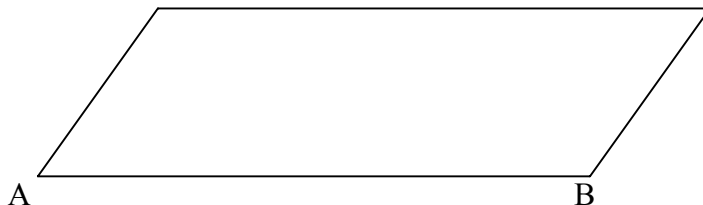


PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA II.

PROFESOR: ANTONIO PIZARRO.

<http://ficus.pntic.mec.es/apis0004>

1º) En el siguiente paralelogramo, $\operatorname{sen} A = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Hallar las razones trigonométricas del ángulo B.



Solución: $\operatorname{sen} B = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos B = -\frac{1}{2}$; $\operatorname{tg} B = -\sqrt{3}$.

2º) Haciendo uso de la calculadora, ver que:

$\operatorname{sen} 35^\circ 43' = 0.5838$;

$\cos 24^\circ 15' = 0.9118$;

El ángulo α tal que $\operatorname{sen} \alpha = 0.3941$ es $\alpha \approx 23^\circ 13'$;

El ángulo α tal que $\cos \alpha = 0.5680$ es $\alpha \approx 55^\circ 23'$.

3º) Se sabe que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{4}$. Determina: a) $\operatorname{tg}(2\alpha)$, b) $\cos(2\alpha)$, c) $\operatorname{csc}(2\alpha)$.

Solución: a) $-\frac{40}{9}$, b) -0.22, c) 1.03.

4º) Se sabe que $\sec \alpha = 3$ y que $3\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq 2\pi$. Determina: a) $\operatorname{sen}(\frac{\alpha}{2})$, b) $\cos(\frac{\alpha}{2})$, c)

$\operatorname{tg}(\frac{\alpha}{2})$, d) $\cot g(\frac{\alpha}{2})$

Solución: a) -0.58, b) 0.82 c) -0.71, d) -1.40.

5º) Determina el valor de las siguientes expresiones:

a) $\operatorname{sen}^2(2x) + \cos^2(2x)$

b) $\operatorname{sen}^2(4x) + \cos^2(4x)$

Solución: a) 1, b) 1.

6º) Simplificar:

a) $\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$; b) $\cos x \cdot \operatorname{sen}^2 x + \cos^3 x - \cos x$; c) $\frac{1 - \cos(2x)}{\operatorname{tg} x + \cot g x}$; d)

$\frac{2\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$; e) $\frac{1}{\operatorname{tg} x + \cot g x}$; f) $\frac{\cos^2 x \cdot \operatorname{csc} x}{1 - \cos^2 x}$; g) $\frac{\operatorname{sen} 2x}{1 + \cos 2x}$.

Solución: a) $\sec^2 x$; b) 0; c) $2\operatorname{sen}^3 x \cdot \cos x$; d) $\operatorname{sen}(2x)$; e) $\cos x \operatorname{sen} x$; f) $\frac{\cos^2 x}{\operatorname{sen}^3 x}$; g) $\operatorname{tg} x$.

7º) Demostrar que:

a) $\operatorname{tg} x = \cot g x - 2\cot g 2x$.

b) $\frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} 2a - \operatorname{tg} a} = \cos 2a$.

c) Si los ángulos A, B y C suman 180° , se tiene que $\frac{\cos(A - B) - \cos C}{2 \cos A} = \cos B$.

8º) Calcula el $\operatorname{sen} 3x$, $\cos 3x$, $\operatorname{sen} 4x$, $\cos 4x$ en función de x.

Solución: $\operatorname{sen} 3x = 3\operatorname{sen} x - 4\operatorname{sen}^3 x$, $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$,

$\operatorname{sen} 4x = (4\operatorname{sen} x - 8\operatorname{sen}^3 x) \cdot \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 x}$, $\cos 4x = 1 - 8\operatorname{sen}^2 x + 8\operatorname{sen}^4 x$.

<http://ficus.pntic.mec.es/apis0004>

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA II.

PROFESOR: ANTONIO PIZARRO.

<http://ficus.pntic.mec.es/apis0004>

9º) Resuelve las ecuaciones y sistemas de ecuaciones trigonométricas:

a) $\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{2}$.

b) $\operatorname{sen} 2x \cdot \cos x = 6 \operatorname{sen}^3 x$.

c) $\cos 8x + \cos 6x = 2 \cdot \cos 210^\circ \cdot \cos x$.

d) $\cos^2 x \cdot \operatorname{tg} x = -\frac{1}{2}$

e) $\cos x - \operatorname{sen} x = 0$

f) $2 \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x = 0$

g) $\cos(2x) + \cos x = 2$

h) $\cos x \cdot \cos(2x) + \cos^2 x = 0$

i) $\cos(4x) = \operatorname{sen} 2x$

j) $\cos 2x - \cos 6x = \operatorname{sen} 5x + \operatorname{sen} 3x$

k) $\operatorname{sen} 2x \cdot \cos x = 6 \operatorname{sen}^3 x$

l)
$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1 \\ 2x + 2y = 180^\circ \end{cases}$$

m)
$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \\ \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \end{cases}$$

Solución: a) $x = \begin{cases} 60^\circ + 180^\circ \cdot k \\ 120^\circ + 180^\circ \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in \mathbb{Z};$

b) $x = \begin{cases} 0^\circ + 360^\circ \cdot k \\ 180^\circ + 360^\circ \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in \mathbb{Z}; x = \begin{cases} 150^\circ + 360^\circ \cdot k \\ 330^\circ + 360^\circ \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in \mathbb{Z};$

c) $x = \begin{cases} 90^\circ + 360^\circ \cdot k \\ 270^\circ + 360^\circ \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in \mathbb{Z}; x = 30^\circ; \text{ d) } x = 45^\circ + 360^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$

e) $x = 45^\circ + 180^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$ f) $x = 180^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$ $x = 30^\circ + 360^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$

$x = 150^\circ + 360^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$ g) $x = 360^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$ h) $x = 90^\circ + 180^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$

i) $x = 15^\circ + 180^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$ $x = 75^\circ + 180^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$ $x = 135^\circ + 180^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$

j) $x = 45^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$ $x = 90^\circ + 180^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$ $x = 30^\circ + 360^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$

$x = 150^\circ + 360^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$ k) $x = 180^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$ $x = 30^\circ + 180^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$

$x = 150^\circ + 180^\circ \cdot k \quad \forall k \in \mathbb{Z};$

l) $x = 0^\circ, y = 90^\circ; x = 90^\circ, y = 0^\circ.$

m) $x = \begin{cases} 60^\circ + 360^\circ \cdot k \\ 120^\circ + 360^\circ \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in \mathbb{Z}; y = \begin{cases} 30^\circ + 360^\circ \cdot k \\ 150^\circ + 360^\circ \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in \mathbb{Z}.$

10º) Resolver el triángulo de lados $a=3\text{cm.}$, $b=6\text{cm.}$, $c=4\text{cm.}$ Hallar también su área.

Solución: $\hat{A} = 26^\circ 23'; \hat{B} = 117^\circ 17'; \hat{C} = 36^\circ 20'; S = 5,33\text{cm}^2.$

11º) Dos automóviles parten de un mismo punto por dos carreteras diferentes, que forman un ángulo de 45° entre sí, a velocidades de 50 km/h y 70 km/h respectivamente. Suponiendo que la velocidad de los dos automóviles es uniforme, ¿a qué distancia se encuentran uno del otro al cabo de 2 horas?

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA II.

PROFESOR: ANTONIO PIZARRO.

<http://ficus.pntic.mec.es/apis0004>

Solución: 99km.

12º) Calcula la altura de un semáforo, sabiendo que desde un cierto punto A se ve bajo un ángulo de 60º y si nos alejamos 40 metros se ve bajo un ángulo de 30º.

Solución: $20\sqrt{3}$ m.

13º) Se va a construir un túnel por una montaña desde A hasta B. Un punto C en la montaña que es visible desde A y desde B se encuentra a 3800m de A y a 5500m de B, y el ángulo C mide 60º. ¿Cuál es la longitud del túnel?

Solución: 4877.5 m.

14º) Los lados de un triángulo miden 9,10 y 11 cm. Respectivamente. Calcula lo que mide el ángulo menor de dicho triángulo, así como el valor de su área.

Solución: 50º28'44'', 42.42cm².

15º) Desde dos puntos A y B situados en la misma orilla de un río y distantes entre sí 80m se observa un punto C, situado en la orilla opuesta, bajo ángulos de 60º y 45º, respectivamente. Calcula las distancias desde los puntos A y B hasta el punto C.

Solución: Las distancias pedidas son 71,73m. y 58,56m.

16º) En una de las orillas de un río hay un pedestal de 60 m de altura sobre el que se apoya una estatua de 9 m de altura. Halla la anchura x del río, sabiendo que desde un punto A, situado en la orilla opuesta frente al pedestal, se ve la estatua bajo el mismo ángulo que se vería a un hombre de 1.80m, situado delante del pedestal.

Solución: 32.17m.

17º) Una calle mide 12m de ancha. Desde el punto medio de la misma se observan los aleros de sendos edificios de alturas H y h bajo ángulos 2β y β , respectivamente.

En el caso de que los ángulos sean de 60º y 30º, calcula H y h. Encuentra la relación general que liga a las alturas H y h, y comprueba que las alturas calculadas anteriormente verifican la relación general.

Solución: $H=10.39\text{m}$, $h= 3.46\text{m}$, $h = \frac{6\sqrt{36 + H^2} - 36}{H}$.