

SOLUCIONES

1.

a) Enuncia el Teorema del Resto. El resto de la división de un polinomio $P(x)$ entre $(x-a)$ es igual al valor numérico del polinomio $P(x)$ para $x = a$

b) Indica, sin realizar la división, si el cociente $(x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 2) : (x-1)$ es exacto.

$$P(1) = 1^4 - 7 \cdot 1^3 + 8 \cdot 1^2 - 2 = 1 - 7 + 8 - 2 = 0 \text{ división exacta}$$

2.

a) Calcula la división $(x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 6) : (x^4 + 1)$ y realiza la prueba.

$$\begin{array}{r}
 x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 6 \quad \Big| \quad x^4 + 1 \\
 \underline{-x^5} \qquad \qquad \qquad \underline{-x} \\
 -2x^4 + 3x^2 - x - 6 \\
 \underline{2x^4} \qquad \qquad \qquad \underline{+2} \\
 3x^2 - x - 4 \text{ (resto)}
 \end{array}$$

$x - 2$ (cociente)

$$\begin{array}{r}
 \text{Prueba:} \qquad \qquad \qquad x^4 + 1 \\
 \underline{-2x^4} \qquad \qquad \qquad \underline{-2} \\
 x^5 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{+x} \\
 x^5 - 2x^4 \qquad \qquad \qquad \underline{+x - 2} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{3x^2 - x - 4 \text{ (resto)}} \\
 x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 6
 \end{array}$$

b) Realiza la división $(2x^5 + 3x^2 - 6) : (x + 3)$ aplicando la regla de Ruffini.

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 2 & 0 & 0 & +3 & 0 & -6 \\
 -3 & & -6 & +18 & -54 & +153 & -459 \\
 \hline
 & 2 & -6 & +18 & -51 & +153 & -465
 \end{array}$$

$$\text{Cociente: } 2x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 51x + 153 \quad \text{Resto: } -465$$

3. Dado el número racional $6,3636363636\dots$, se pide:

a) Halla su fracción generatriz y di de qué tipo de decimal se trata.

$$\text{Decimal periódico puro } x = 6,363636\dots \rightarrow \begin{cases} 100x = 636,363636\dots \\ x = 6,363636\dots \end{cases}$$

$$99x = 630 \rightarrow x = \frac{630}{99} = \frac{70}{11} \text{ fracción generatriz}$$

b) Redondéalo a las décimas. $\rightarrow 6,4$

c) Calcula el error absoluto y relativo cometidos en la aproximación anterior.

$$\text{Error absoluto: } 6,4 - 6,\overline{36} = 0,\overline{036}$$

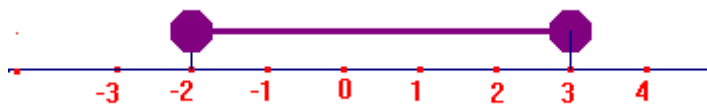
$$\text{Error relativo: } \frac{0,\overline{036}}{6,\overline{36}} \approx 0,0057142857$$

4. Indica y representa el intervalo expresado por las siguientes desigualdades:

$$a) |x+3| > 2 \rightarrow \begin{cases} x+3 < -2 \rightarrow x < -5 \\ x+3 > 2 \rightarrow x > -1 \end{cases} \rightarrow (-\infty, -5) \cup (-1, +\infty)$$



$$b) |2x-1| \leq 5 \rightarrow -5 \leq 2x-1 \leq 5 \rightarrow -4 \leq 2x \leq 6 \rightarrow -2 \leq x \leq 3 \rightarrow [-2, 3]$$



5.

a) Racionaliza las siguientes expresiones:

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{(5-2)} = \frac{\sqrt{10} - 2}{3}$$

b) Ordena de mayor a menor los siguientes radicales, reduciéndolos previamente a índice común:

$$\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4} \rightarrow \sqrt[12]{2^6}, \sqrt[12]{3^4}, \sqrt[12]{4^3} \rightarrow \sqrt[12]{64}, \sqrt[12]{81}, \sqrt[12]{64} \rightarrow \sqrt{2} = \sqrt[4]{4} < \sqrt[3]{3}$$

6.

a) Efectúa:

$$(4 - \sqrt{6})(4 + \sqrt{6}) = 4^2 - (\sqrt{6})^2 = 16 - 6 = 10$$

$$(2\sqrt{3} + 1)^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 1 + 1^2 = 12 + 4\sqrt{3} + 1 = 13 + 4\sqrt{3}$$

b) Extrae factores y simplifica las expresiones:

$$3\sqrt{72} - \sqrt{18} + 5\sqrt{2} + \sqrt{50} - 2\sqrt{8} = 3\sqrt{2^3 \cdot 3^2} - \sqrt{2 \cdot 3^2} + 5\sqrt{2} + \sqrt{2 \cdot 5^2} - 2\sqrt{2^3} =$$

$$= 18\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 21\sqrt{2}$$

$$8\sqrt[3]{x^3 a^2} - \sqrt[3]{x^6 a^5} - 8x\sqrt[3]{a^2} - x^2 a\sqrt[3]{a^2} = (8x - x^2)\sqrt[3]{a^2}$$

7.

a) Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

$$\frac{6^2 \cdot 6^{-3} \cdot 6^{-5}}{3^2 \cdot 3^{-3} \cdot 3^{-5}} = \frac{6^{-6}}{3^{-6}} = \frac{3^6}{6^6} = \frac{3^6}{2^6 \cdot 3^6} = \frac{1}{2^6}$$

$$\sqrt[3]{(\sqrt{x})^4} = \sqrt[3]{\sqrt{x^4}} = \sqrt[6]{x^4} = \sqrt[3]{x^2}$$

b) Realiza las siguientes operaciones en notación científica, dando el resultado en notación científica:

$$(3,4 \cdot 10^3 + 2,1 \cdot 10^4) \cdot 5,2 \cdot 10^{-2} = (3,4 \cdot 10^3 + 21 \cdot 10^3) \cdot 5,2 \cdot 10^{-2} = 24,4 \cdot 5,2 \cdot 10 =$$

$$= 126,88 \cdot 10 = 1,2688 \cdot 10^3$$

$$\frac{-6,3 \cdot 10^{-5}}{2,1 \cdot 10^{-7}} = -2 \cdot 10^{-5+7} = -2 \cdot 10^2$$