

1. Dados los polinomios  $P(x) = x^2 - x + 1$ ;  $Q(x) = 3x - 1$  y  $R(x) = -2x^3 + 3x - 2$ , realiza la siguiente operación: **(1 punto)**

$$P(x) \cdot [Q(x) - R(x)] =$$

2. Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente  $C(x)$  y el resto  $R$  de la división. **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

a)  $-2x^5 + 15x^3 - 8x^2 + x - 5$  dividido por  $x + 3$

b)  $\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x + 1$  dividido por  $x - 4$

3. Factoriza el siguiente polinomio:  $-2x^3 + 4x^2 + 10x - 12$  **(1,5 puntos)**

4. Resuelve la siguiente ecuación:  $x^3 - 13x + 12 = 0$  **(1,5 puntos)**

5. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: **(1 punto)**

$$\frac{3x}{x+2} - \frac{5x}{x-2} - \frac{6x^2}{x^2-4} =$$

6. Utiliza el Teorema del Resto para responder a las siguientes cuestiones:

- a) ¿Cuál es el resto de la división del polinomio  $3x^3 + 4x^2 - 3x + 23$  entre el polinomio  $x + 3$ ? **(1 punto)**
- b) El resto de dividir el polinomio  $3x^3 - kx^2 + 2x - k$  entre  $x - 2$  es igual a 3. Hallar el valor de  $k$ . **(1 punto)**
- c) Halla el valor de  $m$  para que al dividir el polinomio  $(m + 2)x^3 - 2x^2 - 2mx + 1$  entre  $x + 1$  el resto sea 4. **(1 punto)**

1. Dados los polinomios  $P(x) = x^2 - x + 1$ ;  $Q(x) = 3x - 1$  y  $R(x) = -2x^3 + 3x - 2$ , realiza la siguiente operación: **(1 punto)**

$$\begin{aligned} P(x) \cdot [Q(x) - R(x)] &= (x^2 - x + 1) \cdot [(3x - 1) - (-2x^3 + 3x - 2)] = \\ &= (x^2 - x + 1)(3x - 1 + 2x^3 - 3x + 2) = (x^2 - x + 1)(2x^3 + 1) = \\ &= 2x^5 + x^2 - 2x^4 - x + 2x^3 + 1 = \underline{\underline{2x^5 - 2x^4 + 2x^3 + x^2 - x + 1}} \end{aligned}$$

2. Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente  $C(x)$  y el resto  $R$  de la división. **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

- a)  $-2x^5 + 15x^3 - 8x^2 + x - 5$  dividido por  $x + 3$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -3 & -2 & 0 & 15 & -8 & 1 & -5 \\ & & 6 & -18 & 9 & -3 & 6 \\ \hline & -2 & 6 & -3 & 1 & -2 & 1 \end{array}$$

Cociente:  $C(x) = -2x^4 + 6x^3 - 3x^2 + x - 2$

Resto:  $R = 1$

- b)  $\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + 1$  dividido por  $x - 4$

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{4} & 1 \\ & & 1 & 2 & 5 \\ \hline & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{5}{4} & 6 \end{array}$$

Cociente:  $C(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

Resto:  $R = 6$

3. Factoriza el siguiente polinomio:  $-2x^3 + 4x^2 + 10x - 12$  (1,5 puntos)

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & -2 & 4 & 10 & -12 \\
 1 & & -2 & 2 & 12 \\
 \hline
 & -2 & 2 & 12 & 0 \\
 -2 & & 4 & -12 & \\
 \hline
 & -2 & 6 & 0 & \\
 3 & & -6 & & \\
 \hline
 & -2 & 0 & & 
 \end{array}$$

$$\underline{\underline{-2x^3 + 4x^2 + 10x - 12 = -2(x-1)(x+2)(x-3)}}$$

4. Resuelve la siguiente ecuación:  $x^3 - 13x + 12 = 0$  (1,5 puntos)

Factoricemos el polinomio  $x^3 - 13x + 12 = 0$ :

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 0 & -13 & 12 \\
 1 & & 1 & 1 & -12 \\
 \hline
 & 1 & 1 & -12 & 0 \\
 3 & & 3 & 12 & \\
 \hline
 & 1 & 4 & 0 & \\
 -4 & & -4 & & \\
 \hline
 & 1 & 0 & & 
 \end{array}$$

Por tanto la ecuación  $x^3 - 13x + 12 = 0$  es equivalente a  $(x-1)(x-3)(x+4) = 0$

Si un producto de factores es cero, es porque alguno de los factores es cero:

$$\left. \begin{array}{l}
 x-1=0 \Rightarrow x=1 \\
 x-3=0 \Rightarrow x=3 \\
 x+4=0 \Rightarrow x=-4
 \end{array} \right\} \text{SOLUCIONES}$$

(Observa cómo las soluciones coinciden con las raíces del polinomio)

5. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: (1 punto)

$$\begin{aligned}
 \frac{3x}{x+2} - \frac{5x}{x-2} - \frac{6x^2}{x^2-4} &= \frac{3x}{x+2} - \frac{5x}{x-2} - \frac{6x^2}{(x+2)(x-2)} = \\
 &= \frac{3x(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{5x(x+2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{6x^2}{(x+2)(x-2)} = \\
 &= \frac{3x(x-2) - 5x(x+2) - 6x^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{3x^2 - 6x - 5x^2 - 10x - 6x^2}{(x+2)(x-2)} = \\
 &= \frac{-8x^2 - 16x}{(x+2)(x-2)} = \frac{-8x(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \underline{\underline{\frac{-8x}{x-2}}}
 \end{aligned}$$

6. Utiliza el Teorema del Resto para responder a las siguientes cuestiones:

- a) ¿Cuál es el resto de la división del polinomio  $3x^3 + 4x^2 - 3x + 23$  entre el polinomio  $x + 3$ ? (1 punto)

Según el teorema del resto, el resto de dividir  $3x^3 + 4x^2 - 3x + 23$  entre  $x + 3$  coincide con el valor numérico para  $x = -3$ . Por tanto:

$$R = 3 \cdot (-3)^3 + 4 \cdot (-3)^2 - 3 \cdot (-3) + 23 = -81 + 36 + 9 + 23$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{R = -13}}$$

- b) El resto de dividir el polinomio  $3x^3 - kx^2 + 2x - k$  entre  $x - 2$  es igual a 3. Hallar el valor de  $k$ . (1 punto)

Como el resto es 3, el valor numérico de  $3x^3 - kx^2 + 2x - k$  para  $x = 2$  será igual a 3:

$$3 \cdot 2^3 - k \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - k = 3 \Rightarrow 24 - 4k + 4 - k = 3$$

$$\Rightarrow -5k + 28 = 3 \Rightarrow -5k = -25 \Rightarrow k = \frac{-25}{-5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{k = 5}}$$

- c) Halla el valor de  $m$  para que al dividir el polinomio  $(m + 2)x^3 - 2x^2 - 2mx + 1$  entre  $x + 1$  el resto sea 4. (1 punto)

De manera similar al ejercicio anterior:

$$(m+2)(-1)^3 - 2(-1)^2 - 2m(-1) + 1 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m+2)(-1) - 2 \cdot 1 + 2m + 1 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -m - 2 - 2 + 2m + 1 = 4 \Rightarrow m - 3 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{m = 7}}$$