

EJERCICIOS DE FUNCIONES

1) Dadas las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } f(x) = \frac{3x-6}{x^2-4x+5} & \text{b) } f(x) = \frac{2x}{x-4} & \text{c) } f(x) = \sqrt{3x^2-9} & \text{d) } f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x} \\
 \text{e) } f(x) = \frac{2x-1}{(x^2-4)(2x+3)} & \text{f) } f(x) = \sqrt{x^2+1} & \text{g) } f(x) = \sqrt{\frac{3x-2}{x+2}} & \text{h) } f(x) = \frac{1}{x^3+x^2-2} \\
 \text{i) } f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2-9}{x}} & \text{j) } f(x) = \log_2(x+4) & \text{k) } f(x) = \log_2\left(\frac{x-3}{x+1}\right) & \text{l) } f(x) = \ln(9-x^2)
 \end{array}$$

- 1) Hallar su dominio.
- 2) Hallar los puntos de corte con los ejes.
- 3) Comprobar si las funciones b, c, f, g, y h son pares o impares.
- 4) En las funciones a, b, c hallar la imagen del punto $x = -2$
- 5) Comprobar si para la función del apartado a) existe algún valor de x para el cual $f(x) = 1$
- 6) Comprobar si para la función del apartado b) existe algún valor de x para el cual $f(x) = 2/3$
- 7) ¿ Para que valores de x son las funciones de los apartados a, b y e $f(x) \geq 0$?
- 8) ¿ Para que valores de x son las funciones de los apartados c, d y g $f(x) \geq 2$?

2) Representar gráficamente las funciones siguientes:

$$\text{a) } f(x) = |2x-3| \qquad \text{b) } f(x) = |x^2-3x| \qquad \text{c) } f(x) = E(x)$$

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} 3x-2 & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{5}{x} & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ \frac{x}{2} & \text{si } x > 2 \end{cases} \qquad \text{e) } f(x) = \begin{cases} x^2-4x & \text{si } x \leq 0 \\ 2-x & \text{si } 0 < x < 2 \\ 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{f) } f(x) = 3^x \qquad \text{g) } f(x) = \log_3 x \qquad \text{h) } f(x) = 10^x \qquad \text{i) } f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x \qquad \text{j) } f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x)$$

Indica el dominio y el recorrido de las funciones anteriores

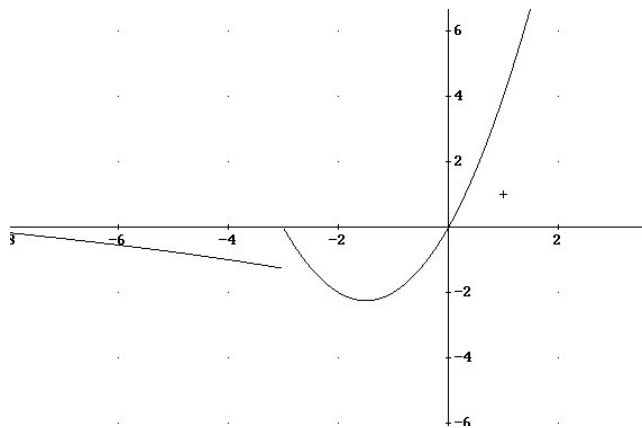
Indica la inversa de las funciones f, g, h, i, j, y k respecto de la composición de aplicaciones.

3). Dadas las funciones $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = \frac{3x+4}{5}$, $h(x) = \frac{x+1}{2x+5}$, $i(x) = \sqrt{x^2+3}$

- a) Hallar $f(g(x))$; $h(g(x))$; $g(f(x))$; $g(h(x))$; $i(h(x))$. Dominio de cada una de ellas .
- b) Hallar $f^{-1}(x)$; $g^{-1}(x)$; $h^{-1}(x)$; $i^{-1}(x)$. Indica el dominio de estas funciones y comprueba el resultado (son inversas respecto a la composición)
- c) Representa $g^{-1}(x)$.Compara las gráficas de $g(x)$ y de $g^{-1}(x)$.

4) Dada la siguiente grafica de una función:

- a) Dominio Recorrido de la función.
- b) Puntos de corte con los ejes. ¿para que valores de x es $f(x) = -1$?
- c) Intervalos en los que la función es creciente o decreciente.



SUCESIONES

Para cada una de las siguientes cuestiones, razona todo lo que afirmes.

- 1.-Una determinada sucesión tiene por límite 0'000001. ¿Puede tener dicha sucesión infinitos términos negativos?
- 2.-¿Puede tener todos sus términos negativos una sucesión cuyo límite sea 0?
- 3.-¿Puede tener infinitos términos negativos una sucesión cuyo límite sea $+\infty$?
- 4.-Una determinada sucesión tiene por límite 0'000001. ¿Es posible que dicha sucesión tenga más términos negativos que positivos?
- 5.-Una determinada sucesión tiene límite $+\infty$. ¿Hay más términos de dicha sucesión mayores que 10^{50} o menores que 10^{50} ?
- 6.-Una determinada sucesión tiene por límite 6. Consideramos el intervalo (5'9999999, 6'0000001). ¿Habrá más términos de la sucesión pertenecientes al intervalo o no pertenecientes?
- 7.-Una determinada sucesión tiene por límite $-\infty$. Consideramos los siguientes intervalos: (100,101) y (-1000000,0). ¿Es posible que dicha sucesión tenga más términos pertenecientes al primer intervalo que al segundo?
- 8.-Una determinada sucesión tiene por límite 4. Consideramos los siguientes intervalos: (-9,-8) y (0,4). ¿Es posible que dicha sucesión tenga más términos pertenecientes al primer intervalo que al segundo?
- 9.-Una sucesión tiene por límite 3. ¿Es posible que dicha sucesión tenga infinitos términos no pertenecientes al intervalo (2'999,3'001)?

10.-Indica razonadamente si las siguientes sucesiones poseen o no límite (real, $+\infty$ $-\infty$).

a) $a_n = \frac{1}{n+5}$	b) $a_n = \frac{n-5}{n+3}$	c) $a_n = \frac{-3}{n^2}$	d) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$	e) $a_n = (-1)^n$
f) $a_n = n^3$	g) $a_n = -4n^2 + n$	h) $a_n = \frac{n-1}{n^2}$	i) $a_n = \frac{n^2-1}{2n^2+5}$	
j) $a_n = \frac{(-3)^n}{n}$	k) $a_n = \begin{cases} \frac{n-1}{n+1} & \text{si } n \text{ es par} \\ 5 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$	l) $a_n = \begin{cases} n^3 & \text{si } n \leq 10000 \\ \frac{1}{n} & \text{si } n > 10000 \end{cases}$		
m) $a_n = \begin{cases} \frac{1}{n} & \text{si } n \leq 10000 \\ n^3 & \text{si } n > 10000 \end{cases}$	n) $a_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n \text{ es par} \\ \frac{1}{n} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$	p) $a_n = \begin{cases} \frac{2}{n} & \text{si } n \text{ es par} \\ \frac{1}{n} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$		
q) $a_n = \begin{cases} n^2 & \text{si } n \text{ es par} \\ \frac{2}{n} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$	r) $a_n = \begin{cases} n^2 & \text{si } n \leq 100000 \\ -n & \text{si } n > 100000 \end{cases}$	s) $a_n = \begin{cases} 3 & \text{si } n \text{ es } \overset{\bullet}{4} \\ \frac{1}{n} & \text{si } n \neq \overset{\bullet}{4} \end{cases}$		
t) $a_n = \begin{cases} n^2 & \text{si } n \text{ es par} \\ n^3 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$	u) $a_n = n^3 - 3n^2 + n$	v) $a_n = \frac{3n^3 - 2n^2 + 1}{n^2 + 3}$		

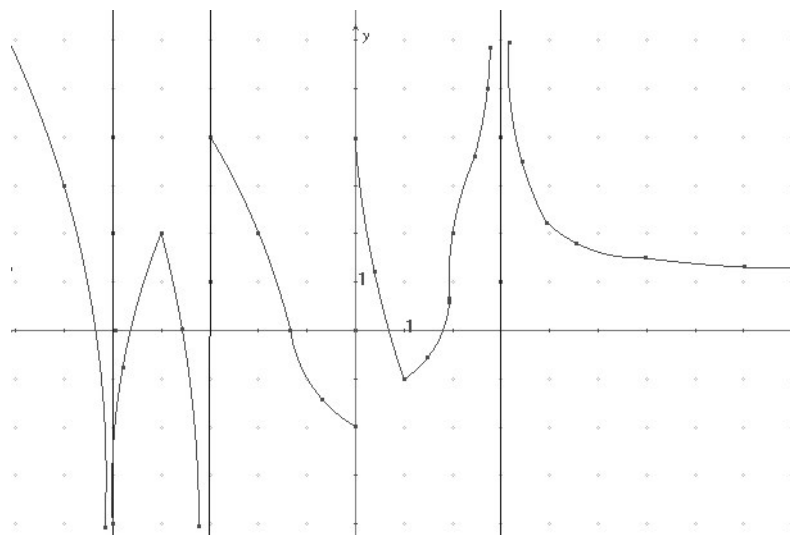
- 11) Para la sucesión del apartado 10 f) ¿a partir de que termino son estos mayores de 12000?
 Para la sucesión del apartado 10 a) ¿a partir de que termino son estos menores de 1/15?

LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD

1.-Sea $f(x)$ la grafica representada al margen
Hallar el dominio y completa :

$\lim_{x \rightarrow -5} f(x) =$	$f(-3) =$	$f(0) =$
$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$

¿Para que valores de x es $f(x) > 2$? .Indica su recorrido y los tipos de discontinuidad .



2.- Hallar k para que la función

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{5x^2 - 13x - 6}{x^2 - 9} & x \neq 3 \\ k & x = 3 \end{cases}$ sea continua en $x=3$.

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{kx^3 - 2x^2}{2x^4 - 2x^2} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ sea continua en $x=0$.

c) $f(x) = \begin{cases} 2ax + 3 & x < 1 \\ 3 & x = 1 \\ x^2 - bx & x > 1 \end{cases}$ sea continua en $x = 1$.

d) $f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x < \pi \\ k(3-x) & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ sea continua en todo su dominio de definición.

3.-Inventa una función que verifique :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1; \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \infty; \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty; \exists \lim_{x \rightarrow -1} f(x); f(1)=3.$$

4.- Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (-3x^3 + 2x^2 + 3)$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} (3x^2 - 8x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} (-2x^2 + 5)$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x}{5x^3 - x - 2}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x}{3x^3 - x^4}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 5x}{x - 2x^3}$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3 + 8}{x^2 + x + 1}$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 8x}{-2x^2 + 8x}$

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 - 4}$

j) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 2x + 1}$

k) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{x^3 - 3x + 2}$

l) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} + x}{x + 5}$

m) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{2-x}}{x-1}$

n) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x-2}$

ñ) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

o) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 3}{x^2 + 2x + 1}$

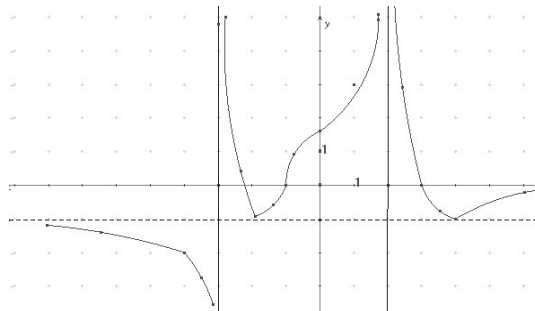
p) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2 + 3}{x^3 - 2} - \frac{1}{x} \right)$

q) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{3-x}}{x-2}$

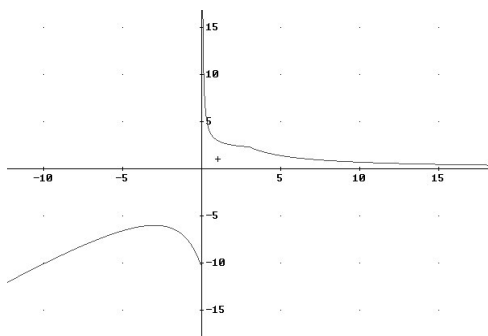
r) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2})$ s) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - \sqrt{x^4 + 2x})$ t) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 - 3}}{2x + 1} \right)$
 u) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 5x + 1}{x + 1} - \frac{3x}{2} \right)$ v) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 2x}{x - 2} + \frac{2x - 4}{x - 2} \right)$ w) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3 - 8}{-x^2 - 8} - \frac{x^4 - 7}{x + 7} \right)$

5.- Dadas las siguientes funciones, contesta a las cuestiones, con la ayuda de las graficas:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$,
 $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $f(0)$, $f(4)$
 ¿ para que valores de x es $f(x)=2$?



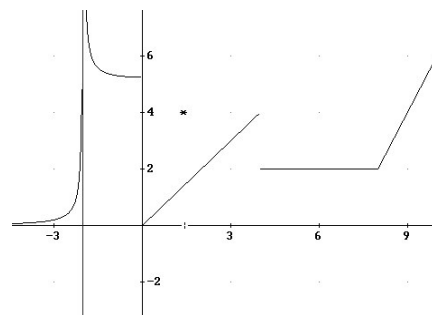
b)



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 ¿Existe algún máximo o mínimo? ¿Cuáles?
 ¿Existe $f(0)$? Indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento

c) Dominio, crecimiento, decrecimiento, asíntotas,

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x)$,
 $\lim_{x \rightarrow 8^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $f(2)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$



6.- Sea $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x + 3 & \text{si } 1 < x < 3 \\ 3x & \text{si } x > 3 \end{cases}$ se pide :

a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$
 f) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ g) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ h) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ i) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ j) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

7.- Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{x^2-9} & \text{si } x \neq 3 \\ 4 & \text{si } x = 3 \end{cases}$ se pide

a) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

8.- Hallar las asíntotas verticales y horizontales de las siguientes gráficas:

a) $f(x) = \frac{3x^2 + 2x}{x^2 - 4x + 3}$ b) $f(x) = \frac{3x^2 - 8x}{x^2 - 4}$ c) $f(x) = 2x^2 - 5x + 7$ d) $f(x) = \frac{2x + 3}{3x + 2}$

9.- Dada la función $f(x) = \frac{6x^3 - 12x^2 + 6x}{2x^3 - 3x^2 + 1}$

a) Calcular límites cuando $x \rightarrow 1$; $x \rightarrow 0$; $x \rightarrow \infty$; $x \rightarrow -\infty$ b) Estudiar su continuidad

10.- Dada la función : $f(x) = \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{x^2 - x}$ Estudiar su continuidad y sus asíntotas.

11.- Estudiar la continuidad de las siguientes funciones e indica el tipo de discontinuidad

a) $f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 + x - 1}{3x^2 - 4x - 4}$ b) $f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 + 10x + 12}{x^3 + 2x^2 - 2x + 3}$ c) $f(x) = \frac{x^4 - 6x^2 + 8x - 3}{x^4 - 2x^2 + 2x - 1}$

12.- Analizar los tipos de discontinuidad de las siguientes funciones

a) $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq 2 \\ x-1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x \leq 0 \\ 2x-1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ -x^2+3x & \text{si } 1 < x \end{cases}$ c) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } -1 < x < 0 \\ 1-x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ x^3 & \text{si } 1 < x \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} & \text{si } x \leq -1 \\ 2x+4 & \text{si } -1 < x < 0 \\ x^3 & \text{si } 0 < x \end{cases}$ e) $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ \ln x & \text{si } 0 < x < 1 \\ -2x^2+3x & \text{si } 1 < x \end{cases}$

13.- Representa las funciones que verifican estas condiciones:

a) Su dominio es $(-5,4) \cup (4,\infty)$, crece de $(-5,0) \cup (4,\infty)$, decrece de $(0,4)$. Tiene una asíntota horizontal en $y = -3$ y una vertical en $x = 4$, el punto $(2,3)$ pertenece a la gráfica.

b) Su dominio son todos los reales, decrece de $(-\infty,0)$, crece de $(0,\infty)$, tiene un mínimo en $(0,-2)$, la asíntota horizontal es la recta $y = 3$

c) El dominio de esta función es $(-\infty,-2) \cup (2,\infty)$. De $(-\infty,-2)$ decrece, y de $(2,\infty)$ crece. Su recorrido son los reales positivos $f(-2)=0$ y $f(2)=0$

DERIVADAS

1. Halla la tasa de variación media de a) $f(x) = \frac{1}{x}$ b) $g(x) = \frac{1+x}{3+x}$ en

$[1,2]$, $[1,1'1]$, $[1,1'01]$, $[1,1'001]$, $[1,1'0001]$ y, en general, en $[1, 1+h]$ ($h>0$).

2. Usa la definición de derivada para calcular la derivada de: a) $f(x)=1+x$ en $x=0$;

b) $f(x)=x+x^2$ en $x=1$ c) $f(x)=\sqrt{1+x}$ en $x=3$

3. Calcula la ecuación de la recta tangente a las siguientes curvas en los puntos que se indican: a) $y=1+\sqrt{x}$ en $x=1$ b) $y=1+x+x^2$ en $x=0$.

4. Calcula las funciones derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x)=3$ b) $f(x)=3-x-x^2$ c) $f(x)=3-4x+\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{4}x^{-2}$ d) $f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{si } x < 0 \\ 1-x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

5. Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \leq 1 \\ 2-x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$. Representa gráficamente f y f' .

6. Estudia la continuidad y derivabilidad de las siguientes funciones:

a) $f(x)=E(x)$ b) $f(x)=x-|x|$ c) $f(x)=|x^2-1|$

7. Halla c para que las siguientes funciones sean continuas en todo su dominio de definición

a) $f(x) = \begin{cases} cx^2 - 3 & \text{si } x \leq 2 \\ cx + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ ¿ Es derivable f(x) en x = 2?

b) $g(x) = \begin{cases} c^2x & \text{si } x < 1 \\ 3cx - 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ ¿ Es derivable g(x) en x = 1?

8. Usa las reglas de derivación para hallar las derivadas de las siguientes funciones, indicando dónde existen:

a) $f(x) = x^5 - x^2 + x$ b) $f(x) = x^3(1+x)^4$ c) $f(x) = \frac{x-1}{1+x^2}$ d) $f(x) = \frac{1}{(x+1)^4}$
 e) $f(x) = (3+\sqrt{x})^{10}$ f) $f(x) = (4x^2 - 5x + 1)^{12}$ g) $f(x) = \left(\frac{1+x}{1-2x^2}\right)^{15}$ h) $f(x) = \sqrt[3]{x}(x+1)^2$
 i) $f(x) = \frac{4-x^2}{1+x^4}$ j) $f(x) = \frac{4+5x}{(3-x)^2}$ k) $f(x) = 1 + \sqrt[3]{x} + 2x^2 - 3x^3$ l) $f(x) = \frac{x + \sqrt[3]{x}}{1+x}$

9. Dada la función $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ halla su dominio, su derivada y la ecuación de la recta tangente a la curva y = f(x) en el punto de abscisa x = 2.

10. Haz lo mismo con $f(x) = \sqrt{\frac{4-x}{1+x^2}}$

11. Escribe la derivada de las funciones:

a) $f(x) = \ln(1+x)$; b) $g(x) = \ln(1-x^2)$; c) $h(x) = \ln(1+x)$
 d) $l(x) = \text{sen}(x^3)$; e) $m(x) = \text{tg}(1+x^2)$; f) $n(x) = \cos(\ln x)$

12. Estudia los intervalos de crecimiento de las funciones

a) $f(x) = \ln \frac{x}{1+x^2}$; b) $g(x) = \frac{x}{1+x^2}$ c) $h(x) = \frac{x}{1-x^2}$

13. Estudia los intervalos de crecimiento de las funciones

a) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$ b) $g(x) = x^4 - 3x^2 - 1$ c) $h(x) = \frac{1}{1+x^2}$

14. Estudia los extremos locales de las curvas:

a) $y = \ln \frac{x}{1+x^2}$ b) $y = \frac{x-1}{1+x^2}$ c) $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ d) $y = x^4 - 3x^2 + 1$

15. Considera la función $f(x) = \frac{x+1}{1+x^2}$. Halla su dominio, los intervalos de crecimiento y los extremos locales. Escribe la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa x = 0.

16. Demuestra que el área del triángulo limitado por una tangente cualquiera a la curva $x^2 + y^2 = k$ y los ejes coordenados es constante, es decir, independiente de la tangente elegida.

17. Halla la ecuación de las rectas tangentes a la parábola $y^2 - 8x = 0$ en los puntos (2,4) y (1,-√8).

18. Halla la ecuación de la recta tangente a cada una de las siguientes curvas:

a) $y = x \cdot \text{sen } x$ en $x = 0$; b) $y = 4x^3 + 5x^2 + 6$ en $x = -2$. c) $y = (x-2)^2$ en $x = 3$

19. Dos números no negativos suman 40. ¿Cuál es el mínimo valor que puede tomar la suma del cubo del primero más el triple del cuadrado del segundo, y cuánto valen los números en este caso?

20. De todos los triángulos rectángulos de 10 cm de hipotenusa, ¿cuál es el que mayor área tiene y cuánto mide ésta?

21. De todos los prismas rectos de base cuadrada y 1 dm³ de volumen, ¿cuál es el de menor área total?

22. Halla el punto de la curva $y = x^2$ más cercano al punto (0,1).
23. Halla el volumen máximo que puede generar un triángulo rectángulo cuyos catetos suman 12 cm, al girar alrededor de uno de dichos catetos.
24. De entre los cilindros de $100\pi \text{ dm}^3$ de volumen, halla el radio y la altura del que tiene área total mínima.
25. Se desea cercar un terreno rectangular de 200 m^2 con tela metálica cuyo precio es de 6 € el metro. ¿Cuánto costará como mínimo la cerca?
26. Halla el rectángulo de área máxima inscriptible en un triángulo isósceles de base 6 cm y altura 10 cm.
27. Hallar el valor de n para que la derivada de la función $y = x^2 + (n-1)x$, en el origen de coordenadas valga 2
28. ¿En que punto la función $f(x) = x^2 - 5x$ tiene su recta tangente formando un ángulo de 45° con el eje OX
¿Existe algún punto de dicha función en el que la recta tangente sea paralela a la recta $y = x$?
29. Calcular la pendiente de la recta tangente a la curva $y = x^2/2 - x$ en el punto de abscisa $x = -2$. ¿En que punto la recta tangente es horizontal?

30. Representar las siguientes funciones. (Indica. Dominio, corte con los ejes, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, asíntotas)

- a) $y = \frac{2x^2}{1+x^2}$ b) $y = \frac{2x-7}{x-1}$ c) $y = \frac{x^2}{x^2-1}$ d) $y = \frac{2x^2+6}{x^2-3x}$
- e) $y = 3x^5 - 5x^3$ f) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ g) $y = \frac{2x^2}{x^2+2x}$ h) $y = \frac{x^2+4}{x^2+2x}$
- i) $y = \sqrt{x^2-9}$ j) $y = 3x^4 - 6x^2 + 4$ k) $y = \frac{4-x^2}{x^2-3x}$ l) $y = |2x^3 - 3x^2 - 12x|$

31. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$y = \frac{\log_3(2x^2 - \frac{3}{x})}{3^x}$	$y = \sqrt[4]{x} \cdot x^{-3} \cdot \sqrt[5]{x^2}$	$y = \log_5 \frac{x^3 + 3x^{-2} + \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$
$y = \log^5(3x^2 + 3)$	$y = \log^3((3^x + x)(\sqrt{x} + 2))$	$y = (\frac{x^3}{7} + 2x^2 + 4)^5$
$y = \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{1 + e^{-x}}$	$y = x^3 \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot e^2 \cdot e^{3x} \cdot 3^x$	$y = \frac{2x+1}{e^{x-3}}$
$y = \text{Ln}(2^x + 4^{-x} + e^\pi + \sqrt{x})$	$y = \text{sen}(2x^3 - 6x + 8)$	$y = \text{tag}^2 5x$

32. Hallar las dimensiones de un campo rectangular de 3600 m^2 Si se quiere cercar con una valla de longitud mínima
33. Entre todos los rectángulos inscritos en una circunferencia de radio 12 cm, hallar las dimensiones del de área máxima
34. La suma de todas las aristas de un prisma recto de base cuadrada es 48 cm. Calcular las dimensiones de ese prisma para que el volumen sea máximo
35. Una hoja de papel ha de tener 18 cm^2 de texto impreso. Los márgenes superior e inferior deben tener 2 cm cada uno y los laterales 1 cm. Calcular las dimensiones de la hoja para los cuales el gasto de papel es mínimo.

36. Disponemos de terreno junto a una carretera y queremos cercar para un camping parte de su área de forma que sea rectangular y que ocupe 10.000 m^2 . La cerca rodeará todo el camping, salvo 10 metros junto a la carretera que dejaremos para entrada. Hallar las dimensiones de dicha superficie para utilizar la menor cantidad posible de cerca.

37. Halla dos números cuya suma sea 20, de manera que la suma de sus inversos sea mínima.

38. Se desea construir el marco para una ventana rectangular de 6 m^2 de superficie. El metro lineal de tramo horizontal cuesta 20 € y el de tramo vertical 30 €. Calcula las dimensiones de la ventana para que el coste del marco sea mínimo