

POLINOMIOS

1.- Hallar un polinomio de 2° grado, cuyo primer coeficiente sea 2, que sea divisible por (x) y por $(x+1)$.

Sol: $2x^2 + 2x$

2.- Determina m para que el polinomio $3x^2 + x - m$, dé resto 14 al dividirlo por $x - 1$.

Sol: $m = -10$.

3.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$(x - y + z - w) - (-x + y + z + w) - (-x - y - z + w) + (x + y - z - w) =$$

Sol: $4x - 4w$

4.- Completa el cuadrado mágico de polinomios de 2° grado, sabiendo que la suma de filas y columnas ha de ser $3x^2 + x + 2$.

$x^2 + 2x + 5$	$x^2 - x - 3$	
	$x^2 - 3x + 1$	
		$3x^2 + 2x + 2$

Sol:

$x^2 + 2x + 5$	$x^2 - x - 3$	x^2
$3x^2 + 5x + 1$	$x^2 - 3x + 1$	$-x^2 - x$
$-x^2 - 6x - 4$	$x^2 + 5x + 4$	$3x^2 + 2x + 2$

5.- Desarrolla, sin operar, la potencia $(x + 2y)^2$.

Sol: $x^2 + 4xy + 4y^2$

6.- Calcula el resultado de la operación $x^5 + x^4 - 3x^5 - 2x^4$ y exprésala como un binomio.

Sol: $-2x^5 - x^4$

7.- Halla el valor numérico de $x^2 + x - 2$ para $x = 3$.

Sol: 10.

8.- Indica cuál es el grado de $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 5)$, y efectúa luego el producto.

Sol: Grado 4; $x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 15x - 5$

9.- Aplica la regla de Ruffini, efectua la división $(x^3 + x^2 - 3x + 5) \div (x - 1)$, e indica el cociente y el resto.

Sol: $C(x) = x^2 + 2x - 1$, $R(x) = 4$.

10.- Calcula el cociente y el resto de la división: $\frac{x^3 + x^2 - 3x + 7}{x - 1}$.

Sol: Cociente: $x^2 + 2x - 1$; Resto: 6.

11.- Calcula el resultado de la operación: $(x - 7)(x^2 - 3x - 2)(-2x + 5)$.

Sol: $-2x^4 + 25x^3 - 88x^2 + 67x + 70$

12.- Halla el valor numérico de $\frac{(3x - y)(5x + 7y)}{(x - 3)(2 - y^2 + 3x)}$ para $x = -1$ e $y = -2$:

Sol: $\frac{19}{20}$

13.- Calcula el cociente y el resto de la división: $\frac{x^5 + x}{x^2 + 3}$.

Sol: Cociente: $x^3 - 3x$; Resto: $10x$.

14.- Simplifica la expresión $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$.

$$\text{Sol: } \frac{x-2}{x+3}$$

15.- Transforma en producto la expresión $4x^2 - 12xy + 9y^2$.

$$\text{Sol: } (2x - 3y)^2$$

16.- Probar si el polinomio $x^{99} - 1$ es divisible por $x - 1$.

17.- Calcula $-3x^5 + 2x^5 - 7x^5$.

$$\text{Sol: } -8x^5$$

18.- Hallar el valor de r para que (-2) sea un cero del polinomio $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2rx - 4$.

$$\text{Sol: } -6$$

19.- Sean: $P(x) = 3x^3 - x^2 + 3$; $Q(x) = 4x^3 + x^2 - 5x - 7$. Calcula:

a) $P(x) - Q(x)$

b) $Q(x) - P(x)$.

c) ¿Qué relación existe entre los resultados?

Sol:

a) $P(x) - Q(x) = -x^3 - 2x^2 + 5x + 10$.

b) $Q(x) - P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 10$.

c) Son opuestos.

20.- Transforma en producto la expresión: $81x^2 - 49$.

$$\text{Sol: } (9x + 7)(9x - 7)$$

21.- Aplicando la regla de Ruffini calcula el valor de m para que al dividir $x^4 - 3x + 5m$ entre $x - 1$, el resto sea igual a 3.

$$\text{Sol: } m = 1$$

22.- Opera y da el resultado lo más simplificado posible:

$$7 + x^4 + 5x^2 - 3x^3 + 7x^4 - 8x^5 + 6x - 3x^2 + 5x - 3 - x^3$$

$$\text{Sol: } -8x^5 + 8x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 11x + 4$$

23.- Calcula el resultado de la operación: $(z - 5)^2 + (z - 4)(z + 3) - (2z + 5)(-z + 1)$.

$$\text{Sol: } 4z^2 - 8z + 8$$

24.- Sean: $P(x) = x^5 - 5x + 1$; $Q(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 - x - 1$; $R(x) = x^6 + x^5 - x^3 + 2x^2 + 7x + 3$.

Calcula: $-P(x) - 3Q(x) + R(x)$.

$$\text{Sol: } x^6 - 3x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 15x + 5$$

25.- Aplica la regla de Ruffini y calcula el valor de m para que al dividir $3x^4 + mx - 5$ entre $x + 2$, dicha división sea exacta.

$$\text{Sol: } m = \frac{43}{2}$$

26.- Aplicando la regla de Ruffini, efectuar la división $(x^5 + 1) \div (x + 1)$, e indicar el cociente y el resto.

$$\text{Sol: } C(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1, R(x) = 0$$

27.- Empleando los productos notables, calcula:

a) $(2x + 1)(4x^2 + 1)(2x - 1)$

b) $(5x^2 + 2x)^2 - (5x^2 + 2x)(5x^2 - 2x) + (5x^2 - 2x)^2$

$$\text{Sol: a) } 16x^4 - 1; \text{ b) } 25x^4 + 12x^2$$

28.- Halla el $mcd(P(x), Q(x), R(x))$, siendo:

$$P(x) = x^2 + 2x + 1 \quad Q(x) = 4x^4 + 8x^3 + 4x^2 \quad \text{y} \quad R(x) = x^4 - 3x^2 - 2x.$$

$$\text{Sol: } 4x^2(x+1)^2(x-2)$$

29.- Responder, razonadamente, a las siguientes cuestiones:

a) El polinomio $P(x) = x^3 + 7x^2 - 1$ tiene tres raíces enteras distintas. ¿Es posible?

b) Un polinomio tiene por raíces 1, 2 y 3. Escríbelo.

c) Hallar el resto de la división de $P(x) = 2x^{31} + 3$ entre $x + 1$.

d) Si un polinomio es divisible por x , ¿qué número podemos asegurar que es una raíz de dicho polinomio?

$$\text{Sol: a) no; b) } P(x) = (x-1)(x-2)(x-3); \text{ c) } 1; \text{ d) } 0$$

30.- En las siguiente relaciones hay errores muy graves. Corrígelos:

a) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

b) $1 - (x^2 + x - 2) = -x^2 + x + 3$

c) $x \cdot x = 2x$

d) $(3x+2)(x-1) = 3x^2 - 2$

e) $2x+1(3x-2) = 6x^2 - 4x + 3x - 2$

f) $(x^2)^4 = x^6$

31.- Si 3, 2 y -2 son tres ceros del polinomio $P(x) = x^4 - 7x^3 + 8x^2 + 28x - 48$. Hallar el otro cero y descomponer en factores el polinomio.

$$\text{Sol: } 4$$

32.- Determinar a de modo que al dividir $P(x) = 2x^{15} - ax^{10} + 5x^8 + 2ax^4 - 6$ entre $x+1$, el resto sea igual a 2.

$$\text{Sol: } a = 5$$

33.- Determinar el polinomio $P(x) = ax^2 + bx + 4$ sabiendo que es divisible por $x+2$, y que los restos obtenidos al dividirlo por $x+1$ y $x+3$ son iguales.

$$\text{Sol: } a = 1; b = 4$$

34.- Sin efectuar la división, hallar el resto de las siguientes divisiones y decir si alguna es exacta:

a) $(x^3 + 2x^2 - 13x + 10) : (x-1)$

b) $(x^6 - 3x^5 + 4x) : (x+2)$

c) $(2x^5 - 3x^2 - 4x + 1) : (x-3)$

d) $(x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x) : (x-2)$

$$\text{Sol: a) } 0; \text{ b) } 152; \text{ c) } 448; \text{ d) } 0$$

35.- Hallar las raíces enteras de los siguientes polinomios:

a) $5x^3 - 10x^2 - 5x + 10$

b) $3x^3 + 3x^2 - 12x - 12$

$$\text{Sol: a) } -1, 1, 2; \text{ b) } -1, 2, -2$$

36.- Descomponer los siguientes polinomios:

a) $3x^3 - 3x$

b) $x^3 + 4x^2 - x - 4$

c) $x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x$

d) $3x^4 + 6x^3 - 3x^2 - 6x$

e) $5x^3 - 10x^2 - 5x + 10$

f) $3x^3 + 3x^2 - 12x - 12$

$$\text{Sol: a) } 3x(x-1)(x+1); \text{ b) } (x-1)(x+1)(x+4); \text{ c) } x(x-1)(x+1)(x-2)$$

$$\text{d) } 3x(x-1)(x+1)(x+2); \text{ e) } 5(x-1)(x+1)(x-2); \text{ f) } 3(x-1)(x-2)(x+2)$$