

1. Realiza las siguientes operaciones aplicando las propiedades de las potencias y simplifica el resultado todo lo posible (se puede dejar el resultado en forma de potencia). **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{2^3 \cdot 6^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 2^{-3}} = \quad \text{b) } \frac{(a^3 b^{-4})^{-2} \cdot (a^4 b)^2}{(a^{-2} b^{-3})^{-3}} =$$

2. Opera y simplifica extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(2 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{1}{8}\sqrt{32}\right)\left(\frac{2}{3}\sqrt{8}\right) &= & \text{b) } \frac{\sqrt[3]{a^7}}{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a}} &= \\ \text{c) } \sqrt[3]{27 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt[4]{3}} &= & \text{d) } 5\sqrt{27} + 8\sqrt{75} - 6\sqrt{147} &= \end{aligned}$$

3. Racionaliza y simplifica el resultado: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \frac{5}{2\sqrt{5}} = \quad \text{b) } \frac{3\sqrt{5}-4}{\sqrt{5}-2} =$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{3}(x+2) - \frac{1}{5}(2x-3) &= 4 - \frac{2x}{15} & \text{b) } \frac{3(x-2)}{4} - \frac{2(x-3)}{3} &= \frac{x}{6} - \frac{3x-6}{4} \\ \text{c) } (x+1)^2 + 6 &= 5(x+1) & \text{d) } \frac{x+7}{12} - \frac{x^2+1}{4} &= 1 - \frac{x^2+2}{3} \end{aligned}$$

5. Un empresario reparte cierta cantidad de dinero entre sus empleados. Si fueran 4 empleados más le correspondería a cada uno 500 euros, pero si fueran 10 menos le tocarían a cada uno 1000 euros. ¿Cuántos empleados tiene? **(1 punto)**

Soluciones:

1. a) $\frac{2^3 \cdot 6^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^3 \cdot (2 \cdot 3)^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot (2 \cdot 3)^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^3 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^1 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3^2} = 2^{-1} \cdot 3 = \frac{3}{2}$

b) $\frac{(a^3 b^{-4})^{-2} \cdot (a^4 b)^2}{(a^{-2} b^{-3})^{-3}} = \frac{a^{-6} \cdot b^8 \cdot a^8 \cdot b^2}{a^6 \cdot b^9} = \frac{a^2 \cdot b^{10}}{a^6 \cdot b^9} = a^{-4} b = \frac{b}{a^4}$

2. a) $\left(\frac{1}{8} \sqrt{32}\right) \left(\frac{2}{3} \sqrt{8}\right) = \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3}\right) (\sqrt{32} \cdot \sqrt{8}) = \frac{2}{24} \sqrt{2^5} \cdot \sqrt{2^3} = \frac{1}{12} \sqrt{2^8} = \frac{1}{2^2 \cdot 3} 2^4 = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$

b) $\frac{\sqrt[3]{a^7}}{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt[12]{a^{28}}}{\sqrt[12]{a^9} \cdot \sqrt[12]{a^6}} = \frac{\sqrt[12]{a^{28}}}{\sqrt[12]{a^{15}}} = \sqrt[12]{a^{13}} = a \sqrt[12]{a}$

c) $\sqrt[3]{27 \cdot \sqrt{9 \cdot 4 \sqrt{3}}} = \sqrt[3]{3^3 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 4 \sqrt{3}}} = \sqrt[3]{\sqrt{3^2 \cdot 3^6 \cdot 4 \sqrt{3}}} = \sqrt[6]{3^8 \cdot 4 \sqrt{3}} =$
 $= \sqrt[6]{4 \sqrt{3^{32}} \cdot 3} = \sqrt[24]{3^{33}} = 3 \cdot \sqrt[24]{3^9} = 3 \cdot \sqrt[8]{3^3} = 3 \cdot \sqrt[8]{27}$

d) $5\sqrt{27} + 8\sqrt{75} - 6\sqrt{147} = 5\sqrt{3^3} + 8\sqrt{3 \cdot 5^2} - 6\sqrt{3 \cdot 7^2} = 5 \cdot 3\sqrt{3} + 8 \cdot 5\sqrt{3} - 6 \cdot 7\sqrt{3} =$
 $= 15\sqrt{3} + 40\sqrt{3} - 42\sqrt{3} = (15 + 40 - 42)\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$

3. a) $\frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

b) $\frac{3\sqrt{5} - 4}{\sqrt{5} - 2} = \frac{(3\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} = \frac{15 + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 8}{(\sqrt{5})^2 - 2^2} = \frac{7 + 2\sqrt{5}}{5 - 4} = 7 + 2\sqrt{5}$

4. a) $\frac{1}{3}(x+2) - \frac{1}{5}(2x-3) = 4 - \frac{2x}{15} \Rightarrow 5(x+2) - 3(2x-3) = 60 - 2x \Rightarrow$

$5x + 10 - 6x + 9 = 60 - 2x \Rightarrow -x + 19 = 60 - 2x \Rightarrow x = 41$

b) $\frac{3(x-2)}{4} - \frac{2(x-3)}{3} = \frac{x}{6} - \frac{3x-6}{4} \Rightarrow 9(x-2) - 8(x-3) = 2x - 3(3x-6) \Rightarrow$

$9x - 18 - 8x + 24 = 2x - 9x + 18 \Rightarrow x + 6 = -7x + 18 \Rightarrow 8x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{8} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

c) $(x+1)^2 + 6 = 5(x+1) \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + 6 = 5x + 5 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$d) \frac{x+7}{12} - \frac{x^2+1}{4} = 1 - \frac{x^2+2}{3} \Rightarrow x+7-3(x^2+1) = 12-4(x^2+2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+7-3x^2-3 = 12-4x^2-8 \Rightarrow -3x^2+x+4 = -4x^2+4 \Rightarrow x^2+x=0 \Rightarrow$$

$$\text{(ecuación incompleta)} \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

5. Llamemos x a los empleados que tiene el empresario. Entonces:

Si tuviese 4 empleados más tendría $x+4$ empleados y la cantidad repartida por el empresario sería $500(x+4)$, pues cada uno toca a 500 euros.

Si tuviese 10 empleados menos tendría $x-10$ empleados y la cantidad repartida por el empresario sería $1000(x-10)$, pues cada uno toca, en este caso, a 1000 euros.

Entonces el planteamiento es: $500(x+4) = 1000(x-10)$

Resolución: $500(x+4) = 1000(x-10) \Rightarrow 500x + 2000 = 1000x - 10000 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 500x - 1000x = -10000 - 2000 \Rightarrow -500x = -12000 \Rightarrow x = \frac{-12000}{-500} \Rightarrow x = 24$$

Por tanto el empresario tiene 24 empleados.