

EXAMEN DE FUNCIONES

EJERCICIO 1 Halla el dominio de la función $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x^2-16}}$ 1,5 puntos

EJERCICIO 2 Ana sale de su casa y va a casa de una amiga que vive a 1,5 Km de su casa. Tarda media hora en llegar. Allí permanece durante 40 minutos y vuelve a casa invirtiendo en el recorrido diez minutos menos que en el camino de ida.

- a. Representa la función : tiempo (minutos) – distancia de Ana a su casa (Km)
- b. Halla la expresión analítica de la función 0,5 + 1,5 puntos

EJERCICIO 3 Representa la función $y = -2x^3 + 3x^2 + 3x - 2$ 1 punto

EJERCICIO 4 Dentro de x años se estima que un pueblo tendrá $p(x) = \frac{20x+14}{x+1}$ miles de habitantes. (0.25 + 1,5 + 0.25 puntos)

- a. ¿Cuál será la población dentro de 9 años?
- b. Representa la función y di cuál es su dominio
- c. ¿Qué sucederá a la larga con el tamaño de la población?

EJERCICIO 5 (2 puntos)

- a) Completa la tabla y dibuja la función $y = 1.3^x$ (utiliza 2 decimales)

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
Y=1.3 ^x									

b) Sin dar nuevos valores y teniendo en cuenta la relación exponencial-

logaritmo, dibuja a partir de la gráfica anterior la gráfica de $y = \log_{1.3}x$

EJERCICIO 6 Elige una de las dos opciones : 1,5 puntos

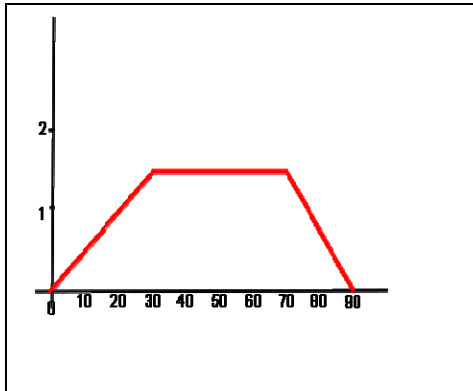
<p>OPCIÓN A</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Dadas las funciones $f(x) = 2x^2$ y $g(x) = 3x-1$, halla las expresiones simplificadas de $(g \circ f)(x)$ y de $(f \circ g)(x)$ b. Halla la inversa de la función $y = \frac{2x-3}{x+2}$ 	<p>OPCIÓN B</p> <p>Dada la función:</p> $F(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ <p>Halla a y b para que la función F sea continua. (Puedes usar métodos gráficos)</p>
---	--

SOLUCIONES

EJERCICIO 1 $x + 2 = 0 \quad x = -2 \quad x^2 - 16 = 0 \quad x = 4, -4 \quad \frac{x+2}{x^2-16} \geq 0$



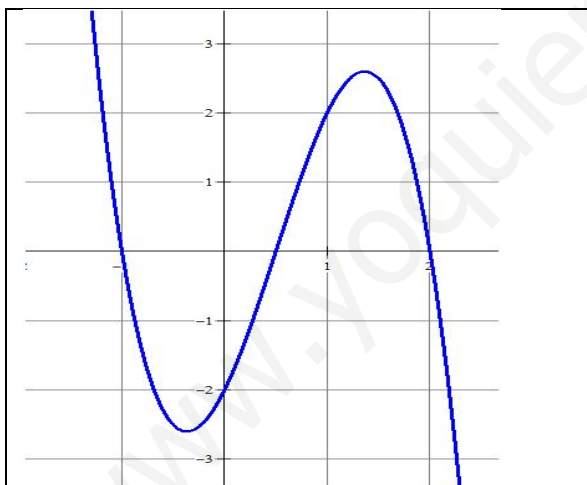
EJERCICIO 2



La función tiene tres tramos. El segundo, entre 30 y 70 es horizontal. El primero, entre 0 y 30 es una función lineal con pendiente $m = 1.5/30 = 0.05$. El tercero, entre 70 y 90 es una función afín que pasa por $(1.5, 70)$ y $(90, 0)$; $m = -0.075$

$$F(x) = \begin{cases} 0.05x & \text{si } 0 \leq x \leq 30 \\ 1.5 & \text{si } 30 < x \leq 70 \\ -0.075(x - 90) & \text{si } 70 < x \leq 90 \end{cases}$$

EJERCICIO 3 La función está definida en todo \mathbb{R}



Cortes eje Y : si $x = 0$, $y = -2$

Cortes eje X : si $y = 0$, $x = 1, 2, 0.5$

	-2	3	3	-2
-1		2	-5	2
	-2	5	-2	0

$$-2x^2 + 5x - 2 = 0 \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{-4} = 2, 0.5$$

Si $x \rightarrow \infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$ Si $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow \infty$

EJERCICIO 4 a Si $x = 9$, $y = (180+14)/10 = 19.4$ 19400 habitantes

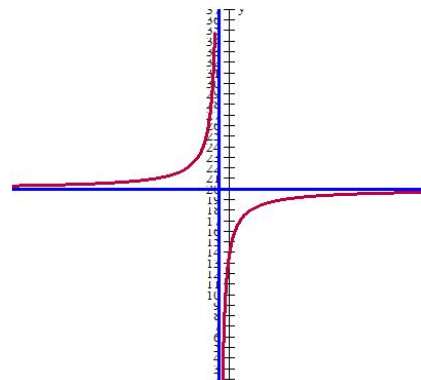
b $D = \mathbb{R} - \{1\}$

Cortes eje Y : si $x = 0$ $y = 14$

Cortes eje X : si $y = 0$ $x = -14/20 = -0.7$

Asíntota vertical : $x = -1$

Asíntota Horizontal $y = 20$



En este caso, y al ser una función en la que x es tiempo e y es número de habitantes hay que restringir el dominio que sería el conjunto $[0, \infty)$

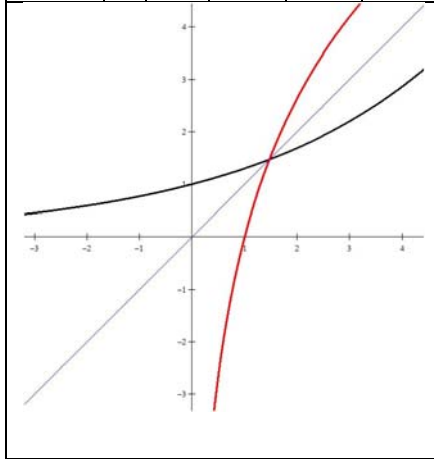
C A la larga la población se estabiliza en torno a los 20000 habitantes.

EJERCICIO 5

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$Y=1.3^x$	1	1.3	0.77	1.69	0.59	2.2	0.45	2.86	0.35

La gráfica de $y = \log_{1.3} x$ (en rojo) será la simétrica de $y = 1.3^x$ con respecto a la recta

$$y = x$$



EJERCICIO 6

OPCIÓN A

$(g \circ f)(x)$

$$X \rightarrow 2x^2 \rightarrow 3(2x^2) - 1 = 6x^2 - 1$$

$(f \circ g)(x)$

$$X \rightarrow 3x - 1 \rightarrow 2(3x - 1)^2 = 18x^2 - 12x + 3$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2x-3}{2-x}$$

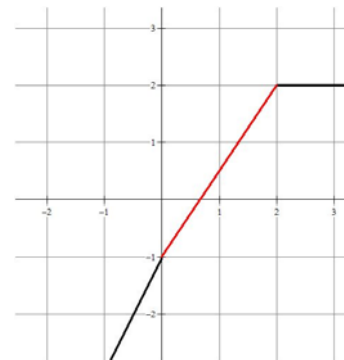
$$y = \frac{2x-3}{x+2} \rightarrow xy + 2y = 2x - 3 \rightarrow$$

$$2y - 3 = 2x - xy = x(2 - y)$$

$$X = \frac{2y-3}{2-y}$$

OPCIÓN B

Representamos la parte conocida de la función:



$Y = ax + b$ (recta en rojo) es una recta que pasa por el punto $(0, -1)$ y tiene pendiente $m = 3/2$

Luego la ecuación es $y = 1.5x - 1$