Ecuaciones y sistemas de primer grado

1. *Resuelve la ecuación:* $\frac{2\cdot(2x-3)}{9}-\frac{x+6}{3}-x=\frac{5\cdot(3-x)}{6}-5$
2. *Indica, justificando la respuesta, si los puntos: A(3 , 1); B(3, −2); C(1 , −3), pertenecen a las rectas cuyas ecuaciones son:* $\begin{cases} 2x-y=5 \\ 2(y+1)=x-5 \end{cases}$
3. *Simplifica las ecuaciones y resuelve el sistema por el método de reducción:*
$$\begin{cases} 2(y+2)-x=x+6 \\ 2(y+1)+x=5+y \end{cases}$$
4. *Resuelve algebraicamente el siguiente problema:* «Anacleto ha colocado estanterías en su cuarto y podría ordenar en ellas todos sus libros si pusiese dos docenas en cada una. Se ha dado cuenta de que si pusiese dos docenas y media de libros en cada estantería, le quedaría libre una en la que podría poner sus trofeos deportivos. ¿Cuántas estanterías ha colocado en su cuarto?»
5. «Onorato ha abierto su hucha en la que guardaba únicamente monedas de de 1 y 2 euros y se ha encontrado que hay 46 monedas por un valor de 85 euros. Averigua algebraicamente cuántas monedas de cada clase había en la hucha.»

RESPUESTAS

1. $$\frac{2\cdot(2x-3)}{9}-\frac{x+6}{3}-x=\frac{5\cdot(3-x)}{6}-5$$

Quitamos paréntesis aplicando la propiedad distributiva del producto respecto a la suma (y, para evitar errores, las fracciones que haya que restar las convertimos en sumas cambiando de signo a los términos del numerador)

$$\frac{4x-6}{9}+\frac{-x-6}{3}-x=\frac{15-5x}{6}-5$$

Para quitar denominadores multiplicamos a los dos miembros de la igualdad por el mínimo común múltiplo de los denominadores que es 18

$$18\cdot\left(\frac{4x-6}{9}+\frac{-x-6}{3}-x\right)=18\cdot\left(\frac{15-5x}{6}-5\right)$$ aplicamos la propiedad distributiva

$$18\cdot\frac{(4x-6)}{9}+18\cdot\frac{(-x-6)}{3}-18x=18\cdot\frac{(15-5x)}{6}-18\cdot5$$ simplificamos

$$2(4x-6)+6(-x-6)-18x=3(15-5x)-90$$ quitamos paréntesis

$$8x-12-6x-36-18x=45-15x-90$$

Agrupamos y reducimos los términos semejantes para ellllo sumamos a los dos miembros: $12+36+15x$ con lo cual conseguiremos que en el primer miembro queden los términos de primer grado y en el segundo los términos independientes:

$$8x-\cancel{12}-6x-\cancel{36}-18x+\cancel{12}+\cancel{36}+15x=45-\cancel{15x}-90+12+36+\cancel{15x}$$

$$(8-6-18+15)x=45-90+12+36$$

$-x=3 \quad \Rightarrow$ Solución: $\boxed{x=-3}$

Comprobamos la solución sustituyendo en la ecuación original la x por -3 y efectuando las operaciones:

$$\frac{2\cdot(2(-3)-3)}{9}-\frac{-3+6}{3}-(-3)=\frac{5\cdot(3-(-3))}{6}-5 \Rightarrow -2-1+3=5-5 \Rightarrow 0=0$$ La solución es correcta.

2. Si los puntos: *A(3 , 1); B(3, −2); C(1 , −3)*, pertenecen a las rectas, sus coordenadas tienen que cumplir las ecuaciones: $\begin{cases} 2x-y=5 \\ 2(y+1)=x-5 \end{cases}$; lo comprobamos para cada punto sustituyendo, en ambas ecuaciones, la x por el valor de la primera coordenada y la y por el de la segunda:

	A(3 , 1)	*B(3 , –2)*	*C(1 , –3)*
$2x-y=5$	*2·3 – 1 = 5* *5 = 5* *SÍ cumple la 1ª*	*2·3 – (–2) = 5* *8 = 5* *NO cumple la 1ª*	*2·1 – (–3) = 5* *5 = 5* *SÍ cumple la 1ª*
$2(y+1)=x-5$	*2(1 + 1) = 3 – 5* *4 = –2* *NO cumple la 2ª*	*2(–2 + 1) = 3 – 5* *–2 = –2* *SÍ cumple la 2ª*	*2(–3 + 1) = 1 – 5* *–4 = –4* *SÍ cumple la 2ª*

Por lo tanto:

A es de la primera recta pero no de la segunda.
B es de la segunda recta pero no de la primera.
C pertenece a las dos, es el punto en que se cortan.

3. $\begin{cases} 2(y+2)-x=x+6 \\ 2(y+1)+x=5+y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+4-x=x+6 \\ 2y+2+x=5+y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x+2y=2 \xrightarrow{\cdot 1/2} \\ x+y=3 \longrightarrow \end{cases} \begin{cases} -x+y=1 \\ x+y=3 \end{cases}$

Sumando miembro a miembro estas ecuaciones obtenemos: $2y=4 \Rightarrow y=2$

Sustituyendo este valor en cualquiera de las ecuaciones obtenemos de forma inmediata: $x=1$

Comprobamos este resultado en las ecuaciones originales: $\begin{cases} 2(2+2)-1=1+6 & \rightarrow 7=7 \\ 2(2+1)+1=5+2 & \rightarrow 7=7 \end{cases}$

Solución: $\boxed{(x , y) = (1 , 2)}$

4. Sea x el número de estanterías.

Como puede poner dos docenas de libros en cada una significa que tiene $2x$ docenas de libros.

Esta cantidad de libros los podría colocar utilizando una estantería menos, es decir, emplearía $x-1$ estanterías, poniendo en cada una $2'5$ docenas de libros. Por lo tanto:

$$2x = 2'5(x-1)$$

$$2x = 2'5x - 2'5 \xrightarrow{-2'5x} -0'5x = -2'5 \xrightarrow{\cdot(-2)} x = 5$$

Respuesta: $\boxed{\text{Ha colocado 5 estanterías}}$

Comprobación:

5 estanterías por 2 docenas de libros en cada una. Anacleto tiene 10 docenas de libros

4 estanterías por 2'5 docenas de libros en cada una: 10 docenas de libros

5. Sean x e y, respectivamente, el número de monedas de 1 y 2 euros que había en la hucha.

Como tiene en total 46 monedas $\Rightarrow$ $x + y = 46$ al tener 85 € $\Rightarrow$ $x + 2y = 85$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 46 \\ x + 2y = 85 \end{array}\right\}$$

Si a la segunda ecuación le restamos la primera obtenemos: $y = 39$ por lo tanto $x = 7$

$$\text{Comprobación :}\begin{cases} 7 + 39 = 46 & Cantidad\_de\_monedas \\ 7 + 2\cdot 39 = 85 & Cantidad\_de\_euros \end{cases}$$

Respuesta: $\boxed{\text{En la hucha había: 7 monedas de 1€ y 39 de 2€}}$