

NºS RACIONALES, POTENCIAS Y RAÍCES

NOMBRE _____

1) Calcula operando con números enteros:

$$3 - 2 \cdot \left[-(2 - 3) - 3 - (-3 + 1) + (-3)^2 \right] - (-4 - 2) =$$

(0,5 puntos)

2) Calcula:

a) $\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{7} - \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{4} + 1 - 3 \cdot 2 - \frac{2}{3} - \left(2 - \frac{1}{5} \right) =$

b) $\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9} \right) + 3 \left(\frac{2}{9} - 1 \right) \right] : \left(-\frac{2}{3} \right) =$

(1,5 puntos)

3) Si de un depósito de aceite se sacan primero las $\frac{3}{7}$ partes. Después se sacan $\frac{3}{4}$ de lo que quedaba. Si han sobrado 10 litros:

- ¿Qué fracción queda por sacar después de la primera extracción?
- ¿Qué fracción queda por sacar después de la segunda extracción?
- ¿Cuántos litros de aceite había al principio en el depósito?

(0,8 puntos)

4) Calcula el valor de las expresiones:

a) $2^{-2} \cdot 2^{-3} =$

b) $(3^{-1})^{-2} =$

c) $2^2 : 2^{-2} =$

(0,6 puntos)

5) Realiza las siguientes operaciones aplicando la propiedades de las potencias:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} =$

(0,4 puntos)

b) $\left[3^2 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^4\right]^3 =$

(0,4 puntos)

c) $\frac{9^3 \cdot 6^{-4} \cdot 4^{-1} \cdot 8^2}{9^{-2} \cdot 6^3} =$

(0,5 puntos)

d) $\frac{(-2)^3 \cdot (-3)^{-2}}{3^{-3} \cdot 2^4 \cdot (-5)} =$

(0,5 puntos)

6) Simplifica y calcula las siguientes raíces exactas descomponiendo, si es necesario:

a) $\sqrt[4]{16000000000000} =$

b) $\sqrt[3]{375} =$

c) $\sqrt[4]{2^8 \cdot 3^{16} \cdot 5^9} =$

d) $2\sqrt[5]{3} - \frac{\sqrt[5]{3}}{3} + \frac{3}{2}\sqrt[5]{3} =$

(1,2 puntos)

EXAMEN RESUELTO
NºS RACIONALES, POTENCIAS Y RAÍCES

1) Calcula operando con números enteros:

$$\begin{aligned}
 & 3 - 2 \cdot [-(2-3) - 3 - (-3+1) + (-3)^2] - (-4-2) = \\
 & = 3 - 2 \cdot [-(-1) - 3 - (-2) + 9] - (-6) = 3 - 2 \cdot [1 - 3 + 2 + 9] + 6 = 3 - 2 \cdot 9 + 6 = \\
 & = 3 - 18 + 6 = \boxed{-9}
 \end{aligned}$$

2) Calcula:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{7} - \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{4} + 1 - 3 \cdot 2 - \frac{2}{3} - \left(2 - \frac{1}{5} \right) = \\
 & \frac{3}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{7} - \frac{1}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{5}}{4} + \underbrace{1-3 \cdot 2}_{-5} - \frac{2}{3} - \left(\frac{10}{5} - \frac{1}{5} \right) = \frac{3}{7} - \frac{1}{4} - 5 - \frac{2}{3} - \frac{9}{5} = \\
 & = \frac{180}{420} - \frac{105}{420} - \frac{2100}{420} - \frac{280}{420} - \frac{756}{420} = \boxed{\frac{-3061}{420}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9} \right) + 3 \left(\frac{2}{9} - 1 \right) \right] : \left(-\frac{2}{3} \right) = \left[\left(\frac{6}{9} - \frac{1}{9} \right) + 3 \left(\frac{2}{9} - \frac{9}{9} \right) \right] : \left(-\frac{2}{3} \right) \\
 & \left[\left(\frac{5}{9} \right) + 3 \left(-\frac{7}{9} \right) \right] : \left(-\frac{2}{3} \right) = \left[\frac{5}{9} - \frac{21}{9} \right] : \left(-\frac{2}{3} \right) = \left[\frac{-16}{9} \right] : \left(-\frac{2}{3} \right) = \frac{-16 \cdot 3}{-9 \cdot 2} = \frac{8 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = \boxed{\frac{8}{3}}
 \end{aligned}$$

3) Si de un depósito de aceite se sacan primero las $\frac{3}{7}$ partes. Después se sacan $\frac{3}{4}$ de lo que quedaba. Si han sobrado 10 litros:

- ¿Qué fracción queda por sacar después de la primera extracción?
- ¿Qué fracción queda por sacar después de la segunda extracción?
- ¿Cuántos litros de aceite había al principio en el depósito?

Solución:

$$\text{a) } 1^\circ \text{ sacamos } \frac{3}{7} \rightarrow \boxed{\text{queda por sacar } \frac{4}{7} \text{ del depósito}}$$

$$\text{b) } 2^\circ \text{ sacamos } \frac{3}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}}{\underbrace{7}_{\text{quedaba}}} = \frac{3}{7} \text{ del depósito}$$

$$\text{En total hemos sacado } \underbrace{\frac{3}{7}}_{1^\circ \text{ vez}} + \underbrace{\frac{3}{7}}_{1^\circ \text{ vez}} = \frac{6}{7} \text{ del depósito}$$

$$\text{Por lo que } \boxed{\text{faltan por sacar } \frac{1}{7} \text{ del depósito}}$$

c) Si quedan $\frac{1}{7}$ del depósito, que son 10 litros, tenemos que

$$\frac{1}{7} \cdot x = 10 \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 10}{1} = \boxed{70 \text{ litros había al principio}}$$

4) **Calcula el valor** de las expresiones:

$$a) \quad 2^{-2} \cdot 2^{-3} = 2^{-2+(-3)} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \boxed{\frac{1}{32}}$$

$$b) \quad (3^{-1})^{-2} = 3^{-1 \cdot (-2)} = 3^2 = \boxed{9}$$

$$c) \quad 2^2 : 2^{-2} = 2^{2-(-2)} = 2^{2+2} = 2^4 = \boxed{16}$$

5) Realiza las siguientes operaciones aplicando la propiedades de las potencias:

$$a) \quad \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{1}{2^4} \cdot \frac{3^2}{1} = \frac{1}{2^{4-3} \cdot 3^{3-2}} = \frac{1}{2 \cdot 3} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

$$b) \quad \left[3^2 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^4\right]^3 = 3^6 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^{12} = \frac{3^6 \cdot 2^{12}}{6^{12}} = \frac{3^6 \cdot 2^{12}}{(2 \cdot 3)^{12}} = \frac{3^6 \cdot 2^{12}}{2^{12} \cdot 3^{12}} = \frac{1}{3^6} = \boxed{3^{-6}}$$

$$c) \quad \frac{9^3 \cdot 6^{-4} \cdot 4^{-1} \cdot 8^2}{9^{-2} \cdot 6^3} = \frac{9^3 \cdot 9^2 \cdot 8^2}{6^3 \cdot 6^4 \cdot 4^1} = \frac{(3^2)^3 (3^2)^2 (2^3)^2}{(2 \cdot 3)^3 (2 \cdot 3)^4 2^2} = \frac{3^6 \cdot 3^4 \cdot 2^6}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 2^2} = \frac{3^{10} \cdot 2^6}{3^7 \cdot 2^9} = \boxed{\frac{3^3}{2^3}}$$

$$d) \quad \frac{(-2)^3 \cdot (-3)^{-2}}{3^{-3} \cdot 2^4 \cdot (-5)} = \frac{\overbrace{(-2)^3}^{-} \cdot \overbrace{3^3}^{+}}{\underbrace{2^4}_{+} \cdot \underbrace{(-5)}_{-} \cdot \underbrace{(-3)^2}_{+}} = + \frac{2^3 \cdot 3^3}{2^4 \cdot 5 \cdot 3^2} = \boxed{\frac{3}{2 \cdot 5}}$$

6) Simplifica y calcula las siguientes raíces exactas descomponiendo, si es necesario:

$$a) \quad \sqrt[4]{\underbrace{16}_{2^4} \underbrace{0000}_{10^4} \underbrace{0000}_{10^4} \underbrace{0000}_{10^4}} = 2 \cdot 10^3 = \boxed{2000}$$

$$b) \quad \sqrt[3]{375} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 3} = \boxed{5 \cdot \sqrt[3]{3}}$$

$$c) \quad \sqrt[4]{2^8 \cdot 3^{16} \cdot 5^9} = \boxed{2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot \sqrt[4]{5}} \text{ (dividiendo)}$$

Otra forma

$$\sqrt[4]{2^8 \cdot 3^{16} \cdot 5^9} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 3^4 \cdot 3^4 \cdot 3^4 \cdot 5^4 \cdot 5^4 \cdot 5} = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot \sqrt[4]{5}$$

$$d) \quad 2\sqrt[5]{3} - \frac{\sqrt[5]{3}}{3} + \frac{3}{2}\sqrt[5]{3} = \left(2 - \frac{1}{3} + \frac{3}{2}\right)\sqrt[5]{3} = \left(\frac{12}{6} - \frac{2}{6} + \frac{9}{6}\right)\sqrt[5]{3} = \boxed{\frac{19}{6}\sqrt[5]{3}}$$