

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Estudia la continuidad de la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+2} & \text{si } x < -1 \\ 3 & \text{si } x = -1 \\ x^2 - 2 & \text{si } -1 < x < 3 \\ \frac{4}{x-1} + 5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$ en los puntos $x = -1$ y $x = 3$.

Caso de que no sea continua en alguno de ellos explica el tipo de discontinuidad. **(2 puntos)**

2. Calcula los siguientes límites **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 + 5x - 10}{3x^3 - 6x^2 - 3x + 6}$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 3x^5 + 7}{6x^3 + 5x^4 - 2x^2 - x + 2}$

3. Dada la función $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x-2}$, contesta a los siguientes apartados:

- a) Halla los puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**
 b) Halla las asíntotas verticales y horizontales. **(1 punto)**
 c) Realiza una representación gráfica aproximada de la función. **(0,5 puntos)**

4. Calcula la derivada de la función $f(x) = \frac{-2x^3 + 1}{3x - 1}$ en el punto $x = 2$. **(1 punto)**

5. El consumo de carburantes, en litros, de una flota de camiones a lo largo de un día es el que muestra la tabla siguiente:

Consumo	(0, 10]	(10, 20]	(20, 30]	(30, 40]	(40, 50]	(50, 60]	(60, 70]
Camiones	10	11	11	13	20	15	10

- a) Halla la mediana y la moda. **(1 punto)**
 b) Halla media, la varianza y la desviación típica. **(1 punto)**
6. La altura en centímetros de una determinada planta, después de cierto número de semanas de vida, viene expresada en la siguiente tabla

Nº de semanas (X)	1	2	3	4	5	6
Altura de la planta en cm. (Y)	3	3	8	13	19	26

- a) Calcula el coeficiente de correlación lineal, interpretando el resultado. **(1 punto)**
 b) Halla la recta de regresión de Y sobre X. ¿Qué altura tendrá la planta pasadas 8 semanas? **(1 punto)**

$$\textcircled{1} \quad \underline{x=-1}: \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x+2} = -1 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x^2-2) = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -1, \text{ pero}$$

$f(-1) = 3 \neq \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \Rightarrow f$ no es continua en $x=-1$: discontinuidad evitable.

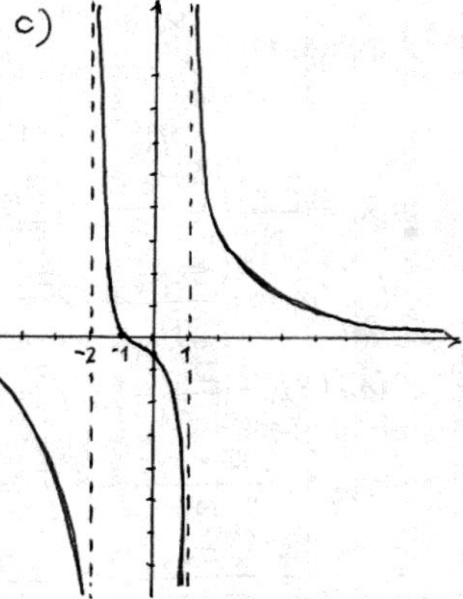
$$\underline{x=3}: \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2-2) = 7 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{4}{x-1} + 5\right) = 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7 = f(3)$$

$\Rightarrow f$ es continua en $x=3$.

$$\textcircled{2} \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2+5x-10}{3x^3-6x^2-3x+6} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(5x+10)}{(x-1)(3x^2-3x-6)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x+10}{3x^2-3x-6} = \frac{15}{-6} = -\frac{15}{6}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4-3x^5+7}{6x^3+5x^4-2x^2-x+2} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = +\infty \text{ (grado numerador mayor que grado denominador: se estudian los signos de los monomios de mayor grado).}$$



$$\textcircled{3} \text{ a) Eje X: } y=0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1: \underline{(-1,0)}$$

$$\text{Eje Y: } x=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}: \underline{(0, -\frac{1}{2})}$$

$$\text{b) } x^2+x-2=0 \Rightarrow x_1=1; x_2=-2$$

$$* \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x^2+x-2} = \frac{-1}{0} = \infty =$$

$$= \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow -2^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow -2^+ \end{cases} \Rightarrow \underline{x=-2 \text{ es A.V.}}$$

$$* \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x^2+x-2} = \frac{2}{0} = \infty =$$

$$= \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow 1^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow 1^+ \end{cases} \Rightarrow \underline{x=1 \text{ es A.V.}}$$

$$* \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2+x-2} = 0 \Rightarrow \underline{y=0 \text{ es A.H.}}$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{-2x^3+1}{3x-1} - (-3)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{-2x^3+1}{3x-1} + 3}{x-2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x^3+9x-2}{(x-2)(3x-1)} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(-2x^2-4x+1)}{(x-2)(3x-1)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x^2-4x+1}{3x-1} = -3 \Rightarrow \underline{f'(2) = -3}$$

5	k	x_i	$x_i \cdot h_i$	$x_i^2 \cdot h_i$	t_i	
	$(0, 10]$	10	5	50	250	10
	$(10, 20]$	11	15	165	2475	21
	$(20, 30]$	11	25	275	6875	32
	$(30, 40]$	13	35	455	15925	45 = $\frac{N}{2}$
	$(40, 50]$	20	45	900	40500	65
	$(50, 60]$	15	55	825	45375	80
	$(60, 70]$	10	65	650	42250	90
		90		3320	153650	

$$a) Me = e_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{F_i - F_{i-1}} \cdot a_i =$$

$$= 40 + \frac{45 - 45}{65 - 45} \cdot 10 = \underline{40}$$

$$Mo = e_{i-1} + \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \cdot a_i =$$

$$= 40 + \frac{20 - 13}{(20 - 13) + (20 - 15)} \cdot 10 = \underline{45.83}$$

$$b) \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot h_i}{N} = \frac{3320}{90} = \underline{36.89}$$

$$Var(X) = \frac{\sum x_i^2 \cdot h_i}{N} - \bar{x}^2 = \frac{153650}{90} - 36.89^2 = \underline{346.35}$$

$$\sigma_x = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{346.35} \approx \underline{18.61}$$

6	Nº semanas (X)	1	2	3	4	5	6	21
	Altura (Y)	3	3	8	13	19	26	72
	x_i^2	1	4	9	16	25	36	91
	y_i^2	9	9	64	169	361	676	1288
	$x_i \cdot y_i$	3	6	24	52	95	156	336

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{21}{6} = \underline{3.5}; \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{72}{6} = \underline{12}$$

$$Var(X) = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{91}{6} - 3.5^2 = \underline{2.92} \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{2.92} \approx \underline{1.71}$$

$$Var(Y) = \frac{\sum y_i^2}{N} - \bar{y}^2 = \frac{1288}{6} - 12^2 = \underline{70.67} \Rightarrow \sigma_y = \sqrt{70.67} \approx \underline{8.41}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum x_i \cdot y_i}{N} - \bar{x} \bar{y} = \frac{336}{6} - 3.5 \cdot 12 = \underline{14}$$

$$a) r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{14}{1.71 \cdot 8.41} \approx \underline{0.973}; \text{ correlación fuerte positiva}$$

$$b) y = \bar{y} + \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x}) \Rightarrow y = 12 + \frac{14}{2.92} (x - 3.5)$$

$$\Rightarrow y = 12 + 4.79x - 16.78 \Rightarrow \underline{y = 4.79x - 4.78}$$

La altura que tendrá la planta pasadas 8 semanas será:

$$y = 4.79 \cdot 8 - 4.78 \Rightarrow \underline{y = 33.54 \text{ cm}}$$