

MATEMÁTICAS 4º E.S.O.
OPCIÓN A

www.yoquieroaprobar.es

Números racionales

1. a) ¿Qué fracción representan 3 meses y medio respecto a un año?
b) ¿Y 6 horas y cuarto respecto de un día?
2. Mauro compra un piso por valor de 245 000 €. Aporta en efectivo de dicha cantidad, y solicita para el resto una hipoteca. ¿Cuánto dinero pide de hipoteca?
3. Alejandra tenía ahorrados 13 500 € al empezar el año. En el primer semestre consiguió ahorrar de lo que ya tenía. Sin embargo, en el segundo trimestre ahorró $\frac{1}{5}$ menos de lo que había ahorrado hasta Junio. ¿A cuánto ascienden sus ahorros al terminar el año?
4. El primer día, un jardinero realiza la tercera parte del trabajo; al día siguiente, $\frac{3}{4}$ del resto, y el tercer día termina su tarea. ¿Qué fracción de trabajo hace cada día? ¿Qué día trabaja más?
5. Un alumno estudia por la mañana $\frac{5}{8}$ partes de una unidad, y por la tarde, el resto, que son 15 páginas. ¿Cuántas páginas tiene la unidad?
6. De una botella de agua, se gasta la mitad por la mañana, y por la tarde, la mitad de lo que quedaba. ¿Qué fracción de agua queda sin gastar? Si la botella fuera de 5 l, ¿cuántos litros se habría consumido?
7. Una empresa gasta $\frac{3}{7}$ de su presupuesto en la formación de sus empleados, y $\frac{1}{5}$, en renovar ordenadores. ¿Qué fracción del presupuesto se ha gastado? ¿Qué fracción le queda? Si el presupuesto es de 128 030 €, ¿cuánto dinero le queda?
8. Pablo, para ir a su trabajo, recorre la sexta parte del trayecto en coche; $\frac{5}{6}$ del resto, en tren, y los 5 km restantes, en autobús. ¿Qué distancia recorre?
9. Una empresa aceitera dispone de 126 l de aceite que quiere envasar en botellas de $\frac{3}{4}$ l para regalar a sus clientes. ¿Cuántas botellas podrá regalar?
10. Tres amigos se reparten un premio. El primero se lleva $\frac{5}{11}$ del total; el segundo, la tercera parte de lo que queda, y el tercero, el resto. ¿Quién se lleva más? Si el premio asciende a 1 375 €, ¿qué cantidad se lleva cada uno?
11. En cierta empresa, $\frac{2}{5}$ de los empleados son chicos, de los cuales $\frac{4}{7}$ son licenciados. Si la empresa tiene 560 empleados, ¿cuántos chicos hay?, ¿cuántos son licenciados?
12. Una frutería vende, por la mañana, $\frac{1}{3}$ de las sandías. Al mediodía, un restaurante se lleva $\frac{1}{3}$ de las que quedaban y por la tarde se vende $\frac{1}{3}$ del resto. Si aún quedan 8 sandías, ¿cuántas había al principio del día?
13. Un autobús deja en la primera parada $\frac{1}{5}$ de los viajeros; en la segunda parada, $\frac{1}{4}$ de los que quedaban; en la tercera deja $\frac{1}{3}$ del resto y en la cuarta deja $\frac{1}{2}$ de los que aún permanecían a bordo. Por fin, en la quinta y última parada deja 10 viajeros y se queda vacío. ¿Cuántas personas ocupaban el autobús al principio? ¿Cuántas bajan en cada parada?

15. He pagado una factura del siguiente modo: el primer mes, $\frac{2}{7}$ del total; el segundo, $\frac{3}{10}$; el tercer mes, $\frac{5}{14}$; y el cuarto, 740 euros. Calcula qué parte de factura hemos pagado el cuarto mes. Calcula el importe de la factura y el importe pagado cada mes.

16. He gastado en la carnicería los $\frac{3}{4}$ del dinero que tenía y en la frutería, $\frac{1}{3}$ de lo que me quedaba. Con el dinero que me ha sobrado, he comprado cuatro revistas a 1,5€ cada una. ¿Cuánto dinero tenía al principio? ¿Cuánto he gastado en cada tienda?

17. Calcula y simplifica:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{2} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3}\right) = \left[-\frac{53}{36}\right]$$

$$\frac{5}{6} - \left(\frac{4}{45} + \frac{1}{9}\right) + \frac{9}{10} - \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{15}\right) = \left[\frac{6}{5}\right]$$

$$\frac{3}{4} \cdot \left[\frac{6}{5} - \frac{2}{7} \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)\right] = \left[\frac{3}{5}\right]$$

$$1 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)\right] = \left[\frac{1}{4}\right]$$

$$\frac{3}{11} - \frac{1}{3} \cdot \left[2 - \frac{7}{11} \cdot \left(2 + \frac{2}{7}\right)\right] = \left[\frac{1}{11}\right]$$

$$1 - \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{5} - \left(\frac{1}{14} + \frac{2}{7} - \frac{2}{35}\right)\right] + \frac{3}{10} = \left[\frac{7}{10}\right]$$

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) + 1 = \left[\frac{21}{2}\right]$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{2} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3}\right) = \left[-\frac{53}{36}\right]$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{2} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3}\right) = \left[-\frac{53}{36}\right]$$

$$\frac{3}{4} \cdot \left[\frac{6}{5} - \frac{2}{7} \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)\right] = \left[\frac{3}{5}\right]$$

$$\frac{3}{4} \cdot \left[\frac{6}{5} - \frac{2}{7} \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)\right] = \left[\frac{3}{5}\right]$$

$$\left(\frac{1}{4} - \frac{3}{8} : \frac{3}{5}\right) : \left(\frac{1}{9} - \frac{5}{6}\right) - \frac{5}{26} = \left[\frac{17}{52}\right]$$

$$\frac{3}{11} - \frac{1}{3} \cdot \left[2 - \frac{7}{11} \cdot \left(2 + \frac{2}{7}\right)\right] = \left[\frac{1}{11}\right]$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left[\frac{5}{2} - \left(2 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right)\right] \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) + 1 = \left[\frac{21}{2}\right]$$

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{5}{3} - \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}\right] \cdot \frac{8}{5} = \left[\frac{7}{3}\right]$$

$$\left\{\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right) - \left[\frac{9}{8} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{6}{7}\right]\right\} \cdot \frac{16}{9} = [2]$$

$$\frac{\left(3 - \frac{1}{4} - \frac{7}{8}\right) : \frac{5}{4} - \frac{1}{2}}{\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{19}{12} - \frac{1}{8}\right)} = \left[\frac{5}{2}\right]$$

18. Calcula:

$$\begin{aligned} (-5)^3 &= & \left(-\frac{1}{4}\right)^2 &= & -\left(-\frac{1}{2}\right)^5 &= & \left(\frac{2}{5}\right)^3 &= \\ (2^{-3})^0 &= & -(2^{-3})^0 &= & -(-2)^5 &= & \left(\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right)^{-1} &= \\ 5^{-3} &= & \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} &= & -(-2)^{-4} &= & \left(\frac{2}{5}-1\right)^4 &= \end{aligned}$$

19. Utiliza las propiedades de las potencias y expresa el resultado en forma de producto de potencias de bases números primos:

$$\begin{aligned} \frac{(2^2)^7 \cdot 8^2 \cdot (32^{-1})^2}{(16^{-1})^2 \cdot 2^{-2}} &= 2^4 & \frac{18^2 \cdot (3^{-2})^3 \cdot (72^{-1})^3}{3^5 \cdot (6^{-2})^3} &= 2^{-1} \cdot 3^{-7} \\ \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot 8^{-2} \cdot \left(\frac{1}{32}\right)^2 \cdot (16^{-3})^4 &= 2^{-58} & \frac{6^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot 24^4 \cdot (8^{-2})^{-3}}{\left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot (27^{-3})^2 \cdot 18^5} &= 2^{38} \cdot 3^{19} \\ \frac{(4^3)^{-1} \cdot (20^2)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{125}\right)^3}{40^{-5} \cdot (250^{-2})^{-3}} &= 2^{-9} \cdot 5^{28} \\ \frac{2^{-2} \cdot (16^2)^4 \cdot \left(\frac{1}{32}\right)^{-2}}{(64^{-5})^3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-2}} &= 2^{124} \end{aligned}$$

20. Calcula el valor de las siguientes expresiones:

- | | |
|------------------------|---------------------------|
| a) $9,234 \cdot 10^4$ | b) $9,234 \cdot 10^{-4}$ |
| c) $9125,2 \cdot 10^2$ | d) $9125,2 \cdot 10^{-2}$ |
| e) $1249,5 \cdot 10^5$ | f) $325 \cdot 10^{-5}$ |

21. Escribe como potencias de diez:

- | | |
|------------------|---------------------|
| a) Cien mil | b) Una milésima |
| c) Un millón | d) Una millonésima |
| e) 100.000.000 | f) Una diezmilésima |
| g) Diez millones | h) Diez mil |

22. Expresa en notación científica:

- Número aproximado de habitantes de la Tierra: 4.000.000.000
- Longitud del ecuador terrestre: 40.000.000 m
- Número aproximado de células del cuerpo humano: 70 billones

23. Expresa sin utilizar potencias de diez:

- a) La velocidad de la luz en el vacío: $3 \cdot 10^5$ km/s
- b) Masa de un electrón: $9 \cdot 10^{-8}$ g
- c) Espesor de un cuaderno: 10^{-2} m
- d) Espesor de un hilo: 10^{-4} m

Números reales

1. Introduce el factor dentro de la raíz y, si es posible, simplifica:

a) $5\sqrt{7} = \sqrt{5^2 \cdot 7} = \sqrt{175}$

c) $4\sqrt[3]{4} =$

e) $5\sqrt{3} =$

g) $x\sqrt{\frac{2}{x}} =$

i) $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{25}{9}} =$

b) $2\sqrt{5} =$

d) $4\sqrt[4]{2} =$

f) $7^2 \sqrt{\frac{1}{7}} =$

h) $2 \cdot 3^2 \sqrt[3]{\frac{2}{3}} =$

j) $\frac{2}{5}\sqrt[4]{\frac{25}{4}} =$

2. Sacar de la raíz todos los factores que puedas:

a) $\sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 5^2} = 5\sqrt{2}$

c) $\sqrt{18}$

e) $\sqrt{75}$

g) $\sqrt[3]{40}$

i) $\sqrt[4]{64}$

k) $\sqrt{0,001}$

m) $\sqrt[3]{0,008}$

b) $\sqrt{12}$

d) $\sqrt{45}$

f) $\sqrt{27}$

h) $\sqrt[3]{48}$

j) $\sqrt[3]{128}$

l) $\sqrt[3]{432}$

n) $\sqrt[4]{2592}$

ñ) $\sqrt[3]{1024}$

p) $\sqrt{\frac{225}{16}}$

r) $\sqrt{\frac{125}{27}}$

t) $\sqrt[4]{\frac{x^2 y^9}{16}}$

v) $\sqrt[3]{x^{16} y^{21}}$

x) $\sqrt{\frac{343}{16}}$

z) $\sqrt[5]{\frac{1024}{729}}$

o) $\sqrt[4]{0,0016}$

q) $\sqrt[5]{x^{10} y^{18}}$

s) $\sqrt[3]{\frac{81}{256}}$

u) $\sqrt{\frac{125a^2 b}{16}}$

w) $\sqrt[3]{\frac{16a^5}{27b^9}}$

y) $\sqrt{\frac{512}{625}}$

3. Calcula:

$$2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 8\sqrt{2} =$$

$$\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 5\sqrt{5} =$$

$$\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{12} =$$

$$\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{18} =$$

$$\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81} =$$

$$3\sqrt{12} - 11\sqrt{3} + 4\sqrt{75} - 5\sqrt{27} =$$

$$4\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 11\sqrt{125} - 20\sqrt{5} =$$

$$5\sqrt{3} + \sqrt{27} - 2\sqrt{12} - \sqrt{300} =$$

$$\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 2\sqrt{45} - \sqrt{5} =$$

$$2\sqrt{18} - 3\sqrt{50} - \sqrt{20} + 5\sqrt{8} + \sqrt{125} =$$

$$2\sqrt{27} - \sqrt{8} + \sqrt{75} + 5\sqrt{32} - \sqrt{3} =$$

$$2\sqrt{12b^3} - \sqrt{3b^3} + 3\sqrt{27b^3} - \sqrt{108b^3} + 3\sqrt{75b^3} =$$

$$2\sqrt{50} - \sqrt{18} + 7\sqrt{32} - \sqrt{72} + \sqrt{2} =$$

$$3\sqrt{50} + 2\sqrt{18} - 5\sqrt{32} + 4\sqrt{\frac{18}{4}} =$$

$$3\sqrt[3]{54} + 5\sqrt[3]{375} - 10\sqrt[3]{250} + 2\sqrt[3]{24} =$$

$$5\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{250} + 2\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2} =$$

$$5\sqrt[4]{2} - 6\sqrt[4]{162} + 13\sqrt[4]{32} - \sqrt[4]{1250} =$$

4. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica las expresiones resultantes:

a) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{6} =$

b) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{8} =$

c) $2\sqrt{8} \cdot 3\sqrt{2} =$

d) $5\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{8}{27}} =$

e) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[6]{128} =$

f) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[5]{4} =$

g) $\sqrt[6]{12} : \sqrt[3]{18} =$

h) $\sqrt[5]{27} : \sqrt[3]{9} =$

i) $\frac{\sqrt[9]{64a^3b^6}}{\sqrt[3]{4a}} =$

j) $\frac{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{\sqrt[8]{x^3}} =$

k) $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt[4]{243}} =$

l) $\frac{\sqrt[10]{16} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[5]{2}} =$

5. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica las expresiones resultantes:

a) $(\sqrt{8})^3 =$

b) $(\sqrt[3]{25})^4 =$

c) $(\sqrt[3]{32})^6 =$

d) $(\sqrt[3]{27a^4})^2 =$

e) $(\sqrt[4]{4})^6 =$

f) $(\sqrt[12]{125})^8 =$

g) $\sqrt{\sqrt{3}} =$

h) $\sqrt[3]{\sqrt{8}} =$

i) $\sqrt[4]{256} =$

j) $(\sqrt[3]{\sqrt[4]{25}})^6 =$

k) $(\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{32}}})^5 =$

l) $(\sqrt{\sqrt[4]{\sqrt[3]{27}}})^6 =$

6. Escribe en forma de intervalo y representa en cada caso:

a) $\{x / 3 < x < 7\}$

b) $\{x / -2 < x\}$

c) $\{x / -1 \leq x < 2\}$

7. Escribe en forma de desigualdad y representa en cada caso:

a) $[1, 3]$

b) $(-\infty, 2)$

c) $(-2, 2]$

d) $[2, +\infty)$

Problemas aritméticos

1. Un operario tarda 5 días en poner tarima flotante a una habitación de dimensiones 35mx 2 m. ¿Cuánto tardaría si la habitación fuera de 30mx 14 m?
2. Un grupo de amigos recorren 350 km en 12 días andando 7 horas al día. ¿Cuánto tardarán en recorrer 100 km más si reducen la marcha en 1 hora diaria?
3. Seis máquinas iguales envasan 2 610 l de agua en una hora y media. ¿Cuántos litros envasarán cuatro máquinas en tres horas y cuarto? ¿Cuánto tiempo tardarán tres máquinas en envasar 10 440 l?

4. Cuatro personas pagan 1 330 € por alojarse en una casa rural durante una semana. Si fueran dos personas más, ¿cuánto pagarían por 15 días?
5. Diez obreros realizan una obra en 12 días trabajando 9 horas diarias. ¿Cuántos obreros se necesitan para realizar esa misma obra en 15 días a un ritmo de 8 horas diarias?
6. En un trabajo de desescombro, 4 camiones sacan 300 m³ de tierra trabajando 8 horas al día. Calcula cuánta tierra sacarán 6 camiones trabajando 2 horas más al día.
7. En una granja, 16 vacas consumen 100 kg de pienso en 15 días. Si se compran 2 vacas más, calcula cuántos días podrán comer si se compran 20 kg más de pienso.
8. Para limpiar 3 plantas de un edificio se contrata a un equipo de 20 personas trabajando 6 horas al día. Si se quieren limpiar 5 plantas iguales haciendo que el equipo trabaje 8 horas diarias, ¿cuántos trabajadores se necesitan?
9. Por enviar un paquete de 10 kg de peso a una población que está a 130 km de distancia me han cobrado 14 €. ¿Cuánto me costará enviar un paquete de 26 kg a una población que está a mitad de distancia?
10. Un solador embaldosa un suelo de 180 m² en 3 días trabajando 9 horas al día. Le ofrecen el trabajo de embaldosar un suelo de 420 m² en una semana. Calcula cuántas horas diarias tiene que trabajar.
11. Se invierten 18 000 € al 3,36% anual durante 3 años y medio. Calcula el capital que se obtendrá al final de ese periodo sabiendo que los periodos de capitalización son mensuales.
12. Se funde un anillo que pesa 100 g y contiene un 85% de oro con una pulsera de 180 g que contiene un 80% de oro. Calcula la proporción de oro del lingote obtenido.
13. Un ciclista que va a una velocidad de 25 km/h lleva una ventaja de 40 km a otro ciclista que va detrás de él a una velocidad de 37 km/h. Calcula el tiempo que tarda el segundo en alcanzar al primero y la distancia recorrida hasta lograrlo.
14. Un inversor coloca 16 500 € al 4,5% anual. Al cabo de un año, deja el dinero y los intereses y añade otros 10 500 €. ¿Cuánto dinero puede retirar al acabar el segundo año?
15. Una empresa reparte un beneficio de 106 430 € entre tres socios en partes proporcionales a los años de antigüedad que llevan trabajando en la empresa, que son 15, 18 y 25 años. Calcula cuánto recibirá cada uno.
16. Calcula el beneficio obtenido de un capital de 7 000 € colocado al 3,75% anual si se mantiene en el banco durante 20 meses sin retirar los intereses.
17. Se han pagado 98,80 € por una colección de libros que costaban, sin IVA, 95 €. ¿Qué porcentaje de IVA se ha aplicado?

18. En una compra nos han aplicado un 15% de descuento y un 21% de IVA. Si inicialmente la compra costaba 85,30 €, ¿cuánto se pagará al final? Si pagamos 95 €, ¿cuánto costaba la compra inicialmente?

Álgebra

1. Calcula:

a) $2x \cdot (-2x^3 - 7x^2 + 10x + 3) - 3 \cdot (2x^3 - 3x^2 - 6x - 8)$

b) $(-x^2 + x - 5) \cdot (2x^3 - 3x^2 - 6x - 8)$

c) $(-2x^3 - 7x^2 + 10x + 3) : (-x^2 + x - 5)$

d) $(-2x + 3) \cdot (-x^2 + x - 5) - 5x^2 \cdot (3x - 6)$

e) $3x \cdot (x - 4)^2 - 4 \cdot (2x + 5)^2$

f) $4x \cdot (6 + 2x)^2 - (4x - 2) \cdot (4x + 2)$

g) $(4x^2 - 5) \cdot (3x^2 - 2x + 1) - 3 \cdot (4x^2 - 1)^2 =$

2. Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{4 \cdot (1 - 2x)}{3} - \frac{7(x - 2)}{12} = \frac{5 \cdot (1 - 2x)}{4} - (x - 1)$

b) $\frac{3x - 10}{6} - \frac{5}{3} \cdot (4 - x) = \frac{2x - 3}{8}$

c) $\frac{2 \cdot (x - 2)}{5} - \frac{3 \cdot (5 - x)}{20} - \frac{1}{10} = \frac{x}{3} - \frac{3 \cdot (x + 1)}{12}$

d) $(3x - 1) \cdot (2x + 1) = 9x^2 - 1$

e) $\frac{(x - 1) \cdot (x + 1)}{2} - \frac{x - 5}{6} = \frac{2(x + 1)}{3}$

f) $(2x + 3) \cdot (x^2 + 2x) = 0$

g) $x(x^2 - 4)(3x + 18) = 0$

h) $\sqrt{4x + 1} - x = 1$

i) $2 + \sqrt{x + 5} = 2x - 3$

$$i) x^2 \cdot (x^2 - 17) + 16 = 0$$

$$j) (2x^2 + 1) \cdot (x^2 - 3) = (x^2 + 1) \cdot (x^2 - 1) - 8$$

$$k) \frac{3x}{x^2 - 9} = 1 + \frac{x}{2 \cdot (x - 3)}$$

$$l) \frac{x}{2x - 1} + \frac{2 \cdot (x^2 - 1)}{2x^2 - x} = 1 + \frac{2}{x}$$

$$m) \frac{x + 1}{x - 2} - \frac{x + 2}{x - 3} = \frac{1}{4}$$

$$n) 3\sqrt{3x + 4} - x = 5 + x$$

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 2x + 3y = \frac{13}{6} \end{cases} \quad c) \begin{cases} 4x + 6y = -1 \\ 6x + 2y = 2 \end{cases} \quad d) \begin{cases} 2x - 5y = 11 \\ 3x - 2y = 11 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{2(x+1)}{5} - \frac{3(y-2)}{2} = 0 \\ \frac{x+y}{4} = \frac{2}{8} \end{cases} \quad f) \begin{cases} 5x - 2 \left(1 - \frac{x+y}{3} \right) = \frac{25}{2} \\ \frac{x+1}{3} - 2(x+y) = -\frac{29}{6} \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 - y^2 = 0 \end{cases} \quad h) \begin{cases} 3x + y = 1 \\ xy = -2 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = 30 \\ x^2 - 2y^2 = 7 \end{cases} \quad j) \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$$

4. Resuelve y representa gráficamente las soluciones.

$$a) 2x - 5 + 16 \leq 3x - 1$$

$$b) 5 \cdot (x - 3) - 4 \cdot (x + 1) > 8$$

$$c) \frac{3x}{5} \geq 1 - \frac{2x - 3}{10}$$

$$d) \frac{4 - 2x}{3} + \frac{2 \cdot (5x - 1)}{5} \leq 1 - \frac{7}{30}$$

$$e) \frac{5x + 3}{8} - \frac{x + 2}{24} \geq \frac{1}{4}$$

5. Una fuente A llena un depósito en 4 horas. Cuando el depósito se llena utilizando al mismo tiempo la fuente A y otra fuente B, sólo tarda en llenarse 3 horas. ¿Cuánto tiempo tardaría la fuente B en llenar ella sola el depósito? (12 horas)
6. Se han mezclado 45 kg de café de Colombia cuyo precio es de 5,6 €/kg con 18 kg de café de Guinea. La mezcla se ha vendido a 5 €/kg. ¿De qué precio era el café de Guinea? (3,5 €/kg)
7. Un orfebre tiene dos lingotes. El lingote A contiene 540 gramos de oro y 60 gramos de cobre, y el lingote B contiene 400 gramos de oro y 100 gramos de cobre. ¿Qué cantidad debe tomar de cada uno de ellos para formar un lingote de 640 gramos cuya ley sea 0,825? (A: 160 g B: 480 g)
8. Halla un número sabiendo que su triple aumentado en dos es igual a su doble disminuido en tres. (-5)
9. Si sumamos el mismo número al numerador y al denominador de la fracción $\frac{10}{12}$ se obtiene otra equivalente a $\frac{4}{5}$. ¿Cuál es el número sumado? (-2)
10. Al dividir 1998 entre otro número se obtiene 26 de cociente y 48 de resto. ¿De qué número se trata? (75)
11. Un padre tiene 27 años más que su hijo. Dentro de 6 años la edad del padre será el doble que la del hijo. Calcula la edad del padre y la del hijo. (padre 48 , hijo 21)
12. Un bombero tiene una edad el triple que la de su hijo. Se sabe que dentro de 12 años la edad del bombero será sólo el doble que la del hijo. ¿Cuáles son las edades del bombero y del hijo? (36 y 12 años)
13. Andrés es el mayor de cinco hermanos. Cuando Andrés tenía dos años, nacieron dos hermanos gemelos y tres años más tarde nacieron otros dos gemelos. Actualmente, la suma de las edades de los cinco hermanos es 201 años. ¿Que edad tiene cada uno de los hermanos? (43, 41, 41, 38, 38)
14. Llevo recorridos los $\frac{7}{15}$ del camino y aún me queda $\frac{1}{3}$ de km para llegar a la mitad. ¿Qué longitud tiene el camino? (10 km)
15. Cuando Marcos encuentra un gato abandonado no puede evitar de recogerlo. Por este motivo, tiene siempre la casa llena de gatos. Y también por eso, sus amigos le toman el pelo. Ayer le preguntaron: Marcos ¿Cuántos gatos tienes? No muchos, contestó. Tengo los tres cuartos de su número más tres cuartos de gato. ¿Cuántos gatos tiene Marcos? (3 gatos)
16. Calcula la cantidad de agua que hay que echar a 280 litros de vino de 1,5 €/l para que la mezcla resulte a 1,4 €/l. (20 l)
17. Una corona pesa 750 g y está formada de oro y plata. Si la pesamos dentro del agua pierde 50 g de su peso. Calcula las cantidades de oro y plata que tiene la corona, sabiendo que la densidad del oro es $19,5 \text{ g/cm}^3$ y la de la plata $10,5 \text{ g/cm}^3$. (487,5 g de oro ; 262,5 g de plata)

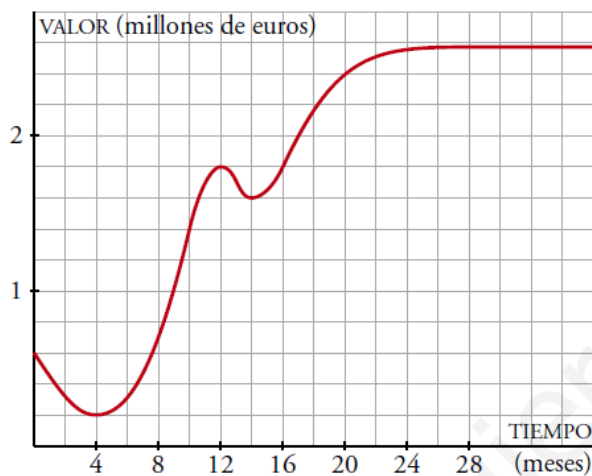
18. Para dar cera en una mansión se dispone de dos máquinas A y B. Con la máquina A se tarda 12 horas y con la B se tarda 6 horas. ¿Cuánto se tarda si se utilizan ambas máquinas? (4 horas)

19. Un pintor tarda en pintar un apartamento 12 horas. Si le ayuda otro pintor, los dos juntos tardan en pintarlo 4 horas. ¿Cuánto tiempo tardaría en pintar el apartamento el segundo pintor solo? (6 horas)

20. La diferencia entre los cuadrados de dos números impares consecutivos es 104. ¿Qué números son? (25 y 27)

Funciones

1. La gráfica adjunta describe el valor de una empresa desde que abrió. Responde:

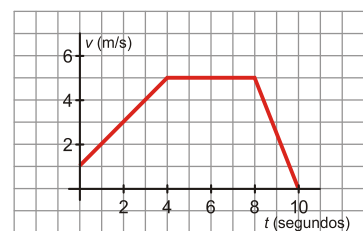


- ¿Cuál era su valor en el momento de la apertura?
- ¿A cuánto se redujo su valor después de 4 meses?
- Indica los intervalos donde la función crece o decrece.
- Esta función tiene un máximo y dos mínimos relativos. ¿Qué puntos son?
- ¿Cuál parece la tendencia de esta función para los próximos meses?

e) Haz una descripción global del valor de esta empresa en sus tres primeros años.

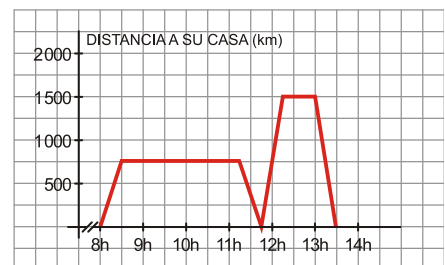
2. La siguiente gráfica corresponde a la velocidad de un móvil en m/s en función del tiempo:

- ¿Cuál es la velocidad que lleva inicialmente?
- ¿En qué momentos acelera o frena?
- ¿Cuándo mantiene su velocidad constante y cuál es esa velocidad?
- ¿Cuánto tiempo está acelerando? ¿Cuánto tiempo tarda en pararse desde que empieza a frenar?



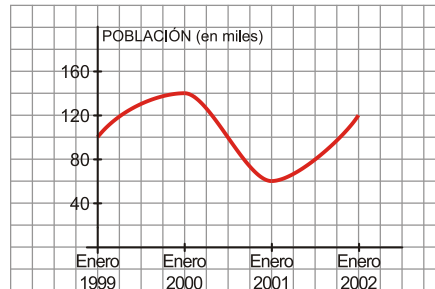
3. Pablo salió de su casa a las 8 de la mañana para ir al instituto. En el recreo, tuvo que volver a su casa para ir con su padre al médico. La siguiente gráfica refleja la situación:

- ¿A qué hora comienzan las clases y a qué hora empieza el recreo?
- ¿A qué distancia de su casa está el instituto? ¿Y el consultorio médico?



- c) ¿Cuánto tiempo ha estado en clase? ¿Y en el consultorio médico?
 d) Haz una interpretación completa de la gráfica.

4. Describe la siguiente función, indicando cuáles son las variables independiente y dependiente, el dominio, crecimiento, máximos y mínimos, tendencias y periodicidad.



5. Representa gráficamente una función, f , que cumpla las siguientes condiciones:

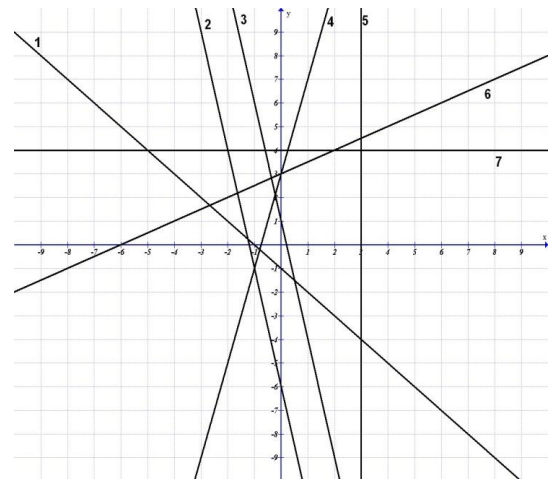
- $\text{Dom}(f) = [-5, 6]$
- Crece en los intervalos $(-5, -3)$ y $(0, 6)$; decrece en el intervalo $(-3, 0)$.
- Es continua en su dominio.
- Corta al eje X en los puntos $(-5, 0)$, $(-1, 0)$ y $(4, 0)$.
- Tiene un mínimo en $(0, -2)$ y máximos en $(-3, 3)$ y $(6, 3)$.

6. Construye una gráfica que represente la audiencia de una determinada cadena de televisión durante un día, sabiendo que:

A las 0 horas había, aproximadamente, 0,5 millones de espectadores. Este número se mantuvo prácticamente igual hasta las 6 de la mañana. A las 7 de la mañana alcanzó la cifra de 1,5 millones de espectadores. La audiencia descendió de nuevo hasta que, a las 13 horas, había 1 millón de espectadores. Fue aumentando hasta las 21 horas, momento en el que alcanzó el máximo: 6,5 millones de espectadores. A partir de ese momento, la audiencia fue descendiendo hasta las 0 horas, que vuelve a haber, aproximadamente, 0,5 millones de espectadores.

7. Asocia, razonadamente, a cada una de las rectas del gráfico, las siguientes ecuaciones:

- $y = 4x + 3$
- $y = 4$
- $y = -x - 1$
- $y = -5x + 1$
- $y = 0,5x + 3$
- $x = 3$
- $y = -5x - 6$



8. Escribe la ecuación de las siguientes recta:

- a) Pasa por el punto P(3, 7) y su pendiente es $m = 4$.
- b) Pasa por los puntos P(-2, 5) y Q (0, -1).
- c) Tiene pendiente $m=2$ y su ordenada en el origen es 7.
- d) Pasa por el punto P(-2,5) y es paralela a la recta $y=2x$.

9. Observa las siguientes ecuaciones de rectas. Señala, para cada una, su pendiente la ordenada en el origen y represéntala gráficamente:

$$f(x) = 3 + 2(x - 1)$$

$$f(x) = 6 + (x + 2)$$

$$f(x) = -2(x + 3)$$

$$f(x) = 3 - 1x$$

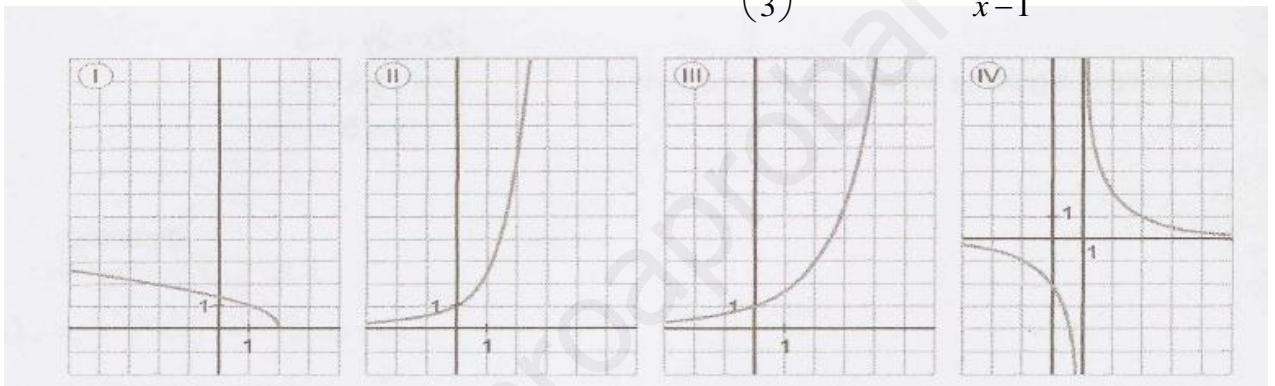
10. Asocia a cada gráfica la función que le corresponde (*Justifica tus respuestas*):

a) $y = \sqrt{2-x}$

b) $y = 1,75^x$

c) $y = \left(\frac{8}{3}\right)^x$

d) $\frac{2}{x-1}$



11. Representa gráficamente las siguientes funciones:

$$a) y = \begin{cases} 5x-2 & x \leq 1 \\ -2x+1 & 5 > x > 1 \\ 3 & x > 5 \end{cases}$$

b) $y = x^2 - 4x + 3$

c) $y = 4x^2 + 8x - 5$

d) $y = x^2 + 3x - 4$

e) $y = 8 - 2x - x^2$

$$f) y = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < -1 \\ 2 & \text{si } -1 \leq x < 4 \\ x^2 - 10 & \text{si } 4 \leq x \end{cases}$$

$$g) y = \frac{2}{x}$$

$$h) y = \frac{-2}{x-1}$$

$$i) y = \frac{3}{x+2} - 1$$

$$j) y = \sqrt{x+1}$$

$$k) y = \sqrt{2-x}$$

$$l) y = \sqrt{1-2x}$$

$$m) y = -\sqrt{1-2x}$$

$$n) y = 2^x$$

$$o) y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$p) y = 1,75^x$$

$$q) y = 0,75^x$$

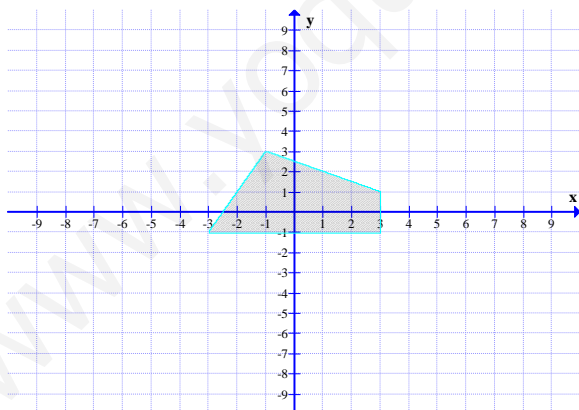
12. Tres kilos de peras nos han costado 4,5 €; y, por siete kilos, habríamos pagado 10,5 €. Encuentra la ecuación de la recta que nos da el precio total, y , en función de los kilos que compremos, x . Representácala gráficamente.
13. Un técnico de reparaciones de electrodomésticos cobra 25 € por la visita, más 20 € por cada hora de trabajo.
- Escribe la ecuación de la recta que nos da el dinero que debemos pagar en total, y , en función del tiempo que esté trabajando, x .
 - Representácala gráficamente.
 - ¿Cuánto tendríamos que pagar si hubiera estado 3 horas?
14. En una compañía telefónica el precio de cada minuto de llamada en horario normal es de 0,25 € y en horario reducido es de 0,20 €. El horario reducido es de 16 h a 8 h. Una persona hace una llamada a las 15:55 h.
- ¿Cuánto cuesta la llamada si dura 5 min? ¿Y 15 min? ¿Y 30 min?
 - Haz la gráfica de la función que nos da el precio de la llamada dependiendo del tiempo que dure esta.
Supón que la llamada no va a durar más de 40 minutos.
15. Juan recibe una factura mensual de 100 minutos de teléfono. Dos nuevas compañías telefónicas le realizan las siguientes ofertas:
- Compañía A: CUOTA MENSUAL 10 euros +5 céntimos cada minuto
Compañía B: 10 céntimos cada minuto
- Escribe, en cada caso, la expresión analítica de la función que relaciona los minutos que ha hablado Juan y el precio de la factura.
 - ¿Cuánto pagará con cada compañía si habla 100 minutos?
 - ¿Existe algún número de minutos consumidos en el que la factura sea la misma en las dos compañías?

- d) Dependiendo del número de minutos hablados ¿Cuál de las 2 ofertas es más ventajosa? Razona tu respuesta. (Puedes ayudarte de la representación gráfica).
16. Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad de 30m/s. La altura h que alcanza en cada instante t viene dada por $h(t) = 30t - 5t^2$
- Haz la representación gráfica de $h(t)$
 - Indica el dominio de definición
 - ¿En qué instante tiene una altura superior a 25 m?
 - ¿Cuál es la máxima altura que alcanza la pelota? ¿En qué momento se alcanza?
17. Halla el valor que debe tener b y c para que la gráfica de $y = x^2 + bx + c$ pase por los puntos $(1, 0)$ y $(-3, 1)$.
18. Al lanzar un proyectil en trayectoria parabólica, su altura máxima es 213 km. Cae a 14 km de la base del lanzamiento. Queremos obtener la ecuación de la parábola.
- Pasa por el punto $(0, 0)$. ¿En qué otro punto corta al eje X ?
 - Si corta al eje X en $(0, 0)$ y en $(k, 0)$, ¿cuál es la abscisa de su vértice?
 - Con todos estos datos, calcula a , b y c para que $y = ax^2 + bx + c$ sea la ecuación de la parábola.
19. En el contrato de alquiler de una apartamento figura que se le subirá al inquilino un 5% anual. Si el precio era de 320€ mensuales el primer año, ¿cuál será el alquiler 4 años después? Escribe la función que expresa el precio de la mensualidad en función de los años transcurridos.
20. Un señor compra un coche por 20000€. Se sabe que el valor del coche se deprecia un 20% anual y desea venderlo cuando su precio en el mercado de segunda mano no sea inferior al 20% de precio que ha pagado actualmente.
- Construye una tabla de valores sobre el valor y del coche según pasen los años(x), hasta los 10 años. ¿Cuál es la expresión algebraica de esta función?
 - Representa esta situación mediante una gráfica aproximada.
 - Ayúdate de la calculadora y de la expresión algebraica para saber cuántos años han de pasar para que el dueño del coche pueda venderlo al 20% de su valor inicial.

Geometría

- Los puntos $A(-1, 3)$, $B(2, 6)$, $C(7, -2)$ y $D(-5, -3)$ son vértices de un cuadrilátero. Halla los puntos medios de sus lados.
- Halla el punto P' simétrico de $P(-3, 7)$, respecto de $M(5, 1)$.
- Comprueba analíticamente si los puntos $P(-1, 3)$, $Q(2, 6)$ y $R(16, 48)$ están alineados.
- Escribe la ecuación de las rectas r y s que pasan por el punto $P(-5, 2)$ y son:
 - r : paralela a $3x - 2y + 5 = 0$.
 - s : perpendicular a $x - 2y - 3 = 0$.

5. Calcula el valor de k para que el punto $P(k, 17)$ pertenezca a la recta que pasa por $(-1, 3)$ y $(2, 6)$.
6. Halla el punto de intersección de las siguientes rectas:
 $8x + 9y - 52 = 0$ $3x + 2y - 3 = 0$
7. Calcula la distancia entre los puntos $(-3, 5)$ y $(2, -7)$.
8. Comprueba, mediante el teorema de Pitágoras, que el triángulo de vértices A , B y C es rectángulo siendo $A(-2, 1)$, $B(4, 11/2)$ y $C(1, -3)$.
9. Halla la longitud de la mediana que parte del vértice B en el triángulo $A(-2, -3)$, $B(6, 1)$ y $C(2, 5)$.
10. Representa el cuadrilátero cuyos vértices son $A(2, 1)$, $B(4, 6)$, $C(-1, 4)$ y $D(-3, 1)$, y halla la longitud de sus lados. Compara las pendientes de las rectas AB y CD . ¿Son paralelas?
11. Escribe la ecuación de la recta perpendicular al segmento AB en su punto medio (la mediatriz de AB), siendo $A(-3, 2)$ y $B(7, 4)$.
12. Representa gráficamente el siguiente recinto:
$$\begin{cases} x + y < 1 \\ -x + 3y > 3 \\ x \geq -6 \end{cases}$$
13. Describe mediante un sistema de inecuaciones el siguiente recinto:



Estadística

1. Hemos consultado, en diferentes comercios, el precio (en euros) de un determinado modelo de impresora, obteniendo los datos siguientes: 146 - 150 - 141 - 143 - 139 - 144 - 133 - 153
 - a) Calcula el precio medio.
 - b) Halla la desviación típica.

2. la familia Fernández, el salario mensual del padre es de 950 €, y el salario de la madre, 1 600 €. En la familia Torres, el padre gana 1 800 € al mes, y la madre 750 €.
- ¿Cuál es el sueldo medio de cada familia?
 - ¿En cuál de ellas es mayor la dispersión?
3. Los puntos conseguidos por Teresa y por Rosa en una semana de entrenamiento, jugando al baloncesto, han sido los siguientes:

TERESA	16	25	20	24	22	29	18
ROSA	23	24	22	25	21	20	19

- Halla la media de cada una de las dos.
 - Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación. ¿Cuál de las dos es más regular?
4. En una encuesta realizada por una empresa entre sus clientes se pedía que valoraran el servicio prestado por la empresa en una escala de 1 a 10 (entendiendo 1 como muy mal servicio y 10 como excelente). Los resultados obtenidos se recogen en la tabla:

PUNTUACIÓN	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº CLIENTES	0	0	5	10	32	64	42	27	11	9

- Representa los datos mediante un diagrama de barras.
 - Halla la media y la desviación típica.
 - Calcula Me , Q_1 , Q_3 y p_{90} .
5. Las edades de los jóvenes que han asistido a un campamento de verano vienen reflejadas en la siguiente tabla:

EDAD	[10, 12)	[12, 14)	[14, 16)	[16, 18)	[18, 20]
Nº DE PERSONAS	10	23	31	19	7

- Representa los datos mediante un histograma.
- Calcula la media y la desviación típica de esta distribución.
- En otra actividad programada también para ese verano, la edad media de los participantes fue de 13 años, con una desviación típica de 3,2 años. Calcula el coeficiente de variación en los dos casos y compara la dispersión en ambos grupos.

www.yoquieroaprobar.es