

## EJERCICIOS de TRIGONOMETRÍA

### Grados y radianes:

1. Pasar los siguientes ángulos a radianes:

- a)  $30^\circ$       b)  $45^\circ$       c)  $60^\circ$       d)  $90^\circ$       e)  $180^\circ$       f)  $270^\circ$       g)  $360^\circ$   
 h)  $135^\circ$       i)  $235^\circ$       j)  $75^\circ$

(Sol: a)  $\pi/6$  rad; b)  $\pi/4$  rad; c)  $\pi/3$  rad; d)  $\pi/2$  rad; e)  $\pi$  rad; f)  $3\pi/2$  rad; g)  $2\pi$  rad; h)  $3\pi/4$  rad; i)  $47\pi/36$  rad; j)  $5\pi/12$  rad)

2. Pasar los siguientes ángulos, expresados en radianes, a grados sexagesimales:

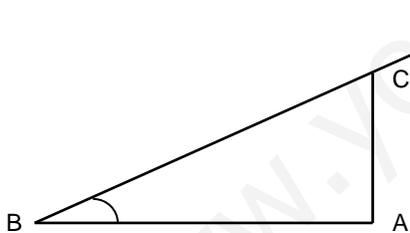
- a)  $2\pi/3$  rad    b)  $\pi/5$  rad    c)  $4\pi/3$  rad    d)  $3\pi/4$  rad    e)  $5\pi/6$  rad    f)  $\pi/10$  rad    g)  $0,2$  rad  
 h)  $1$  rad      (Sol: a)  $120^\circ$ ; b)  $36^\circ$ ; c)  $240^\circ$ ; d)  $135^\circ$ ; e)  $150^\circ$ ; f)  $18^\circ$ ; g)  $\cong 11^\circ 27' 33''$ ; h)  $\cong 57^\circ 17' 45''$ )

3. Completar en el cuaderno la siguiente tabla:

Grados	105°		320°		305°		35°
Radianes		$4\pi/9$ rad		$7\pi/15$ rad		$16\pi/3$ rad	

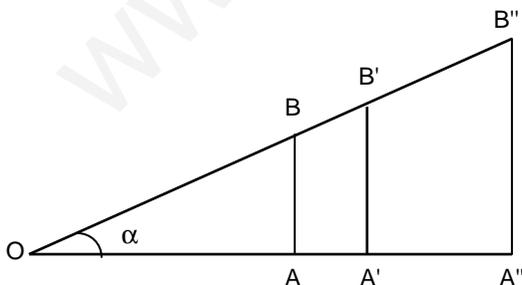
### Definición de las razones trigonométricas:

4.



En el triángulo rectángulo de la figura medir sus lados, en mm, y hallar  $\sin B$ ,  $\cos B$  y  $\operatorname{tg} B$ . Medir a continuación  $B$  con el transportador de ángulos y comprobar con la calculadora lo obtenido antes (usar 4 decimales).

5.



Comprobar en la figura adjunta que el  $\sin \alpha$  sólo depende del ángulo y no del triángulo (usar 4 decimales).

6. Utilizando el transportador de ángulos, dibujar sobre papel milimetrado un triángulo rectángulo que tenga un ángulo de  $30^\circ$ , y medir a continuación sus lados para obtener  $\sin 30^\circ$ ,  $\cos 30^\circ$  y  $\operatorname{tg} 30^\circ$ ; comparar finalmente los valores obtenidos con los que proporciona la calculadora (usar 4 decimales).

7. Utilizar la calculadora para obtener, con cuatro decimales bien aproximados, las siguientes razones trigonométricas:

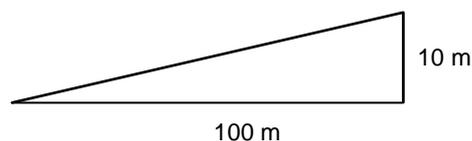
- |   |                                    |                                     |   |                                 |
|---|------------------------------------|-------------------------------------|---|---------------------------------|
| a) $\sin 75^\circ$                          | b) $\cos 40^\circ$                 | c) $\operatorname{tg} 75^\circ 23'$ | d) $\sin 23^\circ 5' 24''$                | e) $\cos 18^\circ 32' 37''$     |
| f) $\sec 27^\circ$                          | g) $\operatorname{cosec} 36^\circ$ | h) $\operatorname{tg} 35^\circ 30'$ | i) $\operatorname{ctg} 32^\circ 25' 13''$ | j) $\operatorname{tg} 90^\circ$ |
| k) $\operatorname{cosec} 67^\circ 34' 23''$ | l) $\sin \pi/3 \text{ rad}$        | m) $\cos 2\pi/5 \text{ rad}$        | n) $\operatorname{tg} \pi/4 \text{ rad}$  | o) $\sin 120^\circ$             |
| p) $\cos 120^\circ$                         | q) $\sin 225^\circ$                | r) $\operatorname{tg} 225^\circ$    | s) $\operatorname{tg} 45^\circ$           | t) $\cos \pi \text{ rad}$       |

8. **TEORÍA:** ¿Puede ser el seno o el coseno de un ángulo mayor que 1? ¿Y la tangente? ¿Hay alguna restricción para la secante o cosecante? (Soluc: NO; Sí; siempre son mayores que 1)

9. Hallar  $\alpha$  en los siguientes casos, utilizando la calculadora solamente cuando sea estrictamente necesario:

- |                                     |   |  |                        |                        |
|-------------------------------------|---|--|------------------------|------------------------|
| a) $\sin \alpha = 0,8$              | b) $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$    | c) $\cos \alpha = \sqrt{3}/2$                  | d) $\sin \alpha = 1/2$ | e) $\cos \alpha = 1,5$ |
| f) $\operatorname{tg} \alpha = 1,5$ | g) $\sin \alpha = 1$                        | h) $\cos \alpha = 1$                           | i) $\sin \alpha = 0$   | j) $\cos \alpha = 0$   |
| k) $\sec \alpha = 2$                | l) $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3}/3$ | m) $\operatorname{cosec} \alpha = 2\sqrt{3}/3$ | n) $\sec \alpha = 1$   |                        |

10. Cuando una señal de tráfico indica que la pendiente de una carretera es p. ej. del 10 %, quiere decir que por cada 100 m de trayecto horizontal la carretera asciende 10 m. Comprobar que la pendiente de una carretera coincide entonces con la tangente del ángulo de inclinación  $\alpha$ . ¿Cuánto vale  $\operatorname{tg} \alpha$  en ese ejemplo? (Soluc:  $\operatorname{tg} \alpha = 0,1$ )



11. Supongamos que ascendemos por una carretera de montaña cuya pendiente media es del 7 % durante 10 km. ¿Cuánto hemos ganado en altitud? (Soluc:  $\cong 698 \text{ m}$ )

12. Un puerto mítico en el ciclismo es *Galibier*, situado en los Alpes franceses. A lo largo de los últimos cien años se han escrito allí algunas de las páginas más gloriosas del ciclismo. Por una de sus vertientes la ascensión comienza en Le Monêtier-Les-Bains, que está a 1470 m sobre el nivel del mar, y se alcanzan los 2645 m del Galibier, después de recorrer 22,5 km. ¿Cuál es su pendiente media?

13. **TEORÍA:** ¿Puede existir un ángulo tal que su tangente y su coseno sean iguales? Razonar la respuesta. (Soluc: NO)

## Relaciones entre las razones trigonométricas:

- 14.** a) Comprobar la relación fundamental con  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$  (sin utilizar decimales ni calculadora)  
b) Comprobar, mediante calculadora, la relación fundamental para  $17^\circ$
- 15.** Comprobar la relación  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 / \cos^2 \alpha$  con  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$  (sin utilizar decimales ni calculadora)
- 16.** De un ángulo agudo se sabe que su seno es  $3/5$ . Mediante identidades trigonométricas, hallar sus restantes razones. (Soluc:  $\cos \alpha = 4/5$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = 3/4$ )
- 17.** Sabiendo que  $\cos \alpha = 0,2$ , hallar sus restantes razones: a) mediante identidades trigonométricas; b) mediante calculadora. (Soluc:  $\operatorname{sen} \alpha = 2\sqrt{6}/5$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{6}$ )
- 18.** De un ángulo agudo se sabe que su tangente vale 2. Mediante identidades trigonométricas, hallar sus restantes razones. (Soluc:  $\operatorname{sen} \alpha = 2\sqrt{5}/5$ ;  $\cos \alpha = \sqrt{5}/5$ )
- 19.** Dado un ángulo agudo  $\alpha$ , encontrar, aplicando identidades trigonométricas, las restantes razones, sabiendo que:
- a)  $\operatorname{sen} \alpha = 5/6$     b)  $\cos \alpha = 5/12$     c)  $\operatorname{tg} \alpha = 5/12$     d)  $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{6}/2$     e)  $\operatorname{sec} \alpha = \sqrt{5}$     f)  $\operatorname{sen} \alpha = 2/3$   
g)  $\cos \alpha = 1/3$     h)  $\operatorname{tg} \alpha = 4/3$     i)  $\operatorname{cosec} \alpha = \sqrt{5}$     j)  $\operatorname{cosec} \alpha = 3\sqrt{2}/2$
- (Soluc: a)  $\cos \alpha = \sqrt{11}/6$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 5\sqrt{11}/11$ ; b)  $\operatorname{sen} \alpha = \sqrt{119}/12$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{119}/5$ ; c)  $\operatorname{sen} \alpha = 5/13$ ,  $\cos \alpha = 12/13$ ;  
d)  $\operatorname{sen} \alpha = \sqrt{10}/5$ ,  $\cos \alpha = \sqrt{15}/5$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{6}/3$ ; e)  $\operatorname{sen} \alpha = 2\sqrt{5}/5$ ,  $\cos \alpha = \sqrt{5}/5$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 2$ ; f)  $\cos \alpha = \sqrt{5}/3$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{5}/5$ ;  
g)  $\operatorname{sen} \alpha = 2\sqrt{2}/3$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}$ ; h)  $\operatorname{sen} \alpha = 4/5$ ,  $\cos \alpha = 3/5$ ; i)  $\operatorname{sen} \alpha = \cos \alpha = \sqrt{2}/2$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 1$ ;  
j)  $\operatorname{sen} \alpha = \sqrt{2}/3$ ,  $\cos \alpha = \sqrt{7}/3$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{14}/7$ )
- 20.** Dado un ángulo agudo  $\alpha$  tal que  $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{11}$ , se pide:
- a) Hallar, aplicando identidades trigonométricas,  $\operatorname{sen} \alpha$ ,  $\cos \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$  (resultados racionalizados)  
(Soluc:  $\operatorname{sen} \alpha = \sqrt{3}/6$ ,  $\cos \alpha = \sqrt{33}/6$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{11}/11$ )  
b) Obtener, mediante calculadora, de qué  $\alpha$  se trata. (Soluc:  $\alpha \cong 16^\circ 46' 43''$ )
- 21.** Dado un ángulo  $\alpha$  tal que  $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ , se pide:
- a) Hallar, aplicando identidades trigonométricas,  $\operatorname{sen} \alpha$ ,  $\cos \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$  (resultados racionalizados)  
b) Obtener, sin calculadora, de qué  $\alpha$  se trata. (Soluc:  $\operatorname{sen} \alpha = \sqrt{3}/2$ ,  $\cos \alpha = 1/2$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$ ;  $\alpha = 60^\circ$ )
- 22.** a) Dado  $\cos \alpha = \sqrt{6}/3$  obtener, mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas,  $\operatorname{sen} \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$ , dando los resultados simplificados y racionalizados (no se puede utilizar decimales).  
b) Averiguar, mediante calculadora, de qué ángulo  $\alpha$  se trata, explicando el resultado.
- 23.** a) Dada  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}/2$  obtener, mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas,  $\operatorname{sen} \alpha$ ,  $\cos \alpha$  y  $\operatorname{ctg} \alpha$  (Dar los resultados simplificados y racionalizados; no se puede utilizar decimales)  
(Soluc:  $\operatorname{sen} \alpha = \sqrt{21}/7$ ,  $\cos \alpha = 2\sqrt{7}/7$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = 2\sqrt{3}/3$ )  
b) Averiguar razonadamente, mediante calculadora,  $\alpha$  (Soluc:  $\alpha \cong 40^\circ 53' 36''$ )

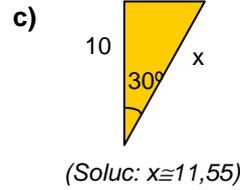
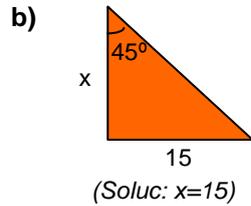
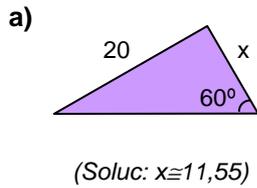
- 24.** Dado un ángulo agudo  $\alpha$  tal que  $\sec \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ , se pide:
- a) Hallar, aplicando identidades trigonométricas,  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$  (resultados racionalizados)  
(Soluc:  $\sin \alpha = \sqrt{7}/3$ ,  $\cos \alpha = \sqrt{2}/3$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{14}/2$ )
- b) Obtener, mediante calculadora, de qué  $\alpha$  se trata. (Soluc:  $\alpha \cong 61^\circ 52' 28''$ )
- 25.** Dada  $\operatorname{ctg} \alpha = 2$ , hallar  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$  mediante identidades trigonométricas y sin utilizar decimales. ¿Cuánto vale  $\alpha$ ? (Soluc:  $\sin \alpha = \sqrt{5}/5$ ,  $\cos \alpha = 2\sqrt{5}/5$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 1/2$ ;  $\alpha \cong 26^\circ 33' 54''$ )
- 26.** a) Dada  $\sec \alpha = \sqrt{2}$  hallar, mediante identidades trigonométricas,  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$  (No vale utilizar decimales)
- b) ¿De qué ángulo  $\alpha$  se trata? (Soluc:  $\sin \alpha = \sqrt{2}/2$ ,  $\cos \alpha = \sqrt{2}/2$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 1$ ;  $\alpha = 45^\circ$ )
- 27.** a) ¿Puede existir un ángulo tal que  $\sin \alpha = 1/5$  y  $\cos \alpha = 3/5$ ? (no vale calculadora)
- b) Ídem para  $\operatorname{tg} \alpha = 4/3$  y  $\cos \alpha = 3/5$
- 28.** a) Dado un ángulo  $\alpha$  tal que  $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3}$ , obtener, mediante fórmulas trigonométricas,  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$
- b) Obtener, sin calculadora,  $\alpha$  (Soluc:  $\sin \alpha = 1/2$ ,  $\cos \alpha = \sqrt{3}/2$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}/3$ ;  $\alpha = 30^\circ$ )

### Resolución de triángulos rectángulos:

- 29.** Resolver los siguientes triángulos, rectángulos en A, aplicando, siempre que sea posible relaciones trigonométricas (¡no el teorema de Pitágoras!); hallar también su área:
- a)  $a=320$  m,  $B=47^\circ$  (Soluc:  $C=43^\circ$ ;  $b \cong 234,03$  m;  $c \cong 218,24$  m;  $S_{ABC} \cong 25537,64$  m<sup>2</sup>)
- b)  $b=32,8$  cm,  $B=22^\circ$  (Soluc:  $C=68^\circ$ ;  $a \cong 87,56$  cm;  $c \cong 81,18$  cm;  $S_{ABC} \cong 1331,40$  cm<sup>2</sup>)
- c)  $a=42,5$  m,  $b=35,8$  m (Soluc:  $B \cong 57^\circ 23' 22''$ ;  $C \cong 32^\circ 36' 38''$ ;  $c \cong 22,90$  m;  $S_{ABC} \cong 409,99$  m<sup>2</sup>)
- d)  $b=8$  mm,  $c=6$  mm (Soluc:  $B \cong 53^\circ 7' 48''$ ;  $C \cong 36^\circ 52' 12''$ ;  $a=10$  mm;  $S_{ABC} = 24$  mm<sup>2</sup>)
- e)  $c=42,7$  dam,  $C=31^\circ$  (Soluc:  $B=59^\circ$ ;  $a \cong 82,91$  dam;  $b \cong 71,06$  dam;  $S_{ABC} \cong 1517,23$  dam<sup>2</sup>)
- f)  $a=8$  km,  $b=6$  km (Soluc:  $B \cong 48^\circ 35' 25''$ ;  $C \cong 41^\circ 24' 35''$ ;  $c \cong 5,29$  km;  $S_{ABC} \cong 15,87$  km<sup>2</sup>)
- g)  $a=13$  m,  $c=5$  m (Soluc:  $B \cong 67^\circ 22' 48''$ ;  $C \cong 22^\circ 37' 12''$ ;  $b=12$  m;  $S_{ABC} = 30$  m<sup>2</sup>)
- h)  $c=124$  dm,  $B=67^\circ 21'$  (Soluc:  $C \cong 22^\circ 39'$ ;  $a \cong 321,99$  dm;  $b \cong 297,16$  dm;  $S_{ABC} \cong 18423,90$  dm<sup>2</sup>)
- i)  $a=12,65$  cm,  $C=48^\circ 10'$  (Soluc:  $B=41^\circ 50'$ ;  $b \cong 8,44$  cm;  $c \cong 9,43$  cm;  $S_{ABC} \cong 39,76$  cm<sup>2</sup>)
- j)  $a=75$  m,  $C=35^\circ$  (Soluc:  $B=55^\circ$ ;  $b \cong 61,44$  m;  $c \cong 43,02$  m)
- k)  $b=36$ ,  $C=35^\circ$  (Soluc:  $B=55^\circ$ ;  $a \cong 43,95$ ;  $c \cong 25,21$ )
- l)  $a=15$  mm,  $b=12$  mm (Soluc:  $B \cong 53^\circ 7' 48''$ ;  $C \cong 36^\circ 52' 12''$ ;  $c=9$  mm;  $S_{ABC} \cong 54$  mm<sup>2</sup>)
- m)  $b=24$  m,  $c=8$  m (Soluc:  $B \cong 71^\circ 33' 54''$ ;  $C \cong 18^\circ 26'$ ;  $a \cong 25,30$  m)
- n)  $b=12$  cm,  $c=4$  cm (Soluc:  $B \cong 71^\circ 34'$ ;  $C \cong 18^\circ 26'$ ;  $a \cong 12,65$  cm)
- o)  $b=212$  m,  $c=165$  m (Soluc:  $B \cong 52^\circ 6' 23''$ ;  $C \cong 37^\circ 53' 37''$ ;  $a \cong 268,64$  m;  $S_{ABC} = 17490$  m<sup>2</sup>)
- p)  $B=35^\circ$ ,  $a=4$  cm (Soluc:  $C=55^\circ$ ;  $b \cong 2,3$  cm;  $c \cong 3,3$  cm)
- q)  $b=5$  cm,  $B=80^\circ$  (Soluc:  $C=10^\circ$ ;  $a \cong 5,1$  cm;  $c \cong 0,9$  cm)
- r)  $a=28$  cm,  $C=4^\circ$  (Soluc:  $B=86^\circ$ ;  $b \cong 27,93$  cm;  $c \cong 1,95$  cm;  $S_{ABC} \cong 2,20$  cm<sup>2</sup>)

30. Resolver, sin calculadora, un triángulo de datos:  $A=90^\circ$ ,  $b=\sqrt{3}$ ,  $c=1$  (Soluc:  $a=2$ ,  $B=60^\circ$ ,  $C=30^\circ$ )

31. Hallar el valor del lado  $x$  en los siguientes triángulos rectángulos:



32. Resolver un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 3 cm y uno de sus catetos 1 cm. Hallar su área. (Soluc:  $\approx 19^\circ 28' 16''$ ,  $\approx 70^\circ 31' 44''$ ,  $\approx 2,83$  cm;  $S \approx 1,41$  cm<sup>2</sup>)

33. Las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo son 5 y 12 cm. Hallar sus restantes elementos y calcular su área. (Soluc: 13 cm;  $\approx 67^\circ 22' 48''$ ,  $\approx 22^\circ 37' 12''$ ,  $S = 30$  cm<sup>2</sup>)

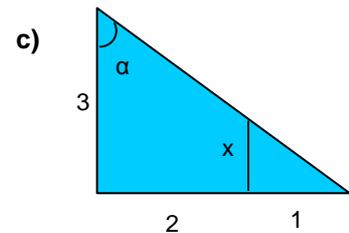
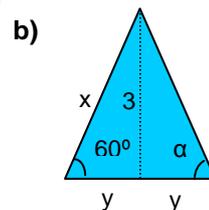
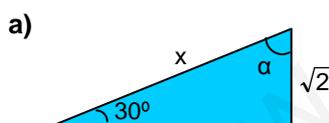
34. TEORÍA: a) Probar que si un triángulo rectángulo tiene un ángulo de  $60^\circ$ , entonces la hipotenusa es igual al doble del cateto menor.

b) Demostrar que el cuadrado construido sobre la diagonal de un cuadrado cualquiera tiene siempre un área doble que la del cuadrado original.

35. En el triángulo rectángulo de la figura, calcular los elementos desconocidos y obtener su área:

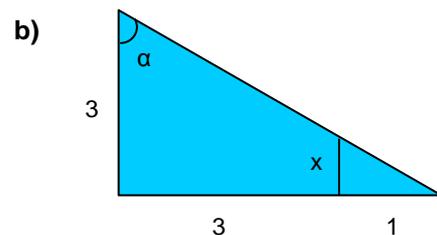
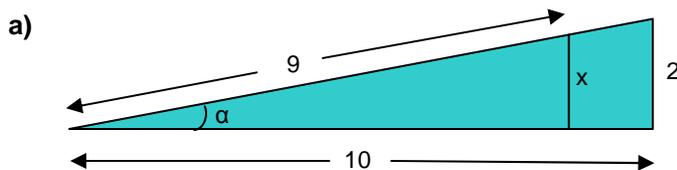


36. Hallar las incógnitas en los siguientes triángulos (no utilizar calculadora sino raíces, dando además el resultado racionalizado):



(Soluc: a)  $\alpha=60^\circ$ ,  $x=2\sqrt{2}$ ; b)  $\alpha=60^\circ$ ,  $x=2\sqrt{3}$ ,  $y=\sqrt{3}$ ; c)  $\alpha=45^\circ$ ,  $x=1$ )

37. Ídem, pero con calculadora:

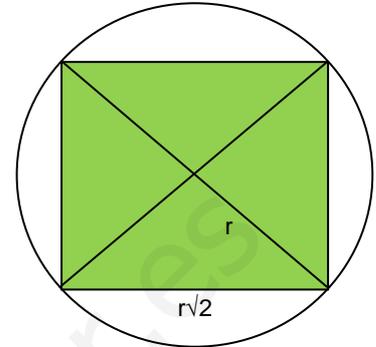


(Soluc: a)  $\alpha \approx 53^\circ 7' 48''$ ;  $x=0,75$ ; b)  $\alpha \approx 11^\circ 18' 36''$ ;  $x \approx 1,77$ )

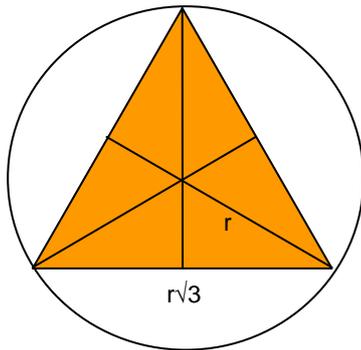
**38. CUESTIÓN TEÓRICA:** Cuando el gran sabio griego Tales de Mileto viajó a Egipto, le fue preguntado cuál podría ser la altura de la pirámide de Keops, por supuesto desconocida y jamás medida. Tales reflexionó unos segundos y contestó así: «Me echaré sobre la arena y determinaré la longitud de mi cuerpo. Después, me pondré en un extremo de esta línea que mide mi longitud y esperaré hasta que mi sombra sea igual de larga. En ese instante, la sombra de la pirámide ha de medir tantos pasos como su altura». Justificar la genial respuesta del gran sabio.

**39. CUESTIÓN TEÓRICA:**

a) Demostrar que el lado del cuadrado inscrito (ver figura dcha.) en una circunferencia de radio  $r$  mide  $r\sqrt{2}$ .



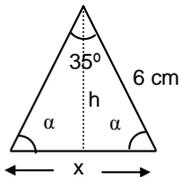
b) Demostrar que el lado del triángulo equilátero inscrito en una circunferencia (ver figura izda.) de radio  $r$  mide  $r\sqrt{3}$ .



**40. CUESTIÓN TEÓRICA:** Si un rectángulo tiene mayor perímetro que otro, ¿necesariamente tendrá mayor área? Indicar ejemplos. (Soluc: no necesariamente)

### Resolución de triángulos oblicuángulos:

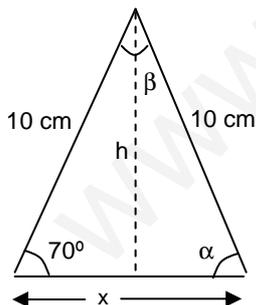
**41.**



En el triángulo de la figura hallar:

- a)  $\alpha$  y  $x$  (Soluc:  $\alpha \cong 72^\circ 30'$ ;  $x \cong 3,61$  cm)
- b)  $h$  y área (Soluc:  $h \cong 5,72$  cm;  $S \cong 10,32$  cm<sup>2</sup>)

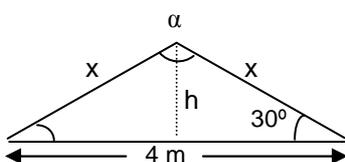
**42.**



En el triángulo isósceles de la figura, hallar razonadamente:

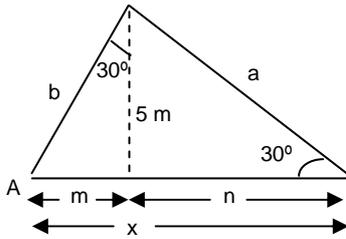
- a)  $\alpha$  y  $\beta$
- b) altura  $h$
- c) base  $x$
- d) área  
(Soluc:  $\alpha=70^\circ$ ,  $\beta=40^\circ$ ,  $h \cong 9,4$  cm,  $x \cong 6,84$  cm;  $S \cong 32,14$  cm<sup>2</sup>)

**43.** Dado el triángulo isósceles de la figura, hallar:



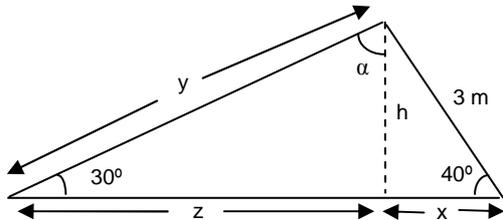
- a) El ángulo desigual  $\alpha$
- b) Los lados iguales  $x$
- c) La altura  $h$
- d) El área del triángulo.  
(Soluc:  $\alpha=120^\circ$ ,  $x \cong 2,31$  m,  $h \cong 1,15$  m;  $S \cong 2,31$  m<sup>2</sup>)

44.



En el triángulo de la figura, calcular: **A**, **b**, **m**, **n**, **a** y **x**. Hallar su área.  
(Soluc:  $A=60^\circ$ ,  $b \cong 5,77 \text{ m}$ ,  $m \cong 2,89 \text{ m}$ ,  $n \cong 8,66 \text{ m}$ ,  $a=10 \text{ m}$ ,  $x \cong 11,55 \text{ m}$ ;  $S \cong 28,87 \text{ m}^2$ )

45.



Dado el triángulo de la figura se pide:

a) Hallar  $\alpha$ ,  $h$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$

b) Calcular su área.

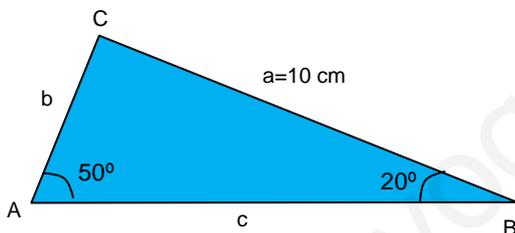
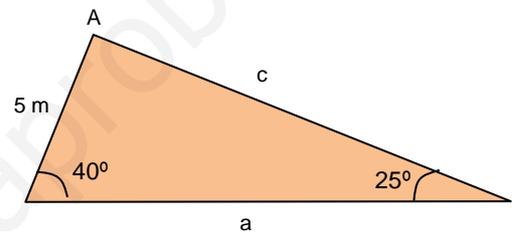
(Soluc:  $\alpha = 60^\circ$ ,  $h \cong 1,93 \text{ m}$ ,  $x \cong 2,30 \text{ m}$ ,  $y \cong 3,86 \text{ m}$ ,  $z \cong 3,34 \text{ m}$ ;  $S \cong 5,44 \text{ m}^2$ )

46. **TEORÍA:** ¿Cuántas alturas tiene un triángulo? Dibujar un triángulo acutángulo, y trazar sus tres alturas.  
¿Qué ocurre si el triángulo es obtusángulo?

47. a) Resolver el triángulo de la figura derecha —es decir, hallar **A**, **a** y **c**—, trazando para ello previamente la altura correspondiente al lado **a**.

b) Hallar su área.

(Soluc:  $A = 115^\circ$ ,  $a \cong 10,72 \text{ m}$ ,  $c \cong 7,60 \text{ m}$ ,  $S \cong 17,21 \text{ m}^2$ )

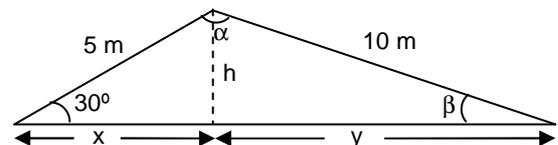


48. En el triángulo de la figura izquierda hallar **C**, **b** y **c**, trazando para ello previamente una altura. Hallar también su área.

(Soluc:  $C = 110^\circ$ ,  $b \cong 4,46 \text{ cm}$ ,  $c \cong 12,27 \text{ cm}$ ,  $S \cong 20,98 \text{ cm}^2$ )

49. En el triángulo de la figura, se pide: a) Hallar  $h$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $\alpha$  y  $\beta$   
b) Calcular su área.

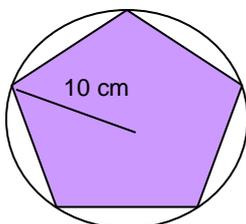
(Soluc:  $h \cong 2,5 \text{ m}$ ;  $x \cong 4,33 \text{ m}$ ;  $y \cong 9,68 \text{ m}$ ;  $\alpha \cong 135^\circ 31' 20''$ ;  $\beta \cong 14^\circ 28' 39''$ ;  $A \cong 17,52 \text{ m}^2$ )



### Problemas de planteamiento:

50. Los lados iguales de un triángulo isósceles miden 20 cm y cada uno de los ángulos iguales mide  $25^\circ$ . Resolver el triángulo y calcular su área. (Soluc:  $\alpha=130^\circ$ ,  $x=36,25 \text{ cm}$ ;  $S=153,21 \text{ cm}^2$ )

51.

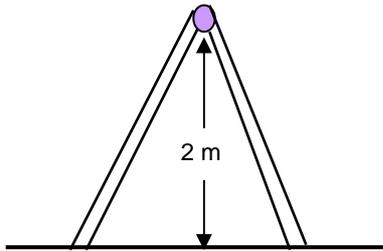


Si el radio de un pentágono regular mide 10 cm, ¿cuánto mide el lado? ¿Cuál es su área?

(Soluc:  $\cong 11,76 \text{ cm}$  y  $\cong 237,76 \text{ cm}^2$  respectivamente)

52. Calcular el valor de la apotema de un decágono regular de lado 20 cm. ¿Cuál es su área? Comprobar que se verifica la fórmula  $S=p \cdot a/2$ , donde  $p$  es el perímetro y  $a$  la apotema.
53. Calcular el área de un decágono regular y de un octógono regular, ambos de 6 cm de lado. ¿Cuál es mayor?
54. Determinar la superficie de un hexágono regular inscrito en un círculo de 9 cm de radio.

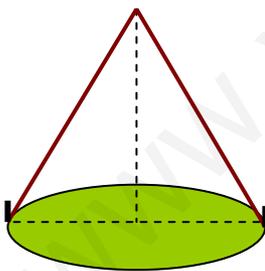
55.



Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de  $60^\circ$ . Si la altura de la escalera, estando abierta, es de 2 metros, ¿qué longitud deberá tener cada brazo? (Soluc:  $\cong 2,31$  m)

56. Un niño está haciendo volar su cometa. Ha soltado ya la totalidad del hilo, 47 m, y observa que el ángulo que forma la cuerda con el suelo es aproximadamente  $45^\circ$ . ¿A qué altura se encuentra la cometa? (Soluc:  $\cong 33,23$  m)
57. Calcular la altura de una torre sabiendo que su sombra mide 13 m cuando los rayos del sol forman  $50^\circ$  con el suelo. (Soluc:  $\cong 15,49$  m)
58. Desde lo alto de un faro colocado a 40 m sobre el nivel del mar se ve un barco formando un ángulo de  $55^\circ$  con la horizontal. ¿A qué distancia de la costa se halla el barco? (Soluc:  $\cong 28$  m)
59. Un avión vuela a 350 m de altura, observando el piloto que el ángulo de depresión del aeropuerto próximo es de  $15^\circ$ . ¿Qué distancia respecto a la vertical le separa del mismo en ese instante? (Soluc:  $\cong 1306$  m)

60.



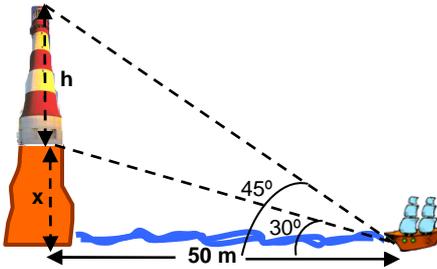
Una tienda de campaña tiene forma cónica. La parte central tiene una altura de 4 m y está sujeta en el suelo con dos cables de 12 m de longitud. Calcular:

- a) El ángulo que forman los cables con el suelo.  
 b) La distancia entre los dos puntos de anclaje (Sin aplicar el teorema de Pitágoras).

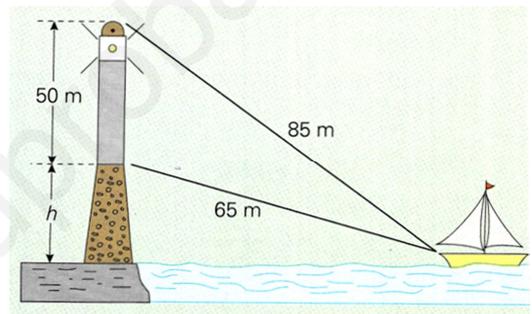
(Soluc:  $\cong 19^\circ 28' 16''$ ;  $\cong 22,63$  m)

61. En un tramo de carretera la pendiente es del 6%. ¿Cuánto asciende un ciclista que recorra un kilómetro? (Soluc: 60 m)
62. Una escalera de bomberos de 10 m de longitud se ha fijado en un punto de la calzada. Si se apoya sobre una de las fachadas forma un ángulo con el suelo de  $45^\circ$  y si se apoya sobre la otra forma un ángulo de  $30^\circ$ . Hallar la anchura de la calle. ¿Qué altura se alcanza sobre cada fachada? (Soluc: anchura  $\cong 15,73$  m; altura 7,07 y 5 m respectivamente)
63. Si las puntas de un compás, abierto, distan 6,25 cm y cada rama mide 11,5 cm, ¿qué ángulo forman? (Soluc:  $\cong 31^\circ 32'$ )

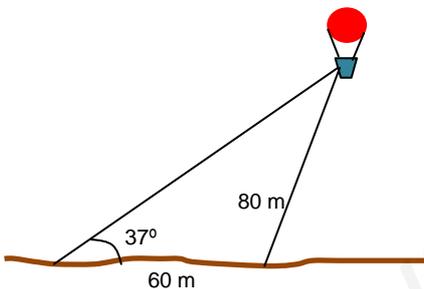
64. Una escalera de 4 metros está apoyada contra la pared. ¿Cuál será su inclinación si su base dista 2 metros de la pared? (Soluc:  $60^\circ$ )
65. De un triángulo rectángulo se sabe que un ángulo agudo mide  $45^\circ$  y uno de sus catetos 5 cm. ¿Cuánto mide el otro cateto, la hipotenusa y el otro ángulo agudo? (Soluc: 5 cm,  $\cong 7,07$  cm,  $45^\circ$ )
66. Calcular los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 12 y 8 cm. (Soluc:  $112^\circ 37'$  y  $67^\circ 23'$ )
67. La base de un triángulo isósceles mide 54 cm y los ángulos en la base  $42^\circ$ . Calcular los lados iguales, la altura y el área. (Soluc:  $\cong 36,3$  cm,  $\cong 24,3$  cm y  $\cong 656,1$  cm<sup>2</sup>)



68. Si la sombra de un poste es la mitad de su altura, ¿qué ángulo forman los rayos del sol con el suelo? (Sol:  $63^\circ 26'$ )
69. En la figura de la izquierda, hallar la altura del acantilado, x, y la del faro, h. (Sol: 28,87 y 21,13 m, respectivamente)



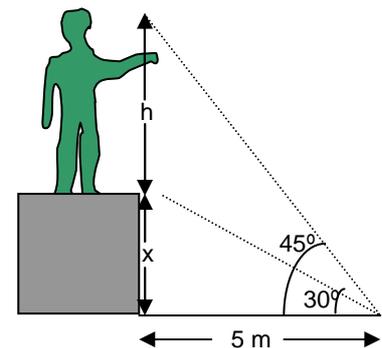
70. En la figura adjunta aparece un faro situado bajo un promontorio. Hallar la altura, h, de éste último. (Ayuda: Aplicar el teorema de Pitágoras dos veces) (Sol: 5 m)



71. Un globo aerostático se encuentra sujeto al suelo mediante dos cables de acero, en dos puntos que distan 60m. El cable más corto mide 80 m y el ángulo que forma el otro cable con el suelo es de  $37^\circ$ . Hallar la altura del globo y la longitud del cable más extenso. (Ayuda: Trazar la altura correspondiente al lado del cable más extenso). (Soluc:  $\cong 71,80$ m;  $\cong 119,31$ m)

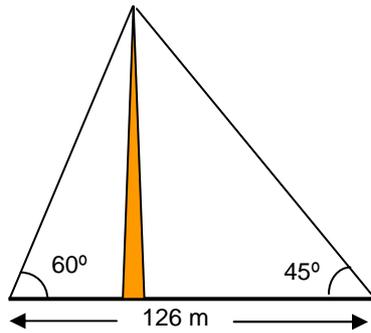
### Método de doble observación:

72. Desde un punto del suelo situado a 5 m de la base de un pedestal se ve la parte superior de éste bajo un ángulo de  $30^\circ$ , mientras que la parte superior de la estatua que descansa sobre él se ve bajo un ángulo de  $45^\circ$  (ver figura). Hallar la altura del pedestal y de la estatua. (Soluc:  $\cong 2,89$  m y  $\cong 2,11$  m respectivamente)



73. Queremos conocer el ancho de un río y la altura de un árbol inaccesible que está en la orilla opuesta. Para ello nos situamos en la orilla del río y vemos la copa del árbol bajo un ángulo de  $41^\circ$ . A continuación retrocedemos 25 m y vemos ahora el árbol bajo un ángulo de  $23^\circ$ . Hallar el ancho del río y la altura del árbol. (Soluc:  $\cong 23,86$  m y  $\cong 20,74$  m respectivamente)

74. Considerar el triángulo de datos:  $a=10$  m,  $B=30^\circ$ ,  $C=45^\circ$ . Resolverlo, trazando previamente la altura correspondiente al lado a, y hallar su área. (Ayuda: Plantear un sistema de ecuaciones) (Soluc:  $A = 105^\circ$ ,  $b \cong 5,18$  m,  $c \cong 7,32$  m,  $S \cong 18,3$  m<sup>2</sup>)



- 75.** Una antena está sujeta al suelo por dos cables de acero, como indica la figura. Calcular la altura de la antena y la longitud de los dos cables.

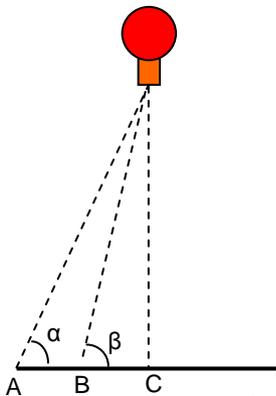
(Soluc:  $\approx 79,88$  m,  $\approx 92,24$  m,  $\approx 112,97$  m respectivamente)

- 76.** Desde cierto punto del suelo se ve el punto más alto de una torre formando un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Si nos acercamos 75 m hacia el pie de la torre, este ángulo se hace de  $60^\circ$ . Hallar la altura de la torre. (Soluc:  $\approx 64,95$  m)

- 77.** Desde un barco se ve la cima de un acantilado bajo un ángulo de  $70^\circ$  respecto a la horizontal. Al alejarse 100 m, el ángulo disminuye a  $30^\circ$ . Hallar la altura del acantilado. (Soluc:  $\approx 73,10$  m)

- 78.** Dos edificios gemelos distan 150 m. Desde un punto que está entre los dos vemos que las visuales a los puntos más altos forman con la horizontal ángulos de  $35^\circ$  y  $20^\circ$  respectivamente. Hallar la altura de ambos edificios. ¿A qué distancia estamos de cada edificio? (Soluc:  $\approx 35,9$  m,  $\approx 51,3$  m y  $\approx 98,7$  m respectivamente)

- 79.** Calcular la altura de la luz de un faro sobre un acantilado cuya base es inaccesible, si desde un barco se toman las siguientes medidas:  $1^\circ$ ) El ángulo que forma la visual hacia la luz con el horizonte es de  $25^\circ$   $2^\circ$ ) Nos alejamos 200 m y el ángulo que forma ahora dicha visual es de  $10^\circ$  (Soluc:  $\approx 56,7$  m)



- 80.** Para hallar la altura a la que está situado un globo, Rosa se coloca en un punto B y Carlos en un punto A, a 5 m de ella, de tal forma que los puntos A, B y C están alineados. Si los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  miden  $45^\circ$  y  $50^\circ$  respectivamente, ¿a qué altura se encuentra el globo? (Soluc:  $\approx 31,08$  m)

- 81.** Sobre un acantilado de 32 m de altura un observador divisa dos embarcaciones, bajo ángulos de  $30^\circ$  y  $60^\circ$  respecto a la vertical. Hallar la distancia que las separa. (Soluc:  $\approx 36,95$  m)

