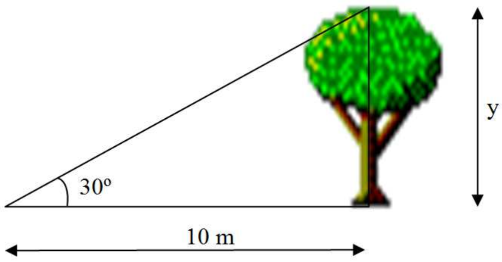
PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA RESUELTOS

1. Calcula la altura de un árbol que a una distancia de 10 m se ve bajo un ángulo de 30º.

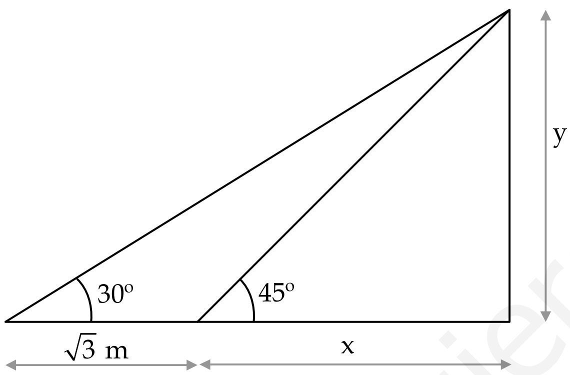


Solución:

La altura, **y**, del árbol la deducimos de la relación siguiente:

$$\mathrm{tg}30 = \frac{y}{10} \Rightarrow y = 10 \cdot \mathrm{tg}30 \Rightarrow y = \frac{10}{\sqrt{3}}\ \mathrm{m}$$

2. Calcula x e y:



Solución:

En la figura aparecen dos triángulos rectángulos, los cuales verifican, cada uno de ellos, las dos ecuaciones que forman el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \mathrm{tg}45 = \dfrac{y}{x} \\ \mathrm{tg}30 = \dfrac{y}{\sqrt{3}+x} \end{cases}$$

Operando:

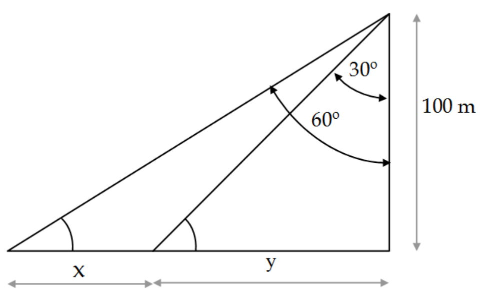
$$\begin{cases} x \cdot \mathrm{tg}45 = y \\ \left(\sqrt{3}+x\right)\mathrm{tg}30 = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot \mathrm{tg}45 = y \\ (40+x)\,\mathrm{tg}30 = y \end{cases} \Rightarrow x \cdot \mathrm{tg}45 = \left(\sqrt{3}+x\right) \cdot \mathrm{tg}30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \left(\sqrt{3}+x\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{3+\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{m}$$

Calculemos finalmente el valor de y:

$$x \cdot \mathrm{tg}45 = y \Rightarrow x = y = \frac{3+\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{m}$$

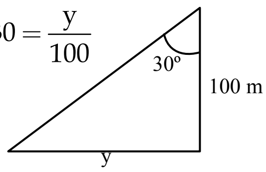
3. Calcula x e y en la siguiente figura.



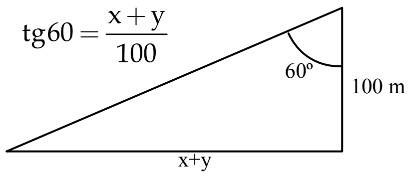
Solución:

Tenemos dos triángulos. De cada uno de ellos obtendremos una ecuación trigonométrica.

$$tg30=\frac{y}{100}$$



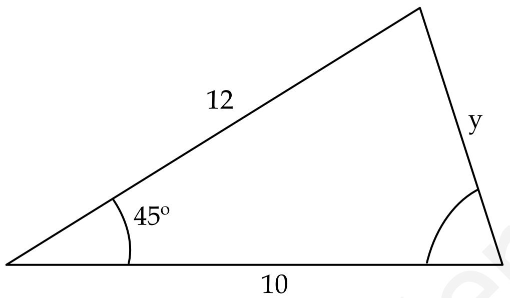
$$tg60=\frac{x+y}{100}$$



Resolvemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{y}{100}\\ \sqrt{3}=\frac{x+y}{100}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\boxed{\frac{100}{\sqrt{3}}\ \text{m}=y}\\ \sqrt{3}=\frac{x+y}{100}\end{array}\right\}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{x+\frac{100}{\sqrt{3}}}{100}\Rightarrow\boxed{x=\frac{200}{\sqrt{3}}\ \text{m}}$$

4. Calcula el valor de y (las longitudes están expresadas en m)



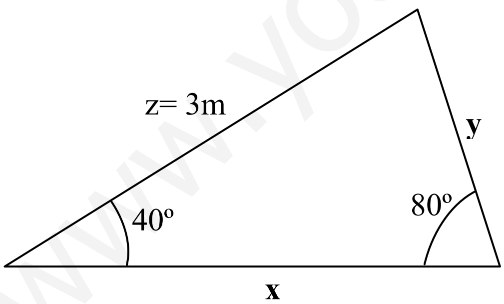
Solución:

Aplicamos el teorema del coseno:
$a^2=b^2+c^2-2\cdot b\cdot c\cdot \cos A$

Entonces

$$y^2=10^2+12^2-2\cdot 10\cdot 12\cdot \cos 45\Rightarrow$$
$$y=\sqrt{100+144-240\cdot\cos 45}=8{,}61\ \text{m}$$

5. Calcula el valor de los lados x e y, aplicando el Teorema del seno: $\frac{a}{\text{sen}A}=\frac{b}{\text{sen}B}=\frac{c}{\text{sen}C}$



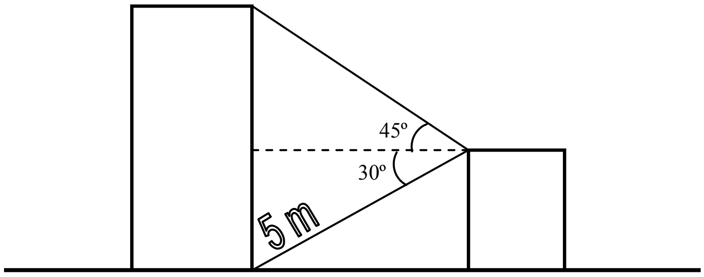
Solución:

Sustituimos los valores dados en la expresión del teorema del seno:

$$\frac{a}{\text{sen}A}=\frac{b}{\text{sen}B}=\frac{c}{\text{sen}C}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\frac{3}{\text{sen}80}=\frac{y}{\text{sen}40}=\frac{x}{\text{sen}60}\Rightarrow$$

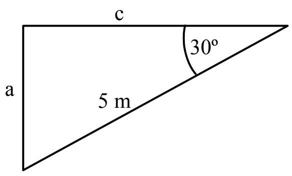
$$\Rightarrow\begin{cases}y=\frac{3\cdot\text{sen}40}{\text{sen}80}=1{,}96\ \text{m}\\ x=\frac{3\cdot\text{sen}60}{\text{sen}80}=2{,}64\ \text{m}\end{cases}$$

6. Halla la altura del cuerpo más alto



Solución:

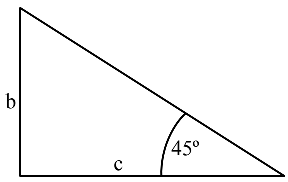
En la figura aparecen dos triángulos rectángulos. Hay que hallar $a+b$.



Con este triángulo obtenemos a y c:

$$\text{sen}30=\frac{a}{5}\Rightarrow a=\frac{5}{2}\ \text{m}$$

$$\cos 30=\frac{c}{5}\Rightarrow c=\frac{5\sqrt{3}}{2}\ \text{m}$$



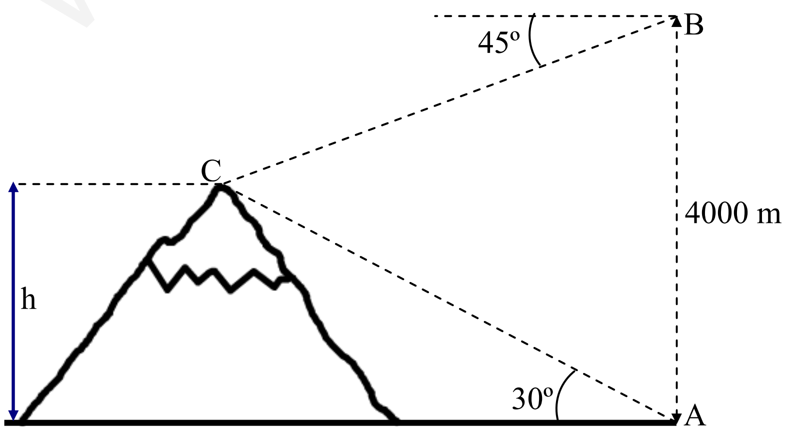
Con el anterior triángulo hemos hallado el valor de c. Observando el triángulo de la izquierda podemos obtener b:

$$\text{tg}45=\frac{b}{c}\Rightarrow b=\frac{5\sqrt{3}}{2}\ \text{m}$$

Luego la altura pedida es:

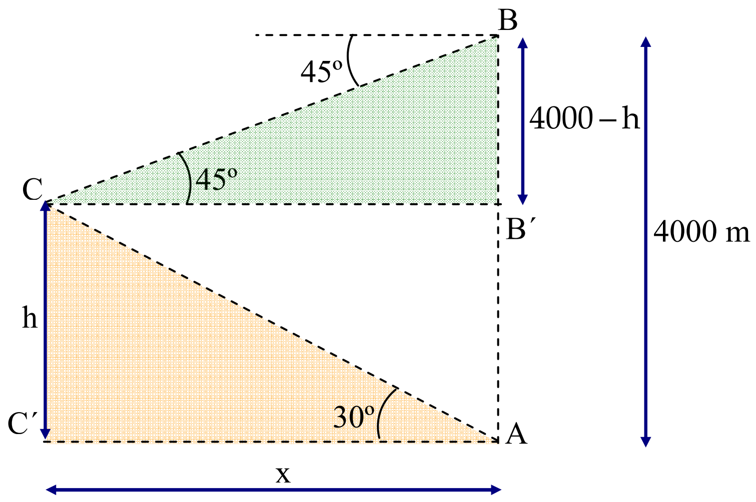
$$a+b=\frac{5\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{2}=\frac{5\left(\sqrt{3}+1\right)}{2}\ \text{m}$$

7. Halla la altura de la montaña



Solución:

Rehacemos el dibujo y de él extraeremos dos ecuaciones, cada una de ellas perteneciente a un triángulo rectángulo (el $\widehat{CBB'}$ y el $\widehat{ACC'}$



Triángulo $\widehat{CBB'}$:

$$tg45 = \frac{4000 - h}{x}$$

Triángulo $\widehat{ACC'}$:

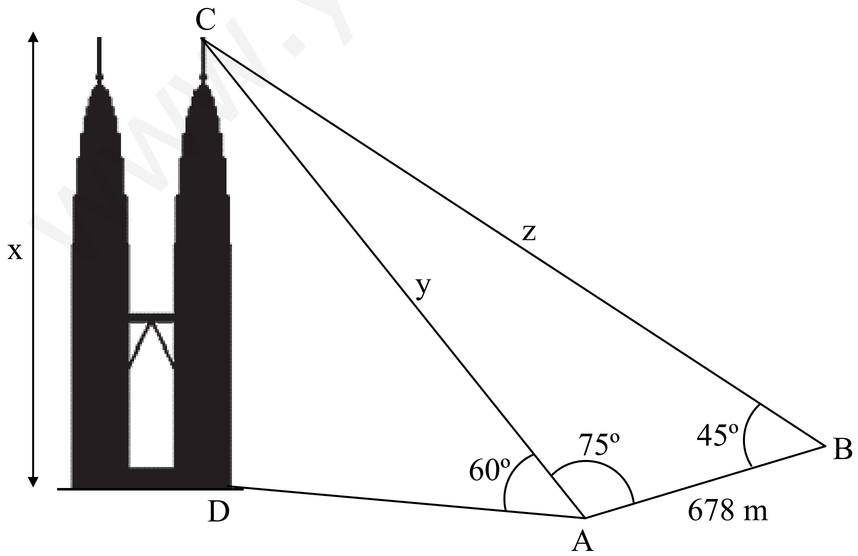
$$tg30 = \frac{h}{x}$$

Resolvamos éste sistema:

$$\left.\begin{array}{l} tg45 = \dfrac{4000-h}{x} \\ tg30 = \dfrac{h}{x} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 1 = \dfrac{4000-h}{x} \\ \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{h}{x} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 4000-h \\ x = h\sqrt{3} \end{array}\right\} \Rightarrow 4000 - h = h\sqrt{3} \Rightarrow$$

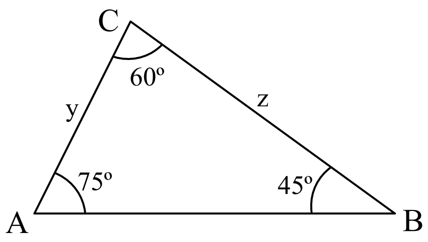
$$\Rightarrow h = \frac{4000}{\sqrt{3}+1}\text{ m} \approx 1464\text{ m}$$

8. Halla la altura de las Torres Petronas, **x** y también las distancias **y**, **z**.



Solución:

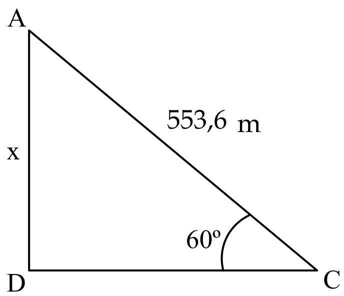
Primeramente vamos a centrarnos en el triángulo $\widehat{ABC}$:



$$\frac{y}{\text{sen}45}=\frac{z}{\text{sen}75}=\frac{678}{\text{sen}60}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{y}{\text{sen}45}=\dfrac{678}{\text{sen}60}\\[2mm]\dfrac{z}{\text{sen}75}=\dfrac{678}{\text{sen}60}\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{y}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{678}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\\[2mm]\dfrac{z}{\text{sen}75}=\dfrac{678}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\boxed{y=553{,}6\ \ \text{m}}\\[2mm]\boxed{z=756{,}21\ \text{m}}\end{cases}$$

Ahora nos fijamos en el triángulo $\widehat{ACD}$:



$$x=\ 553{,}6\cdot\text{sen}60\ \ =\ \boxed{479.43\ \text{m}}$$