

Página 288

PRACTICA

Muy probable, poco probable

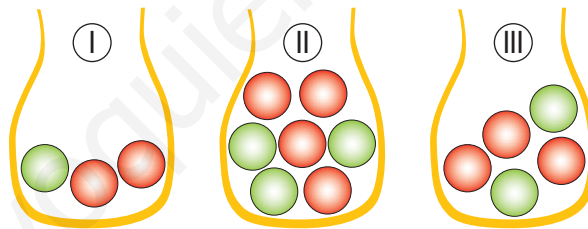
- 1 Tenemos muchas bolas de cada uno de los siguientes colores: negro (N), rojo (R), verde (V) y azul (A), y una gran caja vacía.

Echamos en la caja 1 R, 10 V y el resto A (muchas más de 10). Removemos y extraemos una al azar. Asocia con flechas:

$P[R]$	Imposible
$P[V]$	Muy poco probable
$P[A]$	Poco probable
$P[N]$	Muy probable

$P[R] \rightarrow$ Muy poco probable	$P[V] \rightarrow$ Poco probable
$P[A] \rightarrow$ Muy probable	$P[N] \rightarrow$ Imposible

- 2 ¿De cuál de las siguientes bolsas es más probable sacar bola roja?



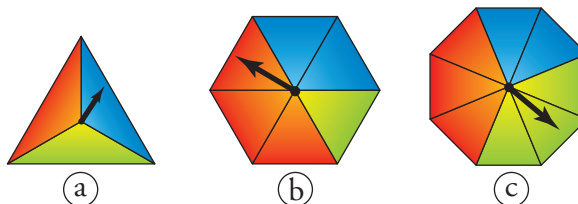
$$P_I(\text{red}) = \frac{2}{3} = 0,6\bar{6}$$

$$P_{II}(\text{red}) = \frac{4}{7} = 0,571\dots$$

$$P_{III}(\text{red}) = \frac{3}{5} = 0,6$$

Por tanto, es más probable sacar bola roja de la bolsa I.

- 3 ¿En cuál de las ruletas es más difícil obtener color azul?



$$\left. \begin{aligned} P_a(\text{AZUL}) &= \frac{1}{3} = 0,3 \\ P_b(\text{AZUL}) &= \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,3 \\ P_c(\text{AZUL}) &= \frac{2}{8} = 0,25 \end{aligned} \right\} \text{ Es más difícil obtener color azul en la tercera.}$$

Espacio muestral. Sucesos

4 a) ¿Cuál es el espacio muestral correspondiente al lanzamiento de una moneda?

¿Cuál es la probabilidad de cada una de las dos caras?

b) ¿Cuál es el espacio muestral correspondiente al lanzamiento de una chincheta?

Explica por qué no podemos afirmar que:

$$P\left[\begin{array}{c} \uparrow \\ \text{---} \\ \downarrow \end{array}\right] = \frac{1}{2}, \quad P\left[\begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \\ \downarrow \end{array}\right] = \frac{1}{2}$$

a) $E = \{C, +\}$

$$P[C] = P[+] = \frac{1}{2}$$

b) $E = \left\{ \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{---} \\ \downarrow \end{array}, \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \\ \downarrow \end{array} \right\}$

Porque no son sucesos equiprobables, ya que la chincheta no es igual por todos los lados.

5 De la urna que tienes a la derecha, sacamos una bola al azar y anotamos su número.

a) Describe el espacio muestral. ¿Cuántos casos tiene?

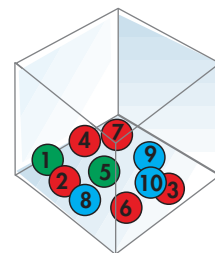
b) Describe los siguientes sucesos:

- BOLA ROJA = A
- BOLA VERDE = B
- BOLA AZUL = C
- BOLA ROJA CON NÚMERO IMPAR = D
- BOLA CON NÚMERO PAR = F

c) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

a) $E = \{ \textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}, \textcircled{6}, \textcircled{7}, \textcircled{8}, \textcircled{9}, \textcircled{10} \}$

E tiene 10 casos.



$$b) A = \{2, 3, 4, 6, 7\}$$

$$B = \{1, 5\}$$

$$C = \{8, 9, 10\}$$

$$D = \{3, 7\}$$

$$F = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$c) P[A] = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

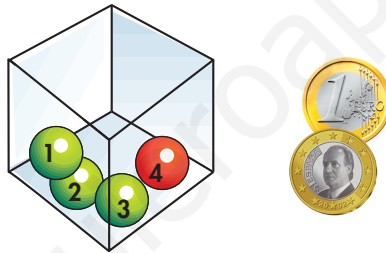
$$P[B] = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$P[C] = \frac{3}{10}$$

$$P[D] = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$P[F] = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

- 6 Una experiencia consiste en extraer una bola de esta urna y, después, lanzar la moneda. Los casos son: 1 y C, 1 y +, 2 y C, etc.



- a) Escribe el espacio muestral (son 8 casos). ¿Cuál es la probabilidad de cada caso?

- b) Describe el suceso BOLA VERDE Y CARA enumerando todos sus casos. ¿Cuál es su probabilidad?

$$a) E = \{(1, C), (1, +), (2, C), (2, +), (3, C), (3, +), (4, C), (4, +)\}$$

La probabilidad de cada caso es la misma, $\frac{1}{8}$.

$$b) \text{BOLA VERDE Y CARA} = \{(1, C), (2, C), (3, C)\}$$

$$P[\text{BOLA VERDE Y CARA}] = \frac{3}{8}$$

- 7 Lanzamos dos dados y nos fijamos en la *menor* de las puntuaciones obtenidas. (Si los dos tienen la misma puntuación, tomamos esa.)

- a) ¿Cuál es el espacio muestral?

- b) Para calcular las probabilidades de cada uno de los casos, procede como se recomienda en la página 283. Calcula, de este modo, las probabilidades:

$$P[1], P[2], P[3], P[4], P[5] \text{ y } P[6]$$

- c) Calcula la probabilidad de que la menor puntuación sea 4 o más.

a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

b)

	1	1	1	1	1	1
	1	2	2	2	2	2
	1	2	3	3	3	3
	1	2	3	4	4	4
	1	2	3	4	5	5
	1	2	3	4	5	6

$$P[1] = \frac{11}{36}$$

$$P[2] = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$P[3] = \frac{7}{36}$$

$$P[4] = \frac{5}{36}$$

$$P[5] = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$P[6] = \frac{1}{36}$$

c) $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

Página 289

Probabilidad

8 En cada uno de los siguientes experimentos aleatorios di cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso que se indica.

a) CESTA I

CESTA II



Se extrae una pieza de fruta.

Suceso: OBTENER UNA PERA.

b) BOLSA I

BOLSA II



Se extrae una bola.

Suceso: OBTENER BOLA VERDE.

c) RULETA I

RULETA II



Se hace girar la flecha y se observa sobre qué color se detiene.

Suceso: OBTENER COLOR AZUL.

$$\text{a) CESTA I} \rightarrow P[\text{PERA}] = \frac{3}{10}$$

$$\text{CESTA II} \rightarrow P[\text{PERA}] = \frac{3}{8}$$

$$\text{b) BOLSA I} \rightarrow P[\text{VERDE}] = \frac{1}{5}$$

$$\text{BOLSA II} \rightarrow P[\text{VERDE}] = \frac{1}{5}$$

$$\text{c) RULETA I} \rightarrow P[\text{AZUL}] = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{RULETA II} \rightarrow P[\text{AZUL}] = \frac{3}{8}$$

- 9** Se lanza un dado de seis caras, numeradas del 1 al 6, y otro dado de cuatro caras, numeradas del 1 al 4. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 1 en cada uno de ellos?

$$\text{En el dado de 6 caras} \rightarrow P[1] = \frac{1}{6}$$

$$\text{En el dado de 4 caras} \rightarrow P[1] = \frac{1}{4}$$

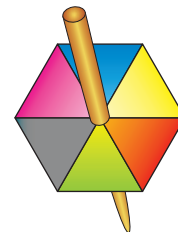
(Es más probable obtener un 1 en el dado de 4 caras que en el de 6).

- 10** ¿Cuál es la probabilidad de obtener cada uno de los colores? Razónalo.

El objeto está dividido en 6 zonas iguales.

La probabilidad de obtener cada una de esas seis zonas

o colores es $\frac{1}{6}$.



- 11** De una bolsa con 7 bolas rojas, 5 verdes, 3 amarillas, 11 negras y 3 azules, sacamos una al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que...

a) ... sea roja?

b) ... no sea negra?

$$\text{a) } P[\text{ROJA}] = \frac{7}{29}$$

$$\text{b) } P[\text{no NEGRA}] = \frac{18}{29}$$

PIENSA Y RESUELVE

- 13** Halla las siguientes probabilidades asociadas al lanzamiento de un dado correcto:

a) El resultado es múltiplo de 3.

b) El resultado es múltiplo de 2.

c) El resultado es mayor que 1.

d) El resultado es menor que 5.

e) El resultado es menor que 1.

- a) $P[\text{MÚLTIPLO DE 3}] = \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ b) $P[\text{MÚLTIPLO DE 2}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 c) $P[\text{MAYOR QUE 1}] = \frac{5}{6}$ d) $P[\text{MENOR QUE 5}] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
 e) $P[\text{MENOR QUE 1}] = 0$

14 Para un examen de Geografía, hay que saber situar sobre un mapa mudo las 17 comunidades autónomas de España. Ricardo solo sabe situar 10 de ellas.

- a) Si en el examen le piden situar una, ¿cuál es la probabilidad de que sea una de las que sabe?
 b) Supongamos que le piden que sitúe una de las que no sabe y, en vez de no contestar, lo hace a boleo. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte?

- a) $\frac{10}{17}$ b) $\frac{1}{7}$

15 Se hace girar la flecha y se observa sobre qué número se detiene. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos:

- a) Obtener número par.
 b) Obtener número impar.
 c) Obtener 5 o más.
 d) Que no salga el 7.



- a) $P[\text{PAR}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ b) $P[\text{IMPAR}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
 c) $P[5 \text{ o MÁS}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ d) $P[\text{NO 7}] = \frac{7}{8}$

Página 290

16 ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO

17 Extraemos una ficha de un dominó. Calcula la probabilidad de que:

- a) La suma de puntos sea menor que 4.
 b) La suma de puntos sea múltiplo de 3.
 c) Sea una ficha “doble”.

a) La suma de puntos es menor que 4 en los casos:

0 – 0; 0 – 1; 0 – 2; 0 – 3; 1 – 1 y 1 – 2. Son 6 casos favorables.

$$\text{Por tanto: } P[\text{SUMA} < 4] = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$$

b) La suma de los puntos es múltiplo de 3 en los casos:

$0 - 0$; $0 - 3$; $0 - 6$; $1 - 2$; $1 - 5$; $2 - 4$; $3 - 3$; $3 - 6$; $4 - 5$ y $6 - 6$.

Son 10 casos favorables.

Por tanto:

$$P[\text{MÚLTIPLO DE 3}] = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$

c) Hay 7 fichas “dobles”: $0 - 0$; $1 - 1$; $2 - 2$; $3 - 3$; $4 - 4$; $5 - 5$ y $6 - 6$.

Por tanto:

$$P[\text{DOBLE}] = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

18 Escribimos cada una de las letras de la palabra PREMIO en un papel diferente y las ponemos en una bolsa. Extraemos una letra al azar.

a) Describe los sucesos elementales de este experimento aleatorio. ¿Tienen todos la misma probabilidad?

b) Describe el suceso OBTENER VOCAL, y calcula su probabilidad.

c) Si la palabra elegida fuera SUERTE, ¿cómo responderías a los apartados a) y b)?

a) Sucesos elementales: $\{P\}$, $\{R\}$, $\{E\}$, $\{M\}$, $\{I\}$, $\{O\}$.

Todos tienen la misma probabilidad, que es $\frac{1}{6}$.

b) OBTENER VOCAL = $\{E, I, O\}$

$$P[\text{OBTENER VOCAL}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

c) • En este caso, los sucesos elementales serían:

$\{S\}$, $\{U\}$, $\{E\}$, $\{R\}$, $\{T\}$

No todos tienen la misma probabilidad, puesto que la E está repetida. Tendríamos que:

$$P[S] = P[U] = P[R] = P[T] = \frac{1}{6} ; \text{ pero } P[E] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

• El suceso obtener vocal sería: $\{U, E\}$ y tendría probabilidad:

$$P[\text{OBTENER VOCAL}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

19 Los alumnos de una clase se distribuyen del siguiente modo:

	CHICAS	CHICOS
CON GAFAS	3	6
SIN GAFAS	12	10

Escogemos al azar a una persona de esa clase. Calcula la probabilidad de que:

- Sea chica.
- Tenga gafas.
- Sea una chica con gafas.

a) $P[\text{CHICA}] = \frac{15}{31}$

b) $P[\text{TENGA GAFAS}] = \frac{9}{31}$

c) $P[\text{CHICA CON GAFAS}] = \frac{3}{31}$

20 Lanzamos dos dados. Calcula la probabilidad de que el producto de las puntuaciones sea:

- 5
- 6
- 4

☛ a) $5 \cdot 1 = 5$ y $1 \cdot 5 = 5$. Hay dos casos de 36 posibles.

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

a) $P[5] = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

b) $P[6] = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

c) $P[4] = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

21 Una botella contiene 20 bolas de colores negro, rojo y verde. No sabemos cuántas de cada color, ni podemos verlo, porque la botella es opaca. Solo podemos ver, cuando la tumbamos, el color de la bola que queda junto al tapón, que es transparente.

A lo largo de varios días hacemos 1 000 veces la experiencia de *agitar, inclinar la botella y anotar el color de la bola que se ve*. Hemos obtenido estos resultados:

$$f(\bullet) = 461 \quad f(\bullet) = 343 \quad f(\bullet) = 196$$

Podemos averiguar, con cierta seguridad, cuántas bolas hay de cada color. Hagámoslo con las negras:

$$fr(\bullet) = \frac{461}{1000} = 0,461$$

$$P(\bullet) = \frac{n}{20} \quad (n \text{ es número de bolas negras})$$

Como $fr(\bullet) \approx P(\bullet)$, hacemos:

$$0,461 \approx \frac{n}{20} \rightarrow n \approx 20 \cdot 0,461 = 9,22$$

Estimamos que el número de bolas negras es 9.

¿Cuántas bolas de cada color hay en la botella?

$$f(\bullet) = 343$$

$$fr(\bullet) = \frac{343}{1\,000} = 0,343$$

$$0,343 = \frac{m}{20} \rightarrow m = 0,343 \cdot 20 = 6,86$$

Suponemos que hay 7 bolas rojas.

$$f(\bullet) = 196$$

$$fr(\bullet) = \frac{196}{1\,000} = 0,196$$

$$0,196 = \frac{p}{20} \rightarrow p = 0,196 \cdot 20 = 3,92$$

Podemos suponer que hay 4 bolas verdes.

Página 291

22 Para jugar una partida al parchís, Luis ha fabricado un dado un poco chapucero. Elisa, para estudiar su comportamiento, lo ha lanzado 1 200 veces, obteniendo los resultados que se indican en la tabla:

CARA	1	2	3	4	5	6
Nº DE VECES	248	355	175	180	126	116

a) Halla la frecuencia relativa de cada una de las seis caras, expresando los resultados en forma de fracción y de decimal con tres cifras decimales.

b) Justifica que es razonable decir que las probabilidades de las caras son, aproximadamente:

$$P(1) \approx 0,2, \quad P(2) \approx 0,3, \quad P(3) \approx 0,15,$$

$$P(4) \approx 0,15, \quad P(5) \approx 0,1, \quad P(6) \approx 0,1$$

$$a) \quad fr(1) = \frac{248}{1\,200} = 0,207$$

$$fr(2) = \frac{355}{1\,200} = 0,296$$

$$fr(3) = \frac{175}{1\,200} = 0,146$$

$$fr(4) = \frac{180}{1\,200} = 0,15$$

$$fr(5) = \frac{126}{1200} = 0,105$$

$$fr(6) = \frac{116}{1200} = 0,097$$

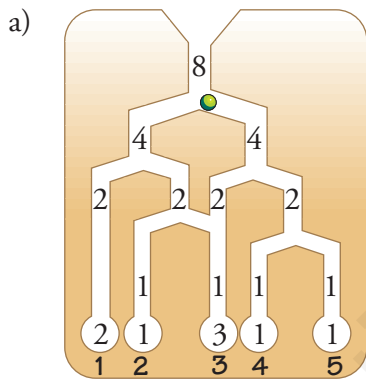
- b) Es razonable aproximar las probabilidades de cada puntuación a la marca, porque $fr(n) \approx P[n]$.

23 ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO

PROFUNDIZA

24 Este aparato funciona como el del problema anterior.

- a) Si echamos 8 bolas, ¿cómo se repartirían en los depósitos 1, 2, 3, 4 y 5?
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que una bola caiga en cada uno de los depósitos?



b) $P[1] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

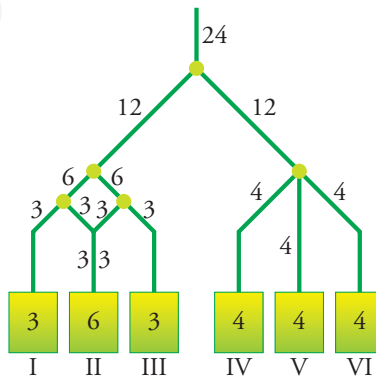
$$P[2] = \frac{1}{8}$$

$$P[3] = \frac{3}{8}$$

$$P[4] = \frac{1}{8}$$

$$P[5] = \frac{1}{8}$$

25 Calcula la probabilidad de que la bolita caiga en cada recinto:



$$P[\text{I}] = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

$$P[\text{IV}] = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

$$P[\text{II}] = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

$$P[\text{V}] = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

$$P[\text{III}] = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

$$P[\text{VI}] = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$