1.- Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)=(x-1)e^{x}$

Sol: f(x) es decreciente en $\left]-\infty,0\right]$ es creciente en $\left[0,+\infty\right[$

2.- Se considera la función $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$. Estudiar los intervalos de crecimiento, decrecimiento y los extremos relativos.

Sol: f(x) es decreciente en $\left[0,1\right[\cup\left]1,2\right]$ es creciente en $\left]-\infty,0\right]U\left[2,+\infty\right[$ Máximo Relativo (0,0) Mínimo Relativo (2,4).

3.- Encontrar las funciones polinómicas de la forma $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ cuya segunda derivada sea x-1.
¿Cuáles de ellas tienen un mínimo relativo en el punto $\left(4,\dfrac{-1}{3}\right)$.

Sol: a=1/6; b=-1/2; c=-4; d=13

4.- Dada la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, Hallar los coeficientes a,b,c,d sabiendo que la ecuación de la tangente a la curva en el punto de inflexión (1,0) es y=-3x+3 y que la función presenta un extremo en el punto de abscisa x=0.

Sol: a=1; b=-3; c=0; d=2

5.- Dada la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Hallar los coeficientes a,b,c,d, sabiendo que la función tiene un máximo en (0,3) un mínimo en x=2 y un punto de inflexión en (1,1).

Sol: a=1; b=-3; c=0; d=3

6.- Dada la función definida en $\left]0,+\infty\right[$ $f(x)=\sqrt[x]{x}$, hallar sus máximos y mínimos.

Sol: máximo Absoluto en el punto $\left(e,e^{\frac{1}{e}}\right)$

7.- Estudiar la monotonía y la curvatura de la función $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$

Sol: decreciente en $\left[e,+\infty\right[$ es creciente en $\left]0,e\right]$ f presenta un máximo Absoluto en el punto $\left(e,\dfrac{1}{e}\right)$ y un punto de inflexión en el punto $\left(e^{\frac{3}{2}},\dfrac{2}{e^{\frac{3}{2}}}\right)$

8.- Estudiar la concavidad de la función: $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-x^2}{2}}$

Sol: puntos de inflexión en $\left(-1,\dfrac{1}{\sqrt{2\pi e}}\right)$ y en $\left(1,\dfrac{1}{\sqrt{2\pi e}}\right)$

9.- Consideremos la función la función $f(x)=x-\ln\left(x^2+1\right)$

a) Determina sus máximos, mínimos y puntos de inflexión
b) Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Sol: Siempre creciente, puntos de inflexión en los puntos de abscisas x=-1 y x=1.

10.- Calcula los siguientes límites:

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-senx}{x+sen3x}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(1-\cos x)\cdot senx}{x^2}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tgx-x}{x-senx}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-x-1}{x^2}$	$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}\right)$
$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{senx}-\dfrac{1}{x}\right)$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x(e^x-1)}{\cos x-senx+x-1}$	$\lim\limits_{x\to0}tgx\cdot\ln x$	$\lim\limits_{x\to0}\left(ctgx-\dfrac{1}{x}\right)$	$\lim\limits_{x\to0}(\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$
$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{3^x+2^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{senx}-x-1}{2x^2-x^3}$	$\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{e}{e^x-e}-\dfrac{1}{x-1}\right)$	$\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+4x}+x)$	$\lim\limits_{x\to0}x^{senx}$
$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{x+senx}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x+e^{-x}-2}{1-\cos x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x^2-1}-x$	$\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$	$\lim\limits_{x\to0}(\cos x+senx)^{1/x}$
$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^{tgx}$	$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x^2+3}{x^3}-\dfrac{1}{x}\right)$	$\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2+6x+8}{x^2+4x+4}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x-1}{3x+2}\right)^{\frac{x-1}{2}}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}(\log x-x^2)$
$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$	$\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2+6x+8}{x^3+8}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{\frac{x^2}{x-1}}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}(3^{-x}-x)$

Sol:

11.- Sea la función $f(x)=-2x+ae^{-x}+bx-1$

a) Halle los valores de a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en x= 0 y que la gráfica de la función pasa por el punto (0, 0).
b) Para = 0 y =1, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa x=−1.

Sol: a) a=b=1; b=5=-5x-5

12.- Sabiendo que $\lim_{x\to 0}\frac{x-\alpha senx}{x^2}$ es finito. Determina el valor de α y calcula el límite.

Sol: α=1; limite = 0

13.- De la función $y = x+\frac{4}{(x-1)^2}$ estudia dominio, continuidad, monotonía y curvatura.

Sol:

14.- Dada la función $f(x)=\frac{x+1}{e^x}$,

a) Da sus intervalos de monotonía y los extremos relativos.
b) Da los intervalos de concavidad-convexidad y sus puntos de inflexión.
c) Escribe la ecuación de la recta tangente en el punto donde se anula la derivada segunda de f.

Sol:

15.- Sabiendo que $\lim_{x\to 0}\frac{a\cdot sen(x)-xe^x}{x^2}$ es finito, calcula el valor de *a* y el de dicho límite.

Sol:

16.- De la función $f:R\to R$ definida por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ se sabe que tiene un máximo en x=-1, y que su gráfica corta al eje OX en el punto de abscisa x=-2 y tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa x = 0. Calcula a, b, c y d sabiendo, además, que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2 tiene pendiente 9.

Sol:

17.- Sea la función $f:\mathrm{R}\to\mathrm{R}$ definida por $f(x)=e^x\cdot(x^2-x+1)$

a) Calcula $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ y $\lim_{x\to\infty}f(x)$
b) Halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan), determinando si son máximos o mínimos.
c) Determina las abscisas de los puntos de inflexión de la gráfica de *f*.

Sol:

18.- Sea $f:(-\infty,1)\to R$ la función definida por $f(x)=\begin{cases} x+2\cdot e^{-x} & si\ \ x\le 0 \\ a\cdot\sqrt{b-x} & si\ \ 0<x<1\end{cases}$

a) Determina *a* y *b* sabiendo que *f* es derivable en todo su dominio.
b) Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de *f* en el punto de abscisa x = 0.

19.- Considera la función $f:[0,2\pi]\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x+5-2\cdot senx$. Halla sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Sol: $(\pi/3, 5\pi/3);(0,\pi/3)U(5\pi/3,2\pi)$

20.- Considera la función $f(x)=ax+\frac{1}{x}$. Determina los valores del parámetro a para los cuales la función es decreciente en el punto de abscisa x=2.

Sol: $a<\frac{1}{4}$

21.- Halla los puntos de la curva $f(x)=\frac{4}{x}$ en donde la tangente es perpendicular a la recta y=x.

Sol: (-2,-2) y (2,2)

22.- ¿En qué punto de la curva $y=x^3-3x$ la recta $y=x-4$ es tangente a ella?

Sol: (2,-2)

23.- Sea la función $f(x)=-2x^3+a\cdot e^{-x}+bx-1$

a) Halle los valores de a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en x=0 y que la gráfica de la función pasa por el punto (0,0)
b) Para a=0 y b=1, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa x=-1.

Sol: a) a=1; b=1; b) y=-5x-5

24.- El porcentaje de personas que sintonizan un programa de radio que se emite entre las 6 y las 12 horas viene dado, según la hora t, mediante la función $S(t)=660-231t+27t^2-t^3$ con $6\le t\le 12$.

a) ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa al comenzar la emisión? ¿Y al cierre?
b) ¿A qué hora tiene máxima y mínima audiencia? ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa a dichas horas?

Sol: a) 30% al inicio; 48% al cierre; b) el máximo de audiencia es del 55% y se alcanza a las 11 horas. El mínimo de audiencia es del 23% y se alcanza a las 7 horas.