EXAMEN DE MATEMÁTICAS 1º BACHILLERATO Y CIENCIAS SOCIALES EVALUACIÓN 2

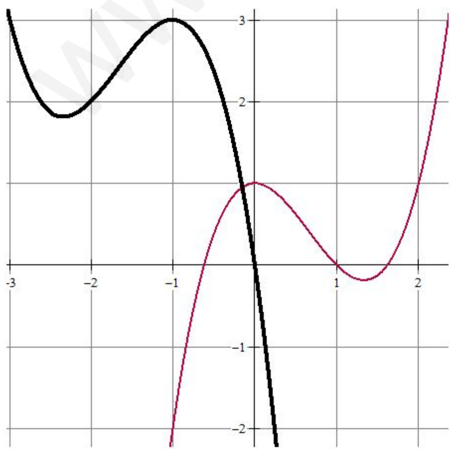
NOMBRE ………………………………………………………………………… Calificación …………………

EJERCICIO 1 Plantea y resuelve utilizando el método de Gauss : *(2 puntos)*

Un padre tiene un hijo y una hija. La suma de las edades de los tres es 80. El doble de la edad del padre es el triple de la edad del hijo más el doble de la edad de la hija y la edad del hijo dentro de diez años será la diferencia de las edades actuales de su padre y de su hermana. Halla las edades de cada uno.

EJERCICIO 2 Halla el dominio de la función f(x) = $\sqrt{\dfrac{x^2+2x}{x-3}}$ *(1 punto)*

EJERCICIO 3 Sabiendo que la gráfica más fina, situada a la derecha, corresponde a la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$**, halla la expresión analítica de la función g(x), dibujada con un trazo más fuerte y situada a la izquierda. Da su expresión lo más simplificada posible.** *(1,5 puntos)*



EJERCICIO 4 Resuelve las siguientes ecuaciones : *(0,75 puntos cada apartado)*

a) $2 \cdot 3^{x} + 4 \cdot 3^{x-3} + 3^{x+1} = 139$

b) $log(x+1) + log(x-5) = log(2x+2)$

c) $\sqrt{2x-2} - \sqrt{x} = 7$

EJERCICIO 5 Dadas las funciones f(x) = $\frac{1}{x+1}$ **y g(x) =** $\frac{2x-3}{4x+2}$ **, calcula, simplificando el resultado, las expresiones analíticas de las funciones a) (f o g) (x) b)** $g^{-1}(x)$ *(0,75 + 0,75 puntos)*

EJERCICIO 6 a) Represente la función f(x) = $\begin{cases} 3+x & si\ x \leq -1 \\ x & si -1 < x < 2 \\ 2x-1 & si\ \ x \geq 2 \end{cases}$ *(0,5 puntos)*

b) A partir de la gráfica de f(x) , representa la gráfica de g(x) = $-|f(x)|$ **y da su expresión analítica.** *(1,25 puntos)*

SOLUCIÓN

EJERCICIO 1

x = Edad padre   y = Edad hijo   z = Edad hija

$$\begin{array}{l} x+y+z=80 \\ 2x=3y+2z \\ y+10=x-z \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x+y+z=80 \\ 2x-3y-2z=0 \\ x-y-z=10 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 80 \\ 2 & -3 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 10 \end{pmatrix} \begin{array}{l} .2 \\ \square \\ .2 \end{array} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 160 \\ 2 & -3 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & -2 & 20 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \square \\ F2-F1 \\ F3-F1 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 160 \\ 0 & -5 & -4 & -160 \\ 0 & -4 & -4 & -140 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \square \\ .(-4) \\ .(-5) \end{array} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 160 \\ 0 & 20 & 16 & 640 \\ 0 & 20 & 20 & 700 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \square \\ \square \\ F3-F2 \end{array} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 160 \\ 0 & 20 & 16 & 640 \\ 0 & 0 & 4 & 60 \end{pmatrix}$$

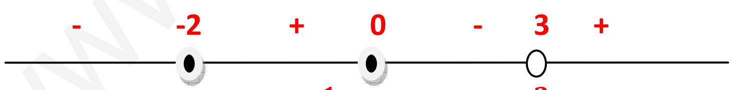
4z = 60 → z = 15 ; 20y + 16z = 640 → 20y + 240 = 640 → 20y = 400 → y = 20

x + y + z = 80 → x = 80 – 35 = 45

EJERCICIO 2

Queremos que $\frac{x^2+2x}{x-3} \geq 0$; $x^2 + 2x = 0$; x (x +2) = 0 ; x = 0 ; x = -2

X – 3 = 0 ; x = 3

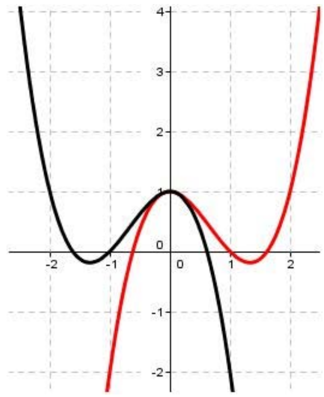
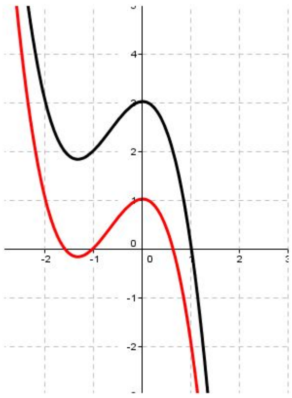
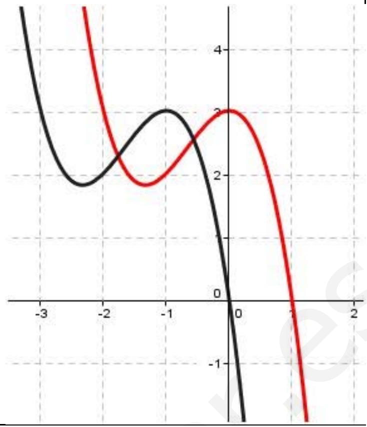


Si x = -3 $\frac{9-6}{-6}$ - ; si x =- 1 $\frac{-1}{-4}$ + ; si x = 1 , $\frac{3}{-2}$, - ; si x = 4 , +

D = [-2 , 0) U (3 , ∞)

EJERCICIO 3

El proceso, paso a paso sería :

PASO 1 Simetría c.r. eje Y	P2 Mover 2 hacia arriba	P3 Mover 1 a la izquierda
		

P1 : f(x) → f(-x) (cambiar, en la expresión de f(x) , x por – x)

$f(x)= x^3 – 2x^2 + 1 \rightarrow f(-x) = (- x)^3 – 2 (-x)^2 + 1 = - x^3 - 2x^2 + 1$

P2 : Sumar 2 a la expresión de la función :

$f(-x) + 2 = - x^3 - 2x^2 + 3$

P3 : sustituir en la expresión x por x + 1

$G(x) = - (x + 1)^3 – 2(x + 1)^2 + 3 = - x^3 – 3x^2 -3x -1 -2x^2 – 4x – 2 + 3 = - x^3 – 5x^2 – 7x$

EJERCICIO 4

a)

$$2 \bullet 3^x + 4 \bullet \frac{3^x}{3^3} + 3^x \bullet 3 = 139; A = 3^x; 2A + \frac{4A}{27} + 3A = 139;$$
$$\frac{54A}{27} + \frac{4A}{27} + \frac{81A}{27} = 139; \frac{139A}{27} = 139; \frac{A}{27} = 1; A = 3^x = 27; x = 3$$

b)

$$\log(x+1)(x-5) = \log(2x+2); \quad x^2 - 4x - 5 = 2x + 2$$
$$x^2 - 6x - 7 = 0 \quad x = \frac{6 \pm \sqrt{36+28}}{2} = \frac{6 \pm 8}{2} = 7, -1$$

La única solución válida es x = 7

c)

$$\sqrt{2x-2} = 7+\sqrt{x}\,; 2x-2 = 49+x+14\sqrt{x}\,; x-51 = 14\sqrt{x}\,;$$
$$x^2+2601-102x = 196x \;;\; x^2-298x+2601 = 0,\ \{x=9\},\{x=289\}$$
$$\text{COMPROBACIÓN}: x = 9 \quad \sqrt{16} = 7+\sqrt{9} \quad \text{Falso}$$
$$x = 289 \quad \sqrt{576} = 7+\sqrt{289}\,; 24 = 7+17 \quad \text{Verdadero}$$

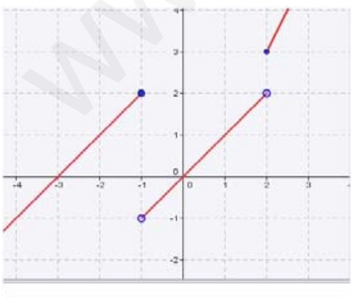
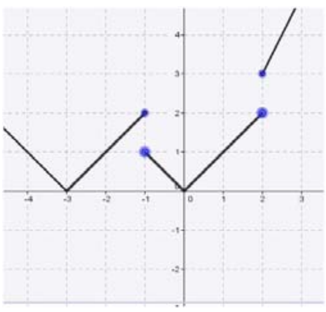
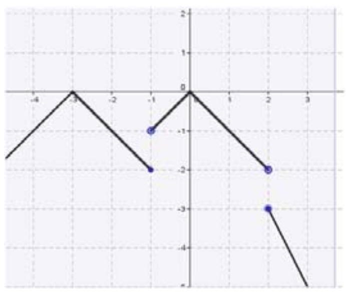
EJERCICIO 5 a)

$$x \to g \to \frac{2x-3}{4x+2} \to f \to \frac{1}{\frac{2x-3}{4x+2}+1} = \frac{1}{\frac{2x-3}{4x+2}+\frac{4x+2}{4x+2}} = \frac{1}{\frac{6x-1}{4x+2}} = \frac{4x+2}{6x-1}$$

b)

$$y = \frac{2x-3}{4x+2} \to 4xy+2y = 2x-3 \to 2y+3 = 2x-4xy$$
$$2y+3 = x(2-4y) \to \frac{2y+3}{2-4y} = x \to g^{-1}(x) = \frac{2x+3}{2-4x}$$

EJERCICIO 6

F(x)	|f(x)|	- |f(x)|
		

La función tiene 5 tramos. Observemos que el primero y el tercero coinciden con la función inicial. El segundo tramo, entre , - 3 y -1 se obtiene haciendo la simetría de y = 3 + x con respecto al eje X luego su expresión es y = - x – 3 (cambiar de signo la fórmula de la función)

- **|f(x)|** = $\begin{cases} 3+x & si \quad x \leq -3 \\ -3-x & si -3 < x < -1 \\ x & si -1 < x < 0 \\ -x & si\ 0 < x < 2 \\ -2x+1 & si\ x \geq 2 \end{cases}$