



1. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.

a) $x^3 + 2x^2 - 11x - 12 = 0$

b) $x^3 + 3x^2 + 6x + 18 = 0$

c) $\frac{x^3}{8} + \frac{5}{2}x = x^2 + 2$

d) $x^6 + 3x^5 + 3x^4 + x^3 = 0$

e) $6x^4 - 13x^3 - 7x^2 + 29x = 15$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas.

a) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

b) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

c) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$

d) $8x^4 + 9 = 38x^2$

3. Una ecuación bicuadrada de la forma $x^4 + ax^2 + b = 0$ con $a > 0$ y $b > 0$, ¿cuántas soluciones tendrá?

4. Utilizando la misma estrategia que usas para resolver ecuaciones bicuadradas, resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^6 - 26x^3 - 27 = 0$

b) $16x^8 - 17x^4 + 1 = 0$

5. Resuelve los siguientes sistemas.

a)
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 - 2y = 14 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 22 \\ x^2 - 3y^2 = -3 \end{cases}$$

6. En un triángulo rectángulo de área 36 cm^2 su hipotenusa mide $\sqrt{97} \text{ cm}$. ¿Cuánto miden sus catetos?

CONSOLIDACIÓN

Ficha Ecuaciones polinómicas

1. a) $x^3 + 2x^2 - 11x - 12 = 0 \Rightarrow (x + 4) \cdot (x - 3) \cdot (x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$

b) $x^3 + 3x^2 + 6x + 18 = 0 \Rightarrow (x + 3) \cdot (x^2 + 6) = 0 \Rightarrow x = -3$

c) $\frac{x^3}{8} + \frac{5}{2}x = x^2 + 2 \Rightarrow x^3 - 8x^2 + 20x - 16 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 \cdot (x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$

d) $x^6 + 3x^5 + 3x^4 + x^3 = 0 \Rightarrow x^3 \cdot (x + 1)^3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$

e) $6x^4 - 13x^3 - 7x^2 + 29x = 15 \Rightarrow (x - 1)^2 \cdot (3x - 5) \cdot (2x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{3} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$

2. a) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0 \xrightarrow{z=x^2} z^2 - 7z + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ z = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$

b) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0 \xrightarrow{z=x^2} z^2 + 5z + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = -1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \Rightarrow \text{No tiene solución.} \\ z = -4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-4} \Rightarrow \text{No tiene solución.} \end{cases}$

c) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0 \xrightarrow{z=x^2} z^2 - 7z - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \\ z = -4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-9} \Rightarrow \text{No tiene solución.} \end{cases}$

d) $8x^4 + 9 = 38x^2 \xrightarrow{z=x^2} 8z^2 - 38z + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{2} \\ z = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} = \pm\frac{3\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

3. Se supone que la ecuación de segundo grado resultante tras el cambio de variable tiene solución. Si $b > 0$, las dos soluciones tendrán el mismo signo, porque b es el producto de ambas y si $a > 0$ la suma de ellas será negativa. Por lo tanto, la única opción es que las dos soluciones sean negativas. En ese caso, la ecuación no tiene solución.

4. a) $x^6 - 26x^3 - 27 = 0 \xrightarrow{z=x^3} z^3 - 26z - 27 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = -1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-1} = -1 \\ z = 27 \Rightarrow x = \sqrt[3]{27} = 3 \end{cases}$

b) $16x^8 - 17x^4 + 1 = 0 \xrightarrow{z=x^4} 16z^2 - 17z + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = 1 \Rightarrow x = \sqrt[4]{1} = \pm 1 \\ z = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \pm\frac{1}{2} \end{cases}$

5. a) $\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 - 2y = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 3 \\ x^2 - 2x + 6 = 14 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow y = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = -5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 22 \\ x^2 - 3y^2 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x^2 + 3y^2 = 66 \\ x^2 - 3y^2 = -3 \end{cases} \Rightarrow 7x^2 = 63 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2 \\ x = -3 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2 \end{cases}$

6. $\begin{cases} x \cdot y = 36 \\ x^2 + y^2 = 97 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{36}{x} \\ x^2 + \left(\frac{36}{x}\right)^2 = 97 \end{cases} \Rightarrow x^4 - 97x^2 + 1296 = 0 \xrightarrow{z=x^2} z^2 - 97z + 1296 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = 16 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow y = 9 \\ x = -4 \Rightarrow y = -9 \text{ No es válida.} \end{cases} \\ z = 81 \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \Rightarrow y = 4 \\ x = -9 \Rightarrow y = -4 \text{ No es válida.} \end{cases} \end{cases}$

Luego un cateto mide 4 cm y el otro 9 cm.

Ficha Ecuaciones racionales e irracionales

1. a) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} = 3 \Rightarrow x + 2 = 3x^2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$

b) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{2x+1}{5x} \Rightarrow 5x + 5 \cdot (x+1) = (x+1) \cdot (2x+1) \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

c) $\frac{x}{x+1} - \frac{2x}{x-1} = -\frac{9}{4} \Rightarrow 4x^2 - 4x - 8x^2 - 8x = -9x^2 + 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{3}{5} \end{cases}$

d) $\frac{2x}{x+2} - \frac{x+1}{x-2} = \frac{1-9x}{x^2-4} \Rightarrow 2x(x-2) - (x+2) \cdot (x+1) = 1-9x \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

e) $\frac{x}{1-x} + 1 = \frac{1-2x}{x^2-1} \Rightarrow -(x+1)x + x^2 - 1 = 1 - 2x \Rightarrow x = 2$

2. Si se llama x al número de amigos que al final fueron al apartamento, se tiene que

$\frac{1800}{x} - 50 = \frac{1800}{x+3} \Rightarrow 1800 \cdot (x+3) - 50 \cdot (x^2 + 3x) = 1800x \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -12 \end{cases}$, con lo que fueron al final 9 amigos.

3. a) $\sqrt{3x+1} + x = 9 \Rightarrow 3x+1 = 81 + x^2 - 18x \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 16. \text{ No válida} \end{cases}$

b) $x + \sqrt{2x^2 + 2x - 3} + 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 3 = 1 + x^2 + 2x \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2. \text{ No válida} \end{cases}$

4. a) $\sqrt{x^2 - x} = \sqrt{2x^2 - 2} \Rightarrow x^2 - x = 2x^2 - 2 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$

b) $\sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x+5 = 25 + x - 10\sqrt{x} \Rightarrow 10\sqrt{x} = 20 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$

c) $\sqrt{4x+1} - \sqrt{2x} = 1 \Rightarrow 4x+1 = 1 + 2x + 2\sqrt{2x} \Rightarrow 2x = 2\sqrt{2x} \Rightarrow 4x^2 = 8x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x - y = 1 \\ \frac{y}{x-2} + \frac{2x}{y} = 5 \end{cases} \xrightarrow{x=1+y} \frac{y}{y-1} + \frac{2+2y}{y} = 5 \Rightarrow y^2 + (2+2y)(y-1) = 5(y-1)y \Rightarrow 0 = 2y^2 - 5y + 2 \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \Rightarrow x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases}$

6. $\sqrt{x+1} - 1 = \sqrt{x-6} \Rightarrow x+1+1-2\sqrt{x+1} = x-6 \Rightarrow 8 = 2\sqrt{x+1} \Rightarrow \sqrt{x+1} = 4 \Rightarrow x = 15$

Ficha Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

1. Resuelve estas ecuaciones logarítmicas.

a) $\ln x = -2 \Rightarrow x = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$

b) $\log_2(x+5) = 4 \Rightarrow x+5 = 16 \Rightarrow x = 11$

c) $\log_3 7x = 0,5 \Rightarrow 7x = \sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{7}$

d) $\log x + \log(x-1) = \log 12 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3. \text{ No válida} \end{cases}$

e) $\log(x+1) - \log(x-1) = 1 - \log 6 \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} = \frac{10}{6} \Rightarrow 6x+6 = 10x-10 \Rightarrow x = 4$

f) $4 \log x = 2 \log x + \frac{\log 8}{3} \Rightarrow x^4 = x^2 \cdot \sqrt[3]{8} \Rightarrow x^4 - 2x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0. \text{ No válida} \\ x = -\sqrt{2}. \text{ No válida} \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$

g) $\log(3x^2 + 5x + 30) - \log(3x + 8) = 1 \Rightarrow \frac{3x^2 + 5x + 30}{3x + 8} = 10 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$

2. $\frac{\log A}{2} + \log B = 1 \Rightarrow \sqrt{A} \cdot B = 10 \Rightarrow A \cdot B^2 = 100$

3. a) $2^{3x+1} = 8^{x-4} \Rightarrow 2^{3x+1} = 2^{3x-12} \Rightarrow 3x+1 = 3x-12. \text{ No tiene solución.}$

b) $9^{x-4} - \left(\frac{1}{27}\right)^x = 0 \Rightarrow 3^{2x-8} = 3^{-3x} \Rightarrow 2x-8 = -3x \Rightarrow 5x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{5}$

c) $2^{4x-1} = 3^{2x+5} \Rightarrow (4x-1)\ln 2 = (2x+5)\ln 3 \Rightarrow (4\ln 2 - 2\ln 3)x = 5\ln 3 + \ln 2 \Rightarrow x = \frac{5\ln 3 + \ln 2}{4\ln 2 - 2\ln 3} = 10,75$

4. a) $2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow x = 0 \\ t = 2 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$

b) $9^x - 28 \cdot 3^{x-1} + 3 = 0 \Rightarrow t^2 - \frac{28}{3}t + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 9 \Rightarrow x = 2 \\ t = \frac{1}{3} \Rightarrow x = -1 \end{cases}$

c) $2^{2x+1} - 7 \cdot 2^{x-1} = 1 \Rightarrow 2t^2 - \frac{7}{2}t - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -2. \text{ No válida} \\ t = \frac{1}{4} \Rightarrow x = -2 \end{cases}$

5. $2 \ln x + 1 = \ln 4 \Rightarrow 2 \ln x + \ln e = \ln 4 \Rightarrow e^{x^2} = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{\sqrt{e}} = \frac{2\sqrt{e}}{e} \\ x = -\frac{2}{\sqrt{e}}. \text{ No válida} \end{cases}$

6. $\begin{cases} x - y = 21 \\ \log x + \log y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 21 \\ x \cdot y = 100 \end{cases} \xrightarrow{x=21+y} (21+y) \cdot y = 100 \Rightarrow y^2 + 21y - 100 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -25. \text{ No válida} \\ y = 4 \Rightarrow x = 25 \end{cases}$