

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero, descomponiendo previamente en producto de primos, si fuera necesario, los factores que no sean primos (**1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado**):

a) $\frac{2^3 \cdot 6^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 2^{-3}} =$

b) $\frac{12^5}{18^4} =$

c) $\frac{(x^{-2}y^{-3})^{-3}(x^5y^3)^2}{(x^3y^5)^4} =$

2. Simplifica los siguientes radicales expresándolos primero en forma de potencia de exponente fraccionario (**1 punto, 0,5 puntos por apartado**)

a) $\sqrt[18]{x^{12}}$

b) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^8}$

3. Ordena de menor a mayor los siguientes radicales: $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[6]{11}$, $\sqrt[2]{19}$ (1 punto)

4. Simplifica todo lo que puedas, extrayendo factores del radical (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt[3]{1728} =$

b) $\sqrt[4]{32(a^2b)^5} =$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{1296}} =$

5. Realiza las siguientes operaciones simplificando previamente los radicales:
(1 punto, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{32} =$

b) $4\sqrt[3]{3} - 5\sqrt[3]{81} + 6\sqrt[6]{9} =$

6. Realiza los siguientes productos de raíces reduciendo previamente los radicales a índice común.
Simplifica todo lo posible el resultado (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[12]{x^5} =$

b) $\frac{\sqrt[4]{ab^3c}}{\sqrt[6]{abc^2}} =$

c) $\sqrt[3]{xy^2} \cdot \sqrt[4]{x^2y} \cdot \sqrt[6]{xy} =$

7. Expresa en forma de una sola raíz: (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{2}}} =$

b) $\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{3 \cdot \sqrt{5}}} =$

c) $\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{y}}} =$

8. Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado: (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \sqrt{\sqrt{a} - \sqrt{b}} =$

b) $\frac{\sqrt{xy^3}}{\sqrt[3]{xy^4}}$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

Examen de Matemáticas B

31 de octubre de 2006

Curso: 4º de ESO D+E

Apellidos:	Calificación:
Nombre:	

1. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero, descomponiendo previamente en producto de primos, si fuera necesario, los factores que no sean primos (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado):

$$a) \frac{2^3 \cdot 6^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^3 \cdot (2 \cdot 3)^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} (2 \cdot 3)^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^3 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^{-3}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3^2} = \underline{\underline{2^{-1} \cdot 3 = \frac{3}{2}}}$$

$$b) \frac{12^5}{18^4} = \frac{(2^2 \cdot 3)^5}{(3^2 \cdot 2)^4} = \frac{2^{10} \cdot 3^5}{3^8 \cdot 2^4} = 2^6 \cdot 3^{-3} = \frac{2^6}{3^3} = \underline{\underline{\frac{64}{27}}}$$

$$c) \frac{(x^{-2}y^{-3})^{-3}(x^5y^3)^2}{(x^3y^5)^4} = \frac{x^6 y^9 x^{10} y^6}{x^{12} y^{20}} = \frac{x^{16} y^{15}}{x^{12} y^{20}} =$$

$$= \underline{\underline{x^4 y^{-5} = \frac{x^4}{y^5}}}$$

2. Simplifica los siguientes radicales expresándolos primero en forma de potencia de exponente fraccionario (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

$$a) \sqrt[18]{x^{12}} = x^{\frac{12}{18}} = x^{\frac{2}{3}} = \underline{\underline{\sqrt[3]{x^2}}}$$

$$b) \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{8}{4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

3. Ordena de menor a mayor los siguientes radicales: $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[6]{11}$, $\sqrt[9]{19}$ (1 punto)

$$\sqrt[3]{7} = 7^{1/3} = 7^{6/18} = \sqrt[18]{7^6} = \sqrt[18]{117649}$$

$$\sqrt[6]{11} = 11^{1/6} = 11^{3/18} = \sqrt[18]{11^3} = \sqrt[18]{1331}$$

$$\sqrt[9]{19} = 19^{1/9} = 19^{2/18} = \sqrt[18]{19^2} = \sqrt[18]{361}$$

Por tanto $\sqrt[18]{361} < \sqrt[18]{1331} < \sqrt[18]{117649}$

y entonces $\sqrt[9]{19} < \sqrt[6]{11} < \sqrt[3]{7}$

4. Simplifica todo lo que puedas, extrayendo factores del radical (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 3^3} = 2^2 \cdot 3 = \underline{\underline{12}}$

b) $\sqrt[32]{(a^2b)^3} = \sqrt[4]{2^5 a^{10} b^5} = \underline{\underline{2 \cdot a^2 b \sqrt[4]{2a^2b}}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{1296}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2^4 \cdot 3^4}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{2^4 \cdot 3^4}} = \frac{1}{2 \cdot 3 \sqrt[3]{2 \cdot 3}} =$
 $= \underline{\underline{\frac{1}{6 \sqrt[3]{6}}} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{6}}}$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

5. Realiza las siguientes operaciones simplificando previamente los radicales:

(1 punto, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{32} &= \sqrt{2} - \sqrt{2^3} + \sqrt{2^5} = \sqrt{2} - 2 \cdot \sqrt{2} + 2^2 \cdot \sqrt{2} = \\ &= \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (1 - 2 + 4)\sqrt{2} = \underline{\underline{3\sqrt{2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 4\sqrt[3]{3} - 5\sqrt[3]{81} + 6\sqrt[3]{9} &= 4\sqrt[3]{3} - 5\sqrt[3]{3^4} + 6\sqrt[3]{3^2} = \\ &= 4\sqrt[3]{3} - 5 \cdot 3\sqrt[3]{3} + 6 \cdot 3^{2/6} = 4\sqrt[3]{3} - 15\sqrt[3]{3} + 6 \cdot 3^{1/3} = \\ &= 4\sqrt[3]{3} - 15\sqrt[3]{3} + 6\sqrt[3]{3} = (4 - 15 + 6)\sqrt[3]{3} = \underline{\underline{-5\sqrt[3]{3}}} \end{aligned}$$

6. Realiza los siguientes productos de raíces reduciendo previamente los radicales a índice común. Simplifica todo lo posible el resultado (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[3]{x^7} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[12]{x^5} &= x^{\frac{7}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{5}{12}} = x^{\frac{8}{12}} \cdot x^{\frac{2}{12}} \cdot x^{\frac{5}{12}} = \\ &= \sqrt[12]{x^8} \cdot \sqrt[12]{x^2} \cdot \sqrt[12]{x^5} = \sqrt[12]{x^8 \cdot x^2 \cdot x^5} = \sqrt[12]{x^{15}} = \\ &= x \cdot \sqrt[12]{x^3} = \underline{\underline{x \cdot \sqrt[4]{x}}} \quad (\text{ya que } \sqrt[12]{x^3} = x^{\frac{3}{12}} = x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt[4]{ab^3c}}{\sqrt[6]{abc^2}} &= \frac{(ab^3c)^{\frac{1}{4}}}{(abc^2)^{\frac{1}{6}}} = \frac{(ab^3c)^{\frac{3}{12}}}{(abc^2)^{\frac{2}{12}}} = \frac{\sqrt[12]{(ab^3c)^3}}{\sqrt[12]{(abc^2)^2}} = \\ &= \sqrt[12]{\frac{a^3b^9c^3}{a^2b^2c^4}} = \sqrt[12]{ab^7c^{-1}} = \underline{\underline{\sqrt[12]{\frac{ab^7}{c}}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{xy^2} \cdot \sqrt[4]{x^2y} \cdot \sqrt[6]{xy} &= (xy^2)^{\frac{1}{2}} (x^2y)^{\frac{1}{4}} (xy)^{\frac{1}{6}} = \\ &= (xy^2)^{\frac{4}{12}} (x^2y)^{\frac{3}{12}} (xy)^{\frac{2}{12}} = \sqrt[12]{(xy^2)^4 \cdot (x^2y)^3 \cdot (xy)^2} = \\ &= \sqrt[12]{x^4y^8 \cdot x^6y^3 \cdot x^2y^2} = \sqrt[12]{x^{12}y^{13}} = \underline{\underline{xy \cdot \sqrt[12]{y}}} \end{aligned}$$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

7. Expresa en forma de una sola raíz: (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}} &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{2} \sqrt[3]{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2 \sqrt[3]{2}} = \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{\sqrt[3]{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} = 2^{1/2} \cdot 2^{1/4} \cdot 2^{1/8} = \\ &= 2^{4/8} \cdot 2^{2/8} \cdot 2^{1/8} = \sqrt[8]{2^4 \cdot 2^2 \cdot 2} = \sqrt[8]{2^7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{5}} &= \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} \sqrt[4]{5}} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{3 \sqrt[4]{5}} = \\ &= \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[6]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[24]{5} = 2^{1/3} \cdot 3^{1/6} \cdot 5^{1/24} = \\ &= 2^{8/24} \cdot 3^{4/24} \cdot 5^{1/24} = \sqrt[24]{2^8 \cdot 3^4 \cdot 5} = \sqrt[24]{2^8 \cdot 3^4 \cdot 5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{y}} &= \sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{1/6} = \\ &= \left(\frac{x}{y}\right)^{3/6} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{1/6} = \sqrt[6]{\left(\frac{x}{y}\right)^3} \cdot \sqrt[6]{\frac{x}{y}} = \sqrt[6]{\left(\frac{x}{y}\right)^3 \cdot \frac{x}{y}} = \sqrt[6]{\left(\frac{x}{y}\right)^4} = \sqrt[3]{\left(\frac{x}{y}\right)^2} \end{aligned}$$

8. Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado: (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \sqrt{\sqrt{a} - \sqrt{b}} &= \sqrt{(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \sqrt{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \\ &= \sqrt{\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}} = \sqrt{a - b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt{xy^3}}{\sqrt[3]{xy^4}} &= \frac{(xy^3)^{1/2}}{(xy^4)^{1/3}} = \frac{(xy^3)^{2/6}}{(xy^4)^{2/6}} = \frac{\sqrt[6]{(xy^3)^3}}{\sqrt[6]{(xy^4)^2}} = \\ &= \sqrt[6]{\frac{x^3 y^9}{x^2 y^8}} = \sqrt[6]{xy} \end{aligned}$$

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Simplifica todo lo que puedas, extrayendo factores del radical (2 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt[3]{13824} =$

b) $\sqrt[6]{729x^{18}y^{24}z^{60}} =$

c) $\sqrt[4]{144(xy^3)^6} =$

d) $\sqrt[3]{\frac{81}{192}} =$

2. Realiza las siguientes operaciones simplificando previamente los radicales y sacando posteriormente factor común: (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

a) $2\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18} - \sqrt{50} =$

b) $7\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{16} + 6\sqrt[3]{4} =$

3. Realiza las siguientes operaciones reduciendo previamente los radicales a índice común. Simplifica todo lo posible el resultado (2 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt{27}} =$

b) $\frac{\sqrt{2x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x^5}} =$

c) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x} =$

d) $\frac{\sqrt{ax} \cdot \sqrt[3]{a^2x}}{\sqrt{x^3} \sqrt[6]{a^5x}} =$

4. Simplifica: (2 puntos, 1 punto por apartado)

a) $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}} =$

b) $\sqrt{x^3 \cdot \sqrt{\frac{x^2}{y}}} =$

5. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado: (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $\frac{3}{2\sqrt[3]{8}} =$

b) $\frac{8}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} =$

c) $\frac{4(\sqrt{5} + 2)}{\sqrt{5} - 1} =$

6. Simplifica: (1,5 puntos, 0,75 puntos por apartado)

a) $5 \cdot \sqrt{\frac{x}{2}} \cdot \sqrt[3]{-x} \cdot \sqrt{4x^2} =$

b) $\sqrt[4]{(x+y)^2} \cdot \sqrt{x+y} =$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

Prueba de Matemáticas B

30 de noviembre de 2006

Curso: 4º de ESO D+E

Apellidos:	Calificación:
Nombre:	

1. Simplifica todo lo que puedas, extrayendo factores del radical (2 puntos, 0,5 puntos por apartado)

$$a) \sqrt[3]{13824} = \sqrt[3]{2^9 \cdot 3^3} = 2^3 \cdot 3 = \underline{\underline{24}}$$

$$b) \sqrt[6]{729x^{18}y^{24}z^{60}} = \sqrt[6]{3^6 x^{18} y^{24} z^{60}} = \underline{\underline{3x^3y^4z^{10}}}$$

$$c) \sqrt[4]{144(xy^3)^6} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^2 x^6 y^{18}} = 2x^1y^4 \cdot \sqrt[4]{3^2 x^2 y^2} = \\ = 2xy^4 \sqrt[4]{(3xy)^2} = \underline{\underline{2xy^4 \sqrt{3xy}}}$$

$$d) \sqrt[3]{\frac{81}{192}} = \sqrt[3]{\frac{3^4}{2^6 \cdot 3}} = \frac{3}{2^2} \sqrt[3]{\frac{3}{3}} = \frac{3}{4} \sqrt[3]{1} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

2. Realiza las siguientes operaciones simplificando previamente los radicales y sacando posteriormente factor común: (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

$$a) 2\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18} - \sqrt{50} = 2 \cdot \sqrt{2^3} + 5 \sqrt{2^3 \cdot 3^2} - 7 \sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt{2 \cdot 5^2} = \\ = 2 \cdot 2\sqrt{2} + 5 \cdot 2 \cdot 3 \sqrt{2} - 7 \cdot 3 \sqrt{2} - 5\sqrt{2} = \\ = 4\sqrt{2} + 30\sqrt{2} - 21\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = (4 + 30 - 21 - 5)\sqrt{2} = \underline{\underline{8\sqrt{2}}}$$

$$b) 7\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{16} + 6\sqrt[3]{4} = 7\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{2^4} + 6\sqrt[3]{2^2} = \\ = 7\sqrt[3]{2} - 5 \cdot 2 \sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{2} = 7\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{2} = \\ = (7 - 10 + 6)\sqrt[3]{2} = \underline{\underline{3\sqrt[3]{2}}}$$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

3. Realiza los siguientes operaciones reduciendo previamente los radicales a índice común. Simplifica todo lo posible el resultado (2 puntos, 0,5 puntos por apartado)

$$a) \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt[6]{9^2}}{\sqrt[6]{27^3}} = \frac{\sqrt[6]{3^4}}{\sqrt[6]{3^9}} = \sqrt[6]{\frac{3^4}{3^9}} = \sqrt[6]{\frac{1}{3^5}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{\frac{1}{243}}}}$$

$$b) \frac{\sqrt{2x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[5]{x^5}} = \frac{\sqrt[6]{(2x)^3} \cdot \sqrt[6]{(x^2)^2}}{\sqrt[6]{x^5}} = \frac{\sqrt[6]{2^3 \cdot x^3} \cdot \sqrt[6]{x^4}}{\sqrt[6]{x^5}} =$$

$$= \sqrt[6]{\frac{2^3 x^3 \cdot x^4}{x^5}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{2^3 x^2} = \sqrt[6]{8x^2}}}$$

$$c) \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x} = \sqrt[12]{x^6} \cdot \sqrt[12]{x^9} \cdot \sqrt[12]{x^4} =$$

$$= \sqrt[12]{x^6 \cdot x^9 \cdot x^4} = \sqrt[12]{x^{19}} = \underline{\underline{x \sqrt[12]{x^7}}}$$

$$d) \frac{\sqrt{ax} \cdot \sqrt[3]{a^2x}}{\sqrt{x^3} \sqrt[6]{a^3x}} = \frac{\sqrt[6]{(ax)^3} \sqrt[6]{(a^2x)^2}}{\sqrt[6]{(x^3)^3} \sqrt[6]{a^5x}} = \frac{\sqrt[6]{a^3x^3} \cdot \sqrt[6]{a^4x^2}}{\sqrt[6]{x^9} \cdot \sqrt[6]{a^5x}} =$$

$$\sqrt[6]{\frac{a^3x^3 \cdot a^4x^2}{x^9 a^5x}} = \sqrt[6]{\frac{a^7x^5}{a^5x^{10}}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{\frac{a^2}{x^5}}}}$$

4. Simplifica: (2 puntos, 1 punto por apartado)

$$a) \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{2} \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \sqrt[6]{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{2} \sqrt[6]{\sqrt{2}} =$$

$$= \sqrt{2} \sqrt[6]{2} \sqrt[12]{2} = \sqrt[12]{2^6} \cdot \sqrt[12]{2^2} \sqrt[12]{2} = \sqrt[12]{2^6 \cdot 2^2 \cdot 2} =$$

$$= \sqrt[12]{2^9} = \underline{\underline{\sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{8}}}$$

$$b) \sqrt{x^3} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{y}} = \sqrt{x^3} \cdot \sqrt{\sqrt{\frac{x^2}{y}}} = \sqrt{x^3} \sqrt[4]{\frac{x^2}{y}} = \sqrt[4]{x^6} \sqrt[4]{\frac{x^2}{y}} =$$

$$= \sqrt[4]{x^6 \cdot \frac{x^2}{y}} = \sqrt[4]{\frac{x^8}{y}} = \underline{\underline{x^2 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{y}}}}$$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

5. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado: (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3}{2\sqrt[4]{8}} &= \frac{3 \sqrt[4]{8^3}}{2 \sqrt[4]{8} \sqrt[4]{8^3}} = \frac{3 \sqrt[4]{2^9}}{2 \cdot 8} = \frac{3 \cdot 2^2 \sqrt[4]{2}}{2^4} = \\ &= \frac{3 \sqrt[4]{2}}{2^2} = \frac{3 \sqrt[4]{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{8}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} &= \frac{8(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{8(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{\sqrt{7}^2-\sqrt{3}^2} = \\ &= \frac{8(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3} = \frac{8(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4} = \underline{\underline{2(\sqrt{7}+\sqrt{3})}} = \underline{\underline{2\sqrt{7}+2\sqrt{3}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{4(\sqrt{5}+2)}{\sqrt{5}-1} &= \frac{4(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \frac{4(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{5}^2-1^2} = \\ &= \frac{4(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \frac{4(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+1)}{4} = \underline{\underline{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+1)}} \\ &= \sqrt{5}\sqrt{5} + \sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2 = \underline{\underline{7+3\sqrt{5}}} \end{aligned}$$

6. Simplifica: (1,5 puntos, 0,75 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } 5 \cdot \sqrt{\frac{x}{2}} \cdot \sqrt[3]{-x} \cdot \sqrt{4x^2} &= 5 \sqrt{\frac{4x^3}{2}} \sqrt[3]{-x} = 5x \cdot \sqrt{2x} \cdot \sqrt[3]{-x} = \\ &= 5x \sqrt[6]{(2x)^3} \sqrt[6]{(-x)^2} = 5x \sqrt[6]{2^3 \cdot x^3} \sqrt[6]{x^2} = \\ &= 5x \sqrt[6]{2^3 x^3 x^2} = \underline{\underline{5x \sqrt[6]{8x^5}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt[4]{(x+y)^2} \cdot \sqrt{x+y} &= \sqrt[4]{(x+y)^2} \cdot \sqrt[4]{(x+y)^2} = \\ &= \sqrt[4]{(x+y)^2 \cdot (x+y)^2} = \sqrt[4]{(x+y)^4} = \underline{\underline{x+y}} \end{aligned}$$

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Realiza los siguientes productos de raíces reduciendo previamente los radicales a índice común. Simplifica todo lo posible el resultado (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[6]{2}} =$

b) $\frac{\sqrt[3]{ab} \cdot \sqrt[4]{ab}}{\sqrt{ab}} =$

c) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4a} \cdot \sqrt[6]{2a}}{\sqrt[3]{2a^2}} =$

2. Realiza las siguientes operaciones simplificando previamente los radicales y sacando posteriormente factor común: (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $5\sqrt{\frac{3}{4}} - 4\sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{300} =$

b) $5\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{250} + 2\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2} =$

c) $3\sqrt[3]{81ab^6} + 12b^3\sqrt{\frac{3a^4}{8}} + \sqrt[3]{3a^7} =$

3. Simplifica, expresando el resultado como un único radical: (2 puntos, 1 punto por apartado)

a) $\left(\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt{12}}\right)^3 =$

b) $\sqrt[4]{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[3]{\frac{y}{x}} =$

4. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado: (2 puntos, 1 punto por apartado)

a) $\frac{8}{3 \cdot \sqrt[3]{16}} =$

b) $\frac{3\sqrt{5}-4}{\sqrt{5}-2} =$

5. Opera y simplifica: (3 puntos, 1 punto por apartado)

a) $(5\sqrt{3}-3\sqrt{5})^2 =$

b) $\sqrt[4]{2 \cdot \sqrt[3]{2}} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{2} =$

c) $\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{4}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{4}} + \frac{4\sqrt{2}}{7} =$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

12 de diciembre de 2006
Curso: 4º de ESO D+E

Examen de Matemáticas B

Apellidos:	Calificación:
Nombre:	

1. Realiza los siguientes productos de raíces reduciendo previamente los radicales a índice común. Simplifica todo lo posible el resultado (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{2}} &= \frac{\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[6]{2}} = \frac{\sqrt[6]{2^5}}{\sqrt[6]{2}} = \sqrt[6]{\frac{2^5}{2}} = \\ &= \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[3]{2^2} = \underline{\underline{\sqrt[3]{4}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt[3]{ab} \cdot \sqrt[4]{ab}}{\sqrt{ab}} &= \frac{\sqrt[12]{(ab)^4} \cdot \sqrt[12]{(ab)^3}}{\sqrt[12]{(ab)^6}} = \frac{\sqrt[12]{a^4 b^4 a^3 b^3}}{\sqrt[12]{a^6 b^6}} = \\ &= \sqrt[12]{\frac{a^7 b^7}{a^6 b^6}} = \underline{\underline{\sqrt[12]{ab}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4a} \cdot \sqrt[4]{2a}}{\sqrt[5]{2a^2}} &= \frac{\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{(4a)^2} \cdot \sqrt[6]{2a}}{\sqrt[6]{(2a^2)^2}} = \\ &= \frac{\sqrt[6]{2^3 \cdot 2^4 \cdot a^2 \cdot 2a}}{\sqrt[6]{2^2 a^4}} = \sqrt[6]{\frac{2^8 a^3}{2^2 a^4}} = \sqrt[6]{\frac{2^6}{a}} = 2 \sqrt[6]{\frac{1}{a}} \end{aligned}$$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

2. Realiza las siguientes operaciones simplificando previamente los radicales y sacando posteriormente factor común: (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } 5\sqrt{\frac{3}{4}} - 4\sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{300} &= 5\sqrt{\frac{3}{2^2}} - 4\sqrt{3} + \sqrt{3^3} - \sqrt{3 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = \\ &= \frac{5}{2}\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} = \left(\frac{5}{2} - 4 + 3 - 10\right)\sqrt{3} = \\ &= \underline{\underline{-\frac{17}{2}\sqrt{3}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 5\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{250} + 2\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2} &= 5\sqrt[3]{2^4} + 3\sqrt[3]{2 \cdot 5^3} + 2\sqrt[3]{2 \cdot 3^3} - 4\sqrt[3]{2} = \\ &= 5 \cdot 2\sqrt[3]{2} + 3 \cdot 5\sqrt[3]{2} + 2 \cdot 3\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = \\ &= 10\sqrt[3]{2} + 15\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = (10 + 15 + 6 - 4)\sqrt[3]{2} = \underline{\underline{27\sqrt[3]{2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3\sqrt[3]{81ab^5} + 12b\sqrt[3]{\frac{3a^4}{8}} + \sqrt[3]{3a^7} &= 3\sqrt[3]{3^4ab^5} + 12b\sqrt[3]{\frac{3a^4}{2^3}} + \sqrt[3]{3a^7} = \\ &= 3 \cdot 3b^2\sqrt[3]{3a} + \frac{12ba}{2}\sqrt[3]{3a} + a^2\sqrt[3]{3a} = \\ &= \underline{\underline{(9b^2 + 6ab + a^2) \cdot \sqrt[3]{3a}}} = \underline{\underline{(3b+a)^2 \cdot \sqrt[3]{3a}}} \end{aligned}$$

3. Simplifica, expresando el resultado como un único radical: (2 puntos, 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{8 \cdot \sqrt{12}}}\right)^3 &= \left(\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{8 \sqrt{12}}\right)^3 = \left(\sqrt{2} \sqrt[6]{8 \sqrt{12}}\right)^3 = \\ &= \left(\sqrt{2} \sqrt[6]{8} \sqrt[6]{\sqrt{12}}\right)^3 = \left(\sqrt{2} \sqrt[6]{8} \sqrt[12]{12}\right)^3 = \\ &= \left(\sqrt[12]{2^6} \sqrt[12]{8^2} \sqrt[12]{12}\right)^3 = \left(\sqrt[12]{2^6 \cdot 2^6 \cdot 2^2 \cdot 3}\right)^3 = \left(\sqrt[12]{2^{14} \cdot 3}\right)^3 = \\ &= \sqrt[12]{(2^{14} \cdot 3)^3} = \underline{\underline{\sqrt[12]{2^{42} \cdot 3}}} = \underline{\underline{4\sqrt[3]{2^{14} \cdot 3}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt[4]{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[4]{\frac{y}{x}} &= \sqrt[4]{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[4]{\frac{3y}{x}} = \sqrt[4]{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[12]{\frac{y}{x}} = \sqrt[12]{\left(\frac{x}{y}\right)^3 \sqrt[12]{\frac{y}{x}}} = \\ &= \sqrt[12]{\frac{x^3}{y^3} \sqrt[12]{\frac{y}{x}}} = \sqrt[12]{\frac{x^3 y}{y^3 x}} = \sqrt[12]{\frac{x^2}{y^2}} = \sqrt[12]{\left(\frac{x}{y}\right)^2} = \underline{\underline{6\sqrt[6]{\frac{x}{y}}}} \end{aligned}$$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

4. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado: (2 puntos, 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{8}{3\sqrt[3]{16}} &= \frac{8 \sqrt[3]{16^2}}{3 \sqrt[3]{16} \sqrt[3]{16^2}} = \frac{8 \sqrt[3]{(2^4)^2}}{3 \cdot 16} = \frac{8 \cdot \sqrt[3]{2^8}}{3 \cdot 2^4} = \\ &= \frac{2^3 \cdot 2^2 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{3 \cdot 2^4} = \frac{2^5 \cdot \sqrt[3]{4}}{3 \cdot 2^4} = \frac{2 \sqrt[3]{4}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{3\sqrt{5}-4}{\sqrt{5}-2} &= \frac{(3\sqrt{5}-4)(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{3\sqrt{5}\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \cdot 2 - 4\sqrt{5} - 4 \cdot 2}{(\sqrt{5})^2 - 2^2} = \\ &= \frac{3 \cdot 5 + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 8}{5 - 4} = \frac{15 + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 8}{1} = \frac{7 + 2\sqrt{5}}{1} = \\ &= \underline{\underline{7 + 2\sqrt{5}}} \end{aligned}$$

5. Opera y simplifica: (3 puntos, 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } (5\sqrt{3}-3\sqrt{5})^2 &= (5\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{5})^2 - 2(5\sqrt{3})(3\sqrt{5}) = \\ &= 5^2(\sqrt{3})^2 + 3^2(\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}\sqrt{5} = 25 \cdot 3 + 9 \cdot 5 - 30\sqrt{15} = \\ &= 75 + 45 - 30\sqrt{15} = \underline{\underline{120 - 30\sqrt{15}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} \sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{2} &= \sqrt[4]{2} \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} \sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{2} = \\ &= \sqrt[4]{2} \sqrt[12]{2} \sqrt{2} \sqrt[4]{2} \sqrt[6]{2} = \sqrt[12]{2^3} \cdot \sqrt[12]{2} \cdot \sqrt[12]{2^6} \sqrt[12]{2^3} \sqrt[12]{2^2} = \\ &= \sqrt[12]{2^3 \cdot 2 \cdot 2^6 \cdot 2^3 \cdot 2^2} = \sqrt[12]{2^{15}} = 2 \sqrt[12]{2^3} = \underline{\underline{2 \sqrt[4]{2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{1-\sqrt{2}}{4} + \frac{4\sqrt{2}}{7} &= \frac{\frac{4-\sqrt{2}}{4} + \frac{4\sqrt{2}}{7}}{1+\frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{\frac{4-\sqrt{2}}{4} + \frac{4\sqrt{2}}{7}}{\frac{4+\sqrt{2}}{4}} = \\ &= \frac{4 \cdot (4-\sqrt{2})}{4 \cdot (4+\sqrt{2})} + \frac{4\sqrt{2}}{7} = \frac{4-\sqrt{2}}{4+\sqrt{2}} + \frac{4\sqrt{2}}{7} = \\ &= \frac{(4-\sqrt{2})(4-\sqrt{2})}{(4+\sqrt{2})(4-\sqrt{2})} + \frac{4\sqrt{2}}{7} = \frac{(4-\sqrt{2})^2}{4^2 - \sqrt{2}^2} + \frac{4\sqrt{2}}{7} = \frac{16+2-2 \cdot 4\sqrt{2}}{16-4} + \frac{4\sqrt{2}}{7} = \\ &= \frac{18-8\sqrt{2}}{14} + \frac{4\sqrt{2}}{7} = \frac{18-8\sqrt{2}}{14} + \frac{8\sqrt{2}}{14} = \frac{18}{14} = \underline{\underline{\frac{9}{7}}} \end{aligned}$$

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Efectuar las siguientes operaciones: (2 puntos; 1 punto por apartado)

a)
$$\frac{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot 3}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} =$$

b)
$$\frac{1}{9} \cdot \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + 1\right)^{-1}} + \frac{1}{2} =$$

2. Calcula la fracción generatriz irreducible de los siguientes números decimales periódicos: (1 punto; 0,5 por apartado)

a) 2,342

b) 0,1245

3. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero (1 punto, 0,5 puntos por apartado):

a) $\frac{4^5 \cdot 6^{-5} \cdot 3^6}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 4^{-3}} =$

b) $\frac{(a^{-3}b^{-2})^2 (a^{-5}b^3)^{-2}}{(b^4a^{-3})^{-3}} =$

4. Simplifica los siguientes radicales: (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt[18]{(x^3)^4 (y^2)^3} =$

b) $\sqrt[4]{1296(a^3b^2)^6} =$

5. Realiza los siguientes productos o cocientes de raíces reduciendo previamente los radicales a índice común. Simplifica todo lo posible el resultado (2 puntos, 1 punto por apartado)

a) $\sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[3]{a^5} =$

b) $\frac{\sqrt{4x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x^5}} =$

6. Sumar los siguientes radicales reduciéndolos previamente a radicales semejantes: (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

a) $3\sqrt{8} + \sqrt{72} - 2\sqrt{18} - \sqrt{50} =$

b) $4\sqrt[3]{16} - 5\sqrt[3]{54} + 6\sqrt[3]{250} =$

7. Racionalizar los siguientes radicales y simplificar: (2 puntos; 1 por apartado)

a) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5}} =$

b) $\frac{5-7\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} =$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

Recuperación 1ª Evaluación

22 de enero de 2007
Curso: 4º de ESO D+E

Apellidos:	Calificación:
Nombre:	

1. Efectuar las siguientes operaciones: (2 puntos; 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot 3}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} &= \frac{\left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\right) \cdot 3}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{4}{2} + \frac{1}{2}}} = \frac{\frac{3}{2} \cdot 3}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{5}{2}}} = \\
 &= \frac{\frac{9}{2}}{1 - \frac{1}{2} + \frac{2}{5}} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{10}{10} - \frac{5}{10} + \frac{4}{10}} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{9}{10}} = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 9} = \frac{10}{2} = \underline{\underline{5}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \frac{1}{9} \cdot \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + 1\right) - 1} + \frac{1}{2} &= \frac{1}{9} \cdot \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{6} - \frac{3}{8}}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{2}\right) - 1} + \frac{1}{2} = \frac{1}{9} \cdot \frac{\frac{32}{24} + \frac{4}{24} - \frac{9}{24}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 1} + \frac{1}{2} = \\
 &= \frac{1}{9} \cdot \frac{\frac{27}{24}}{\frac{3}{4} - 1} + \frac{1}{2} = \frac{1}{9} \cdot \frac{\frac{27}{24}}{-\frac{1}{4}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{9} \cdot \left(-\frac{108}{24}\right) + \frac{1}{2} = \\
 &= -\frac{108}{216} + \frac{1}{2} = -\frac{108}{216} + \frac{108}{216} = \frac{0}{216} = \underline{\underline{0}}
 \end{aligned}$$

2. Calcula la fracción generatriz irreducible de los siguientes números decimales periódicos: (1 punto; 0,5 por apartado)

$$\text{a) } 2,3\overline{42} = \frac{2342 - 2}{999} = \frac{2340}{999} = \frac{260}{111}$$

$$\text{b) } 0,12\overline{45} = \frac{1245 - 12}{9900} = \frac{1233}{9900} = \frac{137}{1100}$$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

3. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero (1 punto, 0,5 puntos por apartado):

$$\text{a) } \frac{4^5 \cdot 6^{-3} \cdot 3^6}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 4^{-3}} = \frac{(2^2)^5 (2 \cdot 3)^{-5} \cdot 3^6}{3^{-3} \cdot (2 \cdot 3)^5 \cdot (2^2)^{-3}} = \frac{2^{10} \cdot 2^{-5} \cdot 3^{-5} \cdot 3^6}{3^{-3} \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^{-6}} =$$

$$= \frac{2^5 \cdot 3}{3^2 \cdot 2^{-1}} = \frac{2^6}{3} = \frac{64}{3}$$

$$\text{b) } \frac{(a^{-3}b^{-2})^2 (a^{-3}b^3)^{-2}}{(b^4a^{-3})^{-3}} = \frac{a^{-6}b^{-4}a^{-6}b^{-6}}{b^{-12}a^9} = \frac{a^{-12}b^{-10}}{b^{-12}a^9} = \frac{b^2}{a^5}$$

$$\left[a^{4-9} \cdot b^{-10-(-12)} = a^{-5}b^2 = \frac{1}{a^5} \cdot b^2 \right]$$

4. Simplifica los siguientes radicales: (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

$$\text{a) } \sqrt[18]{(x^3)^4 (y^2)^3} = \sqrt[18]{x^{12} \cdot y^6} = \sqrt[18]{x^{12}} \cdot \sqrt[18]{y^6} = x^{\frac{12}{18}} \cdot y^{\frac{6}{18}} =$$

$$= x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{x^2 y}$$

$$\text{b) } \sqrt[4]{1296(a^3b^3)^6} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4 a^{18} b^{12}} = 2 \cdot 3 \cdot a^4 b^3 \sqrt[4]{a^2} =$$

$$= \underline{\underline{6a^4 b^3 \sqrt{a}}} \quad (\text{ya que } \sqrt[4]{a^2} = a^{\frac{2}{4}} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a})$$

5. Realiza los siguientes productos o cocientes de raíces reduciendo previamente los radicales a índice común. Simplifica todo lo posible el resultado (2 puntos, 1 punto por apartado)

$$\text{a) } \sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a^5} = \sqrt[12]{a^6} \cdot \sqrt[12]{a^2} \cdot \sqrt[12]{a^{20}} = \sqrt[12]{a^6 \cdot a^2 \cdot a^{20}} =$$

$$= \sqrt[12]{a^{28}} = a^2 \cdot \sqrt[12]{a^4} = \underline{\underline{a^2 \cdot \sqrt[3]{a}}} \quad (\text{ya que } \sqrt[12]{a^4} = a^{\frac{4}{12}} = a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a})$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{4x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x^3}} = \frac{\sqrt[6]{(4x)^3} \cdot \sqrt[6]{(x^2)^2}}{\sqrt[6]{x^3}} = \frac{\sqrt[6]{2^6 x^3} \cdot \sqrt[6]{x^4}}{\sqrt[6]{x^3}} =$$

$$= \sqrt[6]{\frac{2^6 x^3 \cdot x^4}{x^3}} = \sqrt[6]{2^6 x^2} = 2 \sqrt[6]{x^2} = \underline{\underline{2 \sqrt[3]{x}}}$$

(pues $\sqrt[6]{x^2} = x^{\frac{2}{6}} = x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$)

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

6. Sumar los siguientes radicales reduciéndolos previamente a radicales semejantes:
(1 punto, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } 3\sqrt{8} + \sqrt{72} - 2\sqrt{18} - \sqrt{50} &= 3\sqrt{2^3} + \sqrt{2^3 \cdot 3^2} - 2\sqrt{3^2 \cdot 2} - \sqrt{5^2 \cdot 2} = \\ &= 3 \cdot 2\sqrt{2} + 2 \cdot 3\sqrt{2} - 2 \cdot 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = \\ &= 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = \\ &= (6 + 6 - 6 - 5)\sqrt{2} = 1 \cdot \sqrt{2} = \underline{\underline{\sqrt{2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 4\sqrt[3]{16} - 5\sqrt[3]{54} + 6\sqrt[3]{250} &= 4 \cdot \sqrt[3]{2^4} - 5 \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} + 6 \sqrt[3]{2 \cdot 5^3} = \\ &= 4 \cdot 2 \sqrt[3]{2} - 5 \cdot 3 \sqrt[3]{2} + 6 \cdot 5 \sqrt[3]{2} = \\ &= 8 \sqrt[3]{2} - 15 \sqrt[3]{2} + 30 \sqrt[3]{2} = \\ &= (8 - 15 + 30) \sqrt[3]{2} = \underline{\underline{23 \sqrt[3]{2}}} \end{aligned}$$

7. Racionalizar los siguientes radicales y simplificar: (2 puntos; 1 por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5}} &= \frac{\sqrt{5} \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[6]{5^3} \sqrt[6]{5^4}}{\sqrt[6]{5^3}} = \frac{\sqrt[6]{5^3 \cdot 5^4}}{5} = \frac{\sqrt[6]{5^7}}{5} = \\ &= \frac{5 \cdot \sqrt[6]{5}}{5} = \underline{\underline{\sqrt[6]{5}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{5-7\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} &= \frac{(5-7\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} = \frac{5 - 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 7\sqrt{3}^2}{1^2 - \sqrt{3}^2} = \\ &= \frac{5 - 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 21}{1 - 3} = \frac{26 - 12\sqrt{3}}{-2} = \\ &= \underline{\underline{-13 + 6\sqrt{3}}} \end{aligned}$$

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Resolver las siguientes operaciones con fracciones, simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado. **(3 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} : \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{8} + 1 \right) = \quad \text{b) } \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} \right)} = \quad \text{c) } \frac{\left(\frac{1}{5} + 2 - \frac{1}{3} \right) : \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(2 - \frac{1}{3} : \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{3}{2}} =$$

2. Hallar el error absoluto al redondear 2,3456 a las centésimas. **(1 punto: 0,5 puntos hacer el redondeo y otros 0,5 hallar el error absoluto)**
3. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero, descomponiendo previamente en producto de primos, si fuera necesario, los factores que no sean primos. **(3 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{(2^2)^2 \cdot 2^{-2} \cdot (3^2)^3 \cdot 3 \cdot (3^2)^{-2}}{12 \cdot 3^3 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-3}} = \quad \text{b) } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{25}\right)^{-1}}{5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2} =$$

$$\text{c) } \frac{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3}{\left(\frac{25}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot 2^{-7}} =$$

4. Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en notación científica **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } 41,3 \cdot 10^6 - 32,5 \cdot 10^3 = \quad \text{b) } 2,3 \cdot 10^{-5} + 3,1 \cdot 10^{-3} =$$

5. Opera y simplifica extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(2 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}} = \quad \text{b) } \sqrt{2} \left(\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{4} \right)^3 =$$

$$\text{c) } \sqrt{\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}} = \quad \text{d) } 2\sqrt{108} - \sqrt{75} - \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{3} =$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ a) } \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} : \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{8} + 1 \right) &= \frac{3}{2} - \frac{4}{6} : \left(\frac{4}{3} - \frac{30}{24} + 1 \right) = \\ &= \frac{3}{2} - \frac{2}{3} : \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{4} + 1 \right) = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} : \left(\frac{16}{12} - \frac{15}{12} + \frac{12}{12} \right) = \\ &= \frac{3}{2} - \frac{2}{3} : \frac{13}{12} = \frac{3}{2} - \frac{24}{39} = \frac{3}{2} - \frac{8}{13} = \frac{39}{26} - \frac{16}{26} = \underline{\underline{\frac{23}{26}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} \right)} &= \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{6}{36}}{2 + \frac{1}{3} \left(2 - \frac{6}{15} \right)} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}}{2 + \frac{1}{3} \left(2 - \frac{2}{5} \right)} = \\ &= \frac{\frac{3}{12} + \frac{6}{12} + \frac{2}{12}}{2 + \frac{1}{3} \left(\frac{10}{5} - \frac{2}{5} \right)} = \frac{\frac{11}{12}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{5}} = \frac{\frac{11}{12}}{2 + \frac{8}{15}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{30}{15} + \frac{8}{15}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{38}{15}} = \\ &= \frac{15 \cdot 11}{12 \cdot 38} = \frac{165}{456} = \underline{\underline{\frac{55}{152}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{\left(\frac{1}{5} + 2 - \frac{1}{3} \right) : \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(2 - \frac{1}{3} : \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{3}{2}} &= \frac{\left(\frac{3}{15} + \frac{30}{15} - \frac{5}{15} \right) : \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(2 - \frac{5}{3} \right) \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\frac{28}{15} : \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(\frac{6}{3} - \frac{5}{3} \right) \cdot \frac{3}{2}} = \\ &= \frac{\frac{140}{15} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \frac{3}{6}} = \frac{\frac{28}{3} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{56}{6} + \frac{9}{6}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{65}{6}}{\frac{7}{10}} = \frac{650}{42} = \underline{\underline{\frac{325}{21}}} \end{aligned}$$

② Redondeamos 2'3456 a las centésimas: 2'35
Hallamos ahora el error absoluto. Valor real: $V_r = 2'3456$.
Entonces: $E_a = |V_r - V_a| = |2'3456 - 2'35| = |-0'0044| \Rightarrow$
 $\Rightarrow \underline{\underline{E_a = 0'0044}}$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \text{ a) } \frac{(2^2)^2 \cdot 2^{-2} \cdot (3^2)^3 \cdot 3 \cdot (3^2)^{-2}}{12 \cdot 3^3 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-3}} &= \frac{2^4 \cdot 2^{-2} \cdot 3^6 \cdot 3 \cdot 3^{-4}}{2^2 \cdot 3 \cdot 3^3 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-3}} = \frac{2^2 \cdot 3^3}{2 \cdot 3} = \\ &= \underline{\underline{2 \cdot 3^2 = 18}} \end{aligned}$$

$$b) \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{25}\right)^{-1}}{5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{2^2 \cdot \left(\frac{5^2}{2}\right)^1}{5 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot 3^1 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\frac{2^2 \cdot 5^2}{2}}{\frac{5 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot 1^2}{3^2 \cdot 5^2}} =$$

$$= \frac{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2 \cdot 5 \cdot 5^2 \cdot 3} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^4}{2 \cdot 3 \cdot 5^3} = \underline{\underline{2 \cdot 3 \cdot 5 = 30}}$$

$$c) \frac{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3}{\left(\frac{25}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot 2^{-7}} = \frac{\left(\frac{3^2}{2^2}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{2^2}\right)^3}{\left(\frac{5^2}{3}\right)^2 \cdot 3^3 \cdot \frac{1}{2^7}} = \frac{\frac{3^2 \cdot 5^3}{2^2 \cdot 2^6}}{\frac{5^4 \cdot 3^3 \cdot 1}{3^2 \cdot 2^7}} =$$

$$= \frac{3^2 \cdot 5^3 \cdot 3^2 \cdot 2^7}{2^2 \cdot 2^6 \cdot 5^4 \cdot 3^3} = \frac{3^4 \cdot 5^3 \cdot 2^7}{3^3 \cdot 5^4 \cdot 2^8} = \frac{3}{5 \cdot 2} = \underline{\underline{\frac{3}{10}}}$$

$$\textcircled{4} a) 41'3 \cdot 10^6 - 32'5 \cdot 10^3 = 41'3 \cdot 10^6 - 0'0325 \cdot 10^6 =$$

$$= (41'3 - 0'0325) \cdot 10^6 = 41'2675 \cdot 10^6 = \underline{\underline{41'2675 \cdot 10^7}}$$

$$b) 2'3 \cdot 10^{-5} + 3'1 \cdot 10^{-3} = 2'3 \cdot 10^{-5} + 310 \cdot 10^{-5} =$$

$$= (2'3 + 310) \cdot 10^{-5} = 312'3 \cdot 10^{-5} = \underline{\underline{3'123 \cdot 10^{-3}}}$$

$$\textcircled{5} a) \frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}} = \frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5^3}}{\sqrt[4]{5^2}} = \frac{\sqrt[12]{5^4} \cdot \sqrt[12]{5^{18}}}{\sqrt[12]{5^6}} = \sqrt[12]{\frac{5^4 \cdot 5^{18}}{5^6}} =$$

$$= \sqrt[12]{5^{16}} = 5 \sqrt[12]{5^4} = \underline{\underline{5 \cdot \sqrt[3]{5}}}$$

$$b) \sqrt{2} \left(\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{4}\right)^3 = \sqrt{2} \sqrt[4]{2^3} \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[12]{2^6} \cdot \sqrt[12]{2^9} \cdot \sqrt[12]{2^{24}} =$$

$$= \sqrt[12]{2^6 \cdot 2^9 \cdot 2^{24}} = \sqrt[12]{2^{39}} = 2^3 \cdot \sqrt[12]{2^3} = \underline{\underline{8 \cdot \sqrt[4]{2}}}$$

$$c) \sqrt{\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{2^3}} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{2} \sqrt{2}} =$$

$$= \sqrt{\sqrt{2^2}} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$$

$$d) 2\sqrt{108} - \sqrt{45} - \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{3} = 2\sqrt{2^2 \cdot 3^3} - \sqrt{3 \cdot 5^2} - \sqrt{3^3} - \sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{3} =$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = 12\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \sqrt{3} =$$

$$= (12 - 5 - 3 - 2 - 1)\sqrt{3} = 1 \cdot \sqrt{3} = \underline{\underline{\sqrt{3}}}$$

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Resolver las siguientes operaciones con fracciones, simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}\right)}{1 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} - 1\right)} + 1 = \quad \text{b) } \frac{3 + \frac{3}{2 + 1/2}}{\frac{1}{15} + \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2}\right) \cdot \frac{1}{5}} =$$

2. Realiza las siguientes operaciones con potencias y simplifica el resultado todo lo posible (se puede dejar el resultado en forma de potencia). **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{4^2 \cdot 2^{-2} \cdot 9^{-3} \cdot 6^3}{12 \cdot 3^{-3} \cdot 2 \cdot 3^{-3}} = \quad \text{b) } \frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{25}{4}\right)^3}{5^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2} =$$

3. Opera y simplifica extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \sqrt{16} \sqrt[5]{64} = \quad \text{b) } 3\sqrt{2} + 4\sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50} =$$

4. Racionaliza: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \frac{6}{\sqrt[3]{3}} = \quad \text{b) } \frac{9}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{1}{3}(x+2) - \frac{1}{5}(2x-3) = 4 - \frac{2x}{15} \quad \text{b) } \frac{x+5}{3} + \frac{x-3}{2} = \frac{x+5}{5} - \frac{3x}{15}$$

$$\text{c) } \frac{x(x+1)}{5} = 2x^2 - 4x \quad \text{d) } \left(\frac{3}{2}x - 2\right)^2 - (x-1)(x+1) = -2$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ a) } & \frac{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}\right)}{1 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} - 1\right)} + 1 = \frac{\left(\frac{6}{15} - \frac{5}{15}\right) : \left(1 - \frac{6}{15}\right)}{1 - \left(\frac{2}{9} - 1\right)} + 1 = \\ & = \frac{\frac{1}{15} : \left(1 - \frac{2}{5}\right)}{1 - \left(\frac{2}{9} - \frac{9}{9}\right)} + 1 = \frac{\frac{1}{15} : \left(\frac{5}{5} - \frac{2}{5}\right)}{1 - \left(-\frac{7}{9}\right)} + 1 = \frac{\frac{1}{15} : \frac{3}{5}}{1 + \frac{7}{9}} + 1 = \\ & = \frac{\frac{5}{45}}{\frac{9}{9} + \frac{7}{9}} + 1 = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{16}{9}} + 1 = \frac{1 \cdot 9}{9 \cdot 16} + 1 = \frac{1}{16} + 1 = \frac{1}{16} + \frac{16}{16} = \underline{\underline{\frac{17}{16}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \frac{3 + \frac{3}{2 + 1/2}}{\frac{1}{15} + \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2}\right) \cdot \frac{1}{5}} = \frac{3 + \frac{3}{5/2}}{\frac{1}{15} + \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{6}\right) \frac{1}{5}} = \frac{3 + \frac{6}{5}}{\frac{1}{15} + \left(\frac{9}{6} - \frac{5}{6}\right) \frac{1}{5}} = \\ & = \frac{\frac{15}{5} + \frac{6}{5}}{\frac{1}{15} + \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{\frac{21}{5}}{\frac{1}{15} + \frac{4}{30}} = \frac{\frac{21}{5}}{\frac{2}{30} + \frac{4}{30}} = \frac{\frac{21}{5}}{\frac{6}{30}} = \frac{\frac{21}{5}}{\frac{1}{5}} = \underline{\underline{21}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \text{ a) } \frac{4^2 \cdot 2^{-2} \cdot 9^{-3} \cdot 6^3}{12 \cdot 3^{-3} \cdot 2 \cdot 3^{-3}} = \frac{2^4 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-6} \cdot 2^3 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3 \cdot 3^{-3} \cdot 2 \cdot 3^{-3}} = \frac{2^5 \cdot 3^{-3}}{2^3 \cdot 3^{-5}} = 2^2 \cdot 3^2 = \underline{\underline{36}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{25}{4}\right)^3}{5^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{\frac{5^{-3}}{2^{-6}} \cdot \frac{5^6}{2^6}}{5^3 \cdot \frac{2^{-2}}{5^{-2}} \cdot \frac{5^{-3}}{2^{-3}} \cdot \frac{2^4}{5^2}} = \frac{\frac{5^3}{2^0}}{\frac{5^0 \cdot 2^2}{5^0 \cdot 2^{-3}}} = \\ & = \frac{5^3 \cdot 2^{-3}}{2^2} = 5^3 \cdot 2^{-5} = \frac{5^3}{2^5} = \underline{\underline{\frac{125}{32}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \text{ a) } & \sqrt{16} \sqrt[5]{64} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt[5]{2^6} = \sqrt{5 \sqrt{(2^4)^5 \cdot 2^6}} = \\ & = \sqrt{5 \sqrt{2^{20} \cdot 2^6}} = \sqrt[10]{2^{26}} = 2^2 \cdot \sqrt[10]{2^6} = 4 \cdot \sqrt[5]{2^3} = \underline{\underline{4 \sqrt[5]{8}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 3\sqrt{2} + 4\sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50} = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2^3} - \sqrt{2^5} + \sqrt{2 \cdot 5^2} = \\ & = 3\sqrt{2} + 4 \cdot 2\sqrt{2} - 2^2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = \\ & = (3 + 8 - 4 + 5)\sqrt{2} = \underline{\underline{12\sqrt{2}}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \text{ a) } \frac{6}{\sqrt[3]{3}} = \frac{6 \sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3} \sqrt[3]{3^2}} = \frac{6 \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{6 \sqrt[3]{9}}{3} = \underline{\underline{2 \sqrt[3]{9}}}$$

$$\text{b) } \frac{9}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{9(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{9(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{\sqrt{5^2}-\sqrt{2^2}} = \frac{9(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3} = \underline{\underline{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}}$$

$$\textcircled{5} \text{ a) } \frac{1}{3}(x+2) - \frac{1}{5}(2x-3) = 4 - \frac{2x}{15} \Rightarrow (\text{multiplicando por } 15)$$

$$5(x+2) - 3(2x-3) = 60 - 2x \Rightarrow 5x+10 - 6x+9 = 60 - 2x$$

$$\Rightarrow -x+19 = 60 - 2x \Rightarrow -x+2x = 60-19 \Rightarrow \underline{\underline{x=41}}$$

$$\text{b) } \frac{x+5}{3} + \frac{x-3}{2} = \frac{x+5}{5} - \frac{3x}{15} \Rightarrow (\text{multiplicando por } 30)$$

$$10(x+5) + 15(x-3) = 6(x+5) - 6x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10x+50+15x-45 = 6x+30-6x \Rightarrow 25x+5 = 30$$

$$\Rightarrow 25x = 30-5 \Rightarrow 25x = 25 \Rightarrow x = \frac{25}{25} \Rightarrow \underline{\underline{x=1}}$$

$$\text{c) } \frac{x(x+1)}{5} = 2x^2 - 4x \Rightarrow (\text{multiplicando por } 5)$$

$$x(x+1) = 10x^2 - 20x \Rightarrow x^2 + x = 10x^2 - 20x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 10x^2 + 20x = 0 \Rightarrow -9x^2 + 21x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(-9x+21) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{x=0}} \\ -9x+21=0 \Rightarrow -9x=-21 \\ \Rightarrow x = \frac{-21}{-9} \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{7}{3}}} \end{array} \right.$$

$$\text{d) } \left(\frac{3}{2}x-2\right)^2 - (x-1)(x+1) = -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}x^2 - 6x + 4 - (x^2-1) = -2 \Rightarrow (\text{multiplicando por } 4)$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 24x + 16 - 4x^2 + 4 = -8 \Rightarrow 5x^2 - 24x + 28 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-24)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 28 = 576 - 560 = 16$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{24 \pm \sqrt{16}}{10} = \frac{24 \pm 4}{10} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{28}{10} = \underline{\underline{\frac{14}{5}}} \\ \frac{20}{10} = \underline{\underline{2}} \end{array} \right.$$

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Resolver las siguientes operaciones con fracciones, simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } 2 - \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2} : \frac{2}{3} + 2}{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right)} = \quad \text{b) } \frac{5\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) + \frac{5}{7}}{1 + \frac{2}{2/3 + 2}} =$$

2. Realiza las siguientes operaciones con potencias y simplifica el resultado todo lo posible (*se puede dejar el resultado en forma de potencia*). **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{18 \cdot 2^{-3} \cdot 9^3 \cdot 6^{-1}}{12^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 9^4 \cdot 3^5} = \quad \text{b) } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^3}{2^3 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2} =$$

3. Opera y simplifica extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \sqrt{9 \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9}} = \quad \text{b) } -2\sqrt{27} + 4\sqrt{12} - \sqrt{300} + \sqrt{75} =$$

4. Racionaliza: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \frac{3}{\sqrt[5]{27}} = \quad \text{b) } \frac{9}{2\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{1}{2}(x-1) + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}(x-3) = x+1 \quad \text{b) } \frac{x+3}{14} - \frac{2x+1}{6} + \frac{x+3}{7} = \frac{3x-5}{14} + \frac{x-5}{3}$$

$$\text{c) } 3x^2 - 2x = \frac{-2x(x-3)}{4} \quad \text{d) } \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x+1)(2x-1) + 1$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ a) } 2 - \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2} : \frac{2}{3} + 2}{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right)} &= 2 - \frac{\frac{1}{5} - \frac{3}{4} + 2}{\left(\frac{6}{15} - \frac{5}{15}\right)\left(1 - \frac{3}{4}\right)} = \\ &= 2 - \frac{\frac{4}{20} - \frac{15}{20} + \frac{40}{20}}{\frac{1}{15} \cdot \left(\frac{4}{4} - \frac{3}{4}\right)} = 2 - \frac{\frac{29}{20}}{\frac{1}{15} \cdot \frac{1}{4}} = 2 - \frac{\frac{29}{20}}{\frac{1}{60}} = \\ &= 2 - \frac{60 \cdot 29}{20} = 2 - 3 \cdot 29 = 2 - 87 = \underline{\underline{-85}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{5\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}\right)}{1 + \frac{2}{\frac{2}{3} + 2}} + \frac{5}{7} &= \frac{5\left(\frac{1}{2} - \frac{6}{15}\right)}{1 + \frac{2}{\frac{2}{3} + \frac{6}{3}}} + \frac{5}{7} = \\ &= \frac{5\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right)}{1 + \frac{2}{\frac{8}{3}}} + \frac{5}{7} = \frac{5\left(\frac{5}{10} - \frac{4}{10}\right)}{1 + \frac{6}{8}} + \frac{5}{7} = \frac{5 \cdot \frac{1}{10}}{1 + \frac{3}{4}} + \frac{5}{7} = \\ &= \frac{\frac{5}{10}}{\frac{4}{4} + \frac{3}{4}} + \frac{5}{7} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{4}} + \frac{5}{7} = \frac{4}{14} + \frac{5}{7} = \frac{2}{7} + \frac{5}{7} = \frac{7}{7} = \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \text{ a) } \frac{18 \cdot 2^{-3} \cdot 9^3 \cdot 6^{-1}}{12^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 9^4 \cdot 3^5} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 2^{-3} \cdot 3^6 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-1}}{2^{-4} \cdot 3^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^8 \cdot 3^5} = \frac{2^{-3} \cdot 3^7}{2^{-4} \cdot 3^9} = 2 \cdot 3^{-2} = \frac{2}{3^2} = \underline{\underline{\frac{2}{9}}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \left(\frac{9}{4}\right)^3}{2^3 \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \left(\frac{4}{3}\right)^2} &= \frac{\frac{1}{2^{-8}} \cdot \frac{2^{-2}}{3^{-2}} \cdot \frac{3^6}{2^6}}{\frac{2^3}{3^{-2}} \cdot \frac{1}{3^{-3}} \cdot \frac{2^4}{3^2}} = \frac{\frac{2^{-2} \cdot 3^6}{2^{-2} \cdot 3^{-2}}}{\frac{2^4}{3^{-3}}} = \\ &= \frac{2^{-2} \cdot 3^6 \cdot 3^{-3}}{2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 2^4} = \frac{2^{-2} \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3^{-2}} = 2^{-4} \cdot 3^5 = \frac{3^5}{2^4} = \underline{\underline{\frac{243}{16}}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \text{ a) } \sqrt{9 \cdot \sqrt{27}} \sqrt[3]{9} = \sqrt{3^2 \sqrt{3^3}} \sqrt[3]{3^2} = \sqrt{\sqrt{3^7}} \sqrt[3]{3^2} =$$

$$= \sqrt[6]{3^{21}} \sqrt[6]{3^4} = \sqrt[6]{3^{25}} = \sqrt[12]{3^{25}} = 3^2 \sqrt[12]{3} = \underline{\underline{9 \sqrt[12]{3}}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } -2\sqrt{27} + 4\sqrt{12} - \sqrt{300} + \sqrt{75} &= -2\sqrt{3^3} + 4\sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 3} \\ &= -2 \cdot 3\sqrt{3} + 4 \cdot 2\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = -6\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = \\ &= (-6 + 8 - 10 + 5)\sqrt{3} = \underline{\underline{-3\sqrt{3}}} \end{aligned}$$

$$④ a) \frac{3}{5\sqrt{27}} = \frac{3}{5\sqrt{3^3}} = \frac{3\sqrt[5]{3^2}}{5\sqrt[5]{3^3}\sqrt[5]{3^2}} = \frac{3\sqrt[5]{3^2}}{5\sqrt[5]{3^5}} = \frac{3\sqrt[5]{9}}{3} = \underline{\underline{\sqrt[5]{9}}}$$

$$b) \frac{9}{2\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{9(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{5}-\sqrt{2})(2\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{9(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{5})^2-\sqrt{2}^2} = \frac{9(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{20-2} =$$

$$= \frac{9(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{18} = \underline{\underline{\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}}}$$

$$⑤ a) \frac{1}{2}(x-1) + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}(x-3) = x+1 \Rightarrow (\text{multiplicando por 6}) :$$

$$3(x-1) + 8 - 2(x-3) = 6x+6 \Rightarrow 3x-3+8-2x+6 = 6x+6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+11 = 6x+6 \Rightarrow x-6x = 6-11 \Rightarrow -5x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}}$$

$$b) \frac{x+3}{14} - \frac{2x+1}{6} + \frac{x+3}{7} = \frac{3x-5}{14} + \frac{x-5}{3} \Rightarrow (\text{multiplicando por 42})$$

$$3(x+3) - 7(2x+1) + 6(x+3) = 3(3x-5) + 14(x-5) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x+9-14x-7+6x+18 = 9x-15+14x-70 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5x+20 = 23x-85 \Rightarrow -5x-23x = -85-20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -28x = -105 \Rightarrow x = \frac{-105}{-28} \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{15}{4}}}$$

$$c) 3x^2-2x = \frac{-2x(x-3)}{4} \Rightarrow 12x^2-8x = -2x(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12x^2-8x = -2x^2+6x \Rightarrow 14x^2-14x = 0 \Rightarrow x(14x-14) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 14x-14=0 \Rightarrow 14x=14 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}} \end{cases}$$

$$d) \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x+1)(2x-1) + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{3}x \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x)^2 - 1^2 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{9}x + \frac{1}{9} + 3x = 4x^2 - 1 + 1; (\text{multiplicando por 9})$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 + 27x = 36x^2 - 9 + 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 31x + 1 = 36x^2 \Rightarrow -32x^2 + 31x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 31^2 - 4(-32) \cdot 1 = 961 + 128 = 1089$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-31 \pm \sqrt{1089}}{2 \cdot (-32)} = \frac{-31 \pm 33}{-64} =$$

$$= \begin{cases} x = \frac{-31+33}{-64} = \frac{2}{-64} = \underline{\underline{-\frac{1}{32}}} \\ x = \frac{-31-33}{-64} = \frac{-64}{-64} = \underline{\underline{1}} \end{cases}$$

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Resolver las siguientes operaciones con fracciones, simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado.

$$\text{a) } \frac{\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{2}{24}\right) - \left(\frac{2}{30} - \frac{1}{4} + \frac{3}{9}\right)}{\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{10}\right) : \frac{5}{3} - \frac{4}{16} \left(3 - \frac{5}{3}\right)} = \text{(0,5 puntos)}$$
$$\text{b) } \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} - 3\right) + \frac{29}{6} : 5}{1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5}} : \left(2 - \frac{28}{19}\right)} = \text{(1 punto)}$$

2. Realiza la siguiente operación, pasando previamente cada número decimal a su fracción generatriz:
 $0,\widehat{6} + 1,3\widehat{8} \cdot 0,72$ **(1 punto)**
3. Realiza las siguientes operaciones, aplicando siempre las propiedades de las potencias, y simplifica el resultado todo lo posible (*se puede dejar el resultado en forma de potencia*). **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{81^{-1} \cdot 2^{-4} \cdot 18^3 \cdot 4^{-1}}{6^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot 9^3 \cdot 3^3} =$$
$$\text{b) } \frac{2^3 \cdot (-3)^{-5} \cdot 18^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}}{(-2)^2 \cdot 2^{-3} \cdot (-3)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}} =$$

4. Opera y simplifica extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \sqrt{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3\sqrt{27}}} =$$
$$\text{b) } \frac{2}{3} \sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \frac{2}{3} \sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{\frac{2}{27}} =$$

5. Racionalizar y simplificar: **(1,5 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \frac{3}{2\sqrt{3}} =$$
$$\text{b) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[5]{9}} =$$
$$\text{c) } \frac{3\sqrt{2} - 4}{3\sqrt{2} + 4} =$$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{3(x-2)}{4} - \frac{2(x-3)}{3} = \frac{x}{6} - \frac{3x-6}{4}$$
$$\text{b) } \left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2 - x = (3x-4)(3x+4) - 12$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{2}{24} \right) - \left(\frac{2}{30} - \frac{1}{4} + \frac{3}{9} \right) = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right) - \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) \\ \text{a)} & \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{10} \right) : \frac{5}{3} - \frac{4}{16} \left(3 - \frac{5}{3} \right)}{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) : \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \left(3 - \frac{5}{3} \right)} = \\ & \frac{\left(\frac{36}{60} - \frac{10}{60} + \frac{5}{60} \right) - \left(\frac{4}{60} - \frac{15}{60} + \frac{20}{60} \right)}{\left(\frac{2}{6} - \frac{3}{6} \right) : \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \left(\frac{9}{3} - \frac{5}{3} \right)} = \frac{\frac{31}{60} - \frac{9}{60}}{\frac{-1}{6} : \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3}} = \\ & = \frac{\frac{22}{60}}{\frac{-3}{30} - \frac{4}{12}} = \frac{\frac{11}{30}}{\frac{-1}{10} - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{11}{30}}{\frac{-3}{30} - \frac{10}{30}} = \frac{\frac{11}{30}}{\frac{-13}{30}} = \frac{11 \cdot 30}{-13 \cdot 30} = \underline{\underline{-\frac{11}{13}}} \\ \text{b)} & \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} - 3 \right) + \frac{29}{6} : 5}{1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5}} : \left(2 - \frac{28}{19} \right)} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{10}{15} - \frac{9}{15} - \frac{45}{15} \right) + \frac{29}{30}}{1 + \frac{2}{\frac{15}{5} + \frac{4}{5}} : \left(\frac{38}{19} - \frac{28}{19} \right)} = \\ & = \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{-44}{15} + \frac{29}{30}}{1 + \frac{2}{\frac{19}{5}} : \frac{10}{19}} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{44}{30} + \frac{29}{30}}{1 + \frac{10}{19} : \frac{10}{19}} = \frac{\frac{45}{30} - \frac{44}{30} + \frac{29}{30}}{1 + \frac{190}{190}} = \\ & = \frac{\frac{30}{30}}{1 + 1} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad 0.\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}; \quad 1.\overline{38} = \frac{125}{90} = \frac{25}{18}; \quad 0.\overline{72} = \frac{72}{100} = \frac{18}{25}$$

Entonces: $0.\overline{6} + 1.\overline{38} \cdot 0.\overline{72} = \frac{2}{3} + \frac{25}{18} \cdot \frac{18}{25} = \frac{2}{3} + 1 = \underline{\underline{\frac{5}{3}}}$

$$\textcircled{3} \text{ a)} \quad \frac{81^{-1} \cdot 2^{-4} \cdot 18^3 \cdot 4^{-1}}{6^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot 9^3 \cdot 3^3} = \frac{(3^4)^{-1} \cdot 2^{-4} \cdot (2 \cdot 3^2)^3 \cdot (2^2)^{-1}}{(2 \cdot 3)^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot (3^2)^3 \cdot 3^3} =$$

$$= \frac{3^{-4} \cdot 2^{-4} \cdot 2^3 \cdot 3^6 \cdot 2^{-2}}{2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot 3^6 \cdot 3^3} = \frac{2^{-3} \cdot 3^2}{2^{-3} \cdot 3^4} = 2^0 \cdot 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \underline{\underline{\frac{1}{9}}}$$

$$\text{b)} \quad \frac{2^3 (-3)^5 \cdot 18^2 \left(\frac{3}{2} \right)^{-2}}{(-2)^2 \cdot 2^{-3} (-3)^3 \left(-\frac{2}{3} \right)^3 \left(-\frac{3}{2} \right)^{-3}} = \frac{-2^3 \cdot \frac{1}{3^5} \cdot (2 \cdot 3^2)^2 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^2}{-2^2 \cdot \frac{1}{2^3} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^3} =$$

$$= \frac{\frac{2^3 \cdot 2^2 \cdot 3^4 \cdot 2^2}{3^5 \cdot 3^2}}{\frac{2^2 \cdot 3^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3}} = \frac{2^7 \cdot 3^{-3}}{2^5 \cdot 3^3} = 2^2 \cdot 3^0 = \underline{\underline{4}}$$

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Resolver las siguientes operaciones con fracciones, simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado. **(3 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} : \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{8} + 1 \right) = \quad \text{b) } \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} \right)} = \quad \text{c) } \frac{\left(\frac{1}{5} + 2 - \frac{1}{3} \right) : \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{3}{2}} =$$

2. De todas mis vacaciones de verano, $\frac{2}{3}$ las paso en mi pueblo. Una vez allí, $\frac{1}{5}$ del tiempo estoy en la piscina.

a) ¿Qué fracción de mis vacaciones estoy en la piscina? **(0,5 puntos)**

b) Si tengo 90 días de vacaciones, ¿cuántos días paso en la piscina? **(0,5 puntos)**

3. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero, descomponiendo previamente en producto de primos, si fuera necesario, los factores que no sean primos. **(3 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{(2^2)^2 \cdot 2^{-2} \cdot (3^2)^3 \cdot 3 \cdot (3^2)^{-2}}{12 \cdot 3^3 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-3}} = \quad \text{b) } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{25}\right)^{-1}}{5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2} =$$

$$\text{c) } \frac{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3}{\left(\frac{25}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot 2^{-7}} =$$

4. Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en notación científica **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } 41,3 \cdot 10^6 - 32,5 \cdot 10^3 =$$

$$\text{b) } 2,3 \cdot 10^{-5} + 3,1 \cdot 10^{-3} =$$

5. Opera y deja el resultado en forma de una sola raíz, extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(2 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}} =$$

$$\text{b) } \sqrt{16} \sqrt[5]{64} =$$

$$\text{c) } \sqrt{2} \left(\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{4} \right)^3 =$$

$$\text{d) } \sqrt{\sqrt[3]{2} \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} =$$

Soluciones:

$$1. \text{ a) } \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \div \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{8} + 1 \right) = \frac{3}{2} - \frac{4}{6} \div \left(\frac{4}{3} - \frac{30}{24} + 1 \right) = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \div \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{4} + 1 \right) =$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \div \left(\frac{16}{12} - \frac{15}{12} + \frac{12}{12} \right) = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \div \frac{13}{12} = \frac{3}{2} - \frac{24}{39} = \frac{3}{2} - \frac{8}{13} = \frac{39}{26} - \frac{16}{26} = \frac{23}{26}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} \right)} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{6}{36}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{6}{15} \right)} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{6}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{2}{5} \right)} = \frac{\frac{3}{12} + \frac{6}{12} + \frac{2}{12}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{10}{5} - \frac{2}{5} \right)} =$$

$$= \frac{\frac{11}{12}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{5}} = \frac{\frac{11}{12}}{2 + \frac{8}{15}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{30}{15} + \frac{8}{15}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{38}{15}} = \frac{165}{456} = \frac{55}{152}$$

$$\text{c) } \frac{\left(\frac{1}{5} + 2 - \frac{1}{3} \right) \div \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(2 - \frac{1}{3} \div \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\left(\frac{3}{15} + \frac{30}{15} - \frac{5}{15} \right) \div \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(2 - \frac{5}{3} \right) \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\frac{28}{15} \div \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(\frac{6}{3} - \frac{5}{3} \right) \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\frac{140}{15} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}} =$$

$$= \frac{\frac{28}{3} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \frac{3}{6}} = \frac{\frac{56}{6} + \frac{9}{6}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{65}{6}}{\frac{2}{10} + \frac{5}{10}} = \frac{\frac{65}{6}}{\frac{7}{10}} = \frac{650}{42} = \frac{325}{21}$$

2. a) Estoy en la piscina $\frac{1}{5}$ de los $\frac{2}{3}$ de las vacaciones. Por tanto la fracción de mis vacaciones que estoy en la piscina es: $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$

$$\text{b) } \frac{2}{15} \text{ de 90 días, o sea } \frac{2}{15} \cdot 90 = \frac{180}{15} = 12 \text{ días}$$

$$3. \text{ a) } \frac{(2^2)^2 \cdot 2^{-2} \cdot (3^2)^3 \cdot 3 \cdot (3^2)^{-2}}{12 \cdot 3^3 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-3}} = \frac{2^4 \cdot 2^{-2} \cdot 3^6 \cdot 3 \cdot 3^{-4}}{2^2 \cdot 3 \cdot 3^3 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-3}} = \frac{2^2 \cdot 3^3}{2 \cdot 3} = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$\text{b) } \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{25} \right)^{-1}}{5 \cdot \left(\frac{3}{5} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^2} = \frac{\left(\frac{2}{1} \right)^2 \cdot \frac{25}{2}}{5 \cdot \left(\frac{5}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{3}{1} \right)^1 \cdot \frac{1}{5^2}} = \frac{\frac{2^2 \cdot 5^2}{1^2} \cdot \frac{25}{2}}{5 \cdot \frac{5^2}{3^2} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{1^2}{5^2}} = \frac{\frac{2^2 \cdot 5^2}{2}}{\frac{5^3 \cdot 3}{3^2 \cdot 5^2}} =$$

$$= \frac{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2 \cdot 5^3 \cdot 3} = \frac{2^2 \cdot 5^4 \cdot 3^2}{2 \cdot 5^3 \cdot 3} = 2 \cdot 5 \cdot 3 = 30$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \frac{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3}{\left(\frac{25}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot 2^{-7}} &= \frac{\frac{9}{4} \cdot \frac{5^3}{4^3}}{\frac{25^2}{3^2} \cdot \left(\frac{3}{1}\right)^3 \cdot \frac{1}{2^7}} = \frac{\frac{3^2}{2^2} \cdot \frac{5^3}{(2^2)^3}}{\frac{(5^2)^2}{3^2} \cdot \frac{3^3}{1^3} \cdot \frac{1}{2^7}} = \frac{\frac{3^2}{2^2} \cdot \frac{5^3}{2^6}}{\frac{5^4}{3^2} \cdot \frac{3^3}{1^3} \cdot \frac{1}{2^7}} = \frac{\frac{3^2 \cdot 5^3}{2^8}}{\frac{5^4 \cdot 3^3}{3^2 \cdot 2^7}} = \\
 &= \frac{3^2 \cdot 5^3 \cdot 3^2 \cdot 2^7}{2^8 \cdot 5^4 \cdot 3^3} = \frac{3^4 \cdot 5^3 \cdot 2^7}{2^8 \cdot 5^4 \cdot 3^3} = 3 \cdot 5^{-1} \cdot 2^{-1} = \frac{3}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4. a) } 41,3 \cdot 10^6 - 32,5 \cdot 10^3 &= 41,3 \cdot 10^6 - \frac{32,5}{10^3} \cdot 10^3 \cdot 10^3 = 41,3 \cdot 10^6 - 0,0325 \cdot 10^6 = \\
 &= (41,3 - 0,0325)10^6 = 41,2675 \cdot 10^6 = 4,12675 \cdot 10^7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } 2,3 \cdot 10^{-5} + 3,1 \cdot 10^{-3} &= \frac{2,3}{10^2} \cdot 10^{-5} \cdot 10^2 + 3,1 \cdot 10^{-3} = 0,023 \cdot 10^{-3} + 3,1 \cdot 10^{-3} = \\
 &= (0,023 + 3,1)10^{-3} = 3,123 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

$$\text{5. a) } \frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}} = \frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5^3}}{\sqrt[4]{5^2}} = \frac{\sqrt[12]{5^4} \cdot \sqrt[12]{5^{18}}}{\sqrt[12]{5^6}} = \frac{\sqrt[12]{5^{22}}}{\sqrt[12]{5^6}} = \sqrt[12]{5^{16}} = 5 \sqrt[12]{5^4} = 5 \sqrt[3]{5}$$

$$\text{b) } \sqrt{16} \sqrt[5]{64} = \sqrt{2^4} \sqrt[5]{2^6} = \sqrt[5]{2^6 (2^4)^5} = \sqrt[10]{2^{26}} = 2^2 \sqrt[10]{2^6} = 2^2 \sqrt[5]{2^3} = 4 \sqrt[5]{8}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \sqrt{2} \left(\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{4}\right)^3 &= \sqrt{2} \left(\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{2^2}\right)^3 = \sqrt{2} \sqrt[4]{2^3} \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[12]{2^6} \sqrt[12]{2^9} \sqrt[12]{2^{24}} = \sqrt[12]{2^{39}} = \\
 &= 2^3 \sqrt[12]{2^3} = 8 \sqrt[12]{2}
 \end{aligned}$$

$$\text{d) } \sqrt{\sqrt[3]{2} \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{2} \cdot 2^2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{2^3}} = \sqrt{\sqrt[6]{2^6}} = \sqrt{2}$$

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Realiza las siguientes operaciones aplicando las propiedades de las potencias y simplifica el resultado todo lo posible (*se puede dejar el resultado en forma de potencia*). **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{18 \cdot 2^{-3} \cdot 9^3 \cdot 6^{-1}}{12^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 9^4 \cdot 3^5} = \quad \text{b) } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^3}{2^3 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2} =$$

2. Opera y simplifica extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(2 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3}{4} \sqrt{2} \frac{1}{2} \sqrt{8} &= & \text{b) } \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[4]{125} \sqrt{5}} &= \\ \text{c) } \sqrt{9 \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9}} &= & \text{d) } -2\sqrt{27} + 4\sqrt{12} - \sqrt{300} + \sqrt{75} &= \end{aligned}$$

3. Racionaliza y simplifica el resultado: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \frac{3}{\sqrt[3]{27}} = \quad \text{b) } \frac{9}{2\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{1}{2}(x-1) + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}(x-3) = x+1 \quad \text{b) } \frac{x+3}{14} - \frac{2x+1}{6} + \frac{x+3}{7} = \frac{3x-5}{14} + \frac{x-5}{3}$$

$$\text{d) } \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x+1)(2x-1) + 1$$

$$\text{c) } 3x^2 - 2x = \frac{-2x(x-3)}{4}$$

Sugerencia: hacer el discriminante
antes de utilizar la fórmula

$$\text{Dato: } \sqrt{1089} = 33$$

5. Para descargar un barco se han utilizado 4 camiones. El primero ha descargado $\frac{1}{6}$ de la carga; el segundo, la cuarta parte; el tercero, la quinta parte, y el cuarto, la tercera parte más 9 toneladas. ¿Cuántas toneladas transportaba el barco? **(1 punto)**

Soluciones:

$$1. \text{ a) } \frac{18 \cdot 2^{-3} \cdot 9^3 \cdot 6^{-1}}{12^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 9^4 \cdot 3^5} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 2^{-3} \cdot (3^2)^3 \cdot (2 \cdot 3)^{-1}}{(2^2 \cdot 3)^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot (3^2)^4 \cdot 3^5} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 2^{-3} \cdot 3^6 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-1}}{2^{-4} \cdot 3^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^8 \cdot 3^5} =$$

$$= \frac{2^{-3} \cdot 3^7}{2^{-4} \cdot 3^9} = 2 \cdot 3^{-2} = \frac{2}{3^2} = \frac{2}{9}$$

$$\text{b) } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^3}{2^3 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{2^8 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3^2}{2^2}\right)^3}{2^3 \cdot \frac{3^2}{2^3} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{2^2}{3}\right)^2} = \frac{2^8 \cdot \frac{3^2}{2^2} \cdot \frac{3^6}{2^6}}{2^3 \cdot \frac{3^2}{2^3} \cdot 3^3 \cdot \frac{2^4}{3^2}} = \frac{2^8 \cdot 3^8}{2^7 \cdot 3^5} =$$

$$= \frac{2^8 \cdot 3^8}{2^3 \cdot 3^2} = \frac{2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^3 \cdot 3^2}{2^8 \cdot 2^7 \cdot 3^5} = \frac{2^{11} \cdot 3^{10}}{2^{15} \cdot 3^5} = \frac{3^5}{2^4} = \frac{243}{16}$$

$$2. \text{ a) } \frac{3}{4} \sqrt{2} \frac{1}{2} \sqrt{8} = \frac{3}{4} \sqrt{2} \frac{1}{2} \sqrt{2^3} = \frac{3}{4} \sqrt{2} \frac{1}{2} 2\sqrt{2} = \frac{3}{4} \sqrt{2} \sqrt{2} = \frac{3}{4} 2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[4]{125} \sqrt{5}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[4]{5^3} \sqrt{5}} = \sqrt[12]{\frac{5^8}{5^9 \cdot 5^6}} = \sqrt[12]{\frac{5^8}{5^{15}}} = \sqrt[12]{\frac{1}{5^7}}$$

$$\text{c) } \sqrt{9 \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9}} = \sqrt{3^2 \cdot \sqrt{3^3} \cdot \sqrt[3]{3^2}} = \sqrt{\sqrt{3^7} \cdot \sqrt[3]{3^2}} = \sqrt{\sqrt[6]{3^{21}} \cdot \sqrt[3]{3^4} \sqrt[6]{3^{25}}} =$$

$$= \sqrt[12]{3^{25}} = 3^{2 \frac{1}{2}} \sqrt{3} = 9 \sqrt{3}$$

$$\text{d) } -2\sqrt{27} + 4\sqrt{12} - \sqrt{300} + \sqrt{75} = -2\sqrt{3^3} + 4\sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 3} =$$

$$= -2 \cdot 3\sqrt{3} + 4 \cdot 2\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = -6\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 5\sqrt{3} =$$

$$= (-6 + 8 - 10 + 5)\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$$

$$3. \text{ a) } \frac{3}{\sqrt[5]{27}} = \frac{3}{\sqrt[5]{3^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^3} \cdot \sqrt[5]{3^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{3^2}}{3} = \sqrt[5]{3^2} = \sqrt[5]{9}$$

$$\text{b) } \frac{9}{2\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{9(2\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(2\sqrt{5} - \sqrt{2})(2\sqrt{5} + \sqrt{2})} = \frac{9(2\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{9(2\sqrt{5} + \sqrt{2})}{2^2(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} =$$

$$= \frac{18\sqrt{5} + 9\sqrt{2}}{4 \cdot 5 - 2} = \frac{18\sqrt{5} + 9\sqrt{2}}{18} = \frac{18\sqrt{5}}{18} + \frac{9\sqrt{2}}{18} = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

4. a) $\frac{1}{2}(x-1) + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}(x-3) = x+1 \Rightarrow 3(x-1) + 8 - 2(x-3) = 6x+6 \Rightarrow$

$$3x-3+8-2x+6 = 6x+6 \Rightarrow x+11 = 6x+6 \Rightarrow -5x = -5 \Rightarrow x = \frac{-5}{-5} \Rightarrow x=1$$

b) $\frac{x+3}{14} - \frac{2x+1}{6} + \frac{x+3}{7} = \frac{3x-5}{14} + \frac{x-5}{3} \Rightarrow$

$$3(x+3) - 7(2x+1) + 6(x+3) = 3(3x-5) + 14(x-5) \Rightarrow$$

$$3x+9-14x-7+6x+18 = 9x-15+14x-70 \Rightarrow -5x+20 = 23x-85 \Rightarrow$$

$$-5x-23x = -85-20 \Rightarrow -28x = -105 \Rightarrow x = \frac{-105}{-28} \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

c) $3x^2 - 2x = \frac{-2x(x-3)}{4} \Rightarrow 12x^2 - 8x = -2x^2 + 6x \Rightarrow 14x^2 - 14x = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x(14x-14) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 14x-14=0 \Rightarrow 14x=14 \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

d) $\left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x+1)(2x-1) + 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{3}x \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x)^2 - 1^2 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{9}x + \frac{1}{9} + 3x = 4x^2 - 1 + 1 \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 + 27x = 36x^2 - 9 + 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 36x^2 + 4x + 27x + 1 + 9 - 9 = 0 \Rightarrow -32x^2 + 31x + 1 = 0$$

Halleemos el discriminante: $\Delta = 31^2 - 4 \cdot (-32) \cdot 1 = 961 + 128 = 1089$

$$\text{Entonces: } x = \frac{-31 \pm \sqrt{1089}}{-64} = \frac{-31 \pm 33}{-64} = \begin{cases} x_1 = \frac{2}{-64} = -\frac{1}{32} \\ x_2 = \frac{-64}{-64} = 1 \end{cases}$$

5. Llamemos x a las toneladas transportaba el barco. Entonces:

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{3}x + 9 = x \Rightarrow 10x + 15x + 12x + 20x + 540 = 60x \Rightarrow 57x + 540 = 60x \Rightarrow$$

$$57x - 60x = -540 \Rightarrow -3x = -540 \Rightarrow x = \frac{-540}{-3} \Rightarrow x = 180$$

Por tanto, el barco transportaba 180 toneladas.

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Realiza las siguientes operaciones aplicando las propiedades de las potencias y simplifica el resultado todo lo posible (se puede dejar el resultado en forma de potencia). (2 puntos; 1 punto por apartado)

$$\text{a) } \frac{2^3 \cdot 6^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 2^{-3}} = \quad \text{b) } \frac{(a^3 b^{-4})^{-2} \cdot (a^4 b)^2}{(a^{-2} b^{-3})^{-3}} =$$

2. Opera y simplifica extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): (2 puntos; 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{1}{8}\sqrt{32}\right)\left(\frac{2}{3}\sqrt{8}\right) &= & \text{b) } \frac{\sqrt[3]{a^7}}{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a}} &= \\ \text{c) } \sqrt[3]{27 \cdot \sqrt{9 \cdot 4} \cdot \sqrt[4]{3}} &= & \text{d) } 5\sqrt{27} + 8\sqrt{75} - 6\sqrt{147} &= \end{aligned}$$

3. Racionaliza y simplifica el resultado: (1 punto; 0,5 puntos por apartado)

$$\text{a) } \frac{5}{2\sqrt{5}} = \quad \text{b) } \frac{3\sqrt{5}-4}{\sqrt{5}-2} =$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones: (4 puntos; 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{3}(x+2) - \frac{1}{5}(2x-3) &= 4 - \frac{2x}{15} & \text{b) } \frac{3(x-2)}{4} - \frac{2(x-3)}{3} &= \frac{x}{6} - \frac{3x-6}{4} \\ \text{c) } (x+1)^2 + 6 &= 5(x+1) & \text{d) } \frac{x+7}{12} - \frac{x^2+1}{4} &= 1 - \frac{x^2+2}{3} \end{aligned}$$

5. Un empresario reparte cierta cantidad de dinero entre sus empleados. Si fueran 4 empleados más le correspondería a cada uno 500 euros, pero si fueran 10 menos le tocarían a cada uno 1000 euros. ¿Cuántos empleados tiene? (1 punto)

Soluciones:

$$1. \text{ a) } \frac{2^3 \cdot 6^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^3 \cdot (2 \cdot 3)^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot (2 \cdot 3)^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^3 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^1 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3^2} = 2^{-1} \cdot 3 = \frac{3}{2}$$

$$\text{b) } \frac{(a^3 b^{-4})^{-2} \cdot (a^4 b)^2}{(a^{-2} b^{-3})^{-3}} = \frac{a^{-6} \cdot b^8 \cdot a^8 \cdot b^2}{a^6 \cdot b^9} = \frac{a^2 \cdot b^{10}}{a^6 \cdot b^9} = a^{-4} b = \frac{b}{a^4}$$

$$2. \text{ a) } \left(\frac{1}{8} \sqrt{32}\right) \left(\frac{2}{3} \sqrt{8}\right) = \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3}\right) (\sqrt{32} \cdot \sqrt{8}) = \frac{2}{24} \sqrt{2^5} \cdot \sqrt{2^3} = \frac{1}{12} \sqrt{2^8} = \frac{1}{2^2 \cdot 3} 2^4 = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt[3]{a^7}}{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt[12]{a^{28}}}{\sqrt[12]{a^9} \cdot \sqrt[12]{a^6}} = \frac{\sqrt[12]{a^{28}}}{\sqrt[12]{a^{15}}} = \sqrt[12]{a^{13}} = a \sqrt[12]{a}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{27 \cdot \sqrt{9 \cdot 4\sqrt{3}}} = \sqrt[3]{3^3 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 4\sqrt{3}}} = \sqrt[3]{\sqrt{3^2 \cdot 3^6 \cdot 4\sqrt{3}}} = \sqrt[6]{3^8 \cdot 4\sqrt{3}} =$$

$$= \sqrt[6]{4\sqrt{3^{32}} \cdot 3} = \sqrt[24]{3^{33}} = 3 \cdot \sqrt[24]{3^9} = 3 \cdot \sqrt[8]{3^3} = 3 \cdot \sqrt[8]{27}$$

$$\text{d) } 5\sqrt{27} + 8\sqrt{75} - 6\sqrt{147} = 5\sqrt{3^3} + 8\sqrt{3 \cdot 5^2} - 6\sqrt{3 \cdot 7^2} = 5 \cdot 3\sqrt{3} + 8 \cdot 5\sqrt{3} - 6 \cdot 7\sqrt{3} =$$

$$= 15\sqrt{3} + 40\sqrt{3} - 42\sqrt{3} = (15 + 40 - 42)\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$$

$$3. \text{ a) } \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{b) } \frac{3\sqrt{5} - 4}{\sqrt{5} - 2} = \frac{(3\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} = \frac{15 + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 8}{(\sqrt{5})^2 - 2^2} = \frac{7 + 2\sqrt{5}}{5 - 4} = 7 + 2\sqrt{5}$$

$$4. \text{ a) } \frac{1}{3}(x+2) - \frac{1}{5}(2x-3) = 4 - \frac{2x}{15} \Rightarrow 5(x+2) - 3(2x-3) = 60 - 2x \Rightarrow$$

$$5x + 10 - 6x + 9 = 60 - 2x \Rightarrow -x + 19 = 60 - 2x \Rightarrow x = 41$$

$$\text{b) } \frac{3(x-2)}{4} - \frac{2(x-3)}{3} = \frac{x}{6} - \frac{3x-6}{4} \Rightarrow 9(x-2) - 8(x-3) = 2x - 3(3x-6) \Rightarrow$$

$$9x - 18 - 8x + 24 = 2x - 9x + 18 \Rightarrow x + 6 = -7x + 18 \Rightarrow 8x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{8} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\text{c) } (x+1)^2 + 6 = 5(x+1) \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + 6 = 5x + 5 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$d) \frac{x+7}{12} - \frac{x^2+1}{4} = 1 - \frac{x^2+2}{3} \Rightarrow x+7-3(x^2+1) = 12-4(x^2+2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+7-3x^2-3 = 12-4x^2-8 \Rightarrow -3x^2+x+4 = -4x^2+4 \Rightarrow x^2+x=0 \Rightarrow$$

$$\text{(ecuación incompleta)} \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

5. Llamemos x a los empleados que tiene el empresario. Entonces:

Si tuviese 4 empleados más tendría $x+4$ empleados y la cantidad repartida por el empresario sería $500(x+4)$, pues cada uno toca a 500 euros.

Si tuviese 10 empleados menos tendría $x-10$ empleados y la cantidad repartida por el empresario sería $1000(x-10)$, pues cada uno toca, en este caso, a 1000 euros.

Entonces el planteamiento es: $500(x+4) = 1000(x-10)$

Resolución: $500(x+4) = 1000(x-10) \Rightarrow 500x + 2000 = 1000x - 10000 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 500x - 1000x = -10000 - 2000 \Rightarrow -500x = -12000 \Rightarrow x = \frac{-12000}{-500} \Rightarrow x = 24$$

Por tanto el empresario tiene 24 empleados.