

Expresiones polinómicas

Dados los polinomios:

$$P(x) = x^5 + x + 2x^3 - 2x^5 + \frac{1}{3}x^2 - 2 + 3x + x^5 - \frac{4}{3}x^2 + 5$$

$$Q(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x - \frac{5}{6}$$

$$R(x) = 3x^3 - 2x^2 + x$$

1. Simplifica $P(x)$ reduciendo términos semejantes. (1 punto)

2. Indica para cada uno de los tres polinomios y justificando las respuestas:

a) Su grado. (1 punto)

b) Si es completo o incompleto. (1 punto)

3. Halla: a) $Q(2)$. (1 punto)

b) $R(1/2)$. (1 punto)

4. Halla el polinomio resultante de $3P(x) - 12Q(x) \cdot R(x)$. (5 puntos)

RESPUESTAS

$$\begin{aligned} 1. \quad P(x) &= x^5 + x + 2x^3 - 2x^5 + \frac{1}{3}x^2 - 2 + 3x + x^5 - \frac{4}{3}x^2 + 5 = \\ &= (1 - 2 + 1)x^5 + 2x^3 + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3}\right)x^2 + (1 + 3)x - 2 + 5 = 2x^3 - x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

$$P(x) = 2x^3 - x^2 + 4x + 3$$

2. a) El grado de un polinomio es el mayor exponente de la indeterminada, por lo tanto:

Los tres polinomios son de grado 3 (tercer grado).

b)

$P(x)$ es completo pues no le falta ningún término.
 $Q(x)$ es incompleto, le falta el término de segundo grado.
 $R(x)$ es incompleto, le falta el término independiente.

$$3. \quad a) \quad Q(2) = \frac{1}{3} \cdot 2^3 + \frac{3}{4} \cdot 2 - \frac{5}{6} = \frac{8}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6} = \frac{16}{6} + \frac{9}{6} - \frac{5}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}; \quad Q(2) = \frac{10}{3}$$

$$b) \quad R\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{1}{8} - 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8}; \quad R\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$$

4. Para hallar $3P(x) - 12Q(x) \cdot R(x)$ efectuamos primero los productos y luego la resta:

$$1^\circ \rightarrow 3 \cdot P(x)$$

$$2^\circ \rightarrow 12 \cdot Q(x)$$

$$3^\circ \rightarrow 12Q(x) \cdot R(x)$$

$$4^\circ \rightarrow 3P(x) - 12Q(x) \cdot R(x)$$

$$1^\circ \rightarrow 3P(x) = 3 \cdot (2x^3 - x^2 + 4x + 3) = 6x^3 - 3x^2 + 12x + 9$$

$$2^\circ \rightarrow 12Q(x) = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x - \frac{5}{6} \right) = 4x^3 + 9x - 10$$

$$3^\circ \rightarrow$$

$$\begin{array}{r} 12Q(x) = 4x^3 + 9x - 10 \\ R(x) = 3x^3 - 2x^2 + x \\ \hline 4x^4 + 9x^2 - 10x \\ - 8x^5 - 18x^3 + 20x^2 \\ 12x^6 + 27x^4 - 30x^3 \\ \hline 12Q(x) \cdot R(x) = 12x^6 - 8x^5 + 31x^4 - 48x^3 + 29x^2 - 10x \end{array}$$

$$4^\circ \rightarrow$$

$$\begin{array}{r} 3P(x) = 6x^3 - 3x^2 + 12x + 9 \\ - 12Q(x) \cdot R(x) = - 12x^6 + 8x^5 - 31x^4 + 48x^3 - 29x^2 + 10x \\ \hline 3P(x) - 12Q(x) \cdot R(x) = - 12x^6 + 8x^5 - 31x^4 + 54x^3 - 32x^2 + 22x + 9 \end{array}$$

$3P(x) - 12Q(x) \cdot R(x) = - 12x^6 + 8x^5 - 31x^4 + 54x^3 - 32x^2 + 22x + 9$
--