

Problema 1 Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales:

1. $3 \cdot 2^{2x-1} - 2^{x+1} - 2 = 0$

2. $3^{x+2} - 3^{x+1} - 1 = 0$

Solución:

1. $3 \cdot 2^{2x-1} - 2^{x+1} - 2 = 0 \implies x = 1$

2. $3^{x+2} - 3^{x+1} - 1 = 0 \implies x = x = -1, 630929753$

Problema 2 Resolver las ecuaciones:

1. $\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1} = 2$

2. $\sqrt{x+3} - \sqrt{x+2} = 1$

3. $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+3} = 1$

Solución:

1. $\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1} = 2 \implies$ sin solución

2. $\sqrt{x+3} - \sqrt{x+2} = 1 \implies x = -2$

3. $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+3} = 1 \implies x = 10, 29150262$

Problema 3 Encontrar el valor máximo y mínimo que toma la función $z(x, y) = 2x^2 - y^2 - 3$ dentro del recinto (región factible)

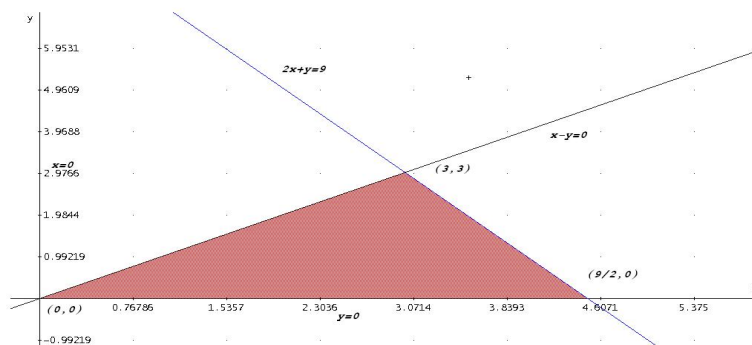
$$\begin{cases} 2x + y < 9 \\ x - y > 0 \\ x > 0, y > 0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} z(0, 0) = -3 \\ z(3, 3) = 6 \\ z\left(\frac{9}{2}, 0\right) = \frac{75}{2} = 37.5 \end{cases}$$

Luego el máximo se alcanza en el punto $\left(\frac{9}{2}, 0\right)$ con un resultado de 37,5. El mínimo se alcanza en el punto $(0, 0)$ con -3 .

Observar el dibujo:



Problema 4 Resolver las ecuaciones polinómicas siguientes:

$$1. \frac{x+1}{x^2+2x-3} - \frac{x}{x+3} = 1 - \frac{1}{1-x}$$

$$2. \frac{x-3}{x^2-x-2} - \frac{1}{2-x} = 2 - \frac{1}{1+x}$$

Solución:

$$1. \frac{x+1}{x^2+2x-3} - \frac{x}{x+3} = 1 - \frac{1}{1-x} \implies x = \frac{1}{2}, x = -1$$

$$2. \frac{x-3}{x^2-x-2} - \frac{1}{2-x} = 2 - \frac{1}{1+x} \implies x = 0, x = \frac{5}{2}$$

Problema 5 Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

$$1. y = (x^2 - x + 1)^{10}$$

$$2. y = x^3 \ln x$$

$$3. y = \ln\left(\frac{x^2+2}{x-1}\right)$$

$$4. y = e^{x^2+1}$$

$$5. y = 3^{5x-1}$$

$$6. y = \log_5(x^2 + 1)$$

$$7. y = (x^2 + 1)^{\ln(2x)}$$

$$8. y = \frac{x^2-3x-1}{x+2}$$

Solución:

$$1. y = (x^2 - x + 1)^{10} \implies y' = 10(2x - 1)(x^2 - x + 1)^9$$

$$2. y = x^3 \ln x \implies y' = 2x^2 \ln x + x^2$$

$$3. y = \ln\left(\frac{x^2+2}{x-1}\right) \implies y' = \frac{2x}{x^2+2} - \frac{1}{x-1}$$

$$4. y = e^{x^2+1} \implies y' = 2xe^{x^2+1}$$

$$5. y = 3^{5x-1} \implies y' = 5 \cdot 3^{5x-1} \ln 3$$

$$6. y = \log_5(x^2 + 1) \implies y' = \frac{2x}{(x^2+1)\ln 5}$$

$$7. y = (x^2 + 1)^{\ln(2x)} \implies y' = (x^2 + 1)^{\ln(2x)} \left(\frac{\ln(x^2+1)}{x} + \frac{2x \ln(2x)}{x^2+1} \right)$$

$$8. y = \frac{x^2-3x-1}{x+2} \implies y' = \frac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$$

Problema 6 Calcular las rectas tangente y normal a la función $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ en el punto de abscisa $x = 0$.

Solución:

$$a = 0, \quad f(a) = f(0) = 1$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{(x + 1)^2} \implies m = f'(0) = -2$$

$$\text{Recta Tangente: } y - 1 = -2(x - 0) \implies 2x + y - 1 = 0$$

$$\text{Recta Normal: } y - 1 = \frac{1}{2}(x - 0) \implies x - 2y + 2 = 0$$