

# CINEMÁTICA

- 1.- Introducción.
- 2.- Reposo y movimiento.
- 3.- Magnitudes del movimiento.
- 4.- Movimiento rectilíneo uniforme. Ecuaciones. Gráficas.
- 5.- Movimiento rectilíneo uniformemente variado. Ecuaciones. Gráficas.
- 6.- Movimiento vertical. Caída libre.
- 7.- Movimiento circular. Magnitudes.
- 8.- Movimiento circular uniforme.
- 9.- Relación entre magnitudes lineales y angulares.

---

## 1.- INTRODUCCIÓN.

La **MECÁNICA** es la parte de la Física que estudia el movimiento y sus causas. Comprende tres partes:

- **Cinemática**: estudia el movimiento de los cuerpos prescindiendo de las causas que lo producen (fuerzas y momento de las fuerzas).
- **Dinámica**: estudia el movimiento en relación con sus causas.
- **Estática**: estudia el equilibrio de los cuerpos bajo la acción de las fuerzas.

## 2.- MOVIMIENTO Y REPOSO.

**A.1.** Estamos acostumbrados a observar cuerpos en movimiento: coches, trenes, etc. ¿puedes dar una definición de movimiento?.

**A.2.** a) Cuando estás sentado en un tren antes de iniciar el viaje, ¿estás en reposo o en movimiento?.

b) Cuando estás sentado en tu butaca del tren y en pleno viaje, ¿te hallas en reposo o en movimiento?.

c) ¿Qué se requiere para estudiar el movimiento?.

Se dice que un cuerpo está en **movimiento** cuando *varía su posición a lo largo del tiempo, respecto a un sistema de referencia arbitrariamente elegido*; en caso contrario el cuerpo está en **reposo**.

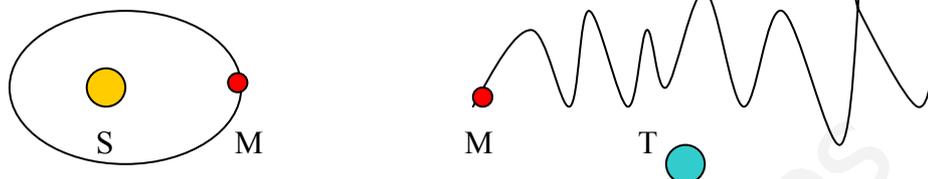
**A.3.** Completa:

- Cuando estamos sentados en casa escuchando música, estamos en..... respecto a la mesa, en..... respecto a un punto fijo de la Tierra, en..... respecto al Sol y éste a su vez está en ..... respecto a otras estrellas de la Vía Láctea.
- ¿Cuándo podemos afirmar que estamos en reposo absoluto?.

En realidad, no hay ningún punto del Universo que esté en reposo absoluto, por lo que todo estado de reposo o de movimiento es **relativo**, ya que cualquier sistema de referencia que tomemos está en movimiento.

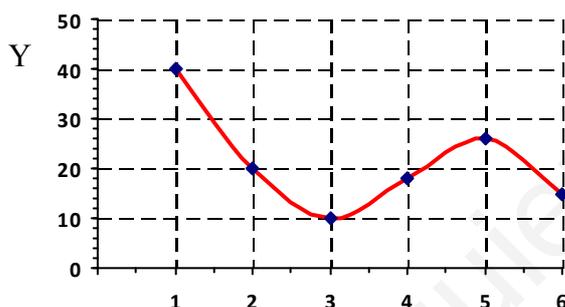
Para el estudio del movimiento tomaremos como sistemas de referencia, puntos fijos de la Tierra y consideraremos que están en reposo, aunque en realidad no es así.

La elección del sistema de referencia es fundamental, ya que, dependiendo del mismo, el estudio del movimiento puede ser sencillo o muy complejo. Ejemplo: el movimiento de un planeta del Sistema Solar (Marte) visto desde el Sol, es muy sencillo, ya que describe una trayectoria elíptica, pero visto desde la Tierra tiene una trayectoria irregular:



### 3.- MAGNITUDES DEL MOVIMIENTO.

El estudio del movimiento lo vamos a realizar considerando los **móviles puntuales**, es decir, *prescindimos de las dimensiones de los mismos y a efectos prácticos se toman como si fueran puntos*.



Supongamos un cuerpo que se mueva en el plano XY durante un cierto tiempo. Si tomamos como sistema de referencia unos ejes coordenados, tendrá distintas posiciones respecto al origen de coordenadas (O,O).

Si a continuación unimos los puntos por lo que ha pasado el móvil, tendremos la **trayectoria**.

**Trayectoria**: la línea imaginaria que describe un cuerpo en su movimiento, es decir, la sucesión de puntos por los que pasa un móvil.

Atendiendo a la trayectoria los movimientos se clasifican en:

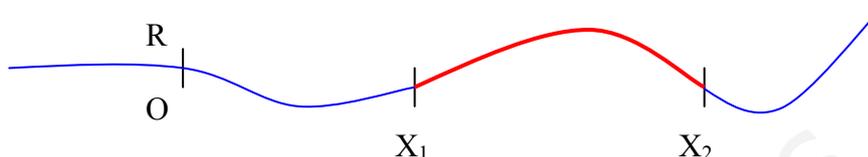
- Rectilíneos
- Curvilíneos: circular, elíptico, parabólico.
- Variables o irregulares: combinación de rectas y curvas.

Conocida la trayectoria, si queremos saber donde se encuentra el móvil en un instante determinado, es necesario tomar un punto de la misma como origen de posiciones (O) o punto de referencia (R) y además fijar arbitrariamente un signo a cada lado de la trayectoria.



**Posición (X)** en un instante determinado: *distancia medida sobre la trayectoria, desde el origen de posiciones a la posición que ocupa el móvil en dicho instante.* La posición tiene un signo + o -.

**Distancia recorrida ( $\Delta X$ ):** *distancia medida sobre la trayectoria entre las posiciones inicial y final.* Si el móvil siempre se mueve en el mismo sentido, se obtiene restando las posiciones final e inicial.



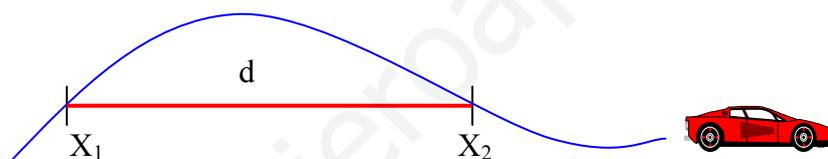
En el instante  $t_1$  el móvil se encuentra en la posición  $X_1$

En el instante  $t_2$  el móvil se encuentra en la posición  $X_2$

La distancia recorrida en el tiempo  $t_2 - t_1 = \Delta t$ , es  $X_2 - X_1 = \Delta X$

**A.4.** Para calcular la distancia recorrida hay que restar a la posición final la posición inicial, por tanto, puede resultar positiva o negativa. ¿Qué significado tiene el signo?

**Desplazamiento (d) :** *distancia en línea recta entre las posiciones inicial y final.*



**A.5.** ¿Es lo mismo distancia recorrida que desplazamiento?. ¿Coinciden en algún caso?.

**A.6.** Mariano ha ido en su camión desde una ciudad A hasta otra ciudad B por una carretera esencialmente recta según se explica a continuación:

Sale de A y recorre 250 km en 3 horas. Reposa en una ciudad C intermedia durante media hora. Recorre 200 km en 2 h y se da cuenta que olvidó su cartera en C. Vuelve a C lo más rápido posible para recuperar su cartera empleando hora y media. Finalmente, hace 400 km de C a B en 3 h. Calcula:

- gráfica posición-tiempo de este movimiento.
- distancia recorrida.
- desplazamiento.

Una de las principales magnitudes que caracteriza el movimiento es la rapidez con que se efectúa, la cuál se mide con la **velocidad** que indica *la distancia recorrida en la unidad de tiempo.*

Se calcula dividiendo la distancia recorrida entre el tiempo empleado en recorrerla:

$$V_m = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

La unidad de velocidad en el S.I. es el m/s. Otras unidades son km/h, cm/min, etc.

A.7. ¿Qué significa que un móvil lleve una velocidad de 30 m/s?, ¿y de 80 Km/h?

A.8. Si un móvil lleva una velocidad de 20 m/s, ¿cuál es su velocidad expresada en km/h?

A.9. En la navegación marítima y fluvial se utiliza como unidad de velocidad el nudo:

1 nudo =  $\frac{1 \text{ milla marina}}{1 \text{ hora}}$ . Teniendo presente que la milla marina mide 1.852 metros, expresa el nudo en km/h y cm/s.

A lo largo de un movimiento lo más frecuente es que la velocidad varíe, por lo que es necesario definir dos tipos de velocidad: la velocidad media y la velocidad instantánea.

### **Velocidad media:**

Se calcula dividiendo la distancia total recorrida por el móvil entre el tiempo empleado en recorrerla.

$$V_m = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

Representa la *velocidad constante que debería llevar el móvil para recorrer dicha distancia en el mismo tiempo.*

### **Velocidad instantánea:**

Representa la velocidad que lleva un móvil en un instante determinado, y se determina hallando la velocidad media en un intervalo de tiempo muy pequeño.

Matemáticamente:  $V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} V_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{dX}{dt}$

A.10. ¿Cuál fue la velocidad media de Usain Bolt el 16 de Agosto de 2008 cuando batió el récord del mundo de los 100 metros, estableciéndolo en 9,69 s ? ¿Corrió con la misma velocidad durante todo el recorrido?. ¿Qué significado tiene entonces el valor obtenido para velocidad media?.

A.11. Un autobús pasó por el kilómetro 82 de la carretera N-IV a las 8 h, 15 min, 22s y por el kilómetro 125 de la misma carretera a las 9 h, 1 min, 12 s. ¿Cuál fue la velocidad media en ese tramo?.

A.12. Basándote en la fórmula para calcular la velocidad, deduce que significado tiene el signo positivo y el signo negativo en la velocidad.

La magnitud que representa la rapidez con que varía la velocidad es la **Aceleración**: *variación de velocidad que experimenta un móvil en la unidad de tiempo.*

Supongamos que en el instante  $t_1$  el móvil tiene una velocidad  $v_1$ , mientras que en el instante  $t_2$  el móvil tiene una velocidad  $v_2$ ; por tanto, la variación de velocidad que experimenta en el tiempo  $t_2 - t_1 = \Delta t$ , es  $v_2 - v_1 = \Delta v$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La unidad de la aceleración en el S.I. es el  $\text{m/s}^2$  ;  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1 \text{ m/s}}{\text{s}} = 1 \text{ m/s}^2$

Otras unidades:  $\text{km/h}^2$  ,  $\text{cm/s}^2$  ,  $\text{m/h.s}$  , etc.

**A.13.** ¿Qué significa que un móvil lleve una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$  ?, ¿y de  $20 \text{ Km/h.s}$ ?

La aceleración al igual que la velocidad puede tener signo + o -, y a veces se interpreta de forma errónea, considerándose que movimiento *acelerado* es aquel que tiene aceleración positiva y *retardado* el que tiene aceleración negativa, lo cuál no siempre es así.

**A.14.** ¿Qué significa que la aceleración sea positiva?, ¿y negativa?.

- Un movimiento se llama acelerado: cuando aumenta *la rapidez o celeridad*, es decir, el módulo (valor absoluto) de la velocidad.
- Un movimiento se llama retardado o decelerado: cuando disminuye *la rapidez o celeridad*.

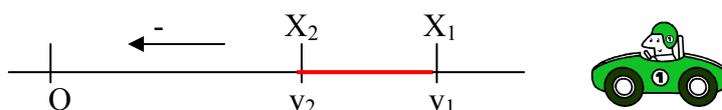
Ejemplo: El velocímetro de un coche marca en un instante  $60 \text{ km/h}$  y al cabo de 2 segundos marca  $70 \text{ Km/h}$ . El movimiento será siempre acelerado, ya que a los 2 segundos va más rápido, independientemente del sentido del desplazamiento que se tome como positivo. En efecto:

- Si hemos tomado como sentido + el del desplazamiento del coche:



$$v_1 = 60 \text{ km/h} , v_2 = 70 \text{ km/h} , \text{ y por tanto } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{70 - 60}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ km/h.s}$$

- Si el coche se mueve en el sentido que hemos tomado como negativo:



$$v_1 = -60 \text{ km/h} , v_2 = -70 \text{ km/h} , \text{ y por tanto } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-70 - (-60)}{2} = \frac{-10}{2} = -5 \text{ km/h.s}$$

Una vez que hemos visto las magnitudes que caracterizan al movimiento, vamos a estudiar algunos movimientos sencillos:

#### 4.- MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME. ECUACIONES. GRÁFICAS.

Es aquel movimiento cuya *trayectoria es una línea recta y la velocidad es constante*.

##### Ecuaciones:

Puesto que en este tipo de movimiento la velocidad es constante, en todo instante la velocidad coincide con la velocidad media.

$$V = V_m = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta X}{\Delta t} \quad ; \quad \text{despejando } \Delta X \text{ resulta:}$$

$$\Delta X = v \cdot \Delta t$$

Ecuación que permite calcular la **distancia recorrida** en el tiempo  $\Delta t$

Si en vez de considerar dos instantes concretos ( $t_1$  y  $t_2$ ), tomamos:

$t_0$ : tiempo del instante inicial.

$X_0$ : posición en el instante inicial

$t$ : tiempo de un instante cualquiera.

$X$ : posición en el instante cualquiera.

resulta:

$$\Delta X = X - X_0 = v \cdot (t - t_0)$$

siendo  $\Delta X$  la distancia recorrida

despejando:

$$X = X_0 + v \cdot (t - t_0)$$

ecuación que permite calcular la **posición** del móvil en un instante cualquiera  $t$ .

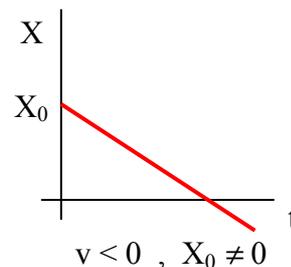
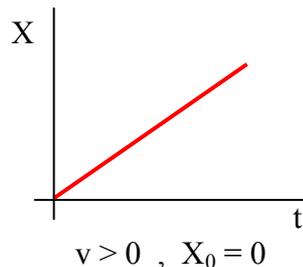
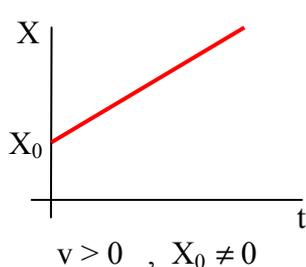
##### Caso particular:

Si el móvil inicialmente se encuentra en el origen de posiciones ( $X_0 = 0$ ) y el instante inicial se toma como origen de tiempos, es decir comienza a contar el tiempo cuando el móvil se pone en marcha ( $t_0 = 0$ ), tanto la distancia recorrida como la posición vienen dadas por la ecuación:

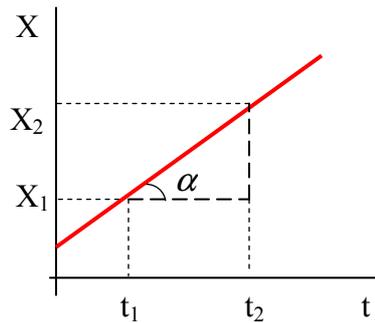
$$X = v \cdot t$$

##### Gráficas:

- Como en el M.R.U., la posición es directamente proporcional al tiempo, la **gráfica X-t** es una línea recta inclinada, que no debe confundirse con la trayectoria:

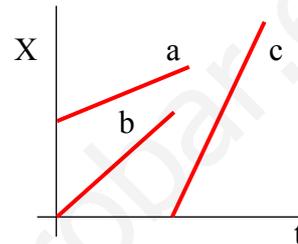


- La pendiente de la gráfica X-t indica la velocidad:



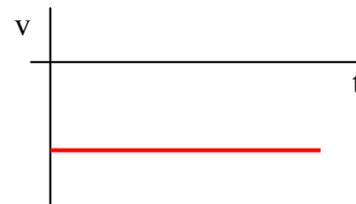
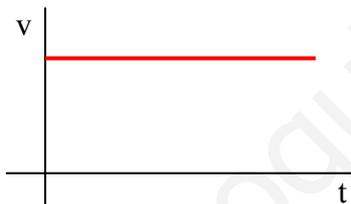
$$\text{pendiente} = \text{tag } \alpha = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta X}{\Delta t} = V$$

**A.15.** La siguiente gráfica representa el movimiento de tres coches, indica cuál de ellos lleva más velocidad:

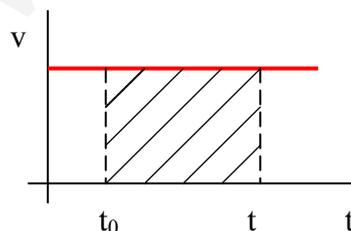


### Gráfica v - t :

- Al ser la velocidad constante, la gráfica v - t es una línea recta paralela al eje de tiempos:



- El área del rectángulo determinado por la gráfica v - t y el eje de tiempos entre los instantes t<sub>0</sub> y t, coincide con la distancia recorrida:



$$\text{área} = \text{base} \cdot \text{altura} = (t - t_0) \cdot v = \Delta X$$

**A.16.** Un ciclista se mueve con velocidad constante de 10 m/s en la recta de llegada a meta. Cuando comenzamos a contar el tiempo está a 300 m de la meta. Tomando este punto como origen de posiciones, se pide: a) Escribe la ecuación del movimiento. b) ¿Cuál es su posición a los 5 segundos y a los 10 segundos?. c) ¿Qué distancia ha recorrido en los 10 segundos?. d) ¿Cuánto tiempo tardará en llegar a meta?. e) Escribe la ecuación del movimiento y calcula su posición a los 5 segundos y a los 10 segundos tomando como origen de posiciones la meta.

**A.17.** Un ascensor sube con velocidad constante de 0,5 m/s, comenzando su movimiento desde el sótano. Cada planta tienen una altura de 3 m. Calcula: a) La ecuación del movimiento, si suponemos que el origen de posiciones es la planta baja. b) El tiempo transcurrido desde que salió del sótano hasta que llega al 2º, 5º y 8º piso. c) El piso por el que irá cuando lleve 42 segundos subiendo.

**A.18.** Haz una representación gráfica  $v - t$  y  $Y - t$  del movimiento de la actividad anterior.

## 5.- MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO ( M.R.U.V.). ECUACIONES. GRÁFICAS.

Aquel cuya *trayectoria es una línea recta y la aceleración es constante.*

Si aumenta la rapidez se llama rectilíneo uniformemente acelerado

Si disminuye la rapidez se llama rectilíneo uniformemente retardado o decelerado.

### Ecuaciones:

Como la aceleración es constante:  $a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$ , despejando:

$v - v_0 = a \cdot (t - t_0)$ , expresión que indica la variación de velocidad, de donde se deduce:

$$\boxed{v = v_0 + a \cdot (t - t_0)} \quad \text{o bien:} \quad \boxed{v = v_0 + a \cdot \Delta t}$$

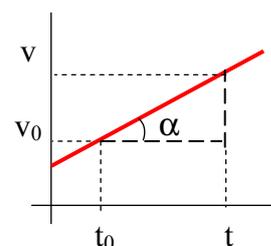
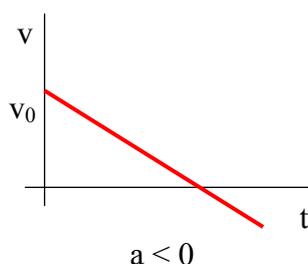
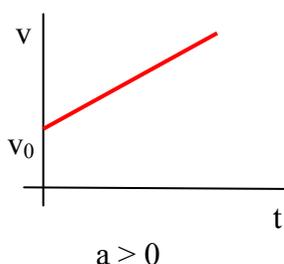
ecuaciones que permiten calcular la **velocidad** en un instante determinado.

Caso particular: si el móvil inicialmente está en reposo ( $v_0 = 0$ ) y comienza a contar el tiempo cuando se pone en movimiento ( $t_0 = 0$ ), la velocidad viene dada por:

$$\boxed{v = a \cdot t}$$

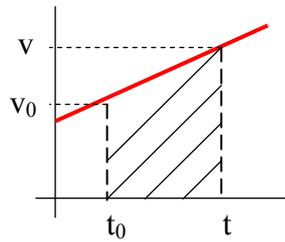
### Gráfica $v - t$ :

Como la aceleración es constante, la gráfica  $v - t$  es una línea recta inclinada, cuya pendiente es la aceleración:



$$\text{pendiente} = \text{tag } \alpha = \frac{v - v_0}{t - t_0} = a$$

- La ecuación que permite calcular la distancia recorrida y la posición en este movimiento, se deduce a partir de la gráfica  $v - t$ . Como ya se vio en el M.R.U., el área determinada por la gráfica  $v - t$  y el eje de tiempos entre los instantes  $t_0$  y  $t$ , coincide con la distancia recorrida:



$$\text{área del trapecio} = \frac{b+B}{2} \times h$$

$$\Delta X = \text{área del trapecio} = \frac{v_0 + v}{2} \cdot (t - t_0) = \frac{v_0 + v}{2} \cdot \Delta t$$

como  $v = v_0 + a \cdot \Delta t$ , sustituyendo en la anterior ecuación:

$$\Delta X = \frac{v_0 + v_0 + a \cdot \Delta t}{2} \cdot \Delta t = \frac{2v_0 + a \cdot \Delta t}{2} \cdot \Delta t = \frac{2v_0 \cdot \Delta t + a \cdot \Delta t^2}{2} = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$$

$$\Delta X = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$$

ecuación que permite calcular la **distancia recorrida**.

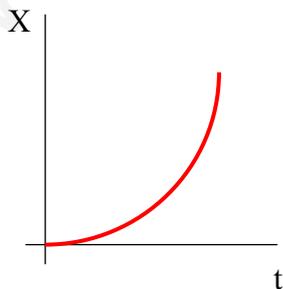
$X - X_0 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$ , por tanto, la **posición** del móvil en un instante determinado viene dada por la ecuación:

$$X = X_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$$

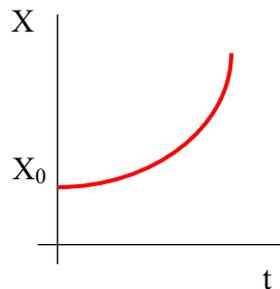
Caso particular: si el móvil inicialmente está en reposo ( $v_0 = 0$ ), en el origen de posiciones ( $X_0 = 0$ ) y comienza a contar el tiempo cuando se pone en movimiento ( $t_0 = 0$ ), la posición viene dada por:

$$X = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

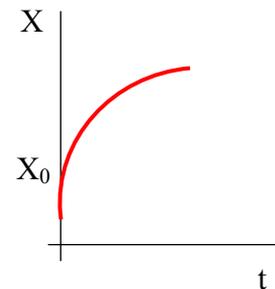
**Gráfica X-t**: Es una rama de parábola:



$$a > 0, v > 0 \\ X_0 = 0, t_0 = 0$$



$$a > 0, v > 0 \\ X_0 \neq 0, t_0 = 0$$



$$a < 0, v > 0 \\ X_0 \neq 0, t_0 = 0$$

- Otra fórmula que a veces resulta muy útil, es la que relaciona las velocidades con la distancia recorrida:

$v = v_0 + a \cdot \Delta t$  , de donde se deduce que  $\Delta t = \frac{v - v_0}{a}$  y sustituyendo en:

$$\Delta X = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 \text{ , resulta: } \Delta X = v_0 \cdot \left( \frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \cdot \left( \frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

$$\Delta X = \frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{a} + \frac{(v - v_0)^2}{2a} = \frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{a} + \frac{v^2 + v_0^2 - 2v \cdot v_0}{2a}$$

$$\Delta X = \frac{2v_0 v - 2v_0^2 + v^2 + v_0^2 - 2v_0 v}{2a} = \frac{v^2 + v_0^2 - 2v_0^2}{2a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$\boxed{v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta X}$$

- La distancia recorrida en el M.R.U.V. también se puede calcular con la velocidad media:

$$\boxed{\Delta X = V_m \cdot \Delta t}$$

siendo:

$$\boxed{V_m = \frac{v + v_0}{2}}$$

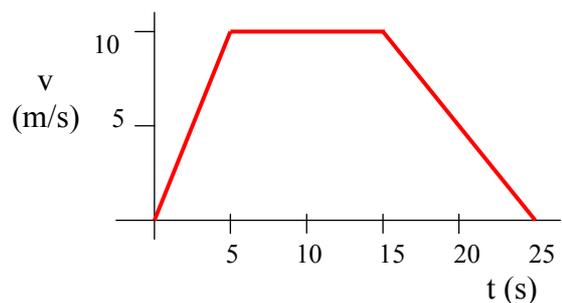
**A.19.** El tren de alta velocidad (AVE) alcanza una velocidad máxima de 270 km/h (75 m/s) Para llegar a esa velocidad partiendo del reposo, necesita 3 minutos y 30 segundos. Un ciclista puede alcanzar la velocidad máxima de 54 km/h (15 m/s). Para alcanzar esa velocidad partiendo del reposo, necesita 30 segundos. Suponiendo las aceleraciones constantes en ambos casos, ¿qué móvil ha tenido mayor aceleración?

**A.20.** Un coche circula a 108 km/h frena y se detiene en 6 segundos. a) Calcula la aceleración y explica el significado del valor obtenido. b) Calcula la distancia que recorre desde que empieza a frenar hasta que se para.

**A.21.** Un coche arranca desde el reposo y alcanza la velocidad de 24 m/s a los 8 segundos de iniciado el movimiento, continuando a partir de ese momento con velocidad constante.

- Calcula la aceleración supuesta constante.
- Construye una tabla con los valores de la posición, velocidad y aceleración durante los 12 primeros segundos del movimiento.
- Dibuja las gráficas s-t y v-t de este movimiento.

**A.22.** Describe el movimiento seguido por un coche cuya gráfica v-t es la siguiente:



## 6.- MOVIMIENTO VERTICAL. CAIDA LIBRE.

Si nos subimos a lo alto de una torre y dejamos caer al mismo tiempo dos cuerpos de diferente masa, por ejemplo una hoja de papel y una canica, observaremos como la canica llega antes al suelo.

Si con la hoja de papel hacemos una bola y repetimos la experiencia, comprobaremos que llegan al suelo casi al mismo tiempo. Por tanto, el peso de los cuerpos no interviene en el tiempo de caída, ya que la hoja y la bola de papel tienen el mismo peso. La razón está en el rozamiento con el aire, por lo que el tiempo de caída depende de la superficie, densidad, peso, etc. del cuerpo.

Si ahora introducimos los dos cuerpos en un tubo de vidrio y a continuación hacemos el vacío, al invertir rápidamente el tubo, observaríamos que los dos llegan al suelo al mismo tiempo.

- Despreciando el rozamiento con el aire y para pequeñas alturas sobre la superficie de la Tierra, para todos los cuerpos lanzados verticalmente hacia arriba, hacia abajo o dejados caer, se puede suponer que llevan M.R.U.V.. La aceleración de este movimiento se llama aceleración de la gravedad ( $g$ ), de valor aproximado  $9,8 \text{ m/s}^2$ , si bien varía de un lugar a otro de la Tierra.
- Las ecuaciones del movimiento son las de todo M.R.U.V, sin más que sustituir  $a$  por  $g$ :

$$v = v_0 + g \cdot \Delta t$$

$$Y = Y_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} g \cdot \Delta t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta Y$$

Generalmente vamos a tomar como referencia el suelo y sentido positivo hacia arriba, por lo que el valor de la aceleración de la gravedad será  $-9,8 \text{ m/s}^2$ , ya que hace que disminuya la velocidad. Lógicamente, se puede tomar otra referencia y sentido positivo hacia abajo, en tal caso  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

**A.23.** Desde lo alto de una torre de 50 m de altura dejamos caer una piedra. a) ¿Cuál es la posición y la distancia recorrida a los 3 s de haberla soltado?. b) ¿Qué velocidad lleva en ese instante?. c) ¿Cuánto tarda en llegar al suelo?. d) ¿Con qué velocidad llega?.

**A.24.** Se lanza verticalmente hacia arriba un balón con una velocidad de 30 m/s. a) ¿Qué velocidad y qué altura tiene al cabo de 2 segundos?. b) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar la máxima altura y cuál es ésta?. c) ¿Qué velocidad y qué altura tiene al cabo de 5 segundos?. d) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo y con qué velocidad llega?. e) Dibuja las gráficas  $Y-t$  y  $v-t$ .

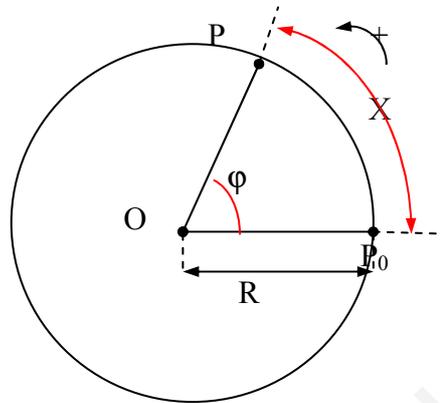
Nota: Tomad como valor aproximado de  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**A.25.** Un método que puede utilizarse para determinar la profundidad de un pozo consiste en dejar caer una piedra y contar el tiempo que tarda en escucharse el choque con el fondo. Supón que tarda 4 segundos, ¿cuál es la profundidad, despreciando el tiempo que tarda el sonido en llegar a nuestros oídos?.

## 7.- MOVIMIENTO CIRCULAR. MAGNITUDES ANGULARES.

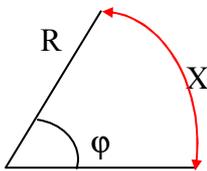
Se llama **movimiento circular** al de un móvil cuya trayectoria es una circunferencia.

Consideremos un móvil puntual moviéndose sobre una circunferencia de centro  $O$  y radio  $R$ , que en un instante determinado se encuentra en  $P$ .



Tomando un punto de referencia  $P_0$  sobre la circunferencia y considerando positivo el sentido contrario al de las agujas del reloj, la posición del móvil puede describirse por medio del arco de circunferencia,  $X$ , con origen en  $P_0$  y extremo en  $P$ . Pero también puede determinarse su posición por medio del ángulo  $\varphi$  que forman los radios  $OP_0$  y  $OP$ .

En el S.I. el arco  $X$ , se mide en metros y el ángulo  $\varphi$ , en radianes (1 radián es el ángulo que abarca un arco de longitud igual al radio con el que se ha trazado).

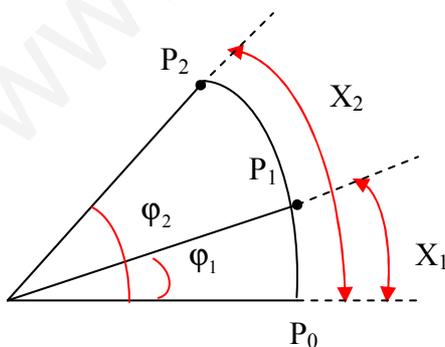


$$\varphi = 1 \text{ rad si } X = R$$

por tanto, el ángulo en radianes se calcula:  $\varphi = \frac{X}{R}$

y en consecuencia:  $X = \varphi \cdot R$  (arco = ángulo x radio)

Al estudiar el movimiento de un móvil que inicialmente no está en  $P_0$  sino en  $P_1$ , y al cabo de un cierto tiempo en  $P_2$ , la fórmula arco = ángulo x radio, queda como:



$$\Delta X = \Delta \varphi \cdot R$$

Equivalencia entre unidades de ángulo: 1 revolución (1 vuelta) =  $2\pi$  radianes =  $360^\circ$

A partir del arco recorrido y del ángulo girado se pueden definir dos nuevos conceptos de velocidad muy útiles para el movimiento circular: la velocidad lineal y la velocidad angular.

- Se llama **velocidad lineal de un móvil al arco de trayectoria recorrido por unidad de tiempo**. Según que el intervalo de tiempo considerado sea finito o infinitamente pequeño será, respectivamente, una velocidad lineal media ( $v_m$ ) o instantánea ( $v$ ):

$$v_m = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

$$v = \frac{dX}{dt}$$

La velocidad lineal en el SI, se expresa en m/s

- Se llama **velocidad angular** de un movimiento circular al **ángulo que gira el móvil por unidad de tiempo**. Designaremos por  $w_m$  a la velocidad angular media y por  $w$  a la instantánea:

$$w_m = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$

$$w = \frac{d\varphi}{dt}$$

La velocidad angular en el SI, se expresa en rad/s

- El signo de la velocidad angular, al igual que el de la lineal, es el que corresponde al sentido en que el móvil recorre su trayectoria.

## 8.-. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME.

Se llama **movimiento circular uniforme al de un móvil que recorre una circunferencia con velocidad angular constante**. Como la velocidad lineal es igual a la velocidad angular por el radio, la velocidad lineal también es constante.

En todo instante  $w = w_m$  y  $v = v_m$ , por tanto:

$$w = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$

y

$$v = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

De aquí se deducen las ecuaciones aplicables a este tipo de movimiento que son análogas a las del movimiento rectilíneo uniforme:

$$\varphi = \varphi_0 + w \cdot \Delta t$$

$$X = X_0 + v \cdot \Delta t$$

- En el movimiento circular uniforme, la dirección de la velocidad no es constante, ya que su dirección cambia de forma uniforme. Por ello, en este movimiento aparece siempre una aceleración llamada **aceleración normal o centrípeta**, cuyo valor es:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(w \cdot R)^2}{R} = \frac{w^2 \cdot R^2}{R} = w^2 \cdot R$$

## 9.-RELACIÓN ENTRE LAS MAGNITUDES LINEALES Y ANGULARES:

- A partir de la expresión que relaciona el arco y el ángulo, se obtiene una sencilla relación entre la velocidad lineal y la angular:

$$\Delta X = \Delta \varphi \cdot R$$

Dividiendo la ecuación entre el tiempo, queda:

$$\frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \cdot R \quad \text{es decir:} \quad \boxed{v = w \cdot R}$$

Las magnitudes angulares son iguales a sus correspondientes magnitudes angulares multiplicadas por el radio.

- En el movimiento circular, la aceleración normal puede expresarse también en función de la velocidad angular:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(w \cdot R)^2}{R} \quad , \quad \text{simplificando:} \quad \boxed{a_n = w^2 \cdot R}$$

**A.26.** Halla la equivalencia entre el radián y la vuelta.

**A.27.** Calcula la velocidad angular de un móvil que recorre 5,5 radianes en 3 segundos.

**A.28.** Un cuerpo describe un movimiento circular con velocidad de 2,25 rad/s. Halla el arco que recorre en 12 s, si el radio es 2 m.

**A.29.** Una rueda gira con velocidad constante de 800 rad/min. Calcula la velocidad lineal de un punto situado a 6 cm del eje y de otro situado a 30 cm del eje. ¿Cuál es la aceleración centrípeta de cada uno de esos puntos?. Sol: 0,8 m/s , 4 m/s , 10,66 m/s<sup>2</sup> , 53,3 m/s<sup>2</sup>

**A.30.** Sabiendo que un móvil recorre una circunferencia con velocidad de 3,1 rad/s, calcula:  
a) el tiempo que tarda en girar 65,1 rad. b) el número de vueltas que da en 8 segundos.

**A.31.** Una noria da una vuelta en 15 segundos. Calcula: a) la velocidad angular en rad/s. b) las vueltas que da en 2 minutos. C) la velocidad lineal de una de las barquillas si el radio de la noria es de 5 m.