

Ejercicio 1.- Resuelve las siguientes ecuaciones: (3 puntos)

a) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}x = \frac{10}{9}$

b) $x^4 - 48x^2 - 49 = 0$

c) $3x^3 - 10x^2 + 9x - 2 = 0$

d) $2x + \sqrt{6x+1} = 3$

e) $\frac{x}{x+1} + \frac{2x}{x-1} = \frac{15}{4}$

Ejercicio 2.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones: (2 puntos)

a)
$$\begin{cases} \frac{2x}{3} + y + 1 = 0 \\ \frac{x+1}{2} + \frac{y-1}{3} + 1 = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- Resuelve las siguientes inecuaciones: (1 punto)

a) $x^2 - 4x - 5 < 0$

Ejercicio 4.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones: (1 punto)

a)
$$\begin{cases} \frac{2x+5}{3} < x-1 \\ \frac{x}{3} - 1 < \frac{2x-1}{5} \end{cases}$$

Ejercicio 5.- Por la mezcla de 5 Kg. de pintura verde y 3 Kg. de pintura blanca he pagado 69 €. Calcula el precio de un kilogramo de pintura blanca y de pintura verde sabiendo que si mezclase un kilogramo de cada una el precio de la mezcla sería 15 €. (1,5 puntos)

Ejercicio 6.- Halla las dimensiones de un rectángulo del que conocemos su perímetro, 34 m, y su área, 60 m². (1,5 puntos)

1.- a) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}x = \frac{10}{9}$

Solución:

a) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} + \frac{2}{3}x = \frac{10}{9} \rightarrow x^2 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9} \rightarrow$

$\rightarrow x^2 = \frac{9}{9} \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

Las soluciones son $x_1 = 1$ y $x_2 = -1$.

b) $x^4 - 48x^2 - 49 = 0$

Ecuación bicuadrada; hacemos $x^2 = z$ y obtenemos:

$$z^2 - 48z - 49 = 0 \rightarrow z = \frac{48 \pm \sqrt{2304 + 196}}{2} = \frac{48 \pm 50}{2} \begin{cases} \frac{-2}{2} = -1 \\ \frac{98}{2} = 49 \end{cases}$$

Si $z = -1 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow$ no hay solución real

Si $z = 49 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm 7$

Las soluciones son $x_1 = 7$ y $x_2 = -7$.

c) $3x^3 - 10x^2 + 9x - 2 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & -10 & 9 & -2 \\ & & 3 & -7 & 2 \\ \hline & 3 & -7 & 2 & 0 \end{array}$$

$$3x^2 - 7x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{7 \pm 5}{6} \begin{cases} x = 2 \\ x = 1/3 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = \frac{1}{3}$

d) $\sqrt{6x+1} = 3 - 2x$

Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$6x+1 = 9 - 12x + 4x^2 \rightarrow 4x^2 - 18x + 8 = 0 \rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{9 \pm 7}{4} \begin{cases} \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{16}{4} = 4 \end{cases}$$

Comprobamos las posibles soluciones sobre la ecuación:

$$2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{6}{2} + 1} = 1 + \sqrt{4} = 1 + 2 = 3 \rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ es solución.}$$

$$8 + \sqrt{24 + 1} = 8 + \sqrt{25} = 8 + 5 = 13 \rightarrow x = 4 \text{ no es solución.}$$

La única solución es $x = \frac{1}{2}$.

e)) $\frac{x}{x+1} + \frac{2x}{x-1} = \frac{15}{4}$

) Multiplicamos ambos miembros por $4(x+1)(x-1)$:

$$4x(x-1) + 8x(x+1) = 15(x+1)(x-1) \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x^2 - 4x + 8x^2 + 8x = 15x^2 - 15 \rightarrow 12x^2 + 4x = 15x^2 - 15 \rightarrow 3x^2 - 4x - 15 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 180}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{4 \pm 14}{6} \begin{cases} \frac{18}{6} = 3 \\ \frac{-10}{6} = \frac{-5}{3} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\frac{3}{3+1} + \frac{6}{3-1} = \frac{3}{4} + \frac{6}{2} = \frac{3+12}{4} = \frac{15}{4} \rightarrow 3 \text{ es solución.}$$

$$\frac{-5}{\frac{-5}{3}+1} + \frac{-10}{\frac{-5}{3}-1} = \frac{-5}{\frac{-5+3}{3}} + \frac{-10}{\frac{-5-3}{3}} = \frac{-5}{\frac{-2}{3}} + \frac{-10}{\frac{-8}{3}} = \frac{5}{2} + \frac{10}{8} = \frac{20+10}{8} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} \rightarrow \frac{-5}{3} \text{ es solución.}$$

Las soluciones son $x_1 = 3$ y $x_2 = \frac{-5}{3}$.

2.-Solución:

$$d) \begin{cases} 2x + 3y = -3 \\ 3x + 3 + 2y - 2 + 6 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = -3 \\ 3x + 2y = -7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -4x - 6y = 6 \\ 9x + 6y = -21 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{10em}} \\ 5x = -15 \rightarrow x = -3$$

$$2(-3) + 3y = -3 \rightarrow 3y = 3 \rightarrow y = 1$$

Solución: $x = -3$; $y = 1$

$$a) \begin{cases} x = y - 3 \\ (y - 3)^2 + y^2 = 5 \end{cases} \rightarrow y^2 - 6y + 9 + y^2 - 5 = 0 \rightarrow 2y^2 - 6y + 4 = 0$$

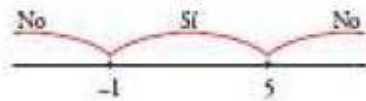
$$y^2 - 3y + 2 = 0 \rightarrow y = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} \begin{cases} y_1 = 1 \rightarrow x_1 = 1 - 3 = -2 \\ y_2 = 2 \rightarrow x_2 = 2 - 3 = -1 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = -2$, $y_1 = 1$; $x_2 = -1$, $y_2 = 2$

3.- Solución

$$c) x^2 - 4x - 5 < 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} 5 \\ -1 \end{cases}$$



Solución: $(-1, 5)$

4.- Solución

$$\begin{cases} \frac{2x+5}{3} < x-1 \rightarrow 2x+5 < 3x-3 \rightarrow -x < -8 \rightarrow x > 8 \\ \frac{x}{3} - 1 < \frac{2x-1}{5} \rightarrow 5x-15 < 6x-3 \rightarrow -x < 12 \rightarrow x > -12 \end{cases}$$



Solución: $(8, +\infty)$

5.- Solución

Por la mezcla de 5 kg de pintura verde y 3 kg de pintura blanca he pagado 69 €. Calcula el precio de un kilogramo de pintura blanca y de pintura verde sabiendo que si mezclase un kilogramo de cada una el precio de la mezcla sería 15 €.

$$\begin{cases} 5x + 3y = 69 \\ x + y = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 3y = 69 \\ -3x - 3y = -45 \end{cases}$$

$$\hline 2x = 24 \rightarrow x = 12$$

$$y = 15 - x \rightarrow y = 15 - 12 = 3$$

La pintura verde cuesta 12 € el kilogramo, y la blanca, 3 €.

6.- Solución

Halla las dimensiones de un rectángulo del que conocemos su perímetro, 34 m, y su área, 60 m².



$$\begin{cases} x + y = 17 \\ xy = 60 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 17 - x \\ x(17 - x) = 60 \rightarrow 17x - x^2 - 60 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 17x + 60 = 0 \rightarrow x = \frac{17 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{17 \pm 7}{2} = \begin{cases} 12 \\ 5 \end{cases}$$

$$\text{Si } x = 12 \rightarrow y = 5$$

$$\text{Si } x = 5 \rightarrow y = 12$$

Las dimensiones del rectángulo son 5 m y 12 m.