MATEMÁTICAS APLICADAS A CC.SS. I
TEMA 2: MATEMÁTICA COMERCIAL

HOJA Nº 3 Fecha de entrega: Miércoles, 10 de noviembre de 2010

Ejercicios.

1. La acción de “Técnicas Reunidas” ha tenido los siguientes movimientos en bolsa durante la semana del 18 al 21 de octubre de 2010:

Fecha	% Variación
Lunes-18/10/10	-0,80
Martes-19/10/10	-0,90
Miércoles-20/10/10	1,40
Jueves-21/10/10	0,35
Viernes-22/10/10	2´25

a) Calcula los índices de variación porcentuales de cada día.
b) ¿Cuál ha sido el índice de variación porcentual semanal?, ¿Cuál el porcentaje de variación?
c) Cuánto cuesta cada acción si el valor de apertura el lunes era de 43´51?

2. Abrimos un depósito a dos años con 1500 € en un banco a un rédito anual del 3 % y los intereses que generan al final de cada año se reinvierten en dicha cuenta. ¿Cuánto dinero nos deben reingresar al finalizar el periodo de dos años?

3. Determina el tanto por ciento de interés compuesto a que se ha de colocar un capital de 100.000 € durante dos años para que produzca una ganancia de 18.810 €.

4. El ayuntamiento de una ciudad desea amortizar una deuda por trabajos de mejoras en el pueblo que asciende a 300.000 €. Para ello va a emitir anualidades de amortización durante los próximos 30 años al 6 %. ¿Cuánto deberá amortizar cada año?

5. Acabo de encontrar trabajo y me propongo ahorrar 12.000 € para comprarme un coche. Como quiero comprarlo al contado, colocaré cada año 2400 € en un producto de capitalización, que tiene un 3´5 % de rentabilidad anual hasta que llegue a dicha cantidad. ¿Cuántos años tendré que estar ahorrando?

6. Calcula la TAE correspondiente al 3 % anual con periodo de capitalización: a) semestral; b) trimestral; c) mensual.

7. Consideramos una economía donde únicamente se valoran cuatro tipo de consumos: El alimentario, que se pondera con un 30 %; el vestido y calzado, que se pondera mediante un 20%; el de la vivienda, que se pondera mediante un 40 %; y el de la enseñanza y cultura, que se pondera con un 10 %. Los precios de cada tipo de consumo han evolucionado como indica la siguiente tabla.

Tipo de consumo	Año 2009	Año 2010
Alimentario	3000	3300
Vestido y calzado	2500	2700
Vivienda	4000	3900
Enseñanza y cultura	1900	1800

Calcula el IPC del año 2010 tomando como base los datos del año 2009.

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS.

1. La acción de "Técnicas Reunidas" ha tenido los siguientes movimientos en bolsa durante la semana del 18 al 21 de octubre de 2010:

Fecha	% Variación
Lunes-18/10/10	-0,80
Martes-19/10/10	-0,90
Miércoles-20/10/10	1,40
Jueves-21/10/10	0,35
Viernes-22/10/10	2´25

a) Calcula los índices de variación porcentuales de cada día.
b) ¿Cuál ha sido el índice de variación porcentual semanal?,¿Cuál el porcentaje de variación?
c) Cuánto cuesta cada acción si el valor de apertura el lunes era de 43´51?

Solución.

a) Calcula los índices de variación porcentual de cada día.

Fecha	% Variación	Índice de variación porcentual
Viernes-22/10/10	2´25	1´0225
Jueves-21/10/10	0,35	1´0035
Miércoles-20/10/10	1,40	1´014
Martes-19/10/10	-0,90	0´991
Lunes-18/10/10	-0,80	0´992

b) ¿Cuál ha sido el índice de variación porcentual semanal?¿Cuál el porcentaje de variación?

Para el cálculo del índice de variación porcentual semanal multiplicamos los índices de variación porcentuales, 0´992 x 0´991 x 1´014 x 1´0035 x 1´0225 = 1´0228 y entonces el índice de variación porcentual semanal ha sido de 1´0228.

Para el cálculo del porcentaje de variación, restamos 1 al índice anterior y multiplicamos por 100.

(1´0228 – 1) x 100 = 2´28

En ese caso, el porcentaje de variación semanal ha sido del 2´28 %.

c) Cuánto cuesta cada acción si el valor de apertura el lunes era de 43´51?

Simplemente debemos multiplicar el valor de cada acción por el índice de variación porcentual 43´51 x 1´0228 = 44´50 €. Por tanto, el viernes al cierre cada acción de Técnicas reunidas está a 44´50 €

2. Abrimos un depósito a dos años con 1500 € en un banco a un rédito anual del 3 % y los intereses que generan al final de cada año se reinvierten en dicha cuenta. ¿Cuánto dinero nos deben reingresar al finalizar el periodo de dos años?

Solución. Se trata de un interés compuesto puesto que los intereses se reinvierten en el producto. Los datos que nos facilitan son C_I = 1500 €, t = 2, r = 3 % y se nos pide C_F. Utilizando la fórmula del interés compuesto obtenemos:

$$C_F = C_I \cdot (1+r)^t \quad \Leftrightarrow \quad C_F = 1500 \cdot (1+0'03)^2 \quad \Leftrightarrow \quad C_F = 1500 \cdot 1'03^2 = 1591'35 \text{ €}$$

Por tanto, nos reingresaran en nuestra cuenta 1591´35 €.

3. **Determina el tanto por ciento de interés compuesto a que se ha de colocar un capital de 100.000 € durante dos años para que produzca una ganancia de 18.810 €.**

   Solución. Se trata de un interés compuesto. Los datos que nos facilitan son C_I = 100.000 €, C_F = 118810 €, t = 2 y se nos pide r. Utilizando la fórmula del interés compuesto obtenemos:

$$C_F = C_I \cdot (1+r)^t \quad \Leftrightarrow \quad 118810 = 100000 \cdot (1+r)^2 \quad \Leftrightarrow \quad 118810 = 100000 \cdot (1+r)^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{118810}{100000} = (1+r)^2 \quad \Leftrightarrow \quad 1'1881 = (1+r)^2 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{1'1881} = 1+r \quad \Leftrightarrow \quad r = \sqrt{1'1881} - 1$$

   Tomando logaritmos:

$$\log 1'881 = \log(1+r)^2 \quad \Leftrightarrow \quad \log 1'881 = 2\log(1+r) \quad \Leftrightarrow \quad \log(1+r) = \frac{1}{2} \cdot \log(1'881) \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \log(1+r) = \log\sqrt{1'881} \quad \Leftrightarrow \quad 1+r = \sqrt{1'881} \quad \Leftrightarrow \quad r = \sqrt{1'881} - 1 = 0'09$$

   Por tanto, el rédito de la operación es 9 %.

4. **El ayuntamiento de una ciudad desea amortizar una deuda por trabajos de mejoras en el pueblo que asciende a 300.000 €. Para ello va a emitir anualidades de amortización durante los próximos 30 años al 6 %. ¿Cuánto deberá amortizar cada año?**

   Solución. Se trata de un problema de anualidades de amortización. Los datos que nos facilitan son C = 300.000 €, t = 30, r = 6 % y se nos pide a. Utilizando la fórmula de las anualidades de amortización obtenemos:

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1} = \frac{300000 \cdot 0'06 \cdot (1+0'06)^{30}}{(1+0'06)^{30} - 1} = \frac{18000 \cdot (1'06)^{30}}{(1'06)^{30} - 1} = 21794'67 \text{ €}$$

5. **Acabo de encontrar trabajo y me propongo ahorrar 12.000 € para comprarme un coche. Como quiero comprarlo al contado, colocaré cada año 2400 € en un producto de capitalización, que tiene un 3´5 % de rentabilidad anual hasta que llegue a dicha cantidad. ¿Cuántos años tendré que estar ahorrando?**

   Solución. Teniendo en cuenta que lo que se pretende es el ahorro mediante anualidades de capitalización y sigue la fórmula:

$$C = \frac{a \cdot \left[(1+r)^{t+1} - (1+r)\right]}{r}$$

   Y en nuestro caso C = 12.000 €; a = 2.400 € y r = 3´5 %. Aplicamos los datos a la fórmula del cálculo de anualidades de capitalización y sustituimos las cifras del enunciado:

$$12000 = \frac{2400 \cdot \left[(1+0'035)^{t+1} - (1+0'035)\right]}{0'035} \quad \Leftrightarrow \quad 12000 = \frac{2400 \cdot \left[(1'035)^{t+1} - (1'035)\right]}{0'035}$$

   Despejando la potencia:

$$\frac{12000\cdot 0'035}{2400}=(1'035)^{t+1}-1'035 \quad\Leftrightarrow\quad 0'175+1'035=(1'035)^{t+1} \quad\Leftrightarrow\quad 1'21=(1'035)^{t+1}$$

Para calcular el tiempo, tomamos logaritmos decimales y, mediante la propiedad de la potencia, despejamos t:

$$\log 1'21=\log(1'035)^{t+1} \quad\Leftrightarrow\quad \log 1'21=(t+1)\cdot\log(1'035) \quad\Leftrightarrow\quad t+1=\frac{\log 1'21}{\log(1'035)}=5'54$$

$$\Leftrightarrow\quad t=5'54-1=4'54$$

Por lo tanto, pasarán 4´54 años para tener ese capital.

6. Calcula la TAE correspondiente al 3 % anual con periodo de capitalización: a) semestral; b) trimestral; c) mensual.

Solución. Aplicando la fórmula de la TAE, $TAE=\left[\left(1+\frac{r}{k}\right)^k-1\right]\cdot 100$, tendremos:

a) Semestral. $TAE=\left[\left(1+\frac{0'03}{2}\right)^2-1\right]\cdot 100=\left[(1'015)^2-1\right]\cdot 100=3'0225\ \%$

b) Trimestral. $TAE=\left[\left(1+\frac{0'03}{4}\right)^4-1\right]\cdot 100=\left[(1'0075)^4-1\right]\cdot 100=3'0339\ \%$

c) Mensual. $TAE=\left[\left(1+\frac{0'03}{12}\right)^{12}-1\right]\cdot 100=\left[(1'0025)^{12}-1\right]\cdot 100=3'0416\ \%$

7. Consideramos una economía donde únicamente se valoran cuatro tipo de consumos: El alimentario, que se pondera con un 30 %; el vestido y calzado, que se pondera mediante un 20%; el de la vivienda, que se pondera mediante un 40 %; y el de la enseñanza y cultura, que se pondera con un 10 %. Los precios de cada tipo de consumo han evolucionado como indica la siguiente tabla.

Tipo de consumo	Año 2009	Año 2010
Alimentario	3000	3300
Vestido y calzado	2500	2700
Vivienda	4000	3900
Enseñanza y cultura	1900	1800

Calcula el IPC del año 2010 tomando como base los datos del año 2009.

Solución. Se utilizará la fórmula:

$$IPC=\frac{p_1^{t_1}\cdot q_1^{t_1}+p_2^{t_1}\cdot q_2^{t_1}+p_3^{t_1}\cdot q_3^{t_1}+p_4^{t_1}\cdot q_4^{t_1}}{p_1^{t_0}\cdot q_1^{t_0}+p_2^{t_0}\cdot q_2^{t_0}+p_3^{t_0}\cdot q_3^{t_0}+p_4^{t_0}\cdot q_4^{t_0}}=\frac{3300\cdot 30+2700\cdot 20+3900\cdot 40+1800\cdot 10}{3000\cdot 30+2500\cdot 20+4000\cdot 40+1900\cdot 10}=$$

$$=\frac{3300\cdot 30+2700\cdot 20+3900\cdot 40+1800\cdot 10}{3000\cdot 30+2500\cdot 20+4000\cdot 40+1900\cdot 10}=\frac{327000}{319000}=1'02507$$

Luego, el IPC de 2010 respecto a 2009 es del 2´51 %.