

NÚMEROS REALES

1. Realiza las siguientes operaciones:

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad & (-5)^3 : [2^0 - 6] + \sqrt[3]{8} \cdot [(-3-1)^2 + \sqrt[3]{-8}] - (-3)^1 = \\ & = (-125) : [1 - 6] + 2 \cdot [(-4)^2 + (-2)] - (-3) = \\ & = (-125) : (-5) + 2 \cdot [16 - 2] + 3 = \\ & = 25 + 2 \cdot 14 + 3 = 25 + 28 + 3 = 56\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b)} \quad & 12 : (-6) + (-8 - 7) \cdot (-3 - 2 + 6) - (-3) \cdot (-4) = \\ & = 12 : (-6) + (-15) \cdot (+1) - (-3) \cdot (-4) = \\ & = (-2) + (-15) - (+12) = -2 - 15 - 12 = -29\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c)} \quad & (-40) : (-2)^3 + \sqrt{36} \cdot (6 - 2 \cdot 5) + (-15) : (-3) = \\ & = (-40) : (-8) + 6 \cdot (-4) + (-15) : (-3) = \\ & = (+5) + (-24) + (+5) = 5 - 24 + 5 = -14\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{d)} \quad & (2 - 5)^4 : (1 - 4 \cdot 7) - 2 \cdot [\sqrt{64} : (-4) + 1] - (-27) : (8^1 + 5^0) = \\ & = (-3)^4 : (-27) - 2 \cdot [8 : (-4) + 1] - (-27) : (8 + 1) = \\ & = 81 : (-27) - 2 \cdot [-2 + 1] - (-27) : 9 = \\ & = -3 - 2 \cdot (-1) - (-3) = -3 + 2 + 3 = 2\end{aligned}$$

2. Calcula y simplifica:

$$\text{a)} \quad \frac{4}{10} : \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} : \frac{3}{5} = \frac{12}{20} - \frac{8}{15} + \frac{5}{3} - \frac{5}{12} = \frac{3}{5} - \frac{8}{15} + \frac{5}{3} - \frac{5}{12} = \frac{36 - 32 + 100 - 25}{60} = \frac{79}{60}$$

$$\text{b)} \quad \frac{2}{5} : \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{5} : \left(\frac{2}{10} - \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{4}\right) = \frac{2}{5} : \left(-\frac{1}{10}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{20}{5} - \frac{1}{4} = -4 - \frac{1}{4} = -\frac{17}{4}$$

$$\text{c)} \quad \frac{3}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{9} - \frac{3}{4} = \frac{3}{2} + \frac{3}{4 \cdot 3 \cdot 3} - \frac{3}{4} = \frac{3}{2} + \frac{1}{12} - \frac{3}{4} = \frac{18 + 1 - 9}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$\begin{aligned}\text{d)} \quad & \frac{4}{10} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} : \frac{3}{5} = \frac{2}{5} : \left(\frac{10}{15} - \frac{3}{15}\right) \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{5}{12} = \frac{2}{5} : \frac{7}{15} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{5}{12} = \frac{2 \cdot 15 \cdot 2}{5 \cdot 7 \cdot 3} + \frac{5}{3} - \frac{5}{12} = \\ & = \frac{4}{7} + \frac{5}{3} - \frac{5}{12} = \frac{48 + 140 - 35}{84} = \frac{153}{84} = \frac{51}{28}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad & \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{2} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \sqrt{\frac{1}{(-6)^2}}\right)^2 = \left(\frac{8-42-10+3}{12}\right) + \left(-\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \sqrt{\frac{1}{36}}\right)^2 = \\ & = \left(-\frac{41}{12}\right) + \left(-\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)^2 = -\frac{41}{12} + \left(\frac{-8+4-1}{6}\right)^2 = -\frac{41}{12} + \left(-\frac{5}{6}\right)^2 = -\frac{41}{12} + \frac{25}{36} = \frac{-123+25}{36} = \\ & = -\frac{98}{36} = -\frac{49}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & \frac{\frac{2}{5} - \frac{6}{3} + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{5} - \frac{6}{4}} - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{2}{2} + \frac{6}{3}} = \frac{6-30+10}{20-8-30} - \frac{3+2}{10+18} = \frac{-14}{20} - \frac{5}{28} = \frac{-14}{20} - \frac{5}{28} = \left(-\frac{14}{15}\right) : \left(-\frac{9}{10}\right) - \frac{5}{6} : \frac{28}{15} = \\ & = \frac{14 \cdot 10}{15 \cdot 9} - \frac{5 \cdot 15}{6 \cdot 28} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3} - \frac{5 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{28}{27} - \frac{25}{56} = \frac{1568-675}{1512} = \frac{893}{1512} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g)} \quad & \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} : \frac{2}{3}\right) - \frac{3}{7} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right) = \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{9}{8}\right) - \frac{3}{7} \cdot \left(\frac{16-15}{20}\right) = \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{4+9}{8}\right) - \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{20} = \frac{5}{3} \cdot \frac{13}{8} - \frac{3}{140} = \\ & = \frac{65}{24} - \frac{3}{140} = \frac{2275-18}{840} = \frac{2257}{840} \end{aligned}$$

$$\text{h)} \quad \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{\frac{16}{25}} - \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{2+1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3-1}{3}\right) + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = 1 + \frac{1}{20} = \frac{20+1}{20} = \frac{21}{20}$$

3. Escribe en forma de fracción irreducible los siguientes números decimales:

a) $1,43 = \frac{143}{100}$

b) $-9,636363\dots = -9,\overline{63} = -\frac{963-9}{99} = -\frac{954}{99} = -\frac{106}{11}$

c) $1,010010001\dots =$ no se puede expresar en forma de fracción porque es un número irracional

d) $9,2777\dots = 9,2\overline{7} = -\frac{927-92}{90} = \frac{835}{90} = \frac{167}{18}$

e) $14,3717171\dots = 14,3\overline{71} = -\frac{14371-143}{990} = \frac{14228}{990} = \frac{7114}{495}$

f) $3,24000\dots = 3,24 = \frac{324}{100} = \frac{81}{25}$

g) $1,12333\dots = 1,12\overline{3} = -\frac{1123-112}{900} = \frac{1011}{900} = \frac{337}{300}$

h) $3,262626\dots = 3,2\overline{6} = -\frac{326-3}{99} = \frac{323}{99}$

i) $1,12541254\dots = 1,\overline{1254} = -\frac{11254-1}{9999} = \frac{11253}{9999} = \frac{341}{303}$

4. Realiza las siguientes operaciones, pasando previamente las expresiones decimales a fracción:

$$\text{a) } \frac{0,4\overline{5} + 2,3}{0,05} = \frac{\frac{41}{90} + \frac{7}{3}}{\frac{1}{20}} = \frac{\frac{41+210}{90}}{\frac{1}{20}} = \frac{\frac{251}{90}}{\frac{1}{20}} = \frac{251}{90} \cdot \frac{20}{1} = \frac{251 \cdot 20}{90} = \frac{251 \cdot 2}{9} = \frac{502}{9}$$

$$0,4\overline{5} = \frac{45-4}{90} = \frac{41}{90}$$

$$2,3 = \frac{23-2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

$$0,05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$\text{b) } \frac{2}{3} + 0,5 - \frac{1}{2} \cdot 0,8\overline{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{5}{12} = \frac{8+6-5}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$0,8\overline{3} = \frac{83-8}{90} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$$

$$\text{c) } 0,1\overline{2} - 2 \cdot (0,1 - 0,02\overline{0}) + 0,0\overline{3} = \frac{4}{33} - 2 \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{2}{99} \right) + \frac{1}{30} = \frac{4}{33} - 2 \cdot \left(\frac{11-2}{99} \right) + \frac{1}{30} = \frac{4}{33} - 2 \cdot \left(\frac{9}{99} \right) + \frac{1}{30} = \frac{4}{33} - 2 \cdot \left(\frac{1}{11} \right) + \frac{1}{30} = \frac{4}{33} - \frac{2}{11} + \frac{1}{30} = \frac{40-60+11}{330} = -\frac{9}{330} = -\frac{3}{110}$$

$$0,1\overline{2} = \frac{12-0}{99} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$$

$$0,02\overline{0} = \frac{20-0}{990} = \frac{20}{990} = \frac{2}{99}$$

$$0,1 = \frac{1-0}{9} = \frac{1}{9}$$

$$0,0\overline{3} = \frac{3-0}{90} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}$$

$$\text{d) } 0,8\overline{3} \cdot \left(0,0\overline{8} + \frac{1}{9} \right) - 0,9 \cdot \left(\frac{1}{5} + 0,1\overline{3} \right) = \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{4}{45} + \frac{1}{9} \right) - \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{15} \right) = \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{4+5}{45} \right) - \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{3+2}{15} \right) = \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{9}{45} \right) - \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{5}{15} \right) = \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{5} \right) - \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{5}{6 \cdot 5} - \frac{9}{10 \cdot 3} = \frac{1}{6} - \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{1}{6} - \frac{3}{10} = \frac{5-9}{30} = -\frac{4}{30} = -\frac{2}{15}$$

$$0,8\overline{3} = \frac{83-8}{90} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$$

$$0,9 = \frac{9}{10}$$

$$0,0\overline{8} = \frac{8-0}{90} = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$$

$$0,1\overline{3} = \frac{13-1}{90} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$$

$$\text{e) } \left(\frac{1}{2} - 0,2\overline{7} \cdot 0,4 \right) \cdot \frac{3}{8} + \left(1 - \frac{1}{6} \right) : (-0,41\overline{6}) = \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{18} \cdot \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{3}{8} + \left(1 - \frac{1}{6} \right) : \left(-\frac{5}{12} \right) = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{9} \right) \cdot \frac{3}{8} + \left(\frac{6-1}{6} \right) : \left(-\frac{5}{12} \right) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{9} \right) \cdot \frac{3}{8} + \left(\frac{5}{6} \right) : \left(-\frac{5}{12} \right) = \left(\frac{9-2}{18} \right) \cdot \frac{3}{8} - \frac{5 \cdot 12}{6 \cdot 5} = \frac{7}{18} \cdot \frac{3}{8} - \frac{12}{6} = \frac{7 \cdot 3}{6 \cdot 3 \cdot 8} - 2 = \frac{7}{48} - 2 = \frac{7-96}{48} = -\frac{89}{48}$$

$$0,2\overline{7} = \frac{27-2}{90} = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$$

$$0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$-0,41\overline{6} = -\frac{416-41}{900} = -\frac{375}{900} = -\frac{5}{12}$$

5. Indica, razonadamente, si los siguientes números son racionales o irracionales:

a) $\sqrt[3]{8} + \sqrt{2} \rightarrow Q + I = I$

b) $\sqrt[3]{32} + 0,0160160160\dots = 2 + 0,0\overline{160} \rightarrow Q + Q = Q$

c) $0,3535\dots + 0,353353335\dots \rightarrow Q + I = I$

d) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow Q$ ¡OJO! EN ESTE CASO $I + I = Q$

e) $0,15 + 0,1\overline{5} \rightarrow Q + Q = Q$

f) $3,525525552\dots + 9,252252225\dots = 12,7777\dots \rightarrow Q$ ¡OTRA VEZ! $I \cdot I = Q$

g) $\sqrt[3]{64} + \sqrt[4]{64} \rightarrow Q + I = I$

h) $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{64} \rightarrow Q + Q = Q$

i) $3 \cdot \pi \rightarrow Q \cdot I = I$

j) $0,010010001\dots + 1,313131\dots \rightarrow I + Q = I$

k) $0,33333\dots + 0,5124124\dots \rightarrow Q + Q = Q$

l) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{27} \rightarrow I$ EN ESTE CASO $I \cdot I = I$

m) $0,31323132\dots + \sqrt{9} \rightarrow Q + Q = Q$

n) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = 3 \rightarrow Q$ EN ESTE CASO $I \cdot I = Q$

o) $3,232332333\dots + 7,323223222\dots = 10,5555\dots \rightarrow Q$ ¡OTRA VEZ! $I + I = Q$

6. Escribe dos números racionales y otros dos irracionales comprendidos entre $\frac{7}{11}$ y $\frac{8}{11}$

$$\frac{7}{11} = \frac{70}{110} = 0,636363\dots = 0,\overline{63}$$

$$\frac{8}{11} = \frac{80}{110} = 0,727272\dots = 0,\overline{72}$$

$$Q \rightarrow \frac{7}{11} < \frac{71}{110} < \frac{75}{110} < \frac{8}{11}$$

$$I \rightarrow \frac{7}{11} < 0,637891011\dots < 0,63898898889\dots < \frac{8}{11}$$

7. Escribe dos números racionales y otros dos irracionales comprendidos entre 1 y $\sqrt{2}$.

$$\sqrt{2} = 1,41421356\dots$$

$$Q \rightarrow 1 < 1,424242\dots < 1,425555\dots < \sqrt{2}$$

$$I \rightarrow 1 < 1,232232223\dots < 1,345678910\dots < \sqrt{2}$$

8. Ordena de menor a mayor:

a) $2,\widehat{3}$; $2,3$; $2,\overline{31}$; $2,3\widehat{1}$

$2,\widehat{3} = 2,3333\dots$

$2,3 = 2,3000\dots$

$2,\overline{31} = 2,31313131\dots$

$2,3\widehat{1} = 2,31111\dots$

Por tanto, $2,3 < 2,3\widehat{1} < 2,\overline{31} < 2,\widehat{3}$

b) $-\pi$; $-3,14$; $-3,1416$; $-3,142$; $-3,1\widehat{4}$; $-3,\overline{14}$

$-\pi = -3,141592\dots$

$-3,14$

$-3,1416$

$-3,142$

$-3,1\widehat{4} = -3,14444\dots$

$-3,\overline{14} = -3,141414\dots$

Por tanto, $-3,1\widehat{4} < -3,142 < -3,1416 < -\pi < -3,\overline{14} < -3,14$

c) $2\sqrt{3} + 1$; $(2+1)\sqrt{3}$; $2\sqrt{3+1}$; $2\sqrt{3}$

$2\sqrt{3} + 1 = 4,46410161\dots$

$(2+1)\sqrt{3} = 3\sqrt{3} = 5,19615242\dots$

$2\sqrt{3+1} = 2\sqrt{4} = 2 \cdot 2 = 4$

$2\sqrt{3} = 3,46410161\dots$

Por tanto, $2\sqrt{3} < 2\sqrt{3+1} < 2\sqrt{3} + 1 < (2+1)\sqrt{3}$

APROXIMACIONES Y ERRORES

9. Da las aproximaciones por defecto y por exceso y redondea los siguientes números con 1, 2, 3 y 4 cifras decimales: $\frac{12}{7}$, $\sqrt{3} = 1,732058\dots$ y $\pi^2 = 9,869604\dots$

$\frac{12}{7} = 1,714285714285\dots = 1,\overline{714285}$

$\frac{12}{7}$	Defecto	Exceso	Redondeo
	1,7	1,8	1,7
	1,71	1,72	1,71
	1,714	1,715	1,714
	1,7142	1,7143	1,7143

$$\sqrt{3} = 1,732058\dots$$

$\sqrt{3}$	Defecto	Exceso	Redondeo
	1,7	1,8	1,7
	1,73	1,74	1,73
	1,732	1,733	1,732
	1,7320	1,7321	1,7321

$$\pi^2 = 9,869604\dots$$

π^2	Defecto	Exceso	Redondeo
	9,8	9,9	9,9
	9,86	9,87	9,87
	9,869	9,870	9,870
	9,8696	9,8697	9,8696

10. Calcula el error absoluto y relativo cometidos al tomar como valor de $\frac{120}{11}$ la aproximación 10,91.

$$E_a = |V_{\text{exacto}} - V_{\text{aproximado}}| = \left| \frac{120}{11} - 10,91 \right| = \left| \frac{120}{11} - \frac{1091}{100} \right| = \left| \frac{12000 - 12001}{1100} \right| = \frac{1}{1100} = 0,000\overline{9}$$

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{exacto}}} = \frac{1}{1100} : \frac{120}{11} = \frac{11}{1100 \cdot 120} = \frac{11}{11 \cdot 100 \cdot 120} = \frac{1}{12000} = 0,00008\overline{3} \rightarrow 0,008\overline{3}\%$$

11. Calcula los errores absoluto y relativo que se cometen al tomar como valor de $\frac{15}{114}$ el número redondeado a tres cifras significativas.

$$\frac{15}{114} \cong 0,132$$

$$E_a = |V_{\text{exacto}} - V_{\text{aproximado}}| = \left| \frac{15}{114} - 0,132 \right| = \left| \frac{15}{114} - \frac{132}{1000} \right| = \left| \frac{7500 - 7524}{57000} \right| = \frac{24}{57000} = \frac{1}{2375} \cong 0,00042$$

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{exacto}}} = \frac{15}{114} : \frac{1}{2375} : \frac{15}{114} = \frac{114}{15 \cdot 2375} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 19}{3 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 125} = \frac{2}{625} = 0,0032 \rightarrow 0,32\%$$

12. Calcula los redondeos de π con las cifras mínimas para que el error sea menor que una décima, una centésima, una milésima, una diezmilésima y una cienmilésima.

$$\pi = 3,14159265\dots$$

π	Redondeo	Error menor que:
	3,1	1 décima (0,1)
	3,14	1 centésima (0,01)
	3,141	1 milésima (0,001)
	3,1416	1 diezmilésima (0,0001)
	3,14159	1 cienmilésima (0,00001)

13. Halla el error absoluto, el error relativo y la cota de error o error máximo que se puede producir cuando se toma para $\frac{7}{9}$ el valor de 0,78.

$$\frac{7}{9} = 0,777\dots \Rightarrow 0,78 \text{ es el redondeo de } \frac{7}{9} \text{ a las centésimas}$$

$$E_a = |V_{\text{exacto}} - V_{\text{aproximado}}| = \left| \frac{7}{9} - 0,78 \right| = \left| \frac{7}{9} - \frac{78}{100} \right| = \left| \frac{700 - 702}{900} \right| = \frac{2}{900} = \frac{1}{450} = 0,00\bar{2}$$

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{exacto}}} = \frac{1}{450} : \frac{7}{9} = \frac{9}{450 \cdot 7} = \frac{9}{9 \cdot 50 \cdot 7} = \frac{1}{350} \cong 0,0029 \rightarrow 0,29\%$$

Como hemos redondeado $\frac{7}{9}$ a las centésimas entonces:

$$\text{Cota de error} = 0,005, \text{ es decir, error} \leq 0,005$$

14. Da la expresión aproximada que se indica en cada uno de los siguientes casos:

a) $\frac{13}{11}$ aproximando por exceso con dos cifras decimales. $\Rightarrow \frac{13}{11} \cong 1,19$

b) $\sqrt{123}$ aproximando por defecto con tres cifras significativas. $\Rightarrow \sqrt{123} \cong 11,0$

c) $\pi + \pi^2$ redondeando con tres cifras decimales. $\Rightarrow \pi + \pi^2 \cong 13,011$

d) $\sqrt{3}$ redondeando con tres cifras significativas. $\Rightarrow \sqrt{3} \cong 1,73$

15. Redondea con las cifras que se indican en cada caso:

a) $\frac{17}{3}$ con dos cifras significativas. $\Rightarrow \frac{17}{3} \cong 5,7$

b) $\frac{21}{11}$ con tres cifras decimales. $\Rightarrow \frac{21}{11} \cong 1,909$

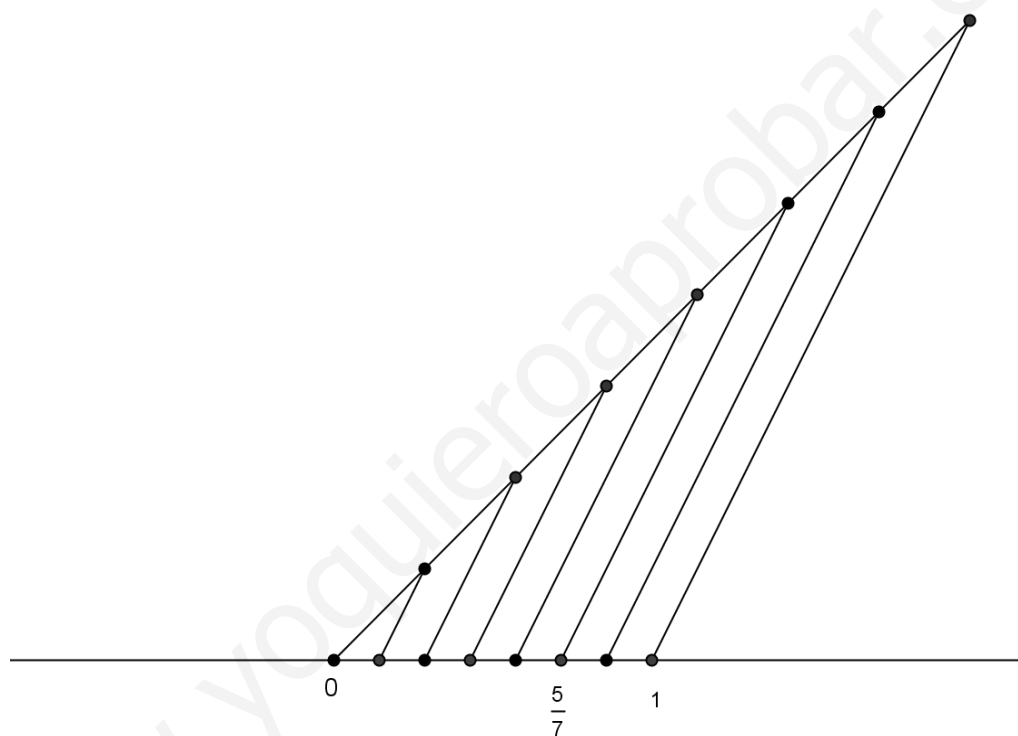
c) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ con cuatro cifras significativas. $\Rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{2} \cong 2,121$

d) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ con cuatro cifras decimales. $\Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{3} \cong 3,1463$

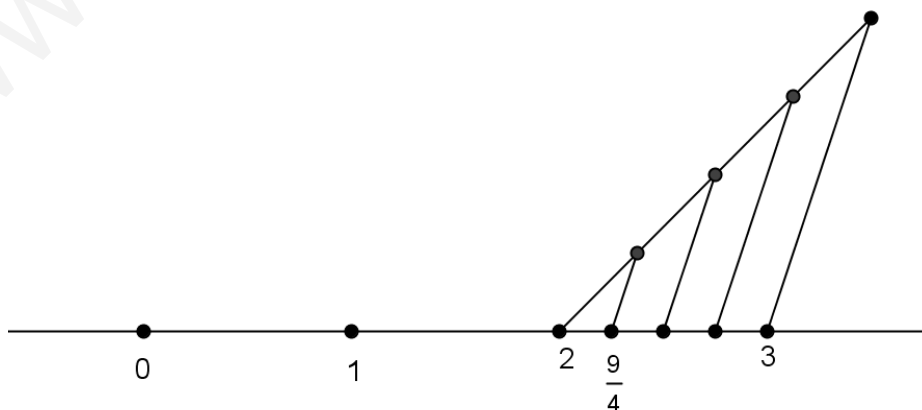
REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS REALES

16. Representa los siguientes números racionales utilizando el Teorema de Tales:

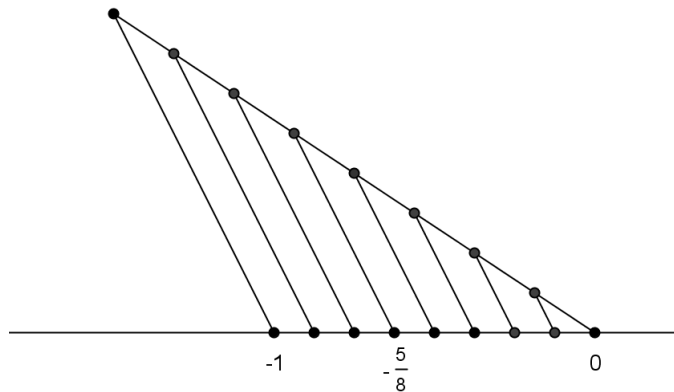
a) $\frac{5}{7}$



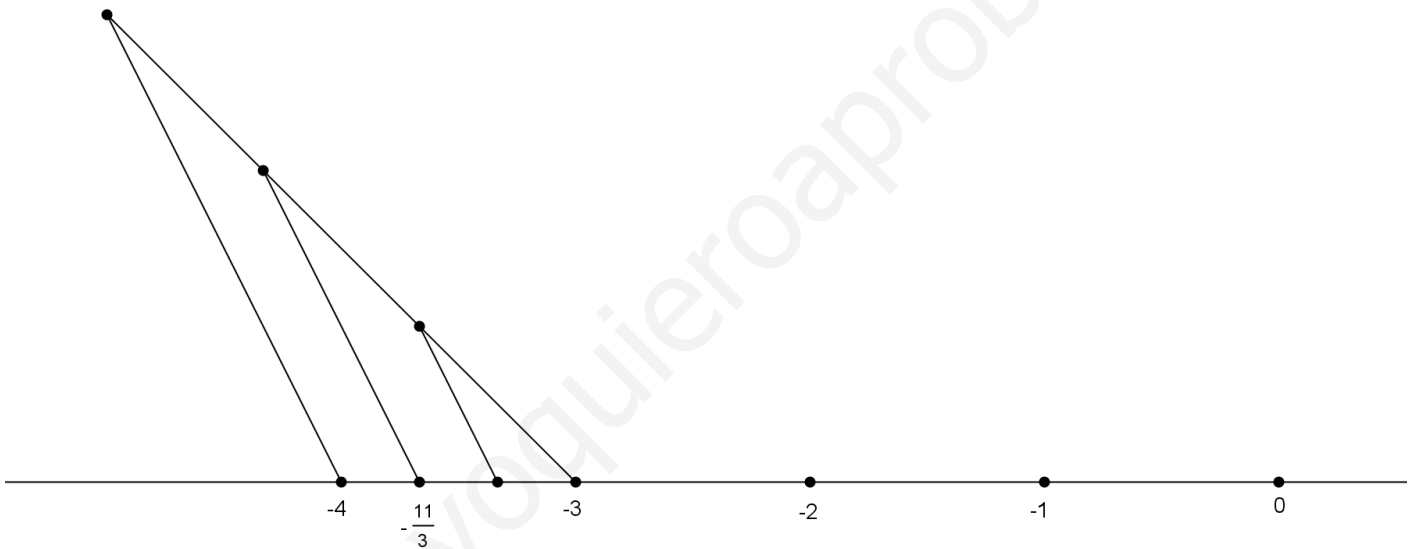
b) $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$



c) $-\frac{5}{8}$



d) $-\frac{11}{3} = -3 - \frac{2}{3}$



17. Representa en la recta real los siguientes números irracionales:

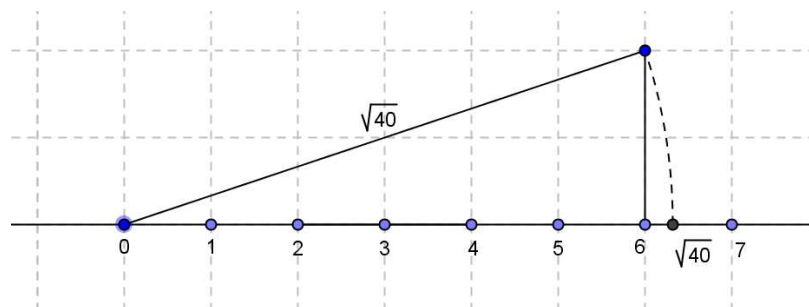
a) $\sqrt{40}$

1º) $\sqrt{40} = \sqrt{6^2 + 2^2}$

Construimos un triángulo rectángulo de catetos 6 y 2.

Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{40}$.

2º) Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{40}$ sobre la recta real.



b) $\sqrt{27}$

1º) $\sqrt{27} = \sqrt{5^2 + (\sqrt{2})^2}$

2º) Necesitamos tener representado previamente $\sqrt{2}$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

Construimos un triángulo rectángulo de catetos 1 y 1.

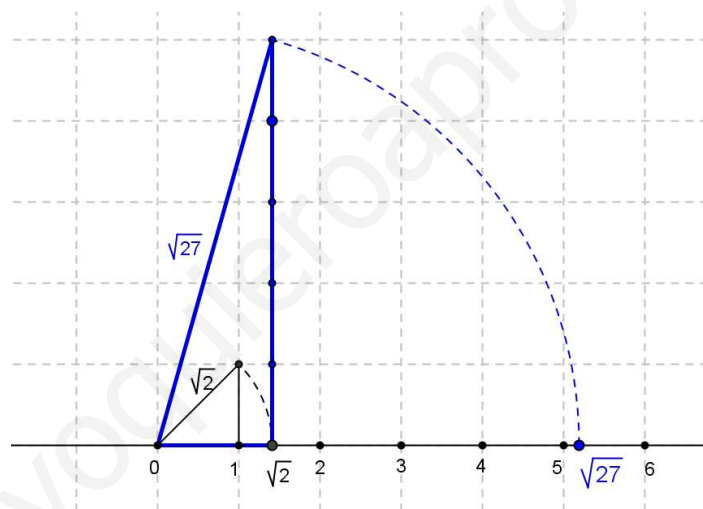
Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{2}$.

Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{2}$ sobre la recta real.

3º) Construimos un triángulo rectángulo de catetos 5 y $\sqrt{2}$.

Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{27}$.

Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{27}$ sobre la recta real.



c) $\sqrt{11}$

1º) $\sqrt{11} = \sqrt{3^2 + (\sqrt{2})^2}$

2º) Necesitamos tener representado previamente $\sqrt{2}$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

Construimos un triángulo rectángulo de catetos 1 y 1.

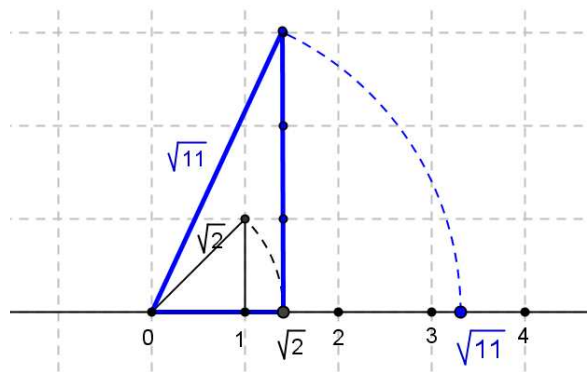
Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{2}$.

Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{2}$ sobre la recta real.

3º) Construimos un triángulo rectángulo de catetos 3 y $\sqrt{2}$.

Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{11}$.

Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{11}$ sobre la recta real.



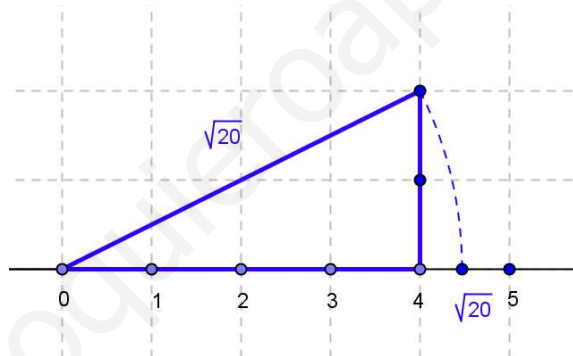
d) $\sqrt{20}$

1º) $\sqrt{20} = \sqrt{4^2 + 2^2}$

Construimos un triángulo rectángulo de catetos 4 y 2.

Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{20}$.

2º) Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{20}$ sobre la recta real.



e) $2 + \sqrt{10}$

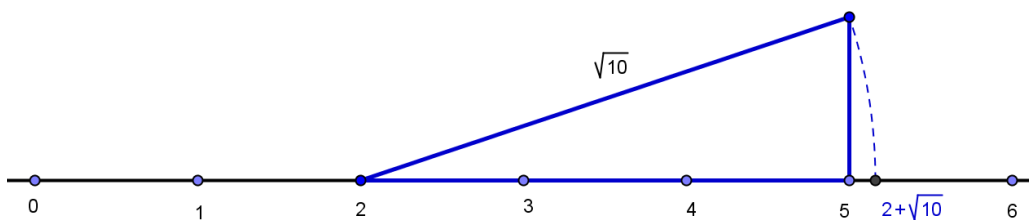
Representamos $\sqrt{10}$ a partir de 2.

1º) $\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2}$

Construimos un triángulo rectángulo de catetos 3 y 1.

Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{10}$.

2º) Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{10}$ sobre la recta real.



f) $2 - \sqrt{5}$

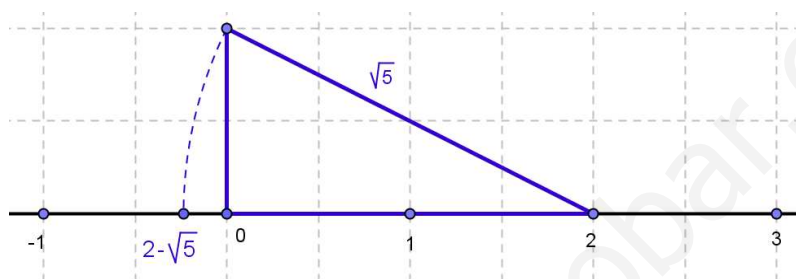
Representamos $\sqrt{5}$ a partir de 2 (pero en sentido negativo)

1º) $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2}$

Construimos un triángulo rectángulo de catetos 2 y 1.

Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{5}$.

2º) Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{5}$ sobre la recta real.



g) $\frac{\sqrt{17}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{17}$

Primero representamos $\sqrt{17}$ y después, aplicando el Teorema de Tales, dividimos $\sqrt{17}$ en tres partes iguales con lo que tenemos $\frac{\sqrt{17}}{3}$.

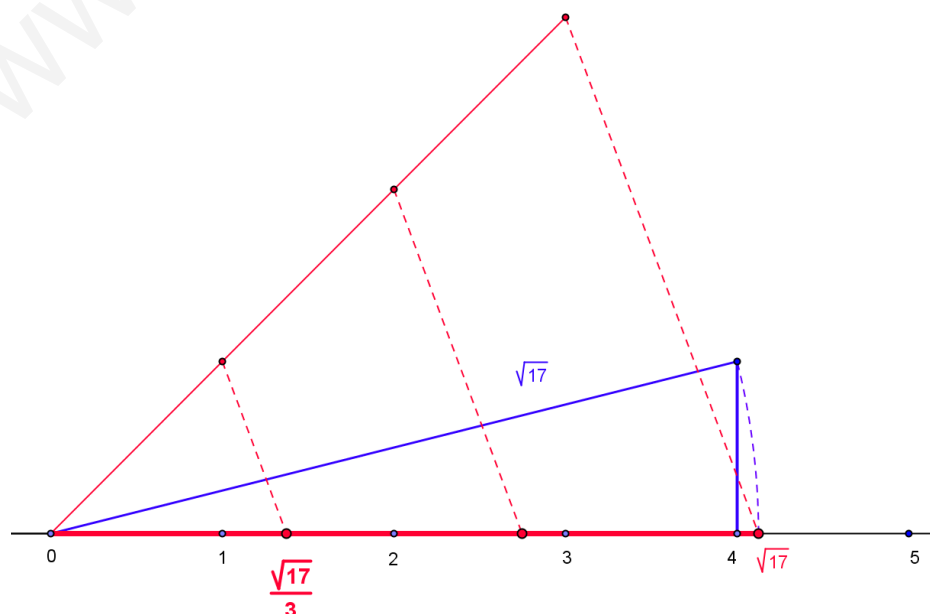
1º) $\sqrt{17} = \sqrt{4^2 + 1^2}$

Construimos un triángulo rectángulo de catetos 4 y 1.

Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{17}$.

Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{17}$ sobre la recta real.

2º) Dividimos $\sqrt{17}$ en tres partes iguales aplicando el Teorema de Tales



h) $-\frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{1}{3}(-\sqrt{8})$

Primero representamos $-\sqrt{8}$ y después, aplicando el Teorema de Tales, dividimos $-\sqrt{8}$ en tres partes iguales con lo que tenemos $-\frac{\sqrt{8}}{3}$.

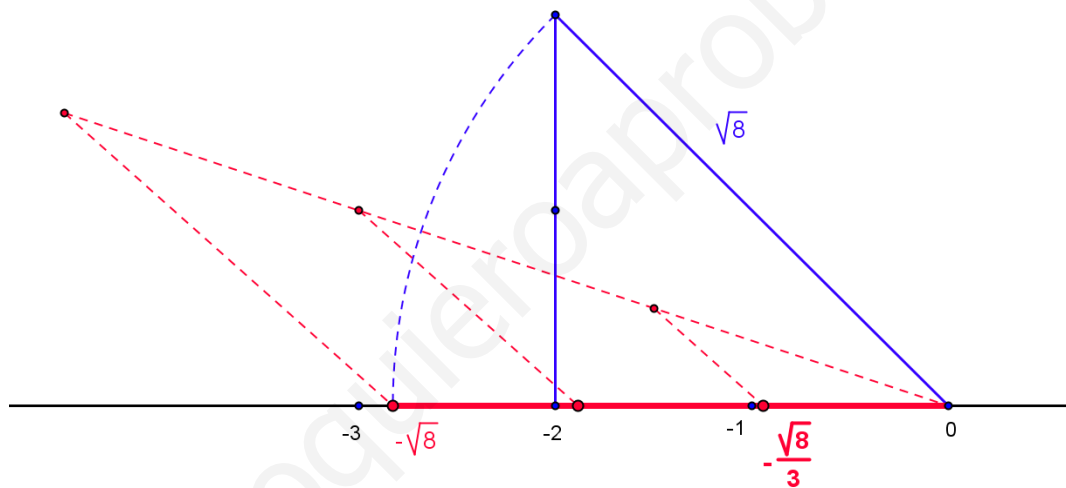
1º) $\sqrt{8} = \sqrt{2^2 + 2^2}$

Construimos un triángulo rectángulo de catetos 2 y 2.

Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{8}$.

Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{8}$ sobre la recta real.

2º) Dividimos $\sqrt{8}$ en tres partes iguales aplicando el Teorema de Tales



i) $\frac{2\sqrt{5}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{5}$

Primero representamos $\sqrt{5}$ y después, aplicando el Teorema de Tales, dividimos $\sqrt{5}$ en tres partes iguales con lo que tenemos $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

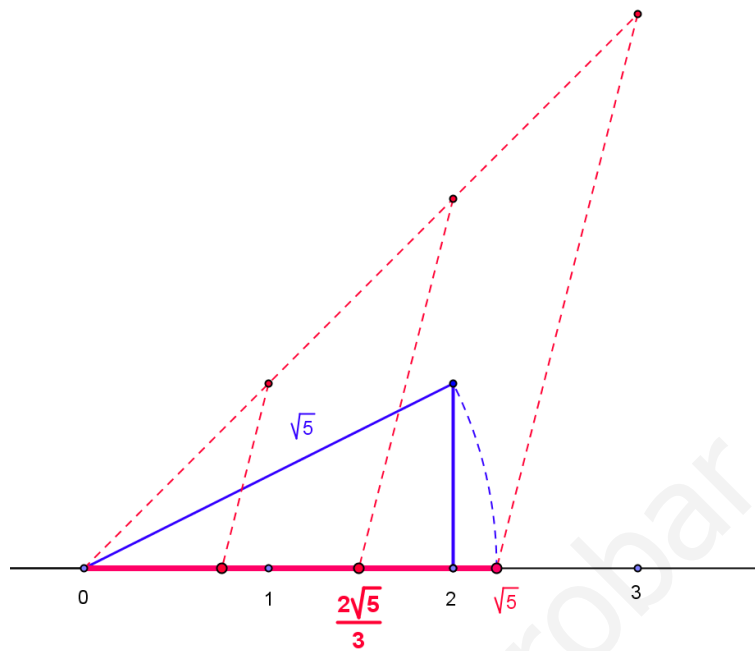
1º) $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2}$

Construimos un triángulo rectángulo de catetos 2 y 1.

Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{5}$.

Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{5}$ sobre la recta real.

2º) Dividimos $\sqrt{5}$ en tres partes iguales aplicando el Teorema de Tales



j) $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$

Primero representamos $1+\sqrt{5}$ (similar al apartado e)) y después, aplicando el Teorema de Tales, dividimos $1+\sqrt{5}$ en dos partes iguales con lo que tenemos $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

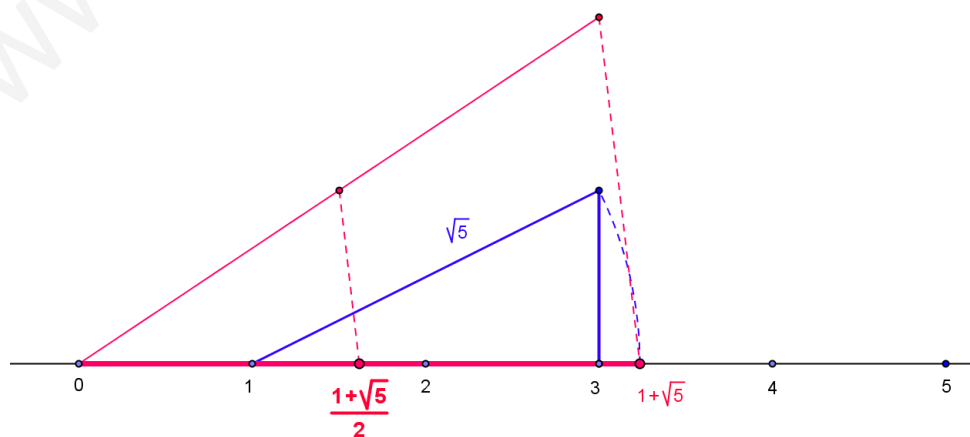
1º) $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2}$

Construimos (a partir de 1) un triángulo rectángulo de catetos 2 y 1.

Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{5}$.

Con ayuda de un compás llevamos $\sqrt{5}$ sobre la recta real.

2º) Dividimos $1+\sqrt{5}$ en dos partes iguales aplicando el Teorema de Tales



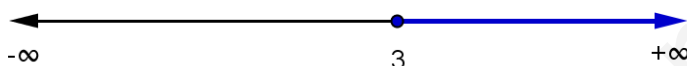
INTERVALOS Y ENTORNOS

18. Expresa en forma algebraica, en forma de intervalo y representa en la recta real los siguientes conjuntos numéricos:

a) Números reales menores que $-5 = \{x \in \mathfrak{R} / x < -5\} = (-\infty, -5)$



b) Números reales mayores o iguales que $3 = \{x \in \mathfrak{R} / x \geq 3\} = [3, +\infty)$



c) Números reales comprendidos entre -5 y 1 ambos incluidos $= \{x \in \mathfrak{R} / -5 \leq x \leq 1\} = [-5, 1]$



d) Números reales mayores que -2 y menores o iguales que 7 . $= \{x \in \mathfrak{R} / -2 < x \leq 7\} = (-2, 7]$



e) Números reales comprendidos entre -10 y $-1 = \{x \in \mathfrak{R} / -10 < x < -1\} = (-10, -1)$

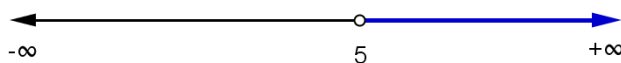


19. Representa gráficamente y expresa como intervalo:

a) $A = \{x \in \mathfrak{R} / -3 \leq x \leq 2\} = [-3, 2]$



b) $B = \{x \in \mathfrak{R} / 5 < x\} = (5, +\infty)$



c) $C = \{x \in \mathfrak{R} / x \geq -2\} = [-2, +\infty)$



d) $D = \{x \in \mathfrak{R} / -2 \leq x < 3/2\} = [-2, 3/2)$



e) $E = \{x \in \mathbb{R} / 4 < x < 5,1\} = (4, 5,1)$



f) $F = \{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x\} = [-3, +\infty)$



20. Expresa en forma algebraica y representa gráficamente los siguientes intervalos:

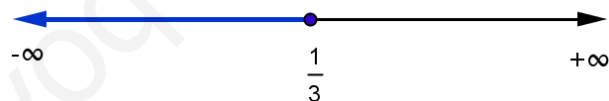
a) $[-2, 7] = \{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x \leq 7\}$



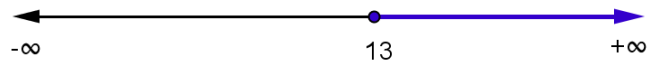
b) $(-\infty, 0) = \{x \in \mathbb{R} / x < 0\}$



c) $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right] = \left\{x \in \mathbb{R} / x \leq \frac{1}{3}\right\}$



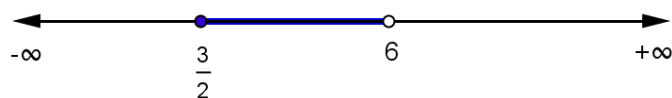
d) $[13, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 13\}$



e) $(-3, 0] = \{x \in \mathbb{R} / -3 < x \leq 0\}$



f) $\left[\frac{3}{2}, 6\right) = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{3}{2} \leq x < 6\right\}$

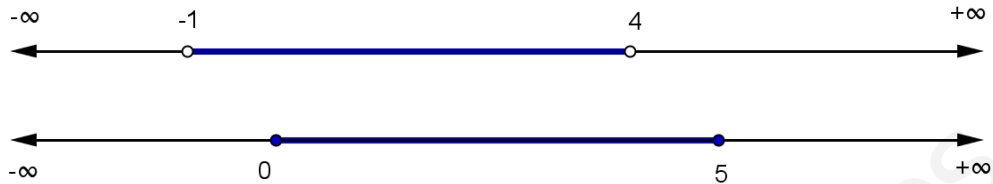


21. Calcula $A \cup B$ y $A \cap B$ siendo:

a) $A = (-1,4)$ y $B = [0,5]$

$$A \cup B = (-1,5]$$

$$A \cap B = [0,4)$$



b) $A = (2,+\infty)$ y $B = (-\infty,3]$

$$A \cup B = \mathfrak{R}$$

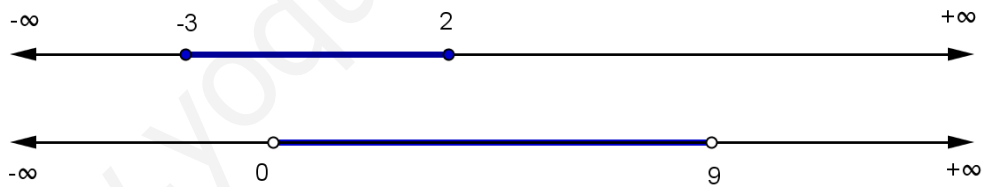
$$A \cap B = (2,3]$$



c) $A = [-3,2]$ y $B = (0,9)$

$$A \cup B = [-3,9)$$

$$A \cap B = (0,2]$$



d) $A = [3,+\infty)$ y $B = (-\infty,5)$

$$A \cup B = \mathfrak{R}$$

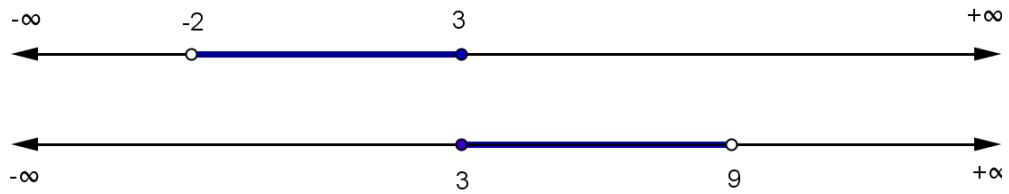
$$A \cap B = [3,5)$$



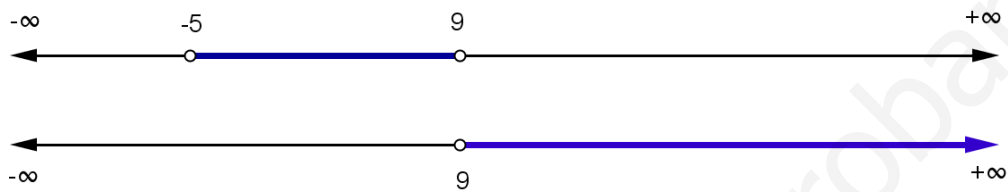
e) $A = (-2,3]$ y $B = [3,9)$

$$A \cup B = (-2,9)$$

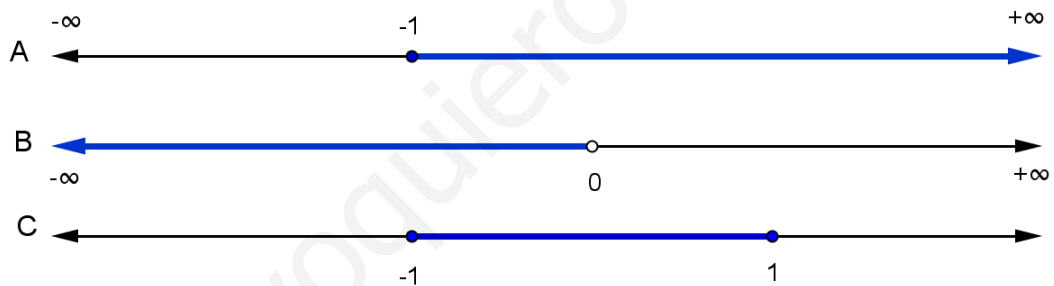
$$A \cap B = \{3\}$$



- f) $A = (-5, 9)$ y $B = (9, +\infty)$
 $A \cup B = (-5, 9) \cup (9, +\infty)$
 $A \cap B = \emptyset$



22. Dados los conjuntos $A = [-1, +\infty)$, $B = (-\infty, 0)$ y $C = [-1, 1]$ calcula:

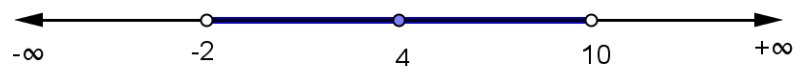


- a) $A \cup B = \mathfrak{R}$
b) $A \cup B \cup C = \mathfrak{R}$
c) $A \cap B \cap C = [-1, 0)$
d) $A \cup (B \cap C) = [-1, +\infty) \cup [-1, 0) = [-1, +\infty)$

23. Expresa mediante un entorno los siguientes conjuntos:

- a) $A = (-2, 10)$

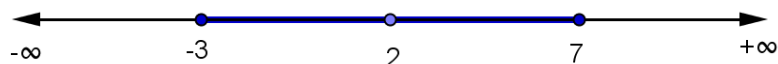
$$\left. \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{-2+10}{2} = 4 \\ \text{Radio} = \frac{10-(-2)}{2} = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow (-2, 10) = E(4, 6)$$



$$E(4, 6) = (4-6, 4+6) = (-2, 10)$$

b) $-3 \leq x \leq 7$

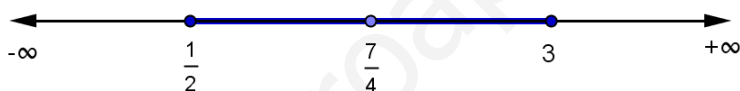
$$\left. \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{-3+7}{2} = 2 \\ \text{Radio} = \frac{7-(-3)}{2} = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow [-3, 7] = E[2, 5]$$



$$E[2, 5] = [2-5, 2+5] = [-3, 7]$$

c) $\left[\frac{1}{2}, 3\right]$

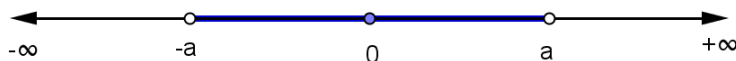
$$\left. \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{\frac{1}{2}+3}{2} = \frac{\frac{7}{2}}{2} = \frac{7}{4} \\ \text{Radio} = \frac{3-\frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{5}{2}}{2} = \frac{5}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\frac{1}{2}, 3\right] = E\left[\frac{7}{4}, \frac{5}{4}\right]$$



$$E\left[\frac{7}{4}, \frac{5}{4}\right] = \left[\frac{7}{4} - \frac{5}{4}, \frac{7}{4} + \frac{5}{4}\right] = \left[\frac{1}{2}, 3\right]$$

d) $(-a, a)$

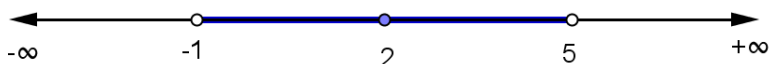
$$\left. \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{-a+a}{2} = 0 \\ \text{Radio} = \frac{a-(-a)}{2} = a \end{array} \right\} \Rightarrow (-a, a) = E(0, a)$$



$$E(0, a) = (0-a, 0+a) = (-a, a)$$

24. Expresa en forma de intervalo y representa gráficamente los siguientes entornos:

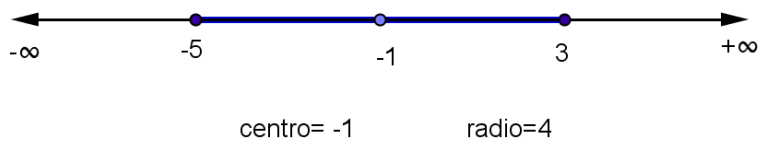
a) $E(2, 3) = (2-3, 2+3) = (-1, 5)$



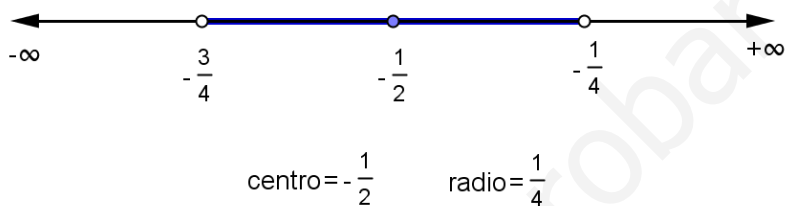
centro=2

radio=3

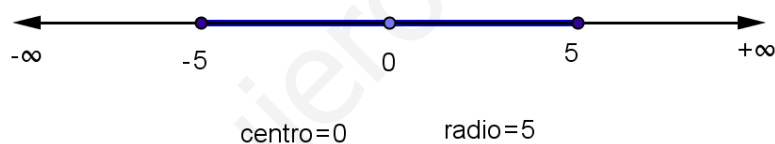
b) $E[-1,4] = [-1-4, -1+4] = [-5,3]$



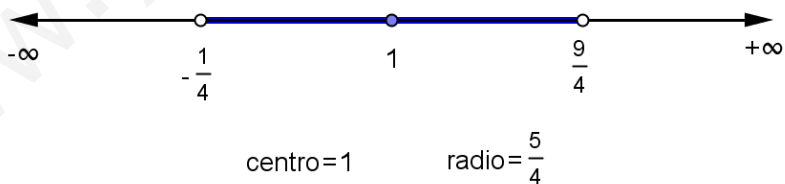
c) $E\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{4}, -\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}\right)$



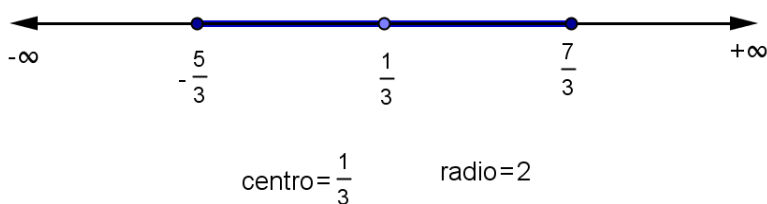
d) $E[0,5] = [0-5, 0+5] = [-5,5]$



e) $E\left(1, \frac{5}{4}\right) = \left(1 - \frac{5}{4}, 1 + \frac{5}{4}\right) = \left(-\frac{1}{4}, \frac{9}{4}\right)$



f) $E\left[\frac{1}{3}, 2\right] = \left[\frac{1}{3} - 2, \frac{1}{3} + 2\right] = \left[-\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right]$



VALOR ABSOLUTO

25. Calcula el valor de las siguientes expresiones en los puntos que se indican:

a) $2 + |2x - 3| - |x - 1|$ en $x = 2$

$$2 + |2 \cdot 2 - 3| - |2 - 1| = 2 + 1 - 1 = 2$$

b) $2x - 2 - |2x - 5| - 5|1 - 3x|$ en $x = -3$

$$2 \cdot (-3) - 2 - |2 \cdot (-3) - 5| - 5|1 - 3 \cdot (-3)| = -6 - 2 - |-6 - 5| - 5|1 + 9| = -6 - 2 - |-11| - 5|10| = -6 - 2 - 11 - 5 \cdot 10 = -6 - 2 - 11 - 50 = -69$$

c) $\frac{2x - 3|3x - 1| + |3 - 2x|}{2|x| - 3|x - 4|}$ en $x = -1$

$$\frac{2(-1) - 3|3(-1) - 1| + |3 - 2(-1)|}{2|-1| - 3|-1 - 4|} = \frac{-2 - 3|-4| + |5|}{2 \cdot 1 - 3|-5|} = \frac{-2 - 3 \cdot 4 + 5}{2 - 3 \cdot 5} = \frac{-2 - 12 + 5}{2 - 15} = \frac{-9}{-13} = \frac{9}{13}$$

26. Halla los números reales que verifican:

a) $|2x - 9| = 3 \Rightarrow \begin{cases} -2x + 9 = 3 & \text{si } 2x - 9 < 0 \\ 2x - 9 = 3 & \text{si } 2x - 9 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x = -6 & \text{si } 2x < 9 \\ 2x = 12 & \text{si } 2x \geq 9 \end{cases} \Rightarrow$

$$\begin{cases} x = 3 & \text{si } x < \frac{9}{2} \\ x = 6 & \text{si } x \geq \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

SOLUCIONES : $x = 3$ y $x = 6$

b) $\left| \frac{5}{3} - 6x \right| = 6 \Rightarrow \begin{cases} -\frac{5}{3} + 6x = 6 & \text{si } \frac{5}{3} - 6x < 0 \\ \frac{5}{3} - 6x = 6 & \text{si } \frac{5}{3} - 6x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5 + 18x = 18 & \text{si } \frac{5}{18} < x \\ 5 - 18x = 18 & \text{si } \frac{5}{18} \geq x \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 18x = 23 & \text{si } x > \frac{5}{18} \\ -18x = 13 & \text{si } x \leq \frac{5}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{23}{18} & \text{si } x > \frac{5}{18} \\ x = -\frac{13}{18} & \text{si } x \leq \frac{5}{18} \end{cases}$$

SOLUCIONES : $x = \frac{23}{18}$ y $x = -\frac{13}{18}$

$$\text{c) } 2x + |3x - 2| = 8 \Rightarrow \begin{cases} 2x + (-3x + 2) = 8 & \text{si } 3x - 2 < 0 \\ 2x + (3x - 2) = 8 & \text{si } 3x - 2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3x + 2 = 8 & \text{si } 3x < 2 \\ 2x + 3x - 2 = 8 & \text{si } 3x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x = 6 & \text{si } x < \frac{2}{3} \\ 5x = 10 & \text{si } x \geq \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -6 & \text{si } x < \frac{2}{3} \\ x = 2 & \text{si } x \geq \frac{2}{3} \end{cases}$$

SOLUCIONES : $x = -6$ y $x = 2$

$$\text{d) } \frac{5x}{2} - |6x - 1| = 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{5x}{2} - (-6x + 1) = 4 & \text{si } 6x - 1 < 0 \\ \frac{5x}{2} - (6x - 1) = 4 & \text{si } 6x - 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5x}{2} + 6x - 1 = 4 & \text{si } 6x < 1 \\ \frac{5x}{2} - 6x + 1 = 4 & \text{si } 6x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 5x + 12x - 2 = 8 & \text{si } x < \frac{1}{6} \\ 5x - 12x + 2 = 8 & \text{si } x \geq \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 17x = 10 & \text{si } x < \frac{1}{6} \\ -7x = 6 & \text{si } x \geq \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{17} & \text{si } x < \frac{1}{6} \\ x = -\frac{6}{7} & \text{si } x \geq \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow$$

NO TIENE SOLUCIÓN ya que $x = \frac{10}{17} > \frac{1}{6}$ y $x = -\frac{6}{7} < \frac{1}{6}$

$$\text{e) } 3x - 4|x - 2| = 1 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 4(-x + 2) = 1 & \text{si } x - 2 < 0 \\ 3x - 4(x - 2) = 1 & \text{si } x - 2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 4x - 8 = 1 & \text{si } x < 2 \\ 3x - 4x + 8 = 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x = 9 & \text{si } x < 2 \\ -x = -7 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{7} & \text{si } x < 2 \\ x = 7 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

SOLUCIONES : $x = \frac{9}{7}$ y $x = 7$

$$\text{f) } 2x - 3 + 5|1 - x| = 8 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 + 5(-1 + x) = 8 & \text{si } 1 - x < 0 \\ 2x - 3 + 5(1 - x) = 8 & \text{si } 1 - x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 - 5 + 5x = 8 & \text{si } 1 < x \\ 2x - 3 + 5 - 5x = 8 & \text{si } 1 \geq x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x = 16 & \text{si } x > 1 \\ -3x = 6 & \text{si } x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{16}{7} & \text{si } x > 1 \\ x = -2 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$

SOLUCIONES : $x = \frac{16}{7}$ y $x = -2$

27. Expresa en forma de intervalo y de entorno y representa gráficamente los siguientes conjuntos de números reales:

$$\text{a) } |x-3| < 5 \Rightarrow \begin{cases} x-3 < 5 \\ -x+3 < 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 8 \\ -x < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 8 \\ x > -2 \end{cases} \Rightarrow x \in \{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 8\} \Rightarrow x \in (-2, 8)$$

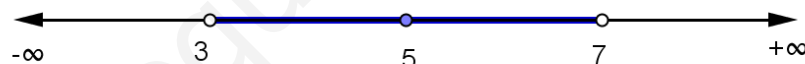
$$\left. \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{-2+8}{2} = 3 \\ \text{Radio} = \frac{8-(-2)}{2} = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow (-2, 8) = E(3, 5)$$



$$E(3, 5) = (3-5, 3+5) = (-2, 8)$$

$$\text{b) } |5-x| < 2 \Rightarrow \begin{cases} -5+x < 2 \\ 5-x < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 7 \\ -x < -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} / 3 < x < 7\} \Rightarrow x \in (3, 7)$$

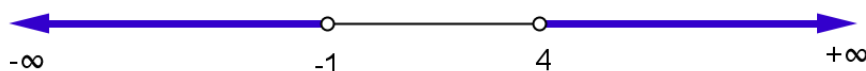
$$\left. \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{3+7}{2} = 5 \\ \text{Radio} = \frac{7-3}{2} = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow (3, 7) = E(5, 2)$$



$$E(5, 2) = (5-2, 5+2) = (3, 7)$$

$$\text{c) } |2x-3| > 5 \Rightarrow \begin{cases} -2x+3 > 5 \\ 2x-3 > 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x > 2 \\ 2x > 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{2}{-2} \\ x > \frac{8}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 4 \end{cases}$$

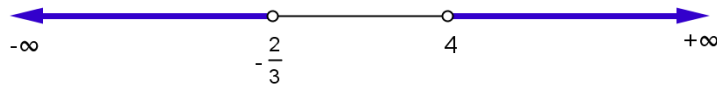
$$\Rightarrow \{x \in \mathbb{R} / x < -1 \text{ ò } x > 4\} \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$$



NO SE PUEDE EXPRESAR EN FORMA DE ENTORNO

$$d) |5-3x| > 7 \Rightarrow \begin{cases} -5+3x > 7 \\ 5-3x > 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x > 12 \\ -3x > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{12}{3} \\ x < \frac{2}{-3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -\frac{2}{3} \end{cases}$$

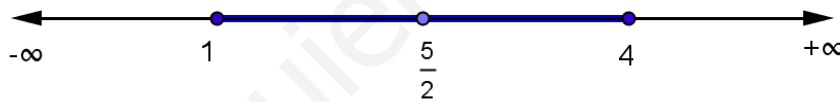
$$\Rightarrow \{x \in \mathbb{R} / x < -\frac{2}{3} \text{ ò } x > 4\} \Rightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup (4, +\infty)$$



NO SE PUEDE EXPRESAR EN FORMA DE ENTORNO

$$e) |5-2x| \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} -5+2x \leq 3 \\ 5-2x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \leq 8 \\ -2x \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 4\} \Rightarrow x \in [1, 4]$$

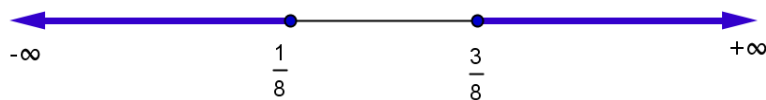
$$\left. \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2} \\ \text{Radio} = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow [1, 4] = E\left[\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right]$$



$$E\left[\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right] = \left[\frac{5}{2} - \frac{3}{2}, \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\right] = [1, 4]$$

$$f) |1-4x| \geq 0,5 \Rightarrow |1-4x| \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} -1+4x \geq \frac{1}{2} \\ 1-4x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x \geq \frac{1}{2} + 1 \\ -4x \geq \frac{1}{2} - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x \geq \frac{3}{2} \\ -4x \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{8} \\ x \leq \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left\{x \in \mathbb{R} / x \leq \frac{1}{8} \text{ ò } x \geq \frac{3}{8}\right\} \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1}{8}\right] \cup \left[\frac{3}{8}, +\infty\right)$$



NO SE PUEDE EXPRESAR EN FORMA DE ENTORNO

$$\text{g) } \left| x + \frac{1}{2} \right| \leq \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} -x - \frac{1}{2} \leq \frac{3}{4} \\ x + \frac{1}{2} \leq \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \\ x \leq \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \leq \frac{5}{4} \\ x \leq \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{5}{4} \\ x \leq \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \left\{ x \in \mathbb{R} / -\frac{5}{4} \leq x \leq \frac{1}{4} \right\}$$

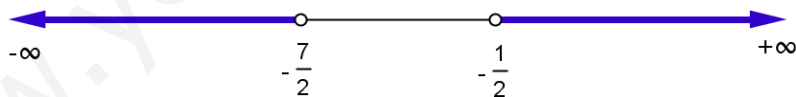
$$\Rightarrow x \in \left[-\frac{5}{4}, \frac{1}{4} \right]$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{-\frac{5}{4} + \frac{1}{4}}{2} = -\frac{1}{2} \\ \text{Radio} = \frac{\frac{1}{4} - \left(-\frac{5}{4}\right)}{2} = \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[-\frac{5}{4}, \frac{1}{4} \right] = E \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{4} \right]$$

$$\text{h) } |x+2| > \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} -x-2 > \frac{3}{2} \\ x+2 > \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x > \frac{3}{2} + 2 \\ x > \frac{3}{2} - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x > \frac{7}{2} \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{7}{2} \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ x \in \mathbb{R} / x < -\frac{7}{2} \text{ ó } x > -\frac{1}{2} \right\} \Rightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{7}{2} \right) \cup \left(-\frac{1}{2}, +\infty \right)$$

NO SE PUEDE EXPRESAR EN FORMA DE ENTORNO



$$\text{i) } |x+3| \geq 0,2333... \Rightarrow |x+3| \geq \frac{7}{30} \Rightarrow \begin{cases} -x-3 \geq \frac{7}{30} \\ x+3 \geq \frac{7}{30} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \geq \frac{7}{30} + 3 \\ x \geq \frac{7}{30} - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \geq \frac{97}{30} \\ x \geq -\frac{83}{30} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{97}{30} \\ x \geq -\frac{83}{30} \end{cases} \Rightarrow$$

$$0,2333... = 0,2\bar{3} = -\frac{23-2}{90} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$$

$$\Rightarrow \left\{ x \in \mathbb{R} / x \leq -\frac{97}{30} \text{ ó } x \geq -\frac{83}{30} \right\} \Rightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{97}{30} \right] \cup \left[-\frac{83}{30}, +\infty \right)$$

NO SE PUEDE EXPRESAR EN FORMA DE ENTORNO



PROBLEMAS

28. En una prueba de maratón se inscriben 9000 personas. Indica cuál de los siguientes resultados expresa el número de atletas que llegó a meta.

- a) 0,2365781... b) 0,243243243... c) 0,2436666... d) 1,9823658...

Solución

Las respuestas a) y d) no pueden ser ya que son números irracionales y no pueden escribirse en forma de fracción.

Las soluciones b) y c) son números decimales periódicos que si pueden representarse en forma de fracción, de modo que hay que elegir de estos dos el que tenga por denominador 9000.

$$0,243243... = 0,\overline{243} = -\frac{243-0}{999} = \frac{243}{999}$$

$$0,243666... = 0,243\widehat{6} = -\frac{2436-243}{9000} = \frac{2193}{9000}$$

Por tanto, el resultado correcto es el c) y el nº de atletas es 2193.

29. Balbina hace encuestas por la calle y le piden que pregunte a 100 asistentes del hogar acerca del precio de los productos de limpieza. El resultado que obtiene es que 0,65656... piensan que son demasiado caros. En su empresa se dan cuenta que ha tenido que hacer trampas al realizar la encuesta, ¿por qué?

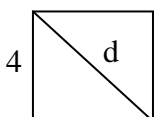
Solución

Si entrevista a 100 personas y de ellas N responden que los productos son demasiado caros entonces la fracción que representa este resultado sería $\frac{N}{100}$ y al pasar a número decimal obtendríamos un nº decimal exacto y 0,6565... es periódico puro.

$$0,6565... = 0,\overline{65} = -\frac{65-0}{99} = \frac{65}{99} \Rightarrow \text{Realmente entrevistó a 99 personas}$$

30. Calcula el valor de la diagonal de un cuadrado, dando el resultado por exceso por defecto y por redondeo hasta las diezmilésimas cuando su lado mide 4 m.

Solución



Teorema de Pitágoras

$$d^2 = 4^2 + 4^2 \Rightarrow d^2 = 32 \Rightarrow d = \sqrt{32}m = 5,656854...m$$

$\sqrt{32}$	Defecto	Exceso	Redondeo
5		6	6
5,6		5,7	5,7
5,65		5,66	5,66
5,656		5,657	5,657
5,6568		5,6569	5,6569

31. Calcula el área de un círculo de radio 2 m, dando el resultado por exceso, por defecto y por redondeo a las diezmilésimas.

Solución

$$\text{Área} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi m^2 = 12,5663706\dots m^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Por defecto} \rightarrow 12,5663 m^2 \\ \text{Por exceso} \rightarrow 12,5664 m^2 \\ \text{Redondeo} \rightarrow 12,5664 m^2 \end{array} \right.$$

32. El número áureo $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, representa la relación entre la diagonal de un pentágono y su lado. Si el lado del pentágono mide 5 cm. ¿Cuánto vale su diagonal? Expresa el resultado por defecto, por exceso, y por redondeo con 3 cifras decimales.

Solución

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \text{ representa la relación entre la diagonal de un pentágono y su lado, es decir, } \Phi = \frac{\text{Diagonal}}{\text{Lado}}$$

$$\text{Lado} = 5 \text{ cm} \Rightarrow \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{\text{Diagonal}}{5} \Rightarrow \text{Diagonal} = \frac{5(1+\sqrt{5})}{2} \text{ cm} = 8,0901\dots \text{ cm}$$

	Por defecto	Por exceso	Redondeo
Aprox. con 3 cifras decimales	8,090	8,091	8,090

33. Al medir la altura de una persona de 180 cm se ha obtenido 178 cm. Al medir la altura de un edificio de 39 m se ha obtenido 40 m. calcula los errores absoluto y relativo de cada medida e indica razonadamente cuál de las dos es más precisa.

Solución

$$\text{➤ Persona} \left\{ \begin{array}{l} \text{Valor real} = 180 \text{ cm} \\ \text{Valor aproximado} = 178 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$$E_a = |V_{\text{exacto}} - V_{\text{aproximado}}| = |180 - 178| = 2 \text{ cm}$$

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{exacto}}} = \frac{2}{180} = \frac{1}{90} = 0,0\hat{1} \Rightarrow E_r = 1,\hat{1}\%$$

➤ Edificio $\left\{ \begin{array}{l} \text{Valor real} = 39 \text{ m} \\ \text{Valor aproximado} = 40 \text{ m} \end{array} \right.$

$$E_a = |V_{\text{exacto}} - V_{\text{aproximado}}| = |39 - 40| = 1 \text{ cm}$$

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{exacto}}} = \frac{1}{39} \cong 0,0256 \Rightarrow E_r \cong 2,56\%$$

La medida de la persona es más precisa ya que el error relativo es menor.

34. La corporación municipal de un ayuntamiento cuyo municipio cuenta con 600 habitantes de edades comprendidas entre 16 y 20 años, ha realizado una encuesta sobre las actividades culturales que interesan a dicho segmento de población. Sabiendo que el 81,8181...% contestó que le interesaba el cine y que el 14,58333...% contestó que no le interesaban las conferencias de divulgación científica, calcula el número de personas que contestaron la encuesta.

Solución

$$81,8\bar{1}\% = \frac{81,8\bar{1}}{100} = 0,8\bar{1} = \frac{81-0}{99} = \frac{9}{11}$$

$$14,58\hat{3}\% = \frac{14,58\hat{3}}{100} = 0,1458\hat{3} = \frac{14583-145}{90000} = \frac{13125}{90000} = \frac{7}{48}$$

A $\frac{9}{11}$ partes de los encuestados no les interesa el cine y a $\frac{7}{48}$ no les interesan las conferencias de

divulgación científica; por tanto, el número de encuestados debe ser múltiplo de 11 y 48 y, además, menor de 600 (= n° de habitantes).

m.c.m. (11, 48) = 528 \Rightarrow el número de personas que contestaron la encuesta fue de 528.