación gráfica


011	$\left.\begin{array}{r} -x > -1 \\ x \geq 0 \\ 2x < 6 \end{array}\right\}$	4E/1B

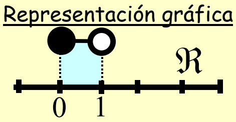
RESOLUCIÓN:

- x > - 1 **x < 1**	**x ≥ 0**	**x < 3**



0 ≤ x < 1	**[0, 1)** **[0, 1[**

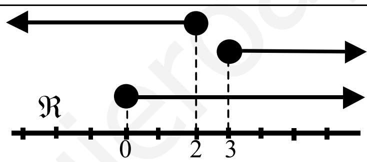
Representación gráfica



012	$\left.\begin{array}{r} x+3 \leq 5 \\ x+3 \leq 2x \\ x \geq 0 \end{array}\right\}$	4E/1B

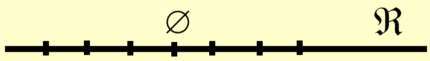
RESOLUCIÓN:

x ≤ 5 - 3 **x ≤ 2**	x - 2x ≤ - 3 - x ≤ - 3 **x ≥ 3**	**x ≥ 0**



No existe ningún valor Real de x que verifique simultáneamente todas las inecuaciones

Representación gráfica

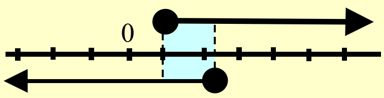


015	$\left.\begin{array}{r} x+3x \geq 4 \\ 2x+3 \leq 10-x \end{array}\right\}$	4E/1B

RESOLUCIÓN:

x + 3x ≥ 4 4x ≥ 4 **x ≥ 1**	2x + 3 ≤ 10 - x 2x + x ≤ 10 - 3 3x ≤ 7 x ≤ 7/3 **x ≤ 2.33**

Representación gráfica

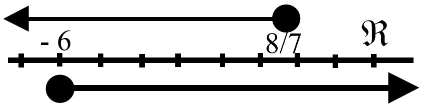


1 ≤ x ≤ 2.33 **[1 , 2.33]**

019	$\left\{\begin{array}{l} 5x+1 \leq \frac{3x}{2}+5 \\ 2(x+3) \geq x \end{array}\right.$	4E/1B

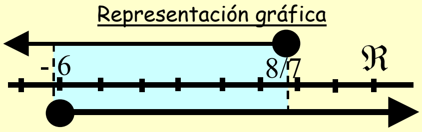
RESOLUCIÓN:

mcm: 2 10x + 2 ≤ 3x + 10 10x - 3x ≤ 10 - 2 → 7x ≤ 8 → **x ≤ 8/7**	2(x + 3) ≥ x 2x + 6 ≥ x 2x - x ≥ - 6 → x ≥ - 6



- 6 ≤ x ≤ 8/7	**[- 6, 8/7]**

Representación gráfica

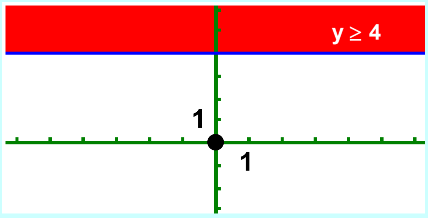


INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON 2 INCÓGNITAS

009	y ≥ 4	4E/1B

RESOLUCIÓN:

y ≥ 4	
x	**y**
0	4
1	4

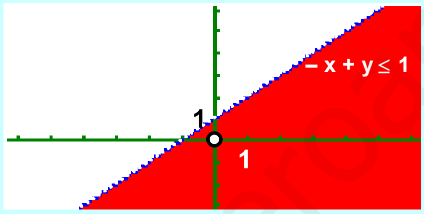


Comprobación:
Punto (0, 0)
y ≥ 4
0 ≥ 4
NO

010	- x + y ≤ 1	4E/1B

RESOLUCIÓN:

- x + y = 1	
x	**y**
0	1
– 1	0

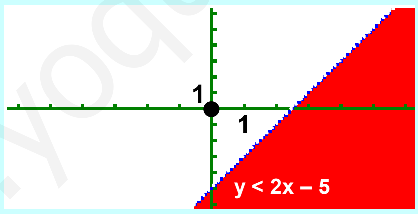


Comprobación:
Punto (0, 0)
- x + y ≤ 1
0 ≤ 1
SÍ

011	y < 2x - 5	4E/1B

RESOLUCIÓN:

y = 2x - 5	
x	**y**
0	– 5
1	– 3



Comprobación:
Punto (0, 0)
y < 2x - 5
0 < - 5
NO

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON 2 INCÓGNITAS

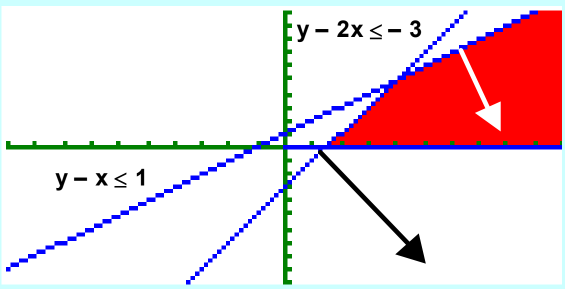
010

$$\left.\begin{array}{r} y - x \le 1 \\ y - 2x \le -3 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{array}\right\}$$

4E/1B

RESOLUCIÓN:

y - x = 1	
x	**y**
0	1
– 1	0



y - 2x = - 3	
x	**y**
0	– 3
1.5	0

RESOLUCIÓN VISUAL CON CALCULADORA GRÁFICA	y - x ≤ 1 y ≤ 1+x	y ≤ - 3 + 2x	
	x ≥ 0 →	y ≥ 0 [0, 1000]	

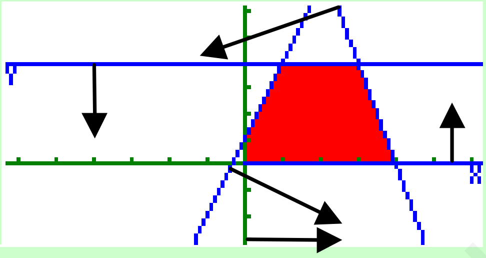
012

$$\begin{cases} y \le 3x+1 \\ y \le -4x+16 \\ y \ge 0 \\ y \le 4 \\ x \ge 0 \end{cases}$$

4E/1B

RESOLUCIÓN:

y = 3x + 1	
x	y
0	1
1	4



y = - 4x + 16	
x	y
3	4
4	0

RESOLUCIÓN VISUAL CON CALCULADORA GRÁFICA	y ≤ 3x+1	y ≤ - 4x+16	
	y ≤ 4		
	x ≥ 0 →	y ≥ 0 [0, 1000]	

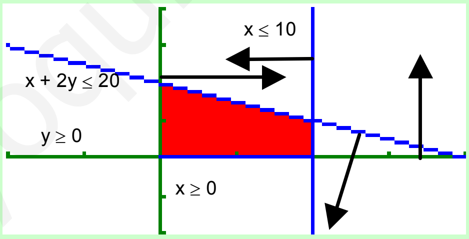
013

$$\left.\begin{array}{r} x+2y \le 20 \\ x \le 10 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{array}\right\}$$

4E/1B

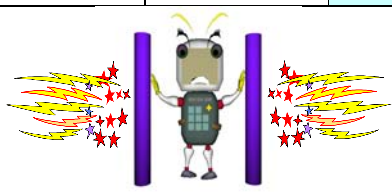
RESOLUCIÓN:

x + 2y = 20	
x	y
0	1
1	4



y = 0	
x	y
3	0
4	0

RESOLUCIÓN VISUAL CON CALCULADORA GRÁFICA	x + 2y ≤ 20 → 2y ≤ 20 - x y ≤ $\frac{20-x}{2}$		
	x = 10	y ≥ 0 [0, 10]	
	x ≤ 10 →		



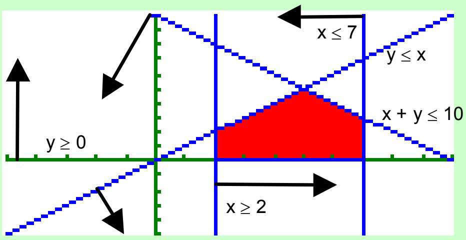
017

$$\left.\begin{array}{r} x+y \le 10 \\ x \ge 2 \\ x \le 7 \\ x \ge y \\ y \ge 0 \end{array}\right\}$$

4E/1B

RESOLUCIÓN:

x + y = 10	
x	**y**
0	10
10	0



y = x	
x	**y**
0	0
10	10

RESOLUCIÓN VISUAL CON CALCULADORA GRÁFICA		
	$y \le 10 - x$	$y \ge 0$
	$x \ge 2 \rightarrow$ $x \le 7 \rightarrow$	[2, 7]
	$y \le x$	x = 2 x = 7

RESOLUCIÓN DE INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

008 $x^2 - 2x - 35 \ge 0$ 4E/1B

RESOLUCIÓN:

Factorizamos con la ayuda de la fórmula de la ecuación de 2º grado

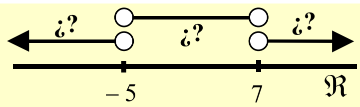
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot 1\cdot(-35)}}{2\cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4+140}}{2} = \frac{2 \pm 12}{2} = \begin{cases} \dfrac{2+12}{2} = 7 \\ \dfrac{2-12}{2} = -5 \end{cases}$$

(x – 7)(x + 5) ≥ 0

Comprobamos los valores que nos hacen cero cada uno de los factores:

x = 7 x = – 5

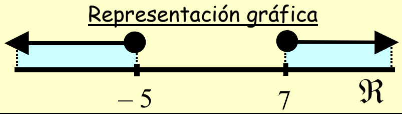
Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	(x – 7)	(x + 5)	(x – 7)(x + 5)	¿ ≥0?
x < - 5	+	+	+	SÍ
- 5 < x < 7	–	+	–	NO
x > 7	–	–	+	SÍ

SOLUCIÓN:

∀x∈ℜ/x ≤ – 5 ∨ x ≥ 7	Representación gráfica 

009 $x^2 - x - 2 \ge 0$ 4E/1B

RESOLUCIÓN:

Factorizamos con la ayuda de la fórmula de la ecuación de 2º grado

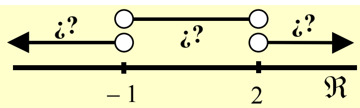
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4\cdot 1\cdot(-2)}}{2\cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{1+3}{2} = 2 \\ x_2 = \dfrac{1-3}{2} = -1 \end{cases}$$

(x – 2)(x + 1) ≥ 0

Comprobamos los valores que nos hacen cero cada uno de los factores:

x = 2 x = – 1

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:



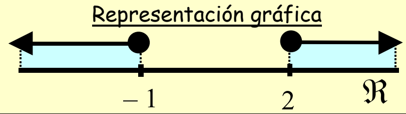
Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	(x – 2)	(x + 1)	(x – 2)(x + 1)	¿Verifica la inecuación? ≥ 0
x < – 1	–	–	+	SÍ
– 1 < x < 2	–	+	–	NO
x > 2	+	+	+	SÍ

SOLUCIÓN:

$\forall x \in \Re / x \leq -1 \lor x \geq 2$

Representación gráfica



010	$x^2 - 6x + 9 < 0$	4E/1B

RESOLUCIÓN MÉTODO 1:

Se trata de un trinomio cuadrado perfecto:

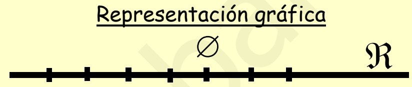
$$(x - 3)^2 < 0$$

Como el cuadrado de una expresión Real siempre el positivo:

SOLUCIÓN:

No existe ningún valor Real de "x" que verifique la inecuación

Representación gráfica



RESOLUCIÓN MÉTODO 2:

Factorizamos con la ayuda de la fórmula de la ecuación de 2° grado

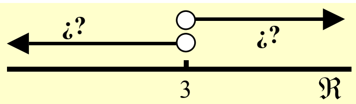
$$x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = \frac{6 \pm 0}{2} = \begin{cases} \dfrac{6+0}{2} = 3 \\ \dfrac{6-0}{2} = 3 \end{cases}$$

$$(x - 3)(x - 3) < 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero cada uno de los factores:

x = 3 x = 3

Este valor determina 2 intervalos en la recta real:



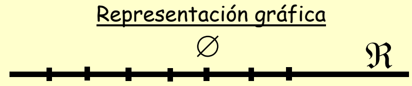
Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	(x – 3)	(x – 3)	(x – 3)(x – 3)	¿ < 0 ?
x < 3	–	–	+	NO
x > 3	+	+	+	NO

SOLUCIÓN:

No existe ningún valor Real de "x" que verifique la inecuación

Representación gráfica



016	$x^2 + 10x + 25 < 0$	4E/1B

RESOLUCIÓN MÉTODO 1:

Se trata de un trinomio cuadrado perfecto:

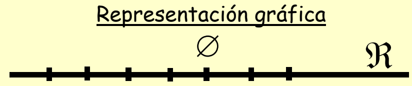
$$(x + 5)^2 < 0$$

Como el cuadrado de una expresión Real siempre el positivo:

SOLUCIÓN:

No existe ningún valor Real de "x" que verifique la inecuación

Representación gráfica



RESOLUCIÓN MÉTODO 2:

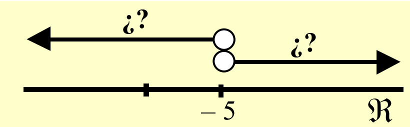
Se trata de un trinomio cuadrado perfecto:

$$(x + 5)^2 < 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero la expresión:

x = – 5

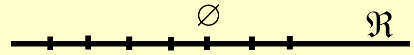
Este valor determina 2 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$(x + 5)^2$	< 0
x < – 5	+	NO
x > – 5	+	NO

SOLUCIÓN:

No existe ningún valor Real de "x" que verifique la inecuación	Representación gráfica 

017	$- x^2 + \frac{2}{3} x - \frac{1}{9} < 0$	4E/1B

m.c.m.: 9 $- 9x^2 + 6x - 1 < 0$

multiplicamos ambos miembros por (– 1)

$$9x^2 - 6x + 1 > 0$$

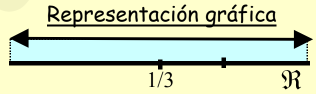
Se trata de un trinomio cuadrado perfecto:

$$(3x - 1)^2 > 0$$

RESOLUCIÓN MÉTODO 1:

Como el cuadrado de una expresión Real siempre el positivo:

SOLUCIÓN:

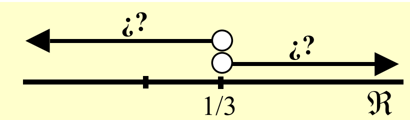
$\forall x \in \Re$	Representación gráfica 

RESOLUCIÓN MÉTODO 2:

Comprobamos los valores que nos hacen cero la expresión:

3x – 1 = 0 → 3x = 1 → x = 1/3

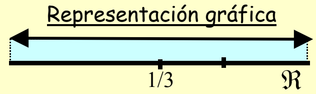
Este valor determina 2 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$(3x - 1)^2$	> 0
x < 1/3	+	SÍ
x > 1/3	+	SÍ

SOLUCIÓN:

$\forall x \in \Re$	Representación gráfica 

RESOLUCIÓN DE INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON LA INCÓGNITA EN EL DENOMINADOR

008	$\frac{2x-5}{x+7} \leq -1$	1B

RESOLUCIÓN:

$$\frac{2x-5}{x+7} + 1 \leq 0$$

m.c.m. x + 7

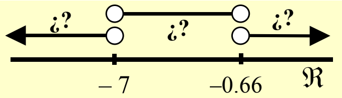
$$\frac{2x-5+x+7}{x+7} \leq 0 \rightarrow \frac{3x+2}{x+7} \leq 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero el numerador y el denominador:

Numerador: $3x + 2 = 0 \rightarrow 3x = -2 \rightarrow \mathbf{x = -2/3} \rightarrow \mathbf{x \cong -0.66}$

Denominador: $x + 7 = 0 \rightarrow \mathbf{x = -7}$

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	3x + 2	x + 7	$\frac{3x+2}{x+7}$	¿ $\frac{3x+2}{x+7} \le 0$?
x < - 7	-	-	+	NO
- 7 < x < -2/3	-	+	-	**SÍ**
x > - 2/3	+	+	+	NO

¡¡¡ OJO !!!

el valor que hace 0 el denominador no pertenece a la solución.

∀x∈ℜ/ - 7 < x < - 2/3 **(- 7, - 2/3]] - 7, -2/3]**	**Representación gráfica** 

009	$\frac{x+25}{7-x} \ge 3$	

RESOLUCIÓN:

$$\frac{x+25}{7-x} - 3 \ge 0$$

m.c.m. 7 - x

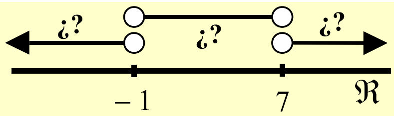
$$\frac{x+25-3(7-x)}{7-x} \ge 0 \rightarrow \frac{x+25-21+3x}{7-x} \ge 0 \rightarrow \frac{4x+4}{7-x} \ge 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero el numerador y el denominador:

Numerador: $4x + 4 = 0 \rightarrow 4x = -4 \rightarrow \mathbf{x = -1}$

Denominador: $7 - x = 0 \rightarrow \mathbf{x = 7}$

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:

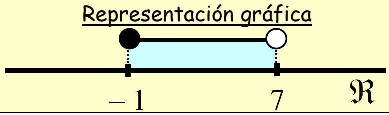


Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	4x + 4	7 - x	$\frac{4x+4}{7-x}$	¿Verifica la inecuación? ¿ $\frac{4x+4}{7-x} \ge 0$?
x < - 1	-	+	-	NO
- 1 < x < 7	+	+	+	**SÍ**
x > 7	+	-	-	NO

¡¡¡ OJO !!!

el valor que hace 0 el denominador no pertenece a la solución.

∀x∈ℜ/ - 1 ≤ x < 7 **[- 1, 7) [- 1, 7[**	Representación gráfica 

010	$\frac{2x+3}{x-2} \ge 1$	

RESOLUCIÓN:

$$\frac{2x+3}{x-2} - 1 \ge 0$$

m.c.m. x - 2

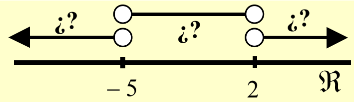
$$\frac{2x+3-(x-2)}{x-2} \geq 0 \;\rightarrow\; \frac{2x+3-x+2}{x-2} \geq 0 \;\rightarrow\; \frac{x+5}{x-2} \geq 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero el numerador y el denominador:

Numerador: $x + 5 = 0 \rightarrow$ **x = - 5**

Denominador: $x - 2 = 0 \rightarrow$ **x = 2**

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	x + 5	x - 2	$\frac{x+5}{x-2}$	¿ $\frac{x+5}{x-2} \geq 0$?
x < - 5	-	-	+	**SÍ**
- 5 < x < 2	+	-	-	NO
x > 2	+	+	+	**SÍ**

¡¡¡ OJO !!!

el valor que hace 0 el denominador no pertenece a la solución.

	Representación gráfica
∀x∈ℜ/x ≤ - 5 ∨ x > 2	

011	$\frac{2x+3}{x-1} \geq 1$	1B

RESOLUCIÓN:

$$\frac{2x+3}{x-1} - 1 \geq 0$$

m.c.m. x - 1

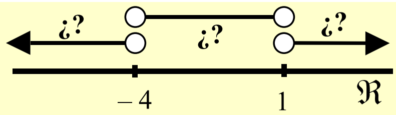
$$\frac{2x+3-(x-1)}{x-1} \geq 0 \;\rightarrow\; \frac{2x+3-x+1}{x-1} \geq 0 \;\rightarrow\; \frac{x+4}{x-1} \geq 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero el numerador y el denominador:

Numerador: $x + 4 = 0 \rightarrow$ **x = - 4**

Denominador: $x - 1 = 0 \rightarrow$ **x = 1**

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:

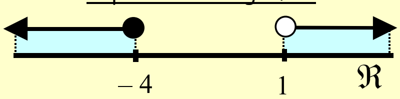


Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	x + 4	x - 1	$\frac{x+4}{x-1}$	¿ $\frac{x+4}{x-1} \geq 0$?
x < - 4	-	-	+	**SÍ**
- 4 < x < 1	+	-	-	NO
x > 1	+	+	+	**SÍ**

¡¡¡ OJO !!!

el valor que hace 0 el denominador no pertenece a la solución.

	Representación gráfica
∀x∈ℜ/x ≤ - 4 ∨ x > 1	

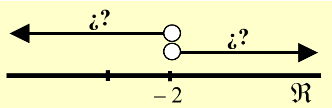
016	$\frac{-5}{2+x} \leq 0$	1B

RESOLUCIÓN **MÉTODO 1**

Comprobamos los valores que hacen cero el denominador:

Denominador: $2 + x = 0 \rightarrow$ **$x = -2$**

Este valor determina 2 intervalos en la recta real:

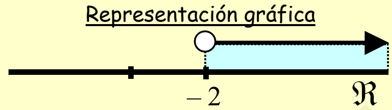


Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	- 5	2 + x	$\frac{-5}{2+x}$	¿ $\frac{-5}{2+x} \le 0$?
x < – 2	–	–	+	NO
x > – 2	–	+	–	SÍ

¡¡¡ OJO !!!

el valor que hace 0 el denominador no pertenece a la solución.

$\forall x \in \Re / x > -5$ **$(-2, +\infty)$** **$]-2, +\infty[$**	Representación gráfica 

RESOLUCIÓN MÉTODO 2

¡¡¡ Pensemos un poco !!!

$-5 < 0$

$\frac{-5}{2+x}$ será menor o igual que 0 cuando el denominador sea positivo

$2 + x > 0$

$x > -2$

RESOLUCIÓN DE INECUACIONES DE TERCER GRADO O SUPERIOR

007	$x^3 - 5x^2 + 6x \le 0$

RESOLUCIÓN:

1.- Se puede sacar factor común: $x \cdot (x^2 - 5x + 6)$ 2.- Trinomio cuadrado perfecto: NO 3.- Diferencia de cuadrados: NO

Factorizamos por el método de Ruffini:

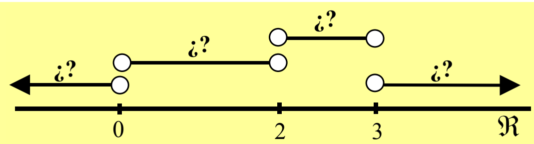
	1	- 5	6
2		2	- 6
	1	- 3	$\boxed{0}$

$x \cdot (x - 2)(x - 3) \le 0$

Comprobamos los valores que nos hacen cero cada uno de los factores:

$x = 0$; $x = 2$; $x = 3$

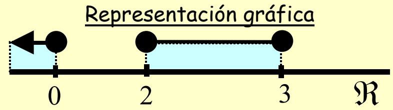
Estos 3 valores determinan 4 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	x	(x - 2)	(x + 3)	x·(x - 2) (x + 3)	≤ 0
x < 0	–	–	–	–	SÍ
0 < x < 2	+	–	–	+	NO
2 < x < 3	+	+	–	–	SÍ
x > 3	+	+	+	+	NO

SOLUCIÓN:

$\{\forall x \in \Re / x \le 0 \ \vee \ 2 \le x \le 3\}$	Representación gráfica 

008	$2x^3 + 4x^2 + 2x \ge 0$

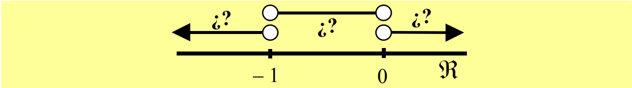
RESOLUCIÓN:

1.- Se puede sacar factor común: $2x(x^2 + 2x + 1)$ 2.- Trinomio cuadrado perfecto: $2x\,(x + 1)^2 \geq 0$

Comprobamos los valores que hacen cero cada uno de los factores:

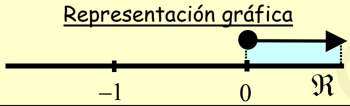
$$x = 0\ ;\quad x = -1$$

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$2x$	$(x + 1)^2$	$2x(x + 1)^2$	¿ ≥ 0 ?
$x < -1$	–	+	–	NO
$-1 < x < 0$	–	+	–	NO
$x > 0$	+	+	+	SÍ

$\forall x \in \Re \ / \ x \geq 0$	Representación gráfica 

009	$(x - 1)^3 + 2x < 2$	1B

RESOLUCIÓN:

Desarrollamos la expresión:

$$x^3 + (-1)^3 + 3x^2(-1) + 3\,x(-1)^2 + 2x < 2$$

$$x^3 - 1 - 3x^2 + 3x + 2x < 2$$

$$x^3 - 3x^2 + 5x - 1 < 2$$

$$x^3 - 3x^2 + 5x - 3 < 0$$

Factorizamos la expresión por el método de Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -3 & +5 & -3 \\ 1 & & 1 & -2 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$$(x - 1)(x^2 - 2x + 3) < 0$$

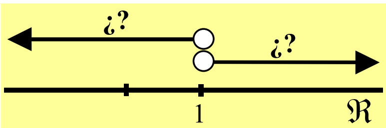
Seguimos factorizando con la ayuda de la fórmula de la ecuación de 2º grado

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2} \notin \Re$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero cada uno de los factores:

$$x = 1$$

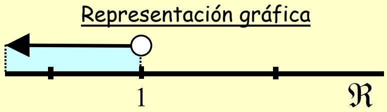
Este valor determina 2 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$(x - 1)$	$x^2 - 2x + 3$	$(x - 1)(x^2 - 2x + 3)$	< 0
$x < 1$	–	+	–	SÍ
$x > 1$	+	+	+	NO

$\{\forall x \in \Re / \ x < 1\}$	Representación gráfica 

RESOLUCIÓN DE INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

010	$\mid -2x + 2 \mid \leq 5$

RESOLUCIÓN:

Se puede aplicar la propiedad:

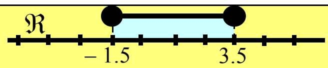
$$\text{Si } a \geq 0 \ \wedge\ |x| \leq a \ \rightarrow\ -a \leq x \leq a$$

$$-5 \leq -2x + 2 \leq 5 \ \rightarrow\ -5 - 2 \leq -2x + 2 - 2 \leq 5 - 2 \rightarrow -7 \leq -2x \leq 3$$

¡¡¡ OJO !!! Si $c < 0 \ \rightarrow\ a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \geq b \cdot c$

$$7 \geq 2x \geq -3 \ \rightarrow\ 7 \cdot \frac{1}{2} \geq 2x \cdot \frac{1}{2} \geq -3 \cdot \frac{1}{2} \ \rightarrow\ 3.5 \geq x \geq -1.5$$

$-1.5 \leq x \leq 3.5$



011	$\mid -x/3 + 2 \mid \leq 5$

RESOLUCIÓN:

Se puede aplicar la propiedad:

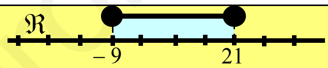
$$\text{Si } a \geq 0 \ \wedge\ |x| \leq a \ \rightarrow\ -a \leq x \leq a$$

$$-5 \leq \frac{-x}{3} + 2 \leq 5 \ \rightarrow\ -5 - 2 \leq \frac{-x}{3} + 2 - 2 \leq 5 - 2 \ \rightarrow\ -7 \leq \frac{-x}{3} \leq 3$$

¡¡¡ OJO !!! Si $c < 0 \ \rightarrow\ a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \geq b \cdot c$

$$7 \geq \frac{x}{3} \geq -3 \ \rightarrow\ 7 \cdot 3 \geq \frac{x}{3} \cdot 3 \geq -3 \cdot 3 \ \rightarrow\ 21 \geq x \geq -9$$

$-9 \leq x \leq 21$



012	$\mid (-3/2)\, x + 1 \mid \leq 3$

RESOLUCIÓN:

Se puede aplicar la propiedad:

$$\text{Si } a \geq 0 \ \wedge\ |x| \leq a \ \rightarrow\ -a \leq x \leq a$$

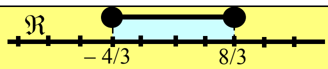
$$-3 \leq \frac{-3}{2} x + 1 \leq 3 \rightarrow -3 - 1 \leq \frac{-3}{2} x + 1 - 1 \leq 3 - 1 \rightarrow -4 \leq \frac{-3}{2} x \leq 2$$

¡¡¡ OJO !!! Si $c < 0 \ \rightarrow\ a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \geq b \cdot c$

$$4 \geq \frac{3}{2} x \geq -2$$

$$4 \cdot \frac{2}{3} \geq \frac{3}{2} x \cdot \frac{2}{3} \geq -2 \cdot \frac{2}{3} \ \rightarrow\ 8/3 \geq x \geq -4/3$$

$-4/3 \leq x \leq 8/3$



013	$\mid 5 - 3x \mid \leq 5$

RESOLUCIÓN:

Se puede aplicar la propiedad:

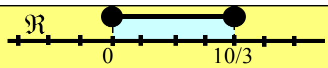
$$\text{Si } a \geq 0 \ \wedge\ |x| \leq a \ \rightarrow\ -a \leq x \leq a$$

$$-5 \leq 5 - 3x \leq 5 \ \rightarrow\ -5 - 5 \leq 5 - 3x - 5 \leq 5 - 5 \ \rightarrow\ -10 \leq -3x \leq 0$$

¡¡¡ OJO !!! Si $c < 0 \ \rightarrow\ a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \geq b \cdot c$

$$10 \geq 3x \geq 0 \ \rightarrow\ 10/3 \geq x \geq 0$$

$0 \leq x \leq 10/3$



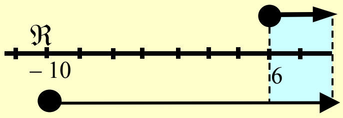
019	$\mid (1/2)x - 3 \mid \leq x + 2$

RESOLUCIÓN:

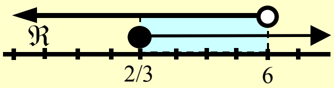
Pueden ocurrir 2 cosas:

$$(1/2)\, x - 3 \geq 0 \quad \vee \quad (1/2)\, x - 3 < 0$$

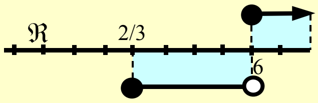
Si $(1/2)\, x - 3 \geq 0$

$(1/2)\ x - 3 \geq 0$	→	$x - 6 \geq 0$ $x \geq 6$	 INTERSECCIÓN: $x \geq 6$
La inecuación sería: $\frac{1}{2}x - 3 \leq x + 2$	→	$x - 6 \leq 2x + 4$ $x - 2x \leq 4 + 6$ $- x \leq 10$ $x \geq - 10$	

Si $(1/2)\ x - 3 < 0$

$(1/2)\ x - 3 < 0$	→	$x - 6 < 0$ $x < 6$	 INTERSECCIÓN: $2/3 \leq x < 6$
La inecuación sería: $\frac{-1}{2}x + 3 \leq x + 2$	→	$- x + 6 \leq 2x + 4$ $- 3x \leq - 2$ $3x \geq 2$ $x \geq 2/3$	

Efectuamos la unión gráfica de ambas soluciones:



SOLUCIÓN algebraica:

$\forall\ x \in \Re\ /\ x \geq 2/3$	$[2/3,\ + \infty)$	$[2/3,\ + \infty[$

020	$2 - \mid x - 3 \mid \leq 3x + 1$	1B

RESOLUCIÓN:

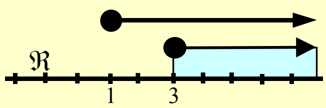
En este caso NO PODEMOS aplicar la propiedad: **Si $a \geq 0 \ \wedge\ |x| \leq a \ \rightarrow\ - a \leq x \leq a$**

Así que lo resolveremos a través del estudio de hipótesis:

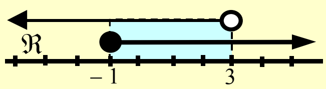
Pueden ocurrir 2 cosas:

$$x - 3 \geq 0 \quad \vee \quad x - 3 < 0$$

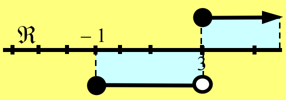
Si $x - 3 \geq 0$

$x - 3 \geq 0$	→	$x \geq 3$	 INTERSECCIÓN: $x \geq 3$
La inecuación sería: $2 - (x - 3) \leq 3x + 1$	→	$2 - x + 3 \leq 3x + 1$ $- x - 3x \leq 1 - 2 - 3$ $- 4x \leq - 4$ $4x \geq 4$ $x \geq 1$	

Si $x - 3 < 0$

$x - 3 < 0$	→	$x < 3$	 INTERSECCIÓN: $- 1 \leq x < 3$
La inecuación sería: $2 - (- x + 3) \leq 3x + 1$	→	$2 + x - 3 \leq 3x + 1$ $x - 3x \leq 1 - 2 + 3$ $- 2x \leq 2$ $2x \geq - 2$ $x \geq - 1$	

Efectuamos la unión gráfica de ambas soluciones:



SOLUCIÓN algebraica:

$\forall\ x \in \Re\ /\ x \geq - 1$	$[-1,\ + \infty)$	$[-1,\ + \infty[$