

Aproximaciones y errores

Los números decimales son especialmente útiles para expresar cantidades aproximadas.

■ Por qué usar números aproximados

Con mucha más frecuencia de la que somos conscientes, usamos números aproximados.

Lo hacemos, en general, por uno de estos motivos:

- o bien porque no es conveniente o no es necesario dar una cantidad exacta que sí conocemos,
- o bien porque, simplemente, no tenemos forma de medirla (o no la conocemos) con exactitud.

Por ejemplo:

- Al comunicar (o comentar) que a alguien le han tocado 3 527 834,56 € en la primitiva, diremos “tres millones y medio” o, acaso, “3 millones 528 mil euros” (no es necesario decir la cantidad exacta).
- Al medir la longitud de una mesa con una cinta métrica, nos aproximaremos hasta los centímetros o, como mucho, a los milímetros (con una cinta métrica no somos capaces de medir con más exactitud).

■ Cifras significativas

La altura a la que vuela un avión se puede expresar de diversas formas (nos fijamos en el número de cifras que usamos en cada caso):

9 km → solo una cifra

9,2 km → dos cifras

9 200 m → cuatro cifras (¿o, tal vez, solo dos?)

9 246 m → cuatro cifras

Está claro que cuantas más cifras se utilizan con más precisión se está dando la medida. Pero, a veces, no es conveniente dar demasiadas: ¿es razonable que la altura de un avión se dé afinando hasta los metros?

Fijémonos ahora en la medición 9 200 m. ¿Han querido ser exactos hasta los “metros” o solo hasta los “cientos de metros”? Muy probablemente sea esto último y, en este caso, los dos ceros finales no son *cifras significativas*.

Se llaman **cifras significativas** aquellas con las que se expresa un número aproximado. Solo deben utilizarse aquellas cuya exactitud nos conste.

Los ceros del final de un número no son cifras significativas si solo se han utilizado para poder expresar la cantidad en la unidad deseada (9 200 m en lugar de 92 cientos de metros).

Control del error cometido

Es claro que cuando damos una medida aproximada estamos cometiendo un error, que consiste en la diferencia, en valor absoluto, entre el valor exacto (o real) y el valor aproximado. Se llama **error absoluto**.

$$\text{Error absoluto} = |\text{Valor real} - \text{Valor aproximado}|$$

En general, el error absoluto es desconocido (porque no conocemos el valor real), pero puede controlarse. Por ejemplo, al dar la altura del avión, 9,2 km, podemos saber que el error cometido es menor que 0,05 km = 50 m, ya que si se da 9,2 es porque está más cerca de esta medida que de 9,1 y que de 9,3.

No es lo mismo cometer un error de 50 m al medir la altura de un avión, que al medir la altura de un edificio o la altura de un satélite. Por eso se define el **error relativo** como el cociente entre el error absoluto y la medida exacta.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}}$$

Cuanto más cifras significativas se utilicen para dar la medida aproximada, menor es el error relativo cometido.

Por ejemplo, si comparamos el error relativo de las mediciones 87 m, 5 km y 453 km, podemos asegurar que el menor error relativo se da en 453 km, ya que en ella se utilizan tres cifras significativas.

Actividades

- ¿Qué podemos decir del error absoluto y del error relativo de estas mediciones?
 - Volumen de una bañera, 326 litros.
 - Volumen de una piscina, 326 m³.
- Compara el error relativo cometido al hacer las siguientes pesadas:
 - Una ballena, 37 toneladas.
 - Un pavo, 3 kg.
- Aproxima al orden de la unidad indicada:
 - 2,3148 a las centésimas.
 - 43,18 a las unidades.
 - 0,00372 a las milésimas.
 - 13 847 a las centenas.
 - 4 723 a los millares.
 - 37,9532 a las décimas.
- Expresa con dos cifras significativas estas cantidades:
 - Presupuesto de un club: 1 843 120 €.
 - Votos de un partido político: 478 235.
 - Precio de una empresa: 15 578 147 €.
 - Tamaño de un ácaro: 1,083 mm.
- ¿En cuál de las aproximaciones dadas se comete menos error absoluto?
 - $\frac{14}{3} \approx \begin{cases} 4,6 \\ 4,7 \end{cases}$
 - $\sqrt{6} \approx \begin{cases} 2,44 \\ 2,45 \end{cases}$
- Calcula el error absoluto cometido en cada caso:

| | CANTIDAD REAL | CANTIDAD APROXIMADA |
|-----------------------------|---------------|---------------------|
| PRECIO DE UN COCHE | 12 387 € | 12 400 € |
| TIEMPO DE UNA CARRERA | 81,4 min | 80 min |
| DISTANCIA ENTRE DOS PUEBLOS | 13,278 km | 13,3 km |