

1 Las funciones y sus gráficas

Página 113

1. Observa la gráfica del helicóptero y responde:

- ¿Qué altura lleva cuando va del embalse al incendio?
- ¿A qué altura estaba a los 20 min? ¿A qué altura baja para coger agua? ¿Y cuando apaga el fuego?
- ¿Cuánto tiempo necesita para llenar de agua el depósito? ¿Y para apagar el fuego?
- ¿A qué velocidad media (en m/min) sube desde que sale de la base hasta que llega a 320 m de altura?

a) Lleva una altura de 280 m.

b) A los 20 min estaba a 60 m del suelo.

Baja casi a altura 0 para coger el agua.

El helicóptero apaga el fuego a los 20 minutos de salir de la base, a 60 m del suelo.

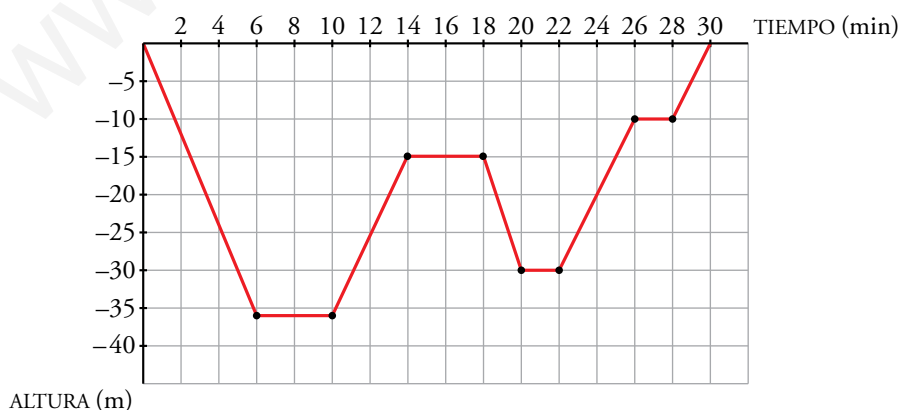
c) Para llenar el depósito de agua necesita 2 minutos.

Para apagar el fuego necesita 1 minuto.

d) Sube a una velocidad media de $v = \frac{320}{3} = 106,7$ m/min.

2. Representa en unos ejes cartesianos los 30 minutos que ha estado en inmersión un buceador: sale del barco; baja hasta 36 m; se queda un rato recreándose con los corales; sube un poco y juega con unos delfines; vuelve a bajar porque ha visto una morena y, por último, se queda 2 min a 10 m de profundidad, antes de volver al barco, para realizar la descompresión.

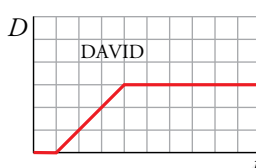
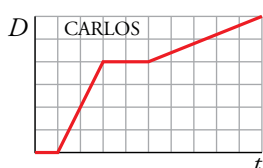
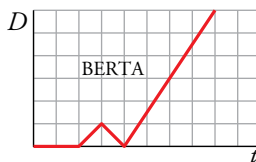
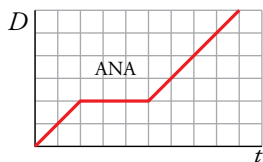
En el eje horizontal, da 2 min a cada cuadradito. En el vertical (solo la parte negativa), 5 m por cuadradito.



2 Definiciones

Página 114

1. Cuatro hermanos de una familia van al mismo centro de estudios. Observa la gráfica distancia (D) - tiempo (t) de cada uno:



A la vista de las gráficas, contesta a las siguientes preguntas:

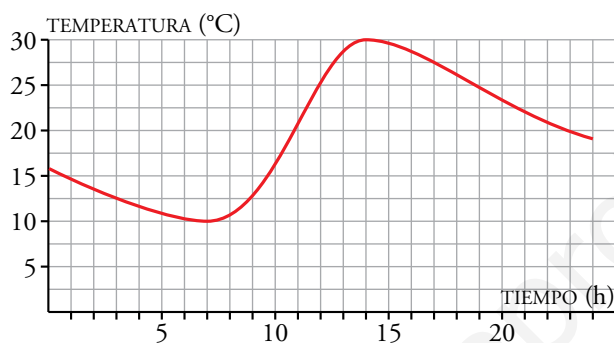
- ¿Quién ha salido antes?
- ¿Quién ha llegado más tarde?
- Dos de ellos han ido a buscar a sus amigos para ir juntos a clase. ¿Quiénes son?
- A cuál de ellos se le ha olvidado algo en casa?
- ¿Cuál no ha ido hoy a clase?
- ¿Quién ha andado más lento en algún momento?
- ¿Quién ha ido más rápido?
- ¿Quién ha estado más tiempo parado?

- Ha salido antes Ana.
- Ha llegado más tarde Carlos.
- Ana y Carlos.
- Se le ha olvidado algo a Berta.
- No ha ido a clase David.
- Ha andado más lento Carlos.
- Berta ha ido más rápido.
- David.

3 Crecimiento y decrecimiento de una función

Página 115

1. La gráfica de abajo da la temperatura en Jaca a lo largo de un día.
- Indica los intervalos de tiempo en los que crece y aquellos en los que decrece.
 - ¿Por qué crees que se producen esos aumentos y disminuciones de temperatura en esos tramos?
 - ¿Crees que en la ciudad es verano o invierno? Justifícalo.



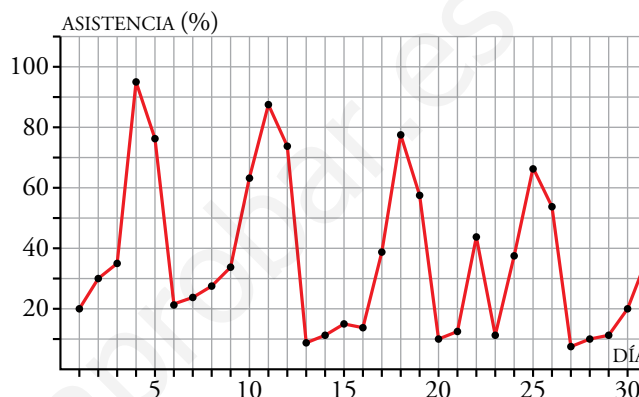
- La temperatura en Jaca aumenta en el intervalo 7-14 horas y decrece en los intervalos 0-7 horas y 14-24 horas.
- Por los cambios de temperatura a lo largo del día. Por la mañana las temperaturas van aumentando y, al acercarse la noche, las temperaturas disminuyen.
- La temperatura más alta que alcanza son los 30 °C durante el día y la temperatura más baja que alcanza son los 10 °C. Por tanto, cuando se ha hecho esta gráfica era verano.

4 Máximos y mínimos relativos

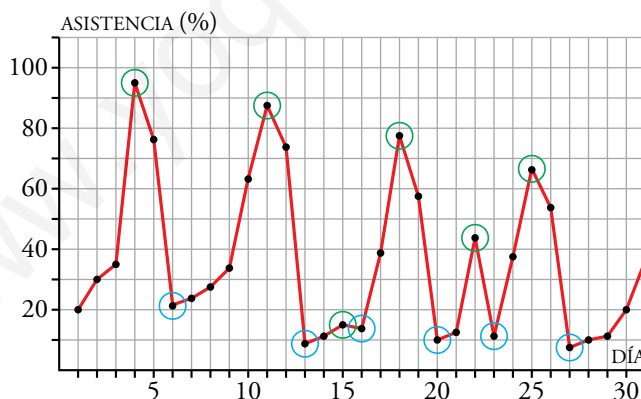
Página 116

1. La gráfica de la derecha muestra el porcentaje de ocupación de unos multicines en una ciudad a lo largo de un determinado mes.

- ¿En qué días caen los fines de semana? ¿Cómo puedes saberlo?
- ¿Qué día ha habido más espectadores? ¿Y menos? ¿Qué días de la semana son?
- ¿Cuántos máximos y cuántos mínimos tiene la gráfica de la función?
- Hubo un día entre semana que fue festivo. ¿De qué día se trata?
- Escribe un resumen de la asistencia que han tenido los multicines a lo largo de este mes.
- Un cierto día de este mes, viernes, televisaron un partido de fútbol importantísimo. ¿Qué día podemos suponer que fue?



- Son fines de semana los días 4, 5, 11, 12, 18, 19, 25 y 26. Deducimos que son esos días porque son los días en los que más espectadores van al cine.
- El día 4 hubo más espectadores y el 27 hubo menos espectadores. Estos días son sábado y lunes, respectivamente.
- La gráfica tiene 6 máximos (en verde) y 6 mínimos (en azul).



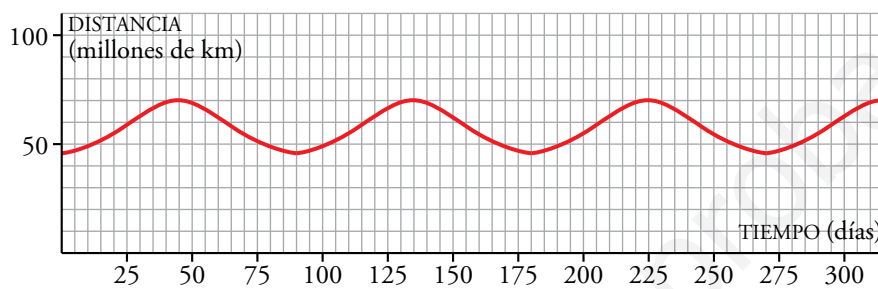
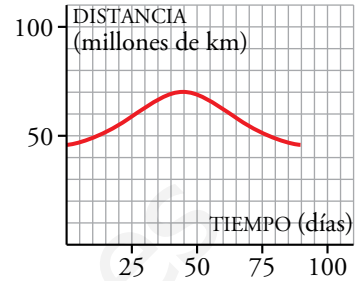
- El miércoles 22. Es el día entre semana con mayor asistencia.
- La asistencia es mayor durante los fines de semana, en particular en el primero. A lo largo del mes se puede observar que va disminuyendo con respecto a la primera semana. Desde el lunes al sábado la gráfica es creciente, es decir, el porcentaje de asistencia va aumentando, mientras que del sábado al lunes decrece. Los días de mayor porcentaje de asistencia son los sábados, en general. Sin embargo, en los días 15 y 22 podemos ver dos máximos. El día 22 fue día festivo, y podemos apreciar un considerable aumento de asistencia con respecto a los días anterior y posterior.
- El día 3. Es el viernes con la asistencia más baja.

5 Tendencias de una función

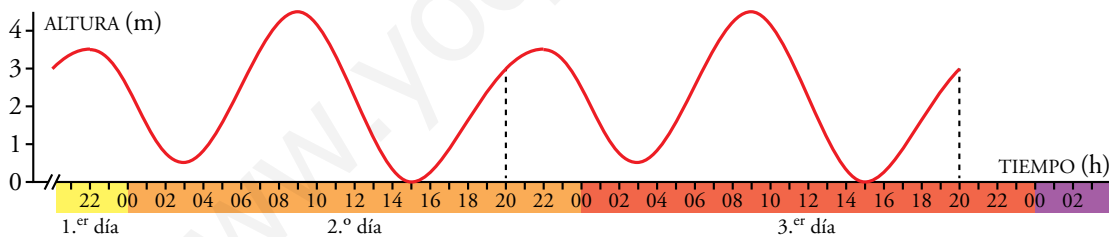
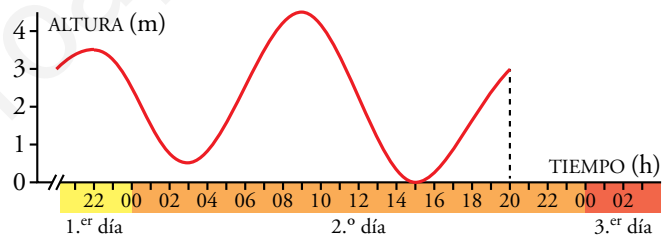
Página 117

1. Mercurio tarda 88 días en completar su órbita alrededor del Sol. Su distancia al Sol oscila entre 70 y 46 millones de kilómetros.

Completa la gráfica de la distancia de Mercurio al Sol durante 300 días.



2. La siguiente gráfica muestra la elevación de la marea en un determinado lugar a lo largo de 24 horas. Complétala para 48 horas suponiendo que es una función periódica.



6 Discontinuidades. Continuidad

Página 118

1. La entrada al parque de atracciones vale 5 €, y por cada atracción hay que pagar 1 €.

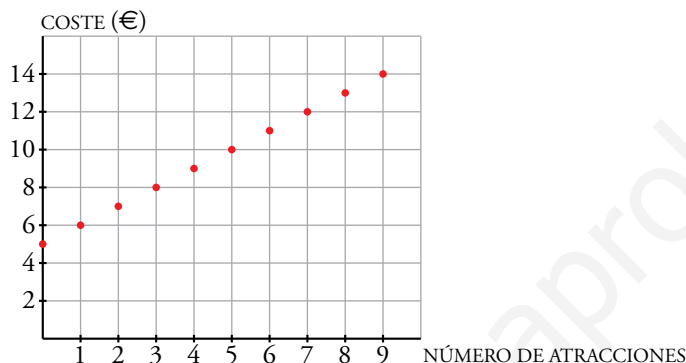
a) Representa esta función:

número de atracciones → *coste*

b) ¿Se pueden unir los puntos de la gráfica?

c) ¿Cuánto costará subir a 12 atracciones? ¿Y a 20?

a)



b) No pueden unirse porque una persona no puede montarse en media atracción o solo pagar medio viaje.

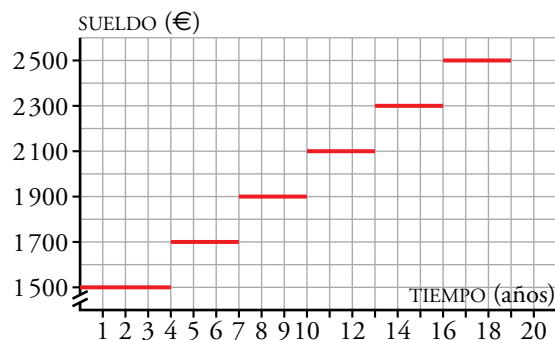
c) Subir a doce atracciones costará 5 € más un euro por atracción, es decir, $5 + 12 = 17$ €. Subir a 20 atracciones costará $5 + 20 = 25$ €.

2. La gráfica de abajo muestra el sueldo mensual de un trabajador en una empresa a lo largo de su vida.

a) ¿Cuánto tiempo lleva en la empresa cuando le suben el sueldo por primera vez?

b) ¿Cuánto gana a los 12 años de entrar? ¿Y a los 20?

c) ¿Es una función continua?



a) Cuando le suben el sueldo por primera vez, el trabajador lleva en la empresa 4 años.

b) A los 12 años de entrar cobra 2100 €, y a los 20, 2500 €.

c) No, no es continua.

7 Expresión analítica de una función

Página 119

1. Da la expresión analítica, construye la tabla y traza la gráfica de cada una de las funciones descritas a continuación:

a) El área de un cuadrado en función de su lado.

b) Coste de utilización de Internet en función del tiempo (PRECIO: 15 € fijos más 0,50 € por hora).

c) El coste de una bolsa de naranjas en función de su peso (PRECIO: 1,30 €/kg).

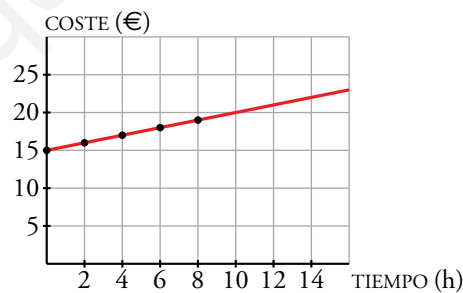
a) $A = x^2$

LADO x (m)	ÁREA A (m ²)
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
x	$A = x^2$



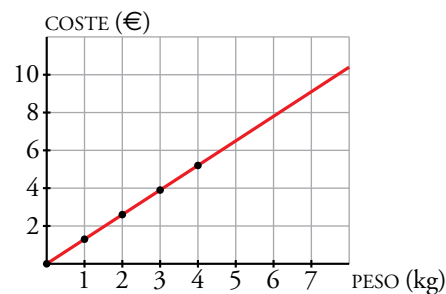
b) $C = 15 + 0,5x$

TIEMPO x (h)	COSTE C (€)
0	15
2	16
4	17
6	18
8	19
x	$C = 15 + 0,5x$



c) $C = 1,30x$

PESO x (kg)	COSTE C (€)
0	0
1	1,30
2	2,60
3	3,90
4	5,20
x	$C = 1,30x$



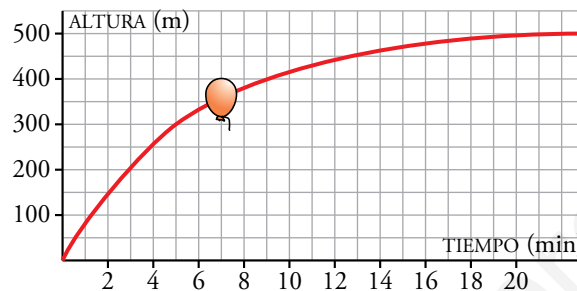
Ejercicios y problemas

Página 120

Practica

Interpretación de gráficas

1.  Se suelta un globo que se eleva. La siguiente gráfica representa la altura, con el paso del tiempo, a la que se encuentra el globo:



- ¿Qué variables intervienen? ¿Qué escala se utiliza para cada variable? ¿Cuál es el dominio de definición de esta función?
- ¿Qué altura gana el globo entre el minuto 0 y el 5? ¿Y entre el 5 y el 9? ¿En cuál de estos dos intervalos crece más rápidamente la función?
- ¿A qué altura tiende a estabilizarse?
- Haz una descripción de la altura a la que se encuentra el globo en el tiempo que dura la observación.

a) Las variables que intervienen son el tiempo y la altura.

Para la variable tiempo, cada cuadradito representa un minuto y, para la altura, cada cuadradito representa 50 metros.

El intervalo 0-26 es su dominio de definición.


b) Entre el minuto 0 y el 5, el globo gana 300 metros de altura.

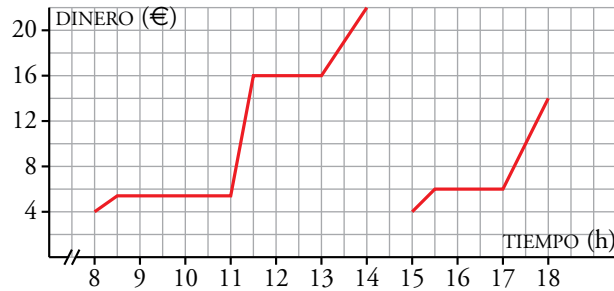
Entre el 5 y el 9, gana 50 metros de altura.

$$\frac{300}{5} = 60 > 25 = \frac{50}{2} \rightarrow \text{Crece más rápido entre los minutos 0 y 5.}$$


c) El globo tiende a estabilizarse a 500 metros.

d) Al comenzar la observación, el globo está a altura 0, en la tierra. Tras soltarlo, al principio, gana altura con bastante rapidez pero según pasa el tiempo parece que se estabiliza a 500 metros de altura.

2.  En la puerta de un colegio hay un puesto de golosinas. En esta gráfica se ve la cantidad de dinero que hay en su caja a lo largo de un día:



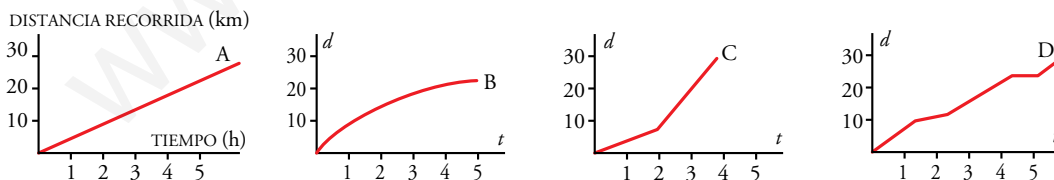
- ¿A qué hora empiezan las clases de la mañana?
 - ¿A qué hora es el recreo? ¿Cuánto dura?
 - El puesto se cierra a mediodía, y el dueño se lleva el dinero a casa. ¿Cuáles fueron los ingresos de la mañana?
 - ¿Cuál es el horario de tarde en el colegio?
 - ¿Es esta una función continua o discontinua?
- Las clases de la mañana empiezan a las ocho y media.
 - El recreo es a las 11 y dura media hora.
 - Por la mañana, los ingresos fueron de 22 €.
 - Por la tarde, las clases empiezan a las tres y media y terminan a las cinco.
 - Es una función discontinua.

3.  Una rana avanza dando tres saltos. Una de estas gráficas describe la altura a la que se encuentra al pasar el tiempo. Otra muestra la distancia que recorre a lo largo de ese tiempo, y la otra no vale. Di cuál es cuál.




- A → describe la altura a la que se encuentra al pasar el tiempo.
 B → describe la distancia que recorre en ese tiempo.
 C → no vale.

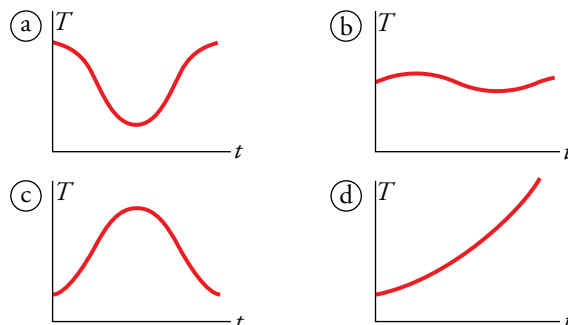
4.  Las siguientes gráficas nos muestran la marcha de cuatro montañeros:



- Describe el ritmo de cada uno.
 - ¿Quién recorre menos camino?
 - ¿Quién camina durante menos tiempo?
- El montañero A lleva un ritmo constante.
 El montañero B va decreciendo el ritmo según avanza el tiempo.
 El montañero C comienza a un ritmo y a las dos horas acelera hasta que se para a las cuatro horas.
 El montañero D va alternando un ritmo rápido con un ritmo más lento.

- b) El montañero B recorre menos camino, recorre 20 km aproximadamente.
- c) El montañero C camina durante menos tiempo, camina casi cuatro horas.

5.  Estas cuatro gráficas representan la temperatura máxima diaria (T) de cuatro ciudades, a lo largo del tiempo (t), durante un cierto año:




- a) A la vista de las gráficas, ¿en cuál de estas cuatro ciudades oscila en menor medida la temperatura?
- b) Una gráfica corresponde a una ciudad de nuestro país, y otra, a una ciudad de nuestras antípodas. ¿Qué gráficas son? Razona tu respuesta.
- c) Una gráfica es absurda. ¿Cuál es? ¿Por qué?
- d) Elige una escala adecuada para cada variable y gradúa cada uno de los ejes en tu cuaderno.
- e) ¿Cuál es el dominio de las cuatro gráficas? A la vista de los recorridos de **(a)** y **(b)**, ¿qué puedes decir del clima de estas ciudades?

- a) En la ciudad **(b)**.
- b) Las gráficas **(a)** y **(c)**, porque cuando en una la temperatura es alta en la otra es baja y al revés.
- c) La grafica **(d)** es absurda, porque la temperatura solo crece.
- d) Para la variable tiempo, podemos hacer corresponder cada cuadradito con un mes.
Para la variable temperatura, cada cuadradito pueden ser 2 ó 5 grados centígrados.
- e) El dominio es el intervalo 1-12 (o de Enero a Diciembre).

Son ciudades que no tienen inviernos muy fríos, ya que en ningún caso se alcanzan temperaturas bajo cero. La ciudad **(a)** tiene más variación entre sus temperaturas. En la ciudad **(b)**, la temperatura no varía demasiado a lo largo de los meses.

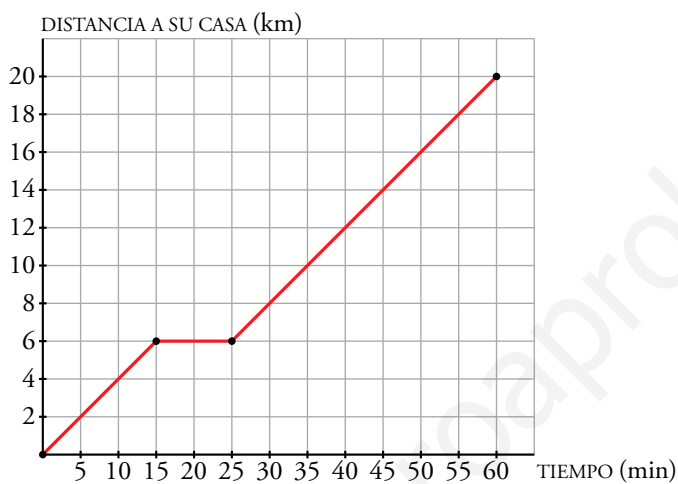
Piensa y resuelve

6.  Un ciclista sale de excursión a un lugar que dista 20 km de su casa. A los 15 minutos de la salida, cuando se encuentra a 6 km, hace una parada de 10 minutos. Reanuda la marcha y llega a su destino una hora después de haber salido.

a) Representa la gráfica *tiempo-distancia a su casa*.

b) ¿Lleva la misma velocidad antes y después de la parada? (Suponemos que la velocidad es constante en cada tramo).

a)



b) Sí, lleva la misma velocidad porque por cada 5 minutos recorre 2 kilómetros en ambos tramos.

7.  a) Sabiendo que la libra es una medida de peso que equivale a 0,45 kg, copia y completa esta tabla:

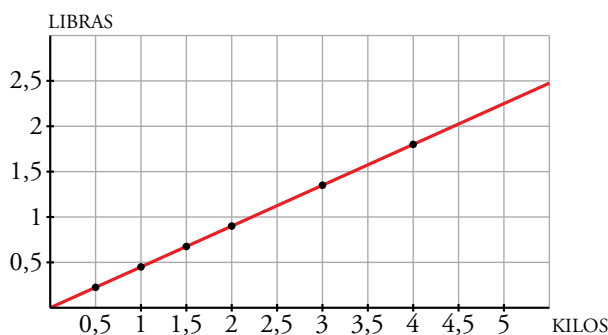
x (LIBRAS)	0,5	1	1,5	2	3	4
y (KILOS)						


b) Representa la función que convierte libras en kilos.

a)

x (LIBRAS)	0,5	1	1,5	2	3	4
y (KILOS)	0,225	0,45	0,675	0,9	1,35	1,8

b)



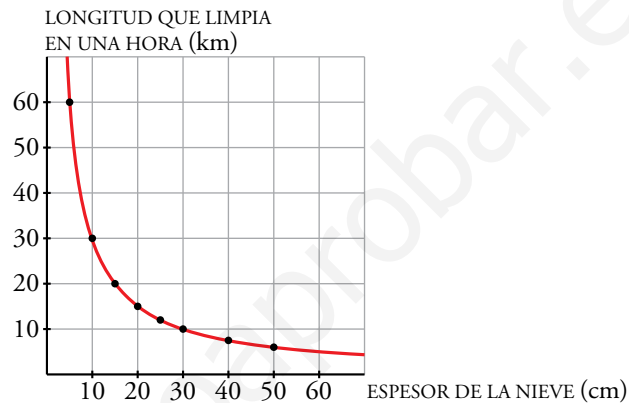
8.  La longitud de carretera que limpia un quitanieves depende del espesor de la nieve. Se han recogido datos de una de estas máquinas en un momento determinado:

ESPESOR DE LA NIEVE (cm)	50	40	30	25	20	15	10	5
LONGITUD QUE LIMPIA EN 1 HORA (km)	6	7,5	10	12	15	20	30	60

- a) Representa gráficamente estos datos y une los puntos para poder analizar mejor la gráfica. Descríbela.
 b) Supón que para espesores mayores de nieve, la máquina se comporta de manera análoga. Para un espesor de 60 cm, ¿cuántos kilómetros, aproximadamente, despejaría en una hora?

a)

Al aumentar el espesor de la nieve, la longitud de la carretera que limpia en una hora va descendiendo.



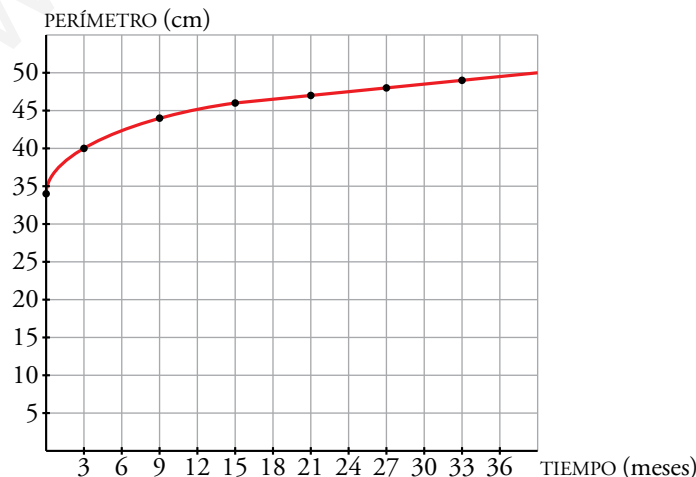
- b) Limpiaría aproximadamente 5 km.

9.  Esta tabla recoge la medida del perímetro del cráneo de un niño durante los primeros meses de vida:


TIEMPO (meses)	0	3	9	15	21	27	33
PERÍMETRO (cm)	34	40	44	46	47	48	49

- a) Haz una gráfica relacionando estas dos variables. Elige una escala adecuada.
 b) ¿Qué tendencia se observa en el crecimiento del cráneo de un niño?
 c) ¿Cuánto crees que medirá el perímetro craneal de un niño de 3 años?

a)



- b) El tamaño del cráneo parece estabilizarse alrededor de los 50 cm.
 c) Medirá unos 50 cm aproximadamente.

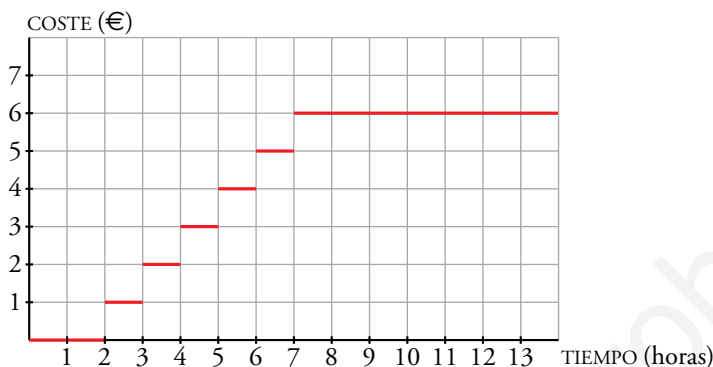
10.  Un aparcamiento tiene la siguiente tarifa de precios:


PRECIO DESDE LAS 9 HORAS HASTA LAS 22 HORAS

- Las dos primeras horas *gratuito*
- 3.^a hora o fracción y sucesivas..... 1 €
- Máximo diario 6 €

Representa la gráfica de la función:

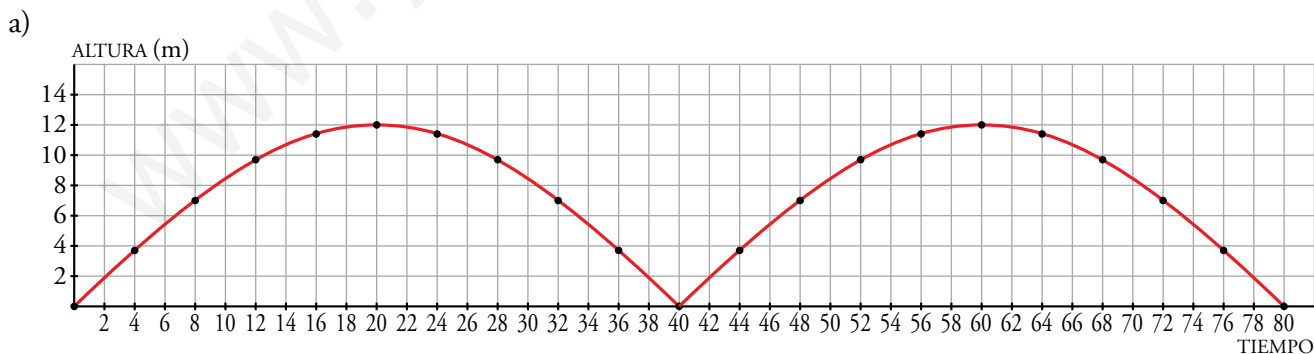
tiempo de aparcamiento-coste



11.  Los cestillos de una noria van subiendo y bajando a medida que la noria gira. Estos son los datos de una cesta que sube desde el punto más bajo al más alto:

TIEMPO (s)	4	8	12	16	20
ALTURA (m)	3,7	7	9,7	11,4	12

- Representa la gráfica de la función *tiempo-altura* de uno de los cestillos a lo largo de 80 segundos.
- ¿A qué tiempos corresponden sus máximos y mínimos relativos?
- ¿Es una función periódica?
- ¿A qué altura estará la cesta a los 150 segundos?



- Los máximos y mínimos corresponden con los múltiplos de 20.
- Sí, es una función periódica de periodo 40.
- Como los valores se repiten cada 40 segundos, tenemos que ver con qué valor corresponde 150 de entre 0 y 40. Dividimos 150 entre 40 y obtenemos como cociente 3 y de resto 30. Es decir, corresponderá con la altura para 30 segundos, que es aproximadamente 8 metros.