

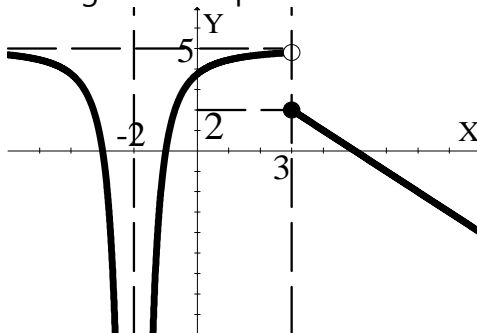
1º BACHILLERATO D – EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS I
TEMA 4.- LÍMITES, CONTINUIDAD Y DERIVADAS

Profesor: Rafael Núñez Nogales

Curso 2015/2016

SOLUCIÓN

1) (1 punto) Sea f la función dada por la gráfica. Se pide:



- a) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$ b) Indicar el tipo de discontinuidad que tiene en $x = -2$ *Discontinuidad asintótica*
 c) Escribir la ecuación de la asíntota vertical *A.V.: $x = -2$* d) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 5$ e) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2$
 f) Indicar el tipo de discontinuidad que tiene en $x = 3$ *De salto finito* g) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$
 i) Escribir la ecuación de la asíntota horizontal *A.H.: $y = 5$* j) $f(-2)$ *No existe*

2) Calcula los siguientes límites: a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-1}{x^2+4x+4}$ (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-1}{x^2+4x+4} = \frac{-2-1}{(-2)^2+4(-2)+4} = \frac{-3}{0} \text{ Indetermin.}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x-1}{x^2+4x+4} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-1}{x^2+4x+4} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \end{cases} \text{ Luego, } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-1}{x^2+4x+4} = -\infty$$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x-5}{2x-1}$ (0,4 puntos) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x-5}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{2x} = \frac{6}{2} = 3$

3) Dada la función $f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x^2-x}$

a) Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ y determina qué tipo de discontinuidad tiene la función en $x = 1$ (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{x^2-x} = \frac{1^2+2 \cdot 1-3}{1^2-1} = \frac{0}{0} \text{ Indetermin.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+3)}{x(x-1)} = \frac{1+3}{1} = 4. \neq f(1). \text{ Luego, la discontinuidad es evitable}$$

b) Halla $f'(x)$ (1 punto)

$$f'(x) = \frac{(x^2+2x-3)' \cdot (x^2-x) - (x^2+2x-3) \cdot (x^2-x)'}{(x^2-x)^2} = \frac{(2x+2) \cdot (x^2-x) - (x^2+2x-3) \cdot (2x-1)}{(x^2-x)^2}$$

$$= \frac{2x^3-2x^2+2x^2-2x - (2x^3-x^2+4x^2-2x-6x+3)}{(x^2-x)^2} = \frac{-3x^2+6x-3}{(x^2-x)^2}$$

4) La recta tangente a la gráfica de una función f en el punto A(1,3) también pasa por el punto B(2,7). Calcula cuánto vale $f'(1)$ (0,4 puntos)

$$f'(1) = \text{pendiente de la recta tangente} = \frac{7-3}{2-1} = 4$$

5) Calcula la función derivada de las funciones: a) $y = \sqrt{x} - \frac{1}{x}$ **(0,5 puntos)** $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{-1}{x^2} = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$

b) $y = \sqrt[3]{x^2}$ **(0,6 puntos)** $y = x^{2/3} \Rightarrow y' = \frac{2}{3} x^{2/3 - 1} = \frac{2}{3} x^{-1/3} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

c) $y = \ln(x) + 2^x$ **(0,5 puntos)** $y' = \frac{1}{x} + 2^x \cdot \ln(2)$

d) $y = x^2 \cdot e^{5x-1}$ **(1 punto)** $y' = (x^2)' \cdot e^{5x-1} + x^2 \cdot (e^{5x-1})' = 2x \cdot e^{5x-1} + x^2 \cdot e^{5x-1} \cdot 5 = x \cdot e^{5x-1} (2 + 5x)$

6) Dada la función $f(x) = -x^3 + 3x$

a) Determina los intervalos de monotonía de f **(1 punto)**

Calculamos el valor de x donde alcanza los posibles extremos relativos: $f'(x) = 0 \Rightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 1$

Intervalo	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
Signo de $f'(x)$	negativo	positivo	negativo
Monotonía de $f(x)$	decreciente	creciente	decreciente

Luego, la función es creciente en el intervalo $(-1, 1)$ y decreciente en $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

b) Calcula los extremos relativos de f **(0,6 puntos)**

En $x = 1$ se alcanza un máximo relativo; $f(1) = -1^3 + 3 \cdot 1 = 2$. El máximo relativo es $M(1, 2)$

En $x = -1$ se alcanza un mínimo relativo; $f(-1) = -(-1)^3 + 3 \cdot (-1) = -2$. El mínimo relativo es $N(-1, -2)$

c) Dibuja la gráfica de f **(1 punto)**

