

RADICALES.

1.- Calcula las siguientes raíces con aproximación de décimas:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sqrt{48} & \text{b)} \sqrt{45} & \text{c)} \sqrt{82} & \text{d)} \sqrt{23} \\ \text{e)} \sqrt{38} & \text{f)} \sqrt{14} & \text{g)} \sqrt{50} & \text{h)} \sqrt{21} \end{array}$$

Sol: a) 6,9; b) 6,7; c) 9,0; d) 4,7; e) 6,1; f) 3,7; g) 7,0; h) 4,5

2.- Calcula por descomposición factorial, las siguientes raíces:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sqrt{62500} & \text{b)} \sqrt{360000} & \text{c)} \sqrt{2025} & \text{d)} \sqrt{4000000} \\ \text{e)} \sqrt{2500} & \text{f)} \sqrt{122500} & \text{g)} \sqrt{22500} & \text{h)} \sqrt{5625} \end{array}$$

Sol: a) 250; b) 600; c) 45; d) 2000; e) 50; f) 350; g) 150; h) 75

3.- Calcula de forma sencilla las siguientes raíces:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sqrt{49 \cdot 36 \cdot 100} & \text{b)} \sqrt{25 \cdot 9 \cdot 100} & \text{c)} \sqrt{625 : 25} & \text{d)} \sqrt{16 : 4} \\ \text{e)} \sqrt{81 \cdot 4 \cdot 25} & \text{f)} \sqrt{36 \cdot 49 \cdot 9} & \text{g)} \sqrt{25 \cdot 100} & \text{h)} \sqrt{81 \cdot 16 \cdot 25} \end{array}$$

Sol: a) 7.6.10; b) 5.3.10; c) 5; d) 2; e) 9.2.5; f) 6.7.3; g) 5.10; h) 9.4.5

4.- Realiza las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sqrt{125} : \sqrt{5} & \text{b)} \sqrt[3]{30} \cdot \sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[3]{25} & \text{c)} \sqrt{3 \cdot a^2} \cdot \sqrt{3} \\ \text{d)} \sqrt{a^2 \cdot b} \cdot \sqrt{b^3} & \text{e)} \sqrt[3]{625} : \sqrt[3]{5} & \end{array}$$

Sol: a) 5; b) 30; c) 3a; d) ab^2 ; e) 5

5.- Calcula las siguientes raíces:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sqrt[5]{1} & \text{b)} \sqrt{36} & \text{c)} \sqrt[4]{81} & \text{d)} \sqrt[5]{-1} \\ \text{e)} \sqrt[3]{-27} & \text{f)} \sqrt{144} & \text{g)} \sqrt[4]{16} & \text{h)} \sqrt[3]{2^6} \end{array}$$

Sol: a) 1; b) 6; c) 3; d) -1; e) -3; f) 12; g) 2; h) 4

6.- ¿Son ciertas las siguientes igualdades?

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{16} + \sqrt{9} = \sqrt{25} & \text{b)} \sqrt{4} + \sqrt{36} = \sqrt{40} \\ \text{c)} \sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{225} & \text{d)} \sqrt{36} - \sqrt{4} = \sqrt{32} \\ \text{e)} \sqrt{100} : \sqrt{4} = \sqrt{25} & \text{f)} \sqrt{36} : \sqrt{4} = \sqrt{9} \end{array}$$

Sol: c) e) f) sí

7.- Sacar todos los factores que puedas fuera del signo radical, previa descomposición en factores primos:

a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{72}$ c) $\sqrt{2250}$ d) $\sqrt[3]{256}$

e) $\sqrt{432}$ f) $\sqrt[3]{192}$ g) $\sqrt[5]{128}$ h) $\sqrt{1350}$

Sol: a) $2\sqrt{3}$; b) $6\sqrt{2}$; c) $15\sqrt{10}$; d) $4\sqrt[3]{4}$ e) $12\sqrt{3}$; f) $4\sqrt[3]{3}$; g) $2\sqrt[5]{4}$; h) $15\sqrt{6}$

8.- Extraer todos los factores posibles de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{2^5 \cdot 3^{10} \cdot 7^{11}}$ b) $\sqrt[3]{2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^3}$ c) $\sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3}$ d) $\sqrt[3]{3^2 \cdot 2^4 \cdot 5}$

e) $\sqrt{3 \cdot 2^5 \cdot 5^3}$ f) $\sqrt[4]{3^6 \cdot 2^4 \cdot 5^5}$ g) $\sqrt{a^2 \cdot b^3 \cdot c}$ h) $\sqrt{x^3 \cdot a^2 \cdot c^3}$

Sol: a) $2^2 \cdot 3^5 \cdot 7^5 \cdot \sqrt{2 \cdot 7}$; b) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$; c) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 5}$; d) $2 \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot 2 \cdot 5}$

e) $2^2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 5}$; f) $3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \sqrt[4]{3^2 \cdot 5}$; g) $a \cdot b \cdot \sqrt{b \cdot c}$; h) $x \cdot a \cdot c \cdot \sqrt{x \cdot c}$

9.- Efectúa las siguientes operaciones de radicales:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}$ c) $\sqrt[3]{9} : \sqrt[3]{3}$ d) $\sqrt{50} : \sqrt{2}$

e) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$ f) $\sqrt{100} : \sqrt{4}$ g) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$ h) $\sqrt[3]{375} : \sqrt[3]{3}$

Sol: a) 3; b) 5; c) $\sqrt[3]{3}$; d) 5; e) 9; f) 5; g) 3; h) 5

10.- Calcular el valor de "a" para que las siguientes raíces sean exactas:

a) $\sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot a}$ b) $\sqrt{2 \cdot a \cdot 3^2 \cdot 5^3}$ c) $\sqrt{9 \cdot a \cdot 2 \cdot 5^3}$

d) $\sqrt{a \cdot 3^3 \cdot 5}$ e) $\sqrt{25 \cdot a \cdot 27}$ f) $\sqrt{3 \cdot 75 \cdot a}$

Sol: a) a=6; b) a=10; c) a=10; d) a=15; e) a=3; f) a=1

11.- Introducir en el radical los factores que aparecen fuera de él:

a) $2\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{3}$ c) $2\sqrt[3]{3}$ d) $4\sqrt{3}$

e) $3\sqrt{2}$ f) $3\sqrt[3]{2}$ g) $2\sqrt[4]{3}$ h) $7\sqrt{3}$

Sol: a) $\sqrt{20}$; b) $\sqrt{75}$; c) $\sqrt[3]{24}$; d) $\sqrt{48}$; e) $\sqrt{18}$; f) $\sqrt[3]{54}$; g) $\sqrt[4]{48}$; h) $\sqrt{147}$

12.- Hallar el valor de las letras en las siguientes igualdades:

a) $\sqrt{a} = 15$ b) $\sqrt{2x} = 5$ c) $\sqrt{3a} = 9$ d) $\sqrt{20x} = 10$

$$e) \sqrt{6x} = 12 \quad f) \sqrt[3]{2b} = 2 \quad g) \sqrt[3]{27a} = 3 \quad h) \sqrt[4]{27x} = 3$$

Sol: a) $a=225$; b) $x=25/2$; c) $a=27$; d) $x=5$; e) $x=24$; f) $b=4$; g) $a=1$; h) $x=3$

13.- Escribe sin exponentes fraccionarios ni negativos las siguientes potencias:

$$a) 3^{1/2} \quad b) 3^{3/5} \quad c) 2^{-2/3} \quad d) \left(\frac{3}{5}\right)^{1/3} \quad e) \left(\frac{3}{2}\right)^{-3/4}$$

$$f) 5^{-1/3} \quad g) 2^{1/4} \quad h) \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} \quad i) \left(\frac{3}{2}\right)^{-2/3} \quad j) 3^{5/3} \quad k) 1^{-3/4}$$

$$\text{Sol: a) } \sqrt{3} \text{ ; b) } \sqrt[5]{3^3} \text{ ; c) } \frac{1}{\sqrt[3]{2^2}} \text{ ; d) } \sqrt[3]{\frac{3}{5}} \text{ ; e) } \sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^3}$$

$$f) \frac{1}{\sqrt[3]{5}} \text{ ; g) } \sqrt[4]{2} \text{ ; h) } \sqrt{2} \text{ ; i) } \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \text{ ; j) } \sqrt[3]{3^5} \text{ ; k) } 1$$

14.- Simplifica las siguientes expresiones:

$$a) \left(\sqrt[5]{3}\right)^5 \quad b) \left(\sqrt[6]{2^4}\right)^3 \quad c) \left(\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}\right)^2 \quad d) \left(2 \cdot \sqrt{3}\right)^2 \quad e) \left(\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}\right)^6$$

$$f) \left(3\sqrt{2}\right)^2 \quad g) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \quad h) \left(\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\right)^6 \quad i) \left(\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{2}\right)^4 \quad j) \left(\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2^2}\right)^3$$

Sol: a) 3; b) 4; c) 6; d) 12; e) 108; f) 18; g) 3/4; h) 9/4; i) 18; j) 12

15.- Extrae de los radicales los factores que se indican:

$$a) \text{ De } \sqrt{27} \text{ el } 3 \quad b) \text{ De } \sqrt[3]{8^2} \text{ el } 2 \quad c) \text{ De } \sqrt[3]{81} \text{ el } 3$$

$$d) \text{ De } \sqrt{125} \text{ el } 5 \quad e) \text{ De } \sqrt{50} \text{ el } 5 \quad f) \text{ De } \sqrt{80} \text{ el } 2$$

$$\text{Sol: a) } 3\sqrt{3} \text{ ; b) } 2^2 \text{ ; c) } 3\sqrt[3]{3} \text{ ; d) } 5\sqrt{5} \text{ ; e) } 5\sqrt{2} \text{ ; f) } 2^2 \sqrt{5}$$

16.- Simplifica las expresiones:

$$a) 3 \cdot \sqrt[3]{2} + 4 \cdot \sqrt[3]{2} - 2 \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$b) 2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{3} - 9 \cdot \sqrt{3}$$

$$c) \sqrt{50} - \sqrt{72} - 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$d) \sqrt{8} - 3 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{18} + \sqrt{50}$$

$$e) \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{12} + 5 \cdot \sqrt{27}$$

$$f) \sqrt{12} + 5 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{27}$$

$$g) \sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{3}$$

$$h) \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8} - \sqrt{2}$$

i) $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{5}$

j) $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{3}$

k) $\sqrt{18} - 3\sqrt{8} - \sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

l) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{45} - \sqrt{20} + 3\sqrt{20}$

Sol: a) $5\sqrt[3]{2}$; b) $-4\sqrt{3}$; c) $-3\sqrt{2}$; d) $16\sqrt{2}$; e) $10\sqrt{3}$; f) $4\sqrt{3}$

g) 0; h) $5\sqrt{2}$; i) $4\sqrt{5}$; j) $-3\sqrt{3}$; k) $\sqrt{2}$; l) $\sqrt{5}$

17.- Racionaliza las siguientes fracciones:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

c) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

d) $\frac{3}{3 + \sqrt{5}}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

f) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$

g) $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

h) $\frac{3}{\sqrt{6}}$

Sol: a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\frac{2\sqrt{6}}{9}$; c) $\sqrt{6}$; d) $\frac{9 - 3\sqrt{5}}{4}$; e) $3 - \sqrt{6}$; f) $\sqrt[3]{2^2}$; g) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$; h) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

18.- Racionaliza las siguientes fracciones:

a) $\frac{3}{2\sqrt{5}}$

b) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{7 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

e) $\frac{\sqrt{6} - 1}{2\sqrt{5}}$

f) $\frac{3}{\sqrt{5} + 2}$

g) $\frac{8}{6 - \sqrt{12}}$

h) $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

i) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2}$

j) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

k) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

l) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

Sol: a) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$; b) $\sqrt{6}$; c) $4\sqrt{3}$; d) $\frac{7\sqrt{3} - 6}{3}$; e) $\frac{\sqrt{30} - \sqrt{5}}{10}$; f) $3\sqrt{5} - 6$

g) $\frac{6 + 2\sqrt{3}}{3}$; h) $-\sqrt{2} - \sqrt{3}$; i) $10 - 4\sqrt{5}$; j) $-3 - 2\sqrt{2}$; k) $2\sqrt{6} - 5$; l) $-\sqrt{6} - 3$

19.- Introduce dentro de una raíz:

a) $\frac{\sqrt[6]{ab} \sqrt[3]{a^2 b^4} \sqrt{b^5}}{\sqrt[4]{a^2 b^3}}$

b) $\frac{\sqrt[3]{\frac{a}{b^2}} \sqrt{\frac{b^2}{a^3}} \sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{a^3}{b^2}} \sqrt[6]{\frac{b^2}{2}} \sqrt[3]{b}}$

c) $\frac{\sqrt[6]{\frac{ab}{c}} \sqrt{\frac{c^2}{b}} \sqrt[4]{\frac{c^3}{ab}}}{\sqrt[4]{\frac{ab}{c}} \sqrt{\frac{b^2 c}{b}} \sqrt[4]{\frac{c^3}{ab}}}$

$$d) \frac{\sqrt{\frac{a^2 b}{\sqrt{a}}}}{\sqrt{\frac{a}{\sqrt{b}}}} : \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \quad e) \frac{\sqrt[4]{\frac{a \sqrt{b}}{\sqrt{b}}} \sqrt{\frac{a}{b \sqrt{a}}} : \sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{b}{\sqrt{a}}} \sqrt{\frac{b}{a}} : \sqrt{\frac{b^2}{\sqrt{a}}}} \quad f) \sqrt[3]{\frac{b^2}{c}} \sqrt[4]{\frac{c}{b}} \sqrt{\frac{b}{c^3}} : \sqrt[6]{\frac{b}{c^2}}$$

$$\text{Sol: a) } b^3 \sqrt[12]{b^3 a^4}; \text{ b) } \frac{1}{a^2} \sqrt[24]{b^9 2^4}; \text{ c) } \frac{1}{b} \sqrt[12]{\frac{c^7}{ba}}; \text{ d) } \sqrt[4]{a^3 b}; \text{ e) } \sqrt{a}; \text{ f) } \sqrt[24]{\frac{b^{11}}{c}}$$

20.- Racionaliza:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} & \text{b) } \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a}} & \text{c) } \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} & \text{d) } \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{ab}} \\ \text{e) } \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} & \text{f) } \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}} & \text{g) } \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} & \text{h) } \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{2ab}} \\ \text{i) } \frac{3 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}} & \text{j) } \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[3]{a^2}} & \text{k) } \frac{3 - \sqrt{2}}{3\sqrt{2}} & \text{l) } \frac{1}{\sqrt[7]{a^3}} \end{array}$$

$$\text{Sol: a) } \frac{a + 2\sqrt{ab} + b}{a - b}; \text{ b) } \frac{a + \sqrt{ab}}{a}; \text{ c) } 3\sqrt{6} - 6; \text{ d) } \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{ab}; \text{ e) } 3\sqrt[6]{2}; \text{ f) } \sqrt{b}; \\ \text{g) } \sqrt{2} + 1; \text{ h) } \frac{a\sqrt{2b} - b\sqrt{2a}}{2ab}; \text{ i) } \frac{11 - 6\sqrt{2}}{7}; \text{ j) } \frac{\sqrt[6]{a^5} - \sqrt[6]{a^2 b^3}}{a}; \text{ k) } \frac{3\sqrt{2} - 2}{6}; \text{ l) } \frac{\sqrt[7]{a^4}}{a}$$

21.-Racionaliza:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{\sqrt{4} + \sqrt{3}}{\sqrt{4} - \sqrt{3}} & \text{b) } \frac{a}{\sqrt[4]{a^3}} & \text{c) } \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}} & \text{d) } \frac{(a - b)\sqrt{2}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \\ \text{e) } \frac{3 + a}{\sqrt{a}} & \text{f) } \frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} & \text{g) } \frac{3 - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 3} & \text{h) } \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \\ \text{i) } \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} & \text{j) } \frac{\sqrt{a} - \sqrt{bc}}{\sqrt{ac} - \sqrt{b}} & \text{k) } \frac{2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} & \text{l) } \frac{\sqrt{a} + \sqrt{c}}{\sqrt{a} - \sqrt{c}} \\ \text{m) } \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} & \text{n) } \frac{\sqrt{ab} - \sqrt{bc}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} & \text{o) } \frac{3\sqrt{a} + 3\sqrt{b}}{a - \sqrt{b}} \end{array}$$

$$\text{Sol: a) } 7 + 2\sqrt{12}; \text{ b) } \sqrt[4]{a}; \text{ c) } \sqrt[12]{a}; \text{ d) } \sqrt{2a} - \sqrt{2b}; \text{ e) } \frac{3\sqrt{a} + a\sqrt{a}}{a}; \text{ f) } \frac{2 + \sqrt{6}}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{g)} & \frac{-9 - a + 6\sqrt{a}}{a - 9}; \text{h)} \sqrt{6} - 1; \text{i)} 3\sqrt{6} - 6; \text{j)} \frac{a\sqrt{c} - c\sqrt{ba} - b\sqrt{c} + \sqrt{ab}}{ac - b}; \\ \text{k)} & 5 + 3\sqrt{2}; \text{l)} \frac{a + c + 2\sqrt{ac}}{a - c}; \text{m)} 9 - 4\sqrt{6}; \text{n)} \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a} - \sqrt{abc} + b\sqrt{c}}{a - b}; \\ \text{o)} & \frac{3[a(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + \sqrt{ab} + b]}{a^2 - b} \end{aligned}$$

22.-Resolver:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{\sqrt{10000} \cdot \sqrt{100} \cdot \sqrt[3]{10^2 \cdot 1000}}{10^2 \cdot \sqrt{10} \sqrt{100} \cdot 10^3 \cdot \sqrt{100}} & \text{b)} & \sqrt{9000} + 10\sqrt{10^5} - 3\sqrt{16000} + 4\sqrt{90} \\ \text{Sol: a)} & \frac{1}{\sqrt[12]{10}}; \text{b)} & 922\sqrt{10} \end{aligned}$$

23.-Simplifica:

$$\begin{aligned} \text{a)} & (\sqrt{3} - 4\sqrt{48}) & \text{b)} & \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{900}}} & \text{c)} & \sqrt{\sqrt{16}} & \text{d)} & \sqrt{2\sqrt[3]{512}} & \text{e)} & \sqrt{2\sqrt{3}} \\ \text{Sol: a)} & -15\sqrt{3}; \text{b)} & \sqrt[6]{30}; \text{c)} & 2; \text{d)} & 4; \text{e)} & \sqrt[4]{12} \end{aligned}$$

24.-Racionaliza:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} & \text{b)} & \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} & \text{c)} & \frac{3}{\sqrt[5]{2^3}} & \text{d)} & \frac{4}{\sqrt[7]{4^2}} & \text{e)} & \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} & \text{f)} & \frac{3}{\sqrt[5]{3^2}} \\ \text{g)} & \frac{-5}{5 + \sqrt{5}} & \text{h)} & \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} & \text{i)} & \frac{4}{\sqrt{5}} & \text{j)} & \frac{7}{\sqrt[8]{7^3}} & \text{k)} & \frac{2}{\sqrt{3} + 1} & \text{l)} & \frac{4}{\sqrt[7]{4^3}} \\ \text{m)} & \frac{5}{2\sqrt{5}} & \text{n)} & \frac{3}{\sqrt[5]{3^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol: a)} & \sqrt{6} + 2; \text{b)} & 5 - 2\sqrt{6}; \text{c)} & \frac{3\sqrt[5]{2^2}}{2}; \text{d)} & \sqrt[7]{4^2}; \text{e)} & -2 - \sqrt{3}; \text{f)} & \sqrt[5]{3^3}; \text{g)} & \frac{5 - \sqrt{5}}{-4} \cdot 2; \\ \text{h)} & -7 + 4\sqrt{3}; \text{i)} & \frac{4\sqrt{5}}{5}; \text{j)} & \sqrt[8]{7^5}; \text{k)} & \sqrt{3} - 13; \text{l)} & \sqrt[7]{4^4}; \text{m)} & \frac{\sqrt{5}}{2}; \text{n)} & \sqrt[5]{3^3} \end{aligned}$$

25.- Extraer factores:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt{\frac{27}{4}} & \text{b)} & \sqrt[5]{\frac{5x^{10}}{y^8}} & \text{c)} & \sqrt[3]{\frac{8x^4y^{32}}{n^6}} \end{aligned}$$

$$\text{Sol: a) } \frac{3}{2} \sqrt{3}; \text{ b) } \frac{x^2}{y} \sqrt[5]{\frac{5}{y^3}}; \text{ c) } \frac{2xy^{10}}{n^2} \sqrt[3]{xy^2}$$

26.-Opera:

$$\text{a) } \sqrt{1 + \sqrt{6 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}}} \quad \text{b) } \sqrt{28\sqrt{81}\sqrt{256}}$$

$$\text{c) } 7\sqrt{54} - 3\sqrt{24} - \sqrt{6} \quad \text{d) } (3 + 9)\sqrt{5} - \sqrt{125} + \sqrt{5a^2}$$

$$\text{Sol: a) } 2; \text{ b) } 12\sqrt{7}; \text{ c) } 14\sqrt{6}; \text{ d) } (7+a)\sqrt{5}$$

27.-Simplifica:

$$\text{a) } 2\sqrt{48} + \sqrt{75} + \frac{3}{2}\sqrt{12} \quad \text{b) } \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \quad \text{c) } \frac{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[4]{4}} \quad \text{d) } \sqrt[4]{\frac{x^5 \cdot 81}{y^6}}$$

$$\text{e) } \frac{3}{2} \sqrt[3]{4}$$

$$\text{Sol: a) } 14\sqrt{3}; \text{ b) } 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}; \text{ c) } \sqrt[3]{3}; \text{ d) } \frac{3x^4}{y} \sqrt{\frac{x}{y^2}}; \text{ e) } \sqrt[3]{\frac{3^3}{2}}$$

28.- Extrae factores de las raíces

$$\text{a) } \sqrt{8a^3b^2} \quad \text{b) } \sqrt[3]{24a^5b^3} \quad \text{c) } \sqrt{\frac{16a^3}{b^2c^3}} \quad \text{d) } \sqrt[4]{\frac{81a^5b^2}{c^7d^8}}$$

$$\text{e) } \sqrt{\frac{a^4}{b^6}} \quad \text{f) } \sqrt[3]{\frac{-a^3b^9}{c^{12}}} \quad \text{g) } \sqrt[3]{\frac{a^7b^4}{d^5}} \quad \text{h) } \sqrt{a^2\sqrt{b^3c^5}}$$

$$\text{Sol: a) } 2ab\sqrt{2a}; \text{ b) } 2ab\sqrt[3]{3a^2}; \text{ c) } \frac{4a}{bc}\sqrt{\frac{a}{c}}; \text{ d) } \frac{3a}{cd^2}\sqrt[4]{\frac{ab^2}{c^3}}$$

$$\text{e) } \frac{a^2}{b^3}; \text{ f) } \frac{-ab^3}{c^4}; \text{ g) } \frac{a^2c}{d}\sqrt[3]{\frac{abc}{d^2}}; \text{ h) } ac\sqrt[4]{b^3c}$$

29.- Realiza las siguientes operaciones:

$$\text{a) } \sqrt{125} - 2\sqrt{5} + \sqrt{20}$$

$$\text{b) } \sqrt{75} - \sqrt{8} + 3\sqrt{12} - 2\sqrt{32}$$

$$\text{c) } \sqrt{4a^2b} - \sqrt{9ab^2} + 3\sqrt{a} - 2a\sqrt{b}$$

$$\text{d) } 2\sqrt{a} + \sqrt{8b} - 3\sqrt{2b} + 3\sqrt{a^3}$$

$$\text{e) } \sqrt{\frac{16}{3}} - 2\sqrt{\frac{4}{3}} + 3\sqrt{\frac{1}{27}} - 2\sqrt{\frac{25}{3}}$$

$$\text{f) } \sqrt{\frac{8}{9}} - 3\sqrt{\frac{2}{9}} - 2\sqrt{\frac{2}{16}} + \sqrt{32}$$

g) $\sqrt{125} - \sqrt{\frac{5}{4}} + 2\sqrt{\frac{45}{9}} - 2\sqrt{5}$

h) $\sqrt{50} + \sqrt{8} + \sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

i) $\sqrt{18} + \sqrt{20} - 2\sqrt{8} + \sqrt{45}$

j) $3\sqrt{a} - \sqrt{4b} + 3\sqrt{4a} + 3\sqrt{b}$

Sol: a) $5\sqrt{5}$; b) $11\sqrt{3} - 10\sqrt{2}$; c) $(3-3b)\sqrt{a}$; d) $(2+3a)\sqrt{a} - \sqrt{2b}$

e) $-9\sqrt{\frac{1}{3}}$; f) $\frac{19}{6}\sqrt{2}$; g) $\frac{9}{2}\sqrt{5}$; h) $5\sqrt{2}$; i) $5\sqrt{5} - \sqrt{2}$; j) $9\sqrt{a} + \sqrt{b}$

30.- Introducir dentro de la raíz:

a) $ab\sqrt{cb}$

b) $ab\sqrt[3]{ab^2}$

c) $\frac{ab^2}{c}\sqrt[3]{\frac{2c^2}{b}}$

d) $\frac{abc}{d}\sqrt{\frac{cd}{a}}$

e) $2ab\sqrt[5]{\frac{c}{4a}}$

f) $\sqrt[3]{bc^2}\sqrt{\frac{a}{c}}$

g) $\sqrt{ab}\sqrt{\frac{c}{ab}}$

h) $a^2c\sqrt[4]{\frac{ab^2}{c^3}}$

i) $-2ab\sqrt[3]{\frac{b}{4a}}$

Sol: a) $\sqrt{a^2b^3c}$; b) $\sqrt[3]{a^4b^5}$; c) $\sqrt[3]{\frac{a^3b^5c^2}{c}}$; d) $\sqrt{\frac{ab^2c^3}{d}}$

e) $\sqrt[5]{8a^4b^5c}$; f) $\sqrt[6]{b^2c^3a}$; g) $\sqrt[4]{abc}$; h) $\sqrt[4]{a^9b^2c}$; i) $\sqrt[3]{-2a^2b^4}$

31.- Multiplica:

a) $\sqrt{3ab} \cdot \sqrt[3]{2ab^2}$

b) $\sqrt{a^2b} \cdot \sqrt[4]{abc}$

c) $\sqrt{3a^2b} \cdot \sqrt[6]{2ac} \cdot \sqrt[3]{3ac^2}$

d) $\sqrt[4]{\frac{2ab}{c}} \cdot \sqrt{\frac{3ac^2}{b^2}}$

e) $\sqrt[3]{abc} \cdot \sqrt{a^2b} \cdot \sqrt[4]{ab^2}$

f) $\sqrt[3]{a^2bc} \cdot \sqrt[5]{ab^2c}$

g) $\sqrt[3]{a^2bc} \cdot \sqrt{ab^2c}$

h) $\sqrt{\frac{4ab^2}{cd}} \cdot \sqrt[4]{\frac{bcd^2}{2a}}$

i) $\sqrt{abc^3} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2c}{b}} \cdot \sqrt[6]{\frac{ab}{c^3}}$

j) $\sqrt[6]{ab} \cdot \sqrt[4]{3ab} \cdot \sqrt[3]{2a^2b}$

Sol: a) $\sqrt[6]{3^3 2^2 a^5 b^7}$; b) $\sqrt[4]{a^5 b^3 c}$; c) $\sqrt[6]{3^5 2 a^9 c^5 b^3}$; d) $\sqrt[4]{\frac{2 \cdot 3^2 a^3 c^3}{b^3}}$;
 e) $\sqrt[12]{a^{19} b^{16} c^4}$; f) $\sqrt[15]{a^{13} b^8 c^{11}}$; g) $\sqrt[6]{a^7 b^8 c^5}$; h) $\sqrt[4]{\frac{8 a b^5}{c}}$; i) $\sqrt[3]{a^4 b c^4}$;
 j) $\sqrt[12]{2^4 a^{13} b^9 3^3}$

32.- Racionaliza:

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ c) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
 e) $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ f) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ g) $\frac{2 - \sqrt{2}}{3\sqrt{6}}$ h) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$
 i) $\frac{6}{2\sqrt{2}}$ j) $\frac{2\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ k) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{2}}$ l) $\frac{1 + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{2}}$
 m) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ n) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ o) $\frac{\sqrt{8} - 1}{2\sqrt{2}}$ p) $\frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$

Sol: a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; b) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; c) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$; d) $\sqrt{6}$; e) $2 - \sqrt{3}$; f) $\sqrt{6} - 2$; g) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{9}$;

h) $-5 - 2\sqrt{6}$; i) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; j) $6 + 4\sqrt{3}$; k) $\frac{2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{6} - 2}{2}$;

l) $-1 - \sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{10}$; m) $6 - 2\sqrt{6}$; n) $3 + \sqrt{6}$; o) $\frac{4 - \sqrt{2}}{4}$; p) $\frac{11 + 6\sqrt{2}}{7}$

33.- Multiplica:

a) $(2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3})$ b) $(3 - \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2})$ c) $(3 + \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2})$
 d) $(2 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2})$ e) $(2\sqrt{8} + 3) \cdot (3\sqrt{2} - 1)$
 f) $(3 + 2\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3} - 2)$
 g) $(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})$ h) $(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$
 i) $(3 - \sqrt{2}) \cdot (2 + \sqrt{2})$ j) $(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})$
 k) $(\sqrt{2} + \sqrt{8}) \cdot (2\sqrt{2} - \sqrt{8})$

Sol: a) 1; b) 7; c) $11 + 6\sqrt{2}$; d) $4 + \sqrt{2}$; e) $21 + 5\sqrt{2}$; f) $-\sqrt{3}$; g) -1;
 h) $12 + 5\sqrt{6}$; i) $4 + \sqrt{2}$; j) $2\sqrt{6} - 5$; k) 0

34.-Divide:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{3\sqrt{32}}{\sqrt{2}} & \text{b) } \frac{3\sqrt{32} - 2\sqrt{8}}{\sqrt{8}} & \text{c) } \frac{\sqrt{8} - \sqrt{32} + 3\sqrt{72}}{\sqrt{2}} & \text{d) } \frac{\sqrt{8a^3b}}{\sqrt{2ab}} \\ \text{e) } \frac{\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{ab}} & \text{f) } \frac{\sqrt{3a^2b}}{\sqrt{2ab}} & \text{g) } \frac{\sqrt[3]{ab^2c^2}}{\sqrt[3]{a^2bc}} & \text{h) } \frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt[3]{2ab}} \\ \text{i) } \frac{\sqrt[4]{2a^2b}}{\sqrt{2a}} & \text{j) } \frac{\sqrt[3]{2a^3b^4c}}{\sqrt{2abc^2}} & \text{k) } \frac{\sqrt{2ab} \cdot \sqrt[3]{2a^2b}}{\sqrt[6]{2ab}} & \text{l) } \frac{\sqrt{3a^2b}}{\sqrt[3]{abc} \cdot \sqrt[6]{3bc}} \\ \text{m) } \frac{\sqrt[4]{a^3b^3}}{\sqrt{abc}} & \text{n) } \frac{\sqrt[3]{a^2bc^3d}}{\sqrt{ab^2c}} \end{array}$$

Sol: a) 12; b) 4; c) 16; d) 2a; e) $\sqrt[3]{b}$; f) $\sqrt{\frac{3a}{2}}$; g) $\sqrt[3]{\frac{bc}{a}}$; h) $\sqrt[6]{2ab}$; i) $\sqrt[4]{\frac{b}{2}}$

$$\text{j) } \sqrt[6]{\frac{a^3b^5}{2c^4}}; \text{k) } \sqrt[3]{2^2a^3b^2}; \text{l) } \sqrt[6]{\frac{3^2a^4}{c^3}}; \text{m) } \sqrt[4]{\frac{ab}{c^2}}; \text{n) } \sqrt[6]{\frac{ac^3d^2}{b^4}}$$

35.- Realiza la operación y expresa el resultado en forma de raíz:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}} & \text{b) } a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} & \text{c) } a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} & \text{d) } a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \\ \text{e) } x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} & \text{f) } a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{6}} & \text{g) } x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{4}{6}} & \text{h) } x^2 \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-1} \\ \text{i) } \sqrt{a} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a & \text{j) } \frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}} & \text{k) } \frac{3a^{\frac{1}{2}} \cdot 2a^{\frac{1}{3}}}{4a^{\frac{1}{6}} \cdot a^{\frac{2}{3}}} \end{array}$$

Sol: a) $\sqrt[6]{a^7}$; b) a; c) $\sqrt[6]{a^5}$; d) $\sqrt[12]{a}$; e) $x\sqrt[3]{2}$; f) $\sqrt[6]{\frac{b}{a}}$; g) $\sqrt{x^5}$; h) $\sqrt[3]{x^5}$

$$\text{i) } \sqrt[6]{a^{11}}; \text{j) } \sqrt[3]{a}; \text{k) } \frac{3}{2}$$

36.- Opera y extrae de las raíces:

$$\text{a) } \sqrt{\sqrt[3]{a^2}} \quad \text{b) } \sqrt[3]{8a\sqrt{a^4b^3}} \quad \text{c) } \sqrt{a^3b^2c} \quad \text{d) } \sqrt{a^2b\sqrt{a^3b^5}}$$

$$\begin{array}{llll}
 \text{e)} \sqrt{\frac{a^2 b^3 c}{\sqrt[3]{4 a^4 b c}}} & \text{f)} \sqrt{\frac{a^3 \sqrt{b^5}}{a b^2 c}} & \text{g)} \sqrt[3]{\frac{a^5 b^6 c}{c^5 b}} & \text{h)} \sqrt[3]{\frac{\sqrt{x^6 a^2}}{\sqrt[3]{b^9 c^3}}} \\
 \text{i)} \sqrt[4]{a^6 b^3 c^4} & \text{j)} \sqrt{a^2 b \sqrt{c^3 b^3}}
 \end{array}$$

Sol: a) $\sqrt[3]{a}$; b) $2 a \sqrt{b}$; c) $a b \sqrt{a c}$; d) $a b \sqrt[4]{a^3 b^3}$; e) $a b \sqrt[3]{\frac{b c}{2 a^2}}$

f) $a \sqrt[4]{\frac{b}{c^2}}$; g) $\frac{a b^2}{c} \sqrt[3]{\frac{a^2}{c b}}$; h) $\frac{x}{b} \sqrt[3]{\frac{a}{c}}$; i) $a c \sqrt[4]{a^2 b^3}$; j) $a b \sqrt[4]{c^3 b}$

37.- Opera y extrae los factores que puedas:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \left(\sqrt[3]{3 a^2 b c^3} \right)^2 & \text{b)} \left(\sqrt{a b^2 c} \right)^3 & \text{c)} \left(\sqrt[4]{2 a^3 b^2 c^5} \right)^2 & \text{d)} \left(2 \sqrt[3]{a^2 b c^3} \right)^2 \\
 \text{e)} \left(\sqrt[3]{2 a^2 b c^3} \right)^4 & \text{f)} \left(\sqrt[3]{a^2 b^4 \sqrt{a b}} \right)^2 & \text{g)} \left(\sqrt[6]{a^7 b^4 c^2} \right)^2 & \text{h)} \left(\sqrt{\sqrt[3]{a^2 b^4 c}} \right)^4 \\
 \text{i)} \left(\sqrt[3]{a^2 b \sqrt[4]{a^3 b^5}} \right)^2 & \text{j)} \left(\sqrt{\frac{a^2 b}{c^3}} \right)^3
 \end{array}$$

Sol: a) $a c^2 \sqrt[3]{3^2 a b^2}$; b) $a b^3 c \sqrt{a c}$; c) $a b c^2 \sqrt{2 a c}$; d) $2^2 a c^2 \sqrt[3]{a b^2}$

e) $2 a^2 b c^4 \sqrt[3]{2 a^2 b}$; f) $a b^3 \sqrt[3]{a^2}$; g) $a^2 b \sqrt[3]{a b c^2}$; h) $a b^2 \sqrt[3]{a b^2 c^2}$

i) $a b \sqrt[6]{a^5 b^3}$; j) $\frac{a^3 b}{c^4} \sqrt{\frac{b}{c}}$