

1. Obtén el término general de las sucesiones siguientes: (2p)

a) 2, -8, -18, -28, ...

b) -3, 1, 5, 9, 13, ...

c) 2, 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ , ...

d) -1, 2, -4, 8, -16, ...

**Solución:**

a) Es una progresión aritmética con  $a_1 = 2$  y  $d = -10$ . Por tanto:

$$a_n = 2 + (n-1) \cdot (-10) = 2 - 10n + 10 \rightarrow a_n = 12 - 10n$$

b) Es una progresión aritmética con  $a_1 = -3$  y  $d = 4$ . Así:

$$a_n = -3 + (n-1) \cdot 4 = -3 + 4n - 4 \rightarrow a_n = 4n - 7$$

c) Es una progresión geométrica con  $a_1 = 2$  y  $r = \frac{1}{2}$ . Por tanto:

$$a_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2 \cdot \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{2}{2^{n-1}} = \frac{1}{2^{n-2}} \rightarrow a_n = \frac{1}{2^{n-2}}$$

d) Es una progresión geométrica con  $a_1 = -1$  y  $r = -2$ . Así:

$$a_n = (-1) \cdot (-2)^{n-1}$$

2. Averigua el término general de las siguientes sucesiones: (1p)

a) 3, 6, 11, 18, 27, ...

b)  $\frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{16}, \frac{11}{32}, \dots$

**Solución:**

a)  $a_n = n^2 + 2$

b)  $b_n = \frac{2n+1}{2^n}$

3. Halla el criterio de formación de la siguiente sucesión recurrente: (0.75p)

3, 4, 12, 48, 576, 27 648, ...

**Solución:**

A partir del tercero, cada término se obtiene multiplicando los dos anteriores:

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 4, \quad a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-2} \quad \text{para } n > 2$$

4. Halla la suma desde el término  $a_{20}$  hasta el  $a_{30}$  (ambos incluidos) en la progresión aritmética cuyo término general es  $a_n = 2n + 3$ . (1.5p)

**Solución:**

Calculamos  $a_{20}$  y  $a_{30}$ :

$$a_{20} = 2 \cdot 20 + 3 = 40 + 3 = 43, \quad a_{30} = 2 \cdot 30 + 3 = 60 + 3 = 63$$

El número de términos desde  $a_{20}$  hasta  $a_{30}$  (ambos incluidos) es 11. Por tanto, la suma pedida es:

$$S = \frac{(a_{20} + a_{30}) \cdot 11}{2} = \frac{(43 + 63) \cdot 11}{2} = \frac{106 \cdot 11}{2} = 583$$

5. Estudia si las siguientes sucesiones tienen límite. Si lo tienen, calcúlalo; si no, explica el porqué.

Elabora una tabla de valores y realiza la representación gráfica en cada caso. (1.5p)

a)  $a_n = \frac{4n}{n+1}$       b)  $b_n = \frac{2n+1}{3}$

**Solución:**

a)  $a_{10} = 3,6363...$      $a_{100} = 3,96039...$      $a_{1000} = 3,996...$   
 $a_{1000000} = 3,999996$

$$\lim a_n = 4$$

b)  $b_{10} = 7...$      $b_{100} = 67...$      $b_{1000} = 667...$      $b_{1000000} = 666667$

$$\lim b_n = +\infty$$

6. Invéntate dos sucesiones cuyo límite sea 0 y tales que, al dividir las, la sucesión que resulte tienda a infinito. (0.75p)

**Solución:**

Por ejemplo,  $a_n = \frac{2}{n}$  y  $b_n = \frac{1}{n^2}$ . Comprobamos que su límite es 0.

$$a_{10} = 0,2 \quad a_{100} = 0,02 \quad a_{1000} = 0,002 \quad \rightarrow \quad \lim a_n = 0$$

$$b_{10} = 0,01 \quad b_{100} = 0,0001 \quad b_{1000} = 0,000001 \quad \rightarrow \quad \lim b_n = 0$$

Si hacemos  $c_n = \frac{a_n}{b_n} = \frac{2}{n} : \frac{1}{n^2} = \frac{2n^2}{n} = 2n$ , obtenemos una sucesión cuyo límite es infinito:

$$c_{10} = 20 \quad c_{100} = 200 \quad c_{1000} = 2000 \quad \rightarrow \quad \lim c_n = +\infty$$

7. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Si es falsa, indica un contra-ejemplo.

(1p)

a) La sucesión  $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_{n+1}}{a_n}$  es un progresión geométrica.

b) La sucesión  $a_n = \frac{-1}{n^2}$  no tiene límite.

c) Para que la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica no sea infinitamente grande, ha de ser  $|r| < 1$ .

d) La sucesión  $a_n = (-1)^n \cdot 2n$  no tiene límite.

**Solución:**

a) Verdadero.

En una progresión geométrica se cumple:

$$\left. \begin{array}{l} a_2 = a_1 r \rightarrow r = \frac{a_2}{a_1} \\ a_3 = a_2 r \rightarrow r = \frac{a_3}{a_2} \\ \vdots \\ a_{n+1} = a_n r \rightarrow r = \frac{a_{n+1}}{a_n} \end{array} \right\} \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

b) Falso.

$$a_{10} = -0,01 \quad a_{100} = -0,0001 \quad a_{1000} = -0,000001 \quad \rightarrow \quad \lim a_n \neq 0$$

c) Verdadero.

Si  $|r| < 1$ , la suma de los infinitos términos es  $S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r}$ .

d) Verdadero.

$a_1 = -2, a_2 = 4, a_3 = -6, a_4 = 8, \dots$  Es decir, es una sucesión oscilante, luego no tiene límite.

**8. En una progresión aritmética, la suma del quinto término con el décimo y el duodécimo es 54. Calcula el noveno término. (1.5p)**

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} a_5 = a_1 + 4d \\ a_{10} = a_1 + 9d \\ a_{12} = a_1 + 11d \end{array} \right\} \begin{array}{l} a_5 + a_{10} + a_{12} = 54 \\ a_1 + 4d + a_1 + 9d + a_1 + 11d = 54 \\ 3a_1 + 24d = 54 \rightarrow 3 \underbrace{(a_1 + 8d)}_{a_9} = 54 \rightarrow a_9 = 18 \end{array}$$