

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Resuelve las siguientes ecuaciones (*de segundo grado, bicuadrada, con una raíz y con la incógnita en el denominador*). **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

a)
$$\frac{(x-2)(x+2)}{5} = \left(\frac{x}{3}\right)^2$$

b)
$$x^2(x+1)(x-1) = (2-x)^2 + (x+4)x$$

c)
$$x + \sqrt{5x+10} = 8$$

d)
$$2(x-1) + 3(2-x) = \frac{1}{x}$$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que se indica. **Nota:** a veces, antes de aplicar el método que sea, es conveniente expresar el sistema en su forma reducida. **(4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado)**

a)
$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + 2y = 10 \\ x - 3y = 6 \end{array} \right\}, \text{ por igualación.}$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} \frac{3(x-1)}{2} + \frac{2(y-2)}{3} = \frac{13}{6} \\ \frac{3(x+1)}{2} - \frac{2(y+2)}{5} = \frac{5}{2} \end{array} \right\}, \text{ por reducción.}$$

c)
$$\left. \begin{array}{l} x - 2y = 0 \\ xy + x - y - 36 = 0 \end{array} \right\}, \text{ por sustitución. (Ayuda: } \sqrt{289} = 17 \text{)}$$

3. Un grupo de estudiantes alquila un piso por el que tienen que pagar 420 € al mes. Uno de ellos hace cuentas y observa que si fueran dos estudiantes más, cada uno tendría que pagar 24 € menos. ¿Cuántos estudiantes han alquilado el piso? ¿Cuánto paga cada uno? **(1,5 puntos)**

(Es obligado contemplar los siguientes apartados para hacer el problema: presentación de las incógnitas, planteamiento, resolución y expresión de las soluciones)

$$\textcircled{1} \text{ a) } \frac{(x-2)(x+2)}{5} = \left(\frac{x}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{x^2-4}{5} = \frac{x^2}{9} \Rightarrow 9x^2-36=5x^2$$

$$\Rightarrow 4x^2=36 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow \underline{\underline{x = \pm 3}}$$

$$\text{b) } x^2(x+1)(x-1) = (2-x)^2 + (x+4)x \Rightarrow x^2(x^2-1) = 4-4x+x^2+x^2+4x$$

$$\Rightarrow x^4-x^2 = 2x^2+4 \Rightarrow x^4-3x^2-4 = 0 \quad (x^2=z); \quad z^2-3z-4 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 25; \quad z = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} z_1 = 4 \\ z_2 = -1 \end{cases}$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} \Rightarrow \underline{\underline{x = \pm 2}}$$

$$x^2 = -1 \Rightarrow \underline{\underline{\text{NO TIENE SOLUCIÓN}}}$$

$$\text{c) } x + \sqrt{5x+10} = 8 \Rightarrow \sqrt{5x+10} = 8-x \Rightarrow 5x+10 = 64-16x+x^2$$

$$\Rightarrow x^2-21x+54 = 0 \Rightarrow \Delta = (-21)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 54 = 441-216 = 225$$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{21 \pm 15}{2} = \begin{cases} x_1 = 18 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{d) } 2(x-1) + 3(2-x) = \frac{1}{x} \Rightarrow 2x(x-1) + 3x(2-x) = 1 \Rightarrow$$

$$2x^2-2x+6x-3x^2=1 \Rightarrow -x^2+4x=1 \Rightarrow x^2-4x+1=0;$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 12; \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} =$$

$$= \begin{cases} x_1 = 2 + \sqrt{3} \\ x_2 = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \text{ a) } \begin{cases} \frac{x}{2} + 2y = 10 \\ x - 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 4y = 20 \\ x - 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 - 4y \\ x = 6 + 3y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20 - 4y = 6 + 3y \Rightarrow -7y = -14 \Rightarrow \underline{\underline{y = 2}}$$

Sustituyendo en $x = 6 + 3y$: $x = 6 + 3 \cdot 2 \Rightarrow \underline{\underline{x = 12}}$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{3(x-1)}{2} + \frac{2(y-2)}{3} = \frac{13}{6} \\ \frac{3(x+1)}{2} - \frac{2(y+2)}{5} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9(x-1) + 4(y-2) = 13 \\ 15(x+1) - 4(y+2) = 25 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9x - 9 + 4y - 8 = 13 \\ 15x + 15 - 4y - 8 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x + 4y = 30 \\ 15x - 4y = 18 \end{cases} \begin{matrix} + \\ + \end{matrix} \begin{cases} 18 + 4y = 30 \\ 4y = 12 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\underline{\underline{24x = 48}} \Rightarrow \underline{\underline{x = 2}} \quad \underline{\underline{y = 3}}$$

$$c) \begin{cases} x - 2y = 0 \\ xy + x - y - 36 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 2y \cdot y + 2y - y - 36 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2y^2 + y - 36 = 0; \Delta = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-36) = 289$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{289}}{4} = \frac{-1 \pm 17}{4} = \begin{cases} y_1 = 4 \\ y_2 = \frac{-18}{4} = \frac{-9}{2} \end{cases}$$

Sustituyendo en $x = 2y$:

$$\text{Si } y_1 = 4 \Rightarrow \underline{x_1 = 8}$$

$$\text{Si } y_2 = \frac{-9}{2} \Rightarrow \underline{x_2 = -9}$$

③ Estudiantes: x Si fueran dos más: $x + 2$
Paga cada uno: y Pagarían 24 € menos: $y - 24$

PLANTEAMIENTO:

$$\begin{cases} xy = 420 \\ (x + 2)(y - 24) = 420 \end{cases}$$

RESOLUCIÓN:

$$\begin{cases} y = \frac{420}{x} \\ xy - 24x + 2y - 48 = 420 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x \frac{420}{x} - 24x + 2 \frac{420}{x} - 48 = 420 \Rightarrow$$

$$420 - 24x + \frac{840}{x} = 468 \Rightarrow 420x - 24x^2 + 840 = 468x$$

$$\Rightarrow 24x^2 + 48x - 840 = 0 \Rightarrow \underline{x^2 + 2x - 35 = 0}$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-35) = 144;$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{-2 \pm 12}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \Rightarrow y_1 = \frac{420}{5} = 84 \\ x_2 = -7 \Rightarrow y_2 = \frac{420}{-7} = -60 \end{cases}$$

- * La solución $x_2 = -7$ se elimina pues no puede haber un número negativo de estudiantes.
- * Por tanto el piso lo han alquilado 5 estudiantes y cada uno paga 84 euros.