AMPLIACIÓN

7.100 **Halla el valor de c en la ecuación de segundo grado $x^2 - x + c = 0$, para que una de sus soluciones sea $x = 3$.**

La suma de raíces es 1, $3 + x_2 = 1$; $x_2 = -2$

El producto de raíces es c. Como las soluciones son 3 y $-2 \Rightarrow c = -6$

7.101 **Un grupo de 15 amigos contratan una excursión por 1 380 euros. Como algunos de ellos no tienen dinero, cada uno de los restantes pone 23 euros más de lo que le corresponde. ¿Cuántos son los amigos que no tienen dinero?**

Sea x el número de amigos que tienen dinero. Entonces, los amigos que no tienen dinero son $15 - x$.

Lo que paga cada uno de los que tienen dinero es $\frac{1\,380}{x}$, que es lo mismo que lo que tendrían que pagar si pagasen todos y 23 euros más; $\frac{1\,380}{15} + 23$.

Resolvemos la ecuación $1\,380 \cdot 15 = 1\,380x + 23 \cdot 15x \Rightarrow 1\,380 = 115x \Rightarrow x = 12$.

Los amigos que no tienen dinero son 3.

7.102 **En un triángulo rectángulo, el lado mayor mide 3 centímetros más que el mediano y 54 más que el pequeño. ¿Cuánto miden sus lados?**

El triángulo es rectángulo y el lado mayor es la hipotenusa:

$(x + 3)^2 = x^2 + (x - 51)^2 \Rightarrow x^2 + 9 + 6x = x^2 + x^2 + 2\,601 - 102x \Rightarrow x^2 - 108x + 2\,592 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{108 \pm \sqrt{11\,664 - 10\,368}}{2} = \dfrac{108 \pm 36}{2} \Rightarrow x_1 = 72, x_2 = 36 \rightarrow$ No es válida porque al restar 51 quedaría un lado de longitud negativa. Los catetos miden 21 y 72 cm, y la hipotenusa, 75 cm.

7.103 **Cuando aparecieron los CD le regalé la mitad de mis discos de vinilo más la mitad de un disco a mi hermano Miguel y la mitad de los restantes más la mitad de un disco a mi amigo Luis. Tan solo me he quedado con uno de ellos: mi primer disco de los *Beatles*.**

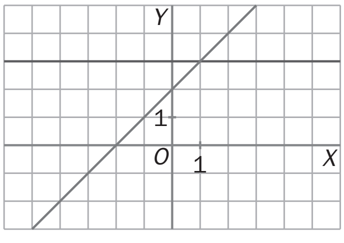
Por cierto, no tuve que romper ningún disco. ¿Cuántos discos tenía en un principio?

Sea x el número de discos de vinilo que tenía.

$$\frac{x}{2} + \frac{1}{2} + \frac{x - \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} + \frac{1}{2} + 1 = x \Rightarrow \frac{x}{2} + 2 + \frac{x - 1}{4} = x \Rightarrow 2x + 8 + x - 1 = 4x \Rightarrow x = 7$$

Tenía 7 discos en un principio.

7.104 **La figura corresponde a la resolución gráfica de un sistema de ecuaciones lineales.**



a) ¿Cuál es la solución?

b) Escribe las dos ecuaciones del sistema.

a) Solución: $x = 1$, $y = 3$

b) $y = x + 2$, $y = 3$

7.105 **La suma de las dos cifras de un número es 11, y si se invierte el orden de sus cifras, el número aumenta en 9 unidades. Halla el número.**

Sea x la cifra de las decenas.

Sea y la cifra de las unidades.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 11 \\ -9x + 9y = 9 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} x + y = 11 \\ -x + y = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 2y = 12 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow x = 5$$

El número buscado es el 56.

7.106 **Las ecuaciones del tipo $a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c = 0$ se llaman bicuadradas. Si realizamos el cambio de variable: $x^2 = z$ y $x^4 = z^2$, transformamos la ecuación bicuadrada en una ecuación de segundo grado en la variable z. Una vez aplicada la fórmula para obtener z, deshacemos el cambio. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas.**

a) $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$ **b) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$**

a) Se realiza el cambio de variable: $x^4 - 25x^2 + 144 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = z \\ x^4 = z^2 \end{cases}$

Se resuelve la ecuación de segundo grado:

$$z^2 - 25z + 144 = 0 \qquad z = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{2} = \frac{25 \pm 7}{2} \Rightarrow z_1 = 16,\ z_2 = 9$$

Las soluciones son: $x_1 = 4$, $x_2 = -4$, $x_3 = 3$, $x_4 = -3$

b) Se realiza el cambio de variable: $x^4 - 26x^2 + 25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = z \\ x^4 = z^2 \end{cases}$

Se resuelve la ecuación de segundo grado:

$$z^2 - 26z + 25 = 0 \qquad z = \frac{26 \pm \sqrt{676 - 100}}{2} = \frac{26 \pm 24}{2} \Rightarrow z_1 = 25,\ z_2 = 1$$

Las soluciones son: $x_1 = 5$, $x_2 = -5$, $x_3 = 1$, $x_4 = -1$

AUTOEVALUACIÓN

7.A1 Averigua cuál de las siguientes ecuaciones es una identidad.

a) $9x = 27$

b) $8x(2x - 3) = 16x^2 - 24x$

c) $x^2 - 36 = 0$

d) $\frac{x}{7} = 3$

La b, porque si operamos vemos que hay lo mismo a los dos lados de la igualdad.

7.A2 Resuelve estas ecuaciones.

a) $\frac{x}{9} - \frac{x}{3} = \frac{x + 1}{7} - 10$

b) $-8(2x - 1) - 4 = -7x - 23$

a) $\frac{x}{9} - \frac{x}{3} = \frac{x + 1}{7} - 10 \Rightarrow 7x - 21x = 9(x + 1) - 630 \Rightarrow -23x = -621 \Rightarrow x = 27$

b) $-8(2x - 1) - 4 = -7x - 23 \Rightarrow -16x + 8 - 4 = -7x - 23 \Rightarrow 27 = 9x \Rightarrow x = 3$

7.A3 Escribe la ecuación de segundo grado que tiene por soluciones $x = \frac{2}{3}$ y $x = -4$.

$$\left(x - \frac{2}{3}\right)(x + 4) = x^2 + \frac{10}{3}x - \frac{8}{3} = 0 \Rightarrow 3x^2 + 10x - 8 = 0$$

7.A4 Resuelve estas ecuaciones incompletas de segundo grado.

a) $3x^2 - 24 = 0$

b) $6x^2 = 3x$

c) $\frac{x^2}{3} - 5x = 0$

a) $3x^2 - 24 = 0 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm\sqrt{8}$

b) $6x^2 = 3x \Rightarrow x \cdot (6x - 3) = 0 \Rightarrow x = 0$ ó $x = \frac{1}{2}$

c) $\frac{x^2}{3} - 5x = 0 \Rightarrow x \cdot (x - 15) = 0 \Rightarrow x = 0$ ó $x = 15$

7.A5 Resuelve, usando la fórmula explicada, las siguientes ecuaciones.

a) $2x^2 - 3x - 5 = 0$

b) $x^2 - 4x + 4 = 0$

a) $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 \pm 40}}{4} = \frac{3 \pm 7}{4} = \begin{cases} \frac{5}{2} \\ -1 \end{cases}$

b) $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = 2$

7.A6 Halla el valor de *a* y *b*, para que el sistema tenga como solución $x = -3$ e $y = 4$.

$$\begin{cases} -2x + 5y = a \\ 3x - y = b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 5y = a \\ 3x - y = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \cdot (-3) + 5 \cdot 4 = a \\ 3 \cdot (-3) - 4 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 26 = a \\ -13 = b \end{cases}$$

7.A7 Averigua si el sistema es compatible o incompatible, sin resolverlo.

$$\begin{cases} -5x + 2y = 6 \\ 10x - 4y = -8 \end{cases}$$

Es incompatible porque si multiplicamos la primera ecuación por -2, tenemos una equivalente que es $10x - 4y = -12$, y al resolver tendríamos que $-8 = -12$, lo cual es falso.

7.A8 **Resuelve los sistemas por el método más adecuado.**

a) $\begin{cases} 5x + y = -6 \\ -2x + 7y = -5 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x - 4y = -15 \\ -5x + 4y = 17 \end{cases}$

a) Sustitución: $\begin{cases} 5x + y = -6 \\ -2x + 7y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -6 - 5x \\ -2x + 7(-6 - 5x) = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -6 - 5x \\ -37x = 37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = -1 \end{cases}$

b) Reducción. Sumando las dos ecuaciones: $-2x = 2 \Rightarrow x = -1$

$$\begin{cases} 3x - 4y = -15 \\ -5x + 4y = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5(3x - 4y = -15) \\ 3(-5x + 4y = 17) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x - 20y = -75 \\ -15x + 12y = 51 \end{cases} \Rightarrow -8y = -24 \Rightarrow y = 3$$

7.A9 **En el garaje de una comunidad de vecinos hay un total de 31 vehículos entre coches y motos y 98 ruedas tocan el suelo del garaje. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay en total?**

Sea x el número de coches e y el número de motos.

$$\begin{cases} x + y = 31 \\ 4x + 2y = 98 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 31 - y \\ 4(31 - y) + 2y = 98 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 31 - y \\ -2y = -26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 31 - 13 = 18 \\ y = 13 \end{cases}$$

Hay 18 coches y 13 motos.

7.A10 **Halla un número tal que la diferencia entre su cuádruplo y su cuarta parte sea 45.**

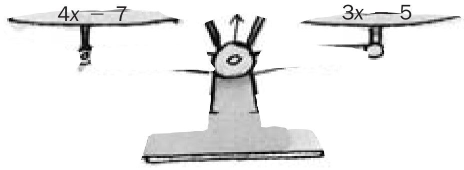
Sea x el número.

$$4x - \frac{x}{4} = 45 \Rightarrow 16x - x = 180 \Rightarrow x = 12$$

El número es 12.

CUESTIONES PARA ACLARARSE

7.63 **Observa la balanza.**



Encuentra un valor de la incógnita tal que la balanza:

a) Se incline a la derecha. **b) Se incline a la izquierda.** **c) Consiga el equilibrio.**

a) $x = 1$, $4 \cdot 1 - 7 = -3 < -2 = 3 \cdot 1 - 5$

b) $x = 3$, $4 \cdot 3 - 7 = 5 > 4 = 3 \cdot 3 - 5$

c) $x = 2$, $4 \cdot 2 - 7 = 1 = 1 = 3 \cdot 2 - 5$

7.64 **¿Qué es resolver una ecuación? Resuelve la ecuación $(x + 1) \cdot (x - 4) = 0$.**

Es encontrar un valor para la incógnita de modo que se cumpla la igualdad.

$(x + 1) \cdot (x - 4) = 0$. Para que el producto sea 0, alguno de los dos factores debe ser 0, de modo que $x = -1$ ó $x = 4$.

7.65 **¿A qué ecuación corresponden las soluciones $x = -2$ y $x = 3$?**

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 + x - 6 = 0$

c) $x^2 + 5x + 6 = 0$

d) $x^2 - x - 6 = 0$

a) $(-2)^2 - 5 \cdot (-2) + 6 = 20 \neq 0$; $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 0$

b) $(-2)^2 + (-2) - 6 = -4 \neq 0$; $3^2 + 3 - 6 = 6 \neq 0$

c) $(-2)^2 + 5 \cdot (-2) + 6 = 0$; $3^2 + 5 \cdot 3 + 6 = 30 \neq 0$

d) $(-2)^2 - (-2) - 6 = 0$; $3^2 - 3 - 6 = 0$

Corresponde a la ecuación d.

7.66 **¿Cuál de los tres coeficientes de una ecuación de segundo grado nunca puede ser 0? Justifica tu respuesta.**

No puede ser 0 el coeficiente que va con x^2, porque si fuese 0 tendríamos una ecuación del tipo $0x^2 + bx + c = 0 \Rightarrow bx + c = 0$, que no es una ecuación de segundo grado.

7.67 **¿Qué valor debe tener c para que la solución de la ecuación $9x^2 - 30x + c = 0$ sea única?**

Para que tenga solución única, el discriminante tiene que ser 0, $b^2 - 4ac = 0$, que en nuestro caso es $900 - 36c = 0 \Rightarrow c = 25$.

7.68 **¿Dos ecuaciones de segundo grado pueden tener las mismas soluciones?**

Sí, $(x - 1)(x + 1) = 0$ tiene las mismas soluciones que $2(x - 1)(x + 1) = 0$.

7.69 **¿Dos ecuaciones de segundo grado pueden tener una solución común y la otra distinta? Justifica la respuesta.**

Sí, las ecuaciones $(x - 1)(x + 1) = 0$ y $x \cdot (x + 1) = 0$ tienen en común la solución $x = -1$, y sin embargo la otra solución es diferente.

7.70 **Sin resolverlos, indica cuántas soluciones tiene cada uno de estos sistemas.**

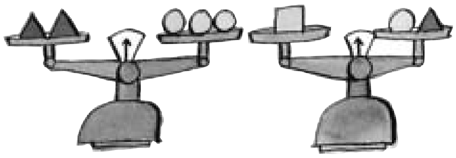
a) $\begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ -6x + 4y = 10 \end{cases}$

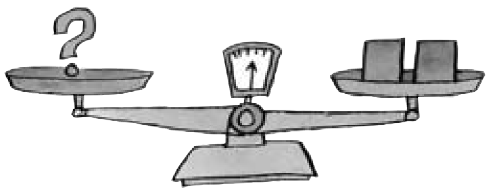
a) No tiene ninguna solución porque tenemos la igualdad $-5 = 1$, que es falsa.

b) Tiene infinitas soluciones porque la segunda ecuación es la primera multiplicada por -2.

7.71 **Si tenemos equilibradas estas dos balanzas:**



¿cuántas bolas equilibran esta tercera balanza?



1 cuadrado = 1 bola + 1 triángulo
2 cuadrados = 2 bolas + 2 triángulos
2 triángulos = 3 bolas
2 cuadrados = 5 bolas

Equilibran esta balanza 5 bolas.

7.72 **La ecuación $x^2 + x + c = 0$, ¿para qué valores de c tiene una solución? ¿Y dos soluciones? ¿Y ninguna solución?**

Depende del valor del discriminante.

$1 - 4c = 0 \Rightarrow c = \frac{1}{4}$. Tiene una solución.

$1 - 4c > 0 \Rightarrow c < \frac{1}{4}$. Tiene dos soluciones.

$1 - 4c < 0 \Rightarrow c > \frac{1}{4}$. No tiene ninguna solución.

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Ecuaciones de primer grado

7.41 **Relaciona cada ecuación con su número de soluciones.**

$5x = 15$	**Infinitas soluciones**
$x^2 + 7 = 0$	**2 soluciones**
$x^2 + 9 + 6x = (x + 3)^2$	**1 solución**
$x^2 - 25 = 0$	**0 soluciones**

7.42 **En una familia, la madre gana el triple que el padre y entre los dos ingresan mensualmente 4 800 euros.**

a) Escribe la ecuación que corresponde a esa situación.
b) ¿Cuánto gana cada uno?

a) $x + 3x = 4\,800$

b) $4x = 4\,800 \Rightarrow x = 1\,200$; $3x = 3\,600$, El padre gana 1 200 euros, y la madre, 3 600.

7.43 **En la ecuación $8x - 6 = -5x + 20$, realiza las transformaciones que se indican.**

1. Suma $5x$ a los dos miembros.

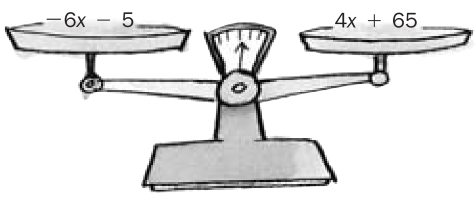
2. Suma 6 a los dos miembros.

3. Divide por 13 los dos miembros.

¿Cuál es la solución?

1. $13x - 6 = 20$; 2. $13x = 26$; 3. $x = 2$. La solución es $x = 2$.

7.44 **¿Para qué valor de x la balanza está equilibrada?**



$-6x - 5 = 4x + 65 \Rightarrow -70 = 10x \Rightarrow x = -7$

7.45 **En una clase de 28 alumnos de 3.º de ESO hay doble número de alumnos americanos que africanos y doble número de alumnos europeos que americanos.**

a) Elige una incógnita y plantea una ecuación que refleje el enunciado.

b) ¿Cuántos alumnos hay de cada continente?

a) Sea x el número de alumnos africanos. Entonces la ecuación es $x + 2x + 4x = 28$.

b) Resolvemos: $7x = 28 \Rightarrow x = 4$. Hay 4 alumnos africanos, 8 americanos y 16 europeos.

7.46 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x}{5} - \frac{x}{9} = \frac{x}{3} - 11$

b) $3(x - 4) + 2(3x - 1) = 7x - 18$

c) $-4(2x - 1) + \frac{3x + 1}{2} = -5x - 3$

d) $4(x - 3) + \frac{x}{2} = -(x - 4) + 1$

e) $3(2x - 5) + 8x - 6 = \frac{x}{2} - (5x + 3)$

f) $\frac{x - 4}{5} - 4(-2x + 1) - \frac{(-4x + 2)}{10} = 2(x - 3) + \frac{5x + 6}{2}$

a) $\frac{x}{5} - \frac{x}{9} = \frac{x}{3} - 11 \Rightarrow 9x - 5x = 15x - 495 \Rightarrow 495 = 11x \Rightarrow x = 45$

b) $3(x - 4) + 2(3x - 1) = 7x - 18 \Rightarrow 3x - 12 + 6x - 2 = 7x - 18 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$

c) $-4(2x - 1) + \frac{3x + 1}{2} = -5x - 3 \Rightarrow -8x + 4 + \frac{3x + 1}{2} = -5x - 3 \Rightarrow -3x = -15 \Rightarrow x = 5$

d) $4(x - 3) + \frac{x}{2} = -(x - 4) + 1 \Rightarrow 8x - 24 + x = -2x + 8 + 2 \Rightarrow 11x = 34 \Rightarrow x = \frac{34}{11}$

e) $3(2x - 5) + 8x - 6 = \frac{x}{2} - (5x + 3) \Rightarrow 28x - 42 = x - 10x - 6 \Rightarrow 37x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{37}$

f) $\frac{x - 4}{5} - 4(-2x + 1) - \frac{(-4x + 2)}{10} = 2(x - 3) + \frac{5x + 6}{2} \Rightarrow 2x - 8 - 40(-2x + 1) - (-4x + 2) =$
$= 20(x - 3) + 25x + 30 \Rightarrow 86x - 50 = 45x - 30 \Rightarrow 41x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{41}$

Ecuaciones de segundo grado

7.47 Escribe en cada caso la ecuación de segundo grado que tenga estas soluciones.

a) -3 y 4 **b)** 5 y -5 **c)** 0 y 3 **d)** -1 y -3

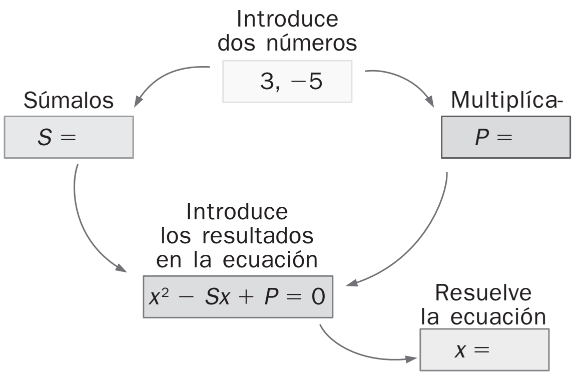
a) $x^2 - (-3 + 4)x + (-3) \cdot 4 = x^2 - x - 12 = 0$

b) $x^2 - (5 - 5)x + 5 \cdot (-5) = x^2 - 25 = 0$

c) $x^2 - (0 + 3)x + 0 \cdot 3 = x^2 - 3x = 0$

d) $x^2 - (-1 - 3)x + (-1)(-3) = x^2 + 4x + 3 = 0$

7.48 Copia y completa el gráfico.



$S = -2$, $P = -15$
$x^2 + 2x - 15 = 0$
$x = 3$, $x = -5$

7.49 Resuelve las ecuaciones incompletas de segundo grado.

a) $5x^2 - 20x = 0$ **b)** $2x^2 - 32 = 0$ **c)** $17x^2 = 0$

a) $5x^2 - 20x = 0 \Rightarrow x \cdot (5x - 20) = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = 4$

b) $2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow x^2 = \dfrac{32}{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} \Rightarrow x = 4,\ x = -4$

c) $17x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

7.50 Resuelve estas ecuaciones utilizando la fórmula explicada en el texto.

a) $x^2 - 11x - 12 = 0$ **b)** $x^2 + 9x + 18 = 0$

a) $x = \dfrac{11 \pm \sqrt{121 + 48}}{2} = \dfrac{11 \pm 13}{2} = \begin{cases} 12 \\ -1 \end{cases}$

b) $x = \dfrac{-9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \dfrac{-9 \pm 3}{2} = \begin{cases} -3 \\ -6 \end{cases}$

7.51 Soluciona las ecuaciones sin utilizar la fórmula.

a) $(x + 3) \cdot (x - 6) = 0$ **b)** $(3x - 1) \cdot (2x + 5) = 0$

a) $x = -3,\ x = 6$

b) $x = \dfrac{1}{3},\ x = -\dfrac{5}{2}$

7.52 Relaciona cada ecuación con su número de soluciones.

$3x^2 + x + 2 = 0$	**2 soluciones**
$x^2 - 5x + 1 = 0$	**1 solución**
$4x^2 + 4x + 1 = 0$	**0 soluciones**

Vemos el signo de los discriminantes.

$3x^2 + x + 2 = 0 \rightarrow 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 < 0 \rightarrow$ 0 soluciones

$x^2 - 5x + 1 = 0 \rightarrow (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 > 0 \rightarrow$ 2 soluciones

$4x^2 + 4x + 1 = 0 \rightarrow 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0 \rightarrow$ 1 solución

7.53 Desarrolla las ecuaciones hasta conseguir escribirlas en la forma $ax^2 + bx + c = 0$, y, luego, resuélvelas.

a) $6x^2 - 1 + \dfrac{2x \cdot (-x + 3)}{3} = \dfrac{5x^2 - 2}{6} - 4x^2 + 2 + \dfrac{47}{6}$

b) $\dfrac{3(x^2 - 11)}{5} - \dfrac{2(x^2 - 60)}{7} = 36$

a) $6x^2 - 1 + \dfrac{2x(-x - 3)}{3} = \dfrac{5x^2 - 2}{6} - 4x^2 + 2 + \dfrac{47}{6} \Rightarrow 36x^2 - 6 + 4x(-x + 3) = 5x^2 - 2 - 24x^2 + 12 + 47 \Rightarrow$

$\Rightarrow 51x^2 + 12x - 63 = 0$

$x = \dfrac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 51 \cdot (-63)}}{2 \cdot 51} = \dfrac{-12 \pm 114}{102} = \begin{cases} -\dfrac{21}{17} \\ 1 \end{cases}$

b) $\dfrac{3(x^2 - 11)}{5} - \dfrac{2(x^2 - 60)}{7} = 36 \Rightarrow 21(x^2 - 11) - 10(x^2 - 60) = 1\,260 \Rightarrow 11x^2 = 891 \Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow x = \pm\ 9$

7.54 La suma de los catetos de un triángulo rectángulo es 14 centímetros y la hipotenusa mide 10 centímetros. Aplica el teorema de Pitágoras, utilizando una sola incógnita, y halla el valor de los catetos.

Como la suma de los catetos es 14, tenemos que estos valen x y $14 - x$.

Entonces, por el teorema de Pitágoras: $10^2 = x^2 + (14 - x)^2 \Rightarrow x^2 - 14x + 48 = 0$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm 2}{2} = \begin{cases} 8 \\ 6 \end{cases}$$

Los catetos miden 8 y 6 centímetros.

Sistemas de ecuaciones

7.55 Dos números se diferencian en 7 y el triple de uno menos el doble del otro se diferencian en 26.

a) Escribe el sistema que corresponda al enunciado.

b) Resuelve el sistema obtenido por tanteo.

a) $\begin{cases} x - y = 7 \\ 3x - 2y = 26 \end{cases}$

b)

x	7	8	9	...	12
$x - 7 = y$	0	1	2	...	5
$3x - 2y$	21	22	23	...	26

La solución es: $x = 12$ e $y = 5$.

7.56 Indica, sin resolverlos, si estos sistemas son compatibles o incompatibles.

a) $\begin{cases} \boldsymbol{x + y = 7} \\ \boldsymbol{x + y = 10} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \boldsymbol{2x - y = 5} \\ \boldsymbol{2y - x = -1} \end{cases}$

a) Incompatible, porque tendríamos $7 = 10$.

b) Compatible.

7.57 Comprueba si los valores $x = -2$ e $y = 7$ son solución del sistema.

a) $\begin{cases} \boldsymbol{5x + y = 3} \\ \boldsymbol{-3x + 2y = 20} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \boldsymbol{x - y = -9} \\ \boldsymbol{2x + y = 3} \end{cases}$

a) $\begin{cases} 5 \cdot (-2) + 7 = -3 \neq 3 \\ -3 \cdot (-2) + 2 \cdot 7 = 20 \end{cases}$. No son solución.

b) $\begin{cases} -2 - 7 = -9 \\ 2 \cdot (-2) + 7 + 3 \end{cases}$. Sí son solución.

7.58 Plantea un sistema que tenga como solución $x = -3$ e $y = 5$.

Respuesta abierta, por ejemplo: $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -8 \end{cases}$

7.59 Resuelve estos sistemas por el método de sustitución.

a) $\begin{cases} \boldsymbol{x = -4y + 2} \\ \boldsymbol{3x + 5y = -1} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \boldsymbol{-2x + 3y = 1} \\ \boldsymbol{2x - 7y = -3} \end{cases}$

a) $\begin{cases} x = -4y + 2 \\ 3x + 5y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4y + 2 \\ 3(-4y + 2) + 5y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4y + 2 \\ -7y = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \cdot 1 + 2 = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

Solución: $x = -2$, $y = 1$

b) $\begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ 2x - 7y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1 - 3y}{-2} \\ 2 \cdot \dfrac{1 - 3y}{-2} - 7y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1 - 3y}{-2} \\ -4y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1 - 3 \cdot 1}{-2} = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

Solución: $x = 1$, $y = 1$

7.60 Resuelve los sistemas utilizando el método de reducción.

a) $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 3x - 6y = 5 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 2 \cdot (5x + 2y = 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 10x + 4y = 2 \end{cases}$

$13x \quad = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{13}$

$\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 \cdot (3x - 4y = 7) \\ -3 \cdot (5x + 2y = 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x - 20y = 35 \\ -15x - 6y = -3 \end{cases}$

$-26y = 32 \Rightarrow y = -\frac{32}{26} = -\frac{16}{13}$

b) $\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 3x - 6y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot (5x + 4y = -1) \\ 2 \cdot (3x - 6y = 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ 6x - 12y = 10 \end{cases}$

$21x \quad = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 3x - 6y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot (5x + 4y = -1) \\ -5 \cdot (3x - 6y = 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ -15x + 30y = -25 \end{cases}$

$42y = -28 \Rightarrow y = -\frac{28}{42} = -\frac{2}{3}$

7.61 Resuelve gráficamente los siguientes sistemas.

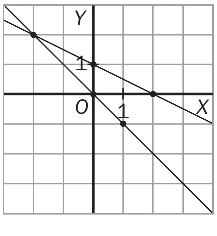
a) $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ x + y = 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 4x - y = -10 \\ 5x + y = 1 \end{cases}$

a) Se despeja y en las ecuaciones:

$y = \frac{-x + 2}{2}$; $y = -x$

x	$y = \frac{-x + 2}{2}$
0	1
2	0

x	$y = -x$
0	0
1	-1



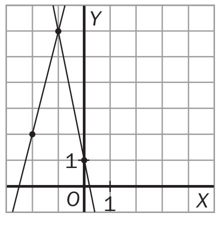
Solución: $x = -2$, $y = 2$

b) Se despeja y en las ecuaciones:

$y = 4x + 10$; $y = -5x + 1$

x	$y = 4x + 10$
-2	2
-1	6

x	$y = -5x + 1$
0	1
1	-4



Solución: $x = -1$, $y = 6$

7.62 **Elimina los paréntesis y los denominadores de las ecuaciones y resuelve los sistemas.**

a) $\begin{cases} -2(x + 1) + 3(2y - 4) = 16 \\ \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{x}{5} - \dfrac{2y}{3} = 6 \\ \dfrac{-x}{10} + \dfrac{5y}{6} = -6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y = 1 \\ \dfrac{2}{5}x + \dfrac{3}{4}y = 5 \end{cases}$

a) $\begin{cases} -2(x + 1) + 3(2y - 4) = 16 \\ \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 2 + 6y - 12 = 16 \\ 2x - 3y = -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$

Solución: $x = -3$, $y = 4$

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{5} - \dfrac{2y}{3} = 6 \\ \dfrac{-x}{10} + \dfrac{5y}{6} = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 10y = 90 \\ -3x + 25y = -180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = -6 \end{cases}$

Solución: $x = 10$, $y = -6$

c) $\begin{cases} x - y = 1 \\ \dfrac{2}{5}x + \dfrac{3}{4}y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ 8x + 15y = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$

Solución: $x = 5$, $y = 4$

E J E R C I C I O S   P R O P U E S T O S

7.1 **Escribe estos enunciados en forma de ecuación.**

a) La suma de dos números consecutivos es 21.
b) La suma de tres números pares consecutivos es 30.
c) Un número más su quinta parte es 12.

a) $x + (x + 1) = 21$

b) $2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 30$

c) $x + \frac{x}{5} = 12$

7.2 **En una academia de idiomas el número de alumnos que estudian francés es la mitad de los que estudian inglés. Calcula el número de alumnos de cada grupo si en total son 240.**

Sea x el número de alumnos de francés. $2x + x = 240 \Rightarrow x = 80$
Hay 80 alumnos que estudian francés y 160 que estudian inglés.

7.3 **Resuelve la siguiente ecuación: $5x + 4 = 19 + 2x$**

$5x + 4 = 19 + 2x$

$5x + 4 - 2x = 19 + 2x - 2x \Rightarrow 3x + 4 = 19$

$3x + 4 - 4 = 19 - 4 \Rightarrow 3x = 15$

$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3} \Rightarrow x = 5$

7.4 **Resuelve esta ecuación: $18x - 50 = 14x - 4x + 6$**

$18x - 50 = 14x - 4x + 6 \Rightarrow 18x - 50 - 10x + 50 = 10x + 6 - 10x + 50 \Rightarrow 8x = 56 \Rightarrow x = 7$

7.5 **Resuelve la ecuación: $6x - 4 = 60 - 2x$**

$6x - 4 = 60 - 2x \Rightarrow 6x - 4 + 2x + 4 = 60 - 2x + 2x + 4 \Rightarrow 8x = 64 \Rightarrow x = 8$

7.6 **Las edades de tres alumnos son números pares consecutivos.**
Si la suma de sus edades es 42, ¿cuántos años tiene cada uno?

La ecuación es $2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 42$.

$2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 42 \Rightarrow 6x + 6 = 42 \Rightarrow x = 6$

Tienen 12, 14 y 16 años respectivamente.

7.7 **María ha dibujado un rectángulo cuyo largo es tres veces el ancho.**
Si el perímetro del rectángulo mide 80 centímetros, ¿cuánto mide el área?

Si x es el ancho, $3x$ es el largo. Entonces, el perímetro es $x + 3x + x + 3x$.

$x + 3x + x + 3x = 80 \Rightarrow 8x = 80 \Rightarrow x = 10$ cm

$A = 10 \cdot 30 = 300$ cm^2

7.8 **Resuelve estas ecuaciones con paréntesis.**

a) $2(x + 1) - 3(x - 2) = x + 6$ **b) $x + 20 = 5(x - 20)$**

a) $2(x + 1) - 3(x - 2) = x + 6 \Rightarrow 2x + 2 - 3x + 6 = x + 6 \Rightarrow -x + 8 = x + 6 \Rightarrow 2 = 2x \Rightarrow x = 1$

b) $x + 20 = 5(x - 20) \Rightarrow x + 20 = 5x - 100 \Rightarrow 120 = 4x \Rightarrow x = 30$

7.9 Resuelve las siguientes ecuaciones con denominadores.

a) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 34$ **b)** $\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - \frac{5x}{6} = 15$

a) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 34 \Rightarrow 20x - 15x + 12x = 60 \cdot 34 \Rightarrow 17x = 2\,040 \Rightarrow x = 120$

b) $\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - \frac{5x}{6} = 15 \Rightarrow 6x + 3 \cdot 3x - 2 \cdot 5x = 12 \cdot 15 \Rightarrow 5x = 180 \Rightarrow x = 36$

7.10 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2(x + 2) - 5(2x - 3) = 3$ **b)** $8(x + 3) + 4(x - 2) = 9x - 7$

a) $2(x + 2) - 5(2x - 3) = 3 \Rightarrow 2x + 4 - 10x + 15 = 3 \Rightarrow -8x = -16 \Rightarrow x = 2$

b) $8(x + 3) + 4(x - 2) = 9x - 7 \Rightarrow 8x + 24 + 4x - 8 = 9x - 7 \Rightarrow 3x = -23 \Rightarrow x = -\frac{23}{3}$

7.11 Resuelve estas ecuaciones.

a) $4x + \frac{6x}{7} = \frac{3x + 2}{2} + 46$ **b)** $x - \frac{4x}{5} + 39 = x + \frac{x}{2}$

a) $4x + \frac{6x}{7} = \frac{3x + 2}{2} + 46 \Rightarrow 14 \cdot 4x + 2 \cdot 6x = 7(3x + 2) + 14 \cdot 46 \Rightarrow 47x = 658 \Rightarrow x = 14$

b) $x - \frac{4x}{5} + 39 = x + \frac{x}{2} \Rightarrow 10x - 2 \cdot 4x + 10 \cdot 39 = 10x + 5x \Rightarrow 390 = 13x \Rightarrow x = 30$

7.12 Decide cuál de estas ecuaciones es de segundo grado.

a) $x^2 = 9x - 18$ **b)** $3x^2 + 3x - 28 = 1 + 3x^2$ **c)** $2 - 5x^2 - x^3 = 3x^2 - 2x^3 + x^3$

La ecuación de 2.º grado es la a. En la ecuación b, al operar desaparecen los términos de grado 2, y la ecuación c es de grado 3.

7.13 ¿Qué ecuación tiene por soluciones 3 y 4?

a) $x^2 + 7x - 12 = 0$ **b)** $x^2 - 12x + 7 = 0$ **c)** $x^2 - 7x + 12 = 0$ **d)** $x^2 + 12x - 7 = 0$

La ecuación c. $3^2 - 7 \cdot 3 + 12 = 0$; $4^2 - 7 \cdot 4 + 12 = 0$

7.14 Escribe la ecuación de segundo grado que tenga estas soluciones.

a) 2 y 1 **b)** −4 y 5 **c)** 3 y −3 **d)** −1 y −7

a) $x^2 - (2 + 1)x + 2 \cdot 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

b) $x^2 - (-4 + 5)x + (-4) \cdot 5 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0$

c) $x^2 - [3 + (-3)]x + 3 \cdot (-3) = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0$

d) $x^2 - [-1 + (-7)]x + (-1) \cdot (-7) = 0 \Rightarrow x^2 + 8x + 7 = 0$

7.15 Escribe una ecuación de segundo grado que tenga por raíces −2 y $\frac{1}{3}$.

$x^2 - \left(-2 + \frac{1}{3}\right)x + (-2) \cdot \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow 3x^2 + 5x - 2 = 0$

7.16 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3x^2 - 12x = 0$ **b)** $x^2 + 25x = 0$ **c)** $-2x^2 - 6x = 0$ **d)** $-8x^2 + 24x = 0$

a) $3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x(3x - 12) = 0$. Soluciones: $x = 0$ y $x = 4$

b) $x^2 + 25x = 0 \Rightarrow x(x + 25) = 0$. Soluciones: $x = 0$ y $x = -25$

c) $-2x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(-2x - 6) = 0$. Soluciones: $x = 0$ y $x = -3$

d) $-8x^2 + 24x = 0 \Rightarrow x(-8x + 24) = 0$. Soluciones: $x = 0$ y $x = 3$

7.17 Resuelve estas ecuaciones.

a) $5x^2 - 20 = 0$ **b)** $-4x^2 + 100 = 0$

a) $5x^2 - 20 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2, x = -2$

b) $-4x^2 + 100 = 0 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5, x = -5$

7.18 Resuelve estas otras ecuaciones.

a) $3x^2 = 0$ **b) $-7x^2 = 0$**

a) $3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ b) $-7x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

7.19 Resuelve las ecuaciones.

a) $3x^2 - 5x = x$ **c) $2x^2 - x - 3 - 1 = x - 4$**
b) $3x^2 = 75x$ **d) $x^2 - x = 3x^2 - x$**

a) $3x^2 - 5x = x \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(3x - 6) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$
b) $3x^2 = 75x \Rightarrow x(3x - 75) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 25$
c) $2x^2 - x - 3 - 1 = x - 4 \Rightarrow x(2x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 1$
d) $x^2 - x = 3x^2 - x \Rightarrow 2x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

7.20 Resuelve estas ecuaciones.

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$ **b) $2x^2 - 5x + 2 = 0$**

a) $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \dfrac{3 \pm \sqrt{1}}{2}$; $x = 2, x = 1$

b) $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{9}}{4}$; $x = 2, x = \dfrac{1}{2}$

7.21 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$ **b) $x^2 - 11x + 30 = 0$**

a) $x = \dfrac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \dfrac{7 \pm \sqrt{9}}{2}$; $x = 5, x = 2$

b) $x = \dfrac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30}}{2 \cdot 1} = \dfrac{11 \pm \sqrt{1}}{2}$; $x = 6, x = 5$

7.22 Sin resolverlas, averigua el número de soluciones de estas ecuaciones.

a) $2x^2 + x + 2 = 0$ **c) $3x^2 - 5x - 8 = 0$**
b) $x^2 - 6x + 9 = 0$ **d) $-3x^2 - 4x + 5 = 0$**

Vemos el signo del discriminante.
a) $1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 < 0$. No tiene soluciones reales.
b) $(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$. Tiene una única solución.
c) $(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8) > 0$. Dos soluciones reales.
d) $(-4)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 5 > 0$. Dos soluciones reales.

7.23 Plantea el sistema de ecuaciones lineales para este enunciado: "Una clase tiene 36 alumnos y el número de chicas es el triple que el de chicos". Trata de obtener la solución construyendo una tabla de valores.

Sea x el número de chicas e y el número de chicos.

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ x = 3y \end{cases}$$

y	0	1	2	...	9
$x = 3y$	0	3	6	...	27
$x + y$	0	4	8	...	36

En la clase hay 9 chicos y 27 chicas.

7.24 **Comprueba si los valores $x = 2$ e $y = 7$ son soluciones de los siguientes sistemas.**

a) $\begin{cases} 4x - y = 1 \\ x + 2y = 15 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} -3x + y = 1 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 4 \cdot 2 - 7 = 1 \\ 2 + 2 \cdot 7 = 16 \neq 15 \end{cases}$

$x = 2$ e $y = 7$ no son solución del sistema.

b) $\begin{cases} -3 \cdot 2 + 7 = 1 \\ 5 \cdot 2 - 7 = 3 \end{cases}$

$x = 2$ e $y = 7$ sí son solución del sistema.

7.25 **Resuelve estos sistemas, sumando o restando ecuaciones.**

a) $\begin{cases} x + y - 50 \\ x - y = 10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3x - 3y = 15 \end{cases}$

a) Sumando:

$$\begin{array}{r} x + y = 50 \\ \underline{x - y = 10} \\ 2x \quad = 60 \Rightarrow \end{array}$$
$\Rightarrow x = 20 \quad y = 20$

b) Restando:

$$\begin{array}{r} 2x - 3y = 12 \\ \underline{3x - 3y = 15} \\ -x \quad = -3 \Rightarrow \end{array}$$
$\Rightarrow x = 3 \qquad y = -2$

7.26 **Resuelve los siguientes sistemas, sumando o restando ecuaciones.**

a) $\begin{cases} x + 2y = 100 \\ x - 2y = 60 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x - y = 12 \\ 3x - y = 22 \end{cases}$

a) Sumando:

$$\begin{array}{r} x + 2y = 100 \\ \underline{x - 2y = 60} \\ 2x \quad = 160 \end{array}$$
$\Rightarrow x = 80 \quad y = 10$

b) Restando:

$$\begin{array}{r} 2x - y = 12 \\ \underline{3x - y = 22} \\ -x \quad = -10 \Rightarrow \end{array}$$
$\Rightarrow x = 10 \qquad y = 8$

7.27 **Utiliza la regla de la suma de ecuaciones para resolver los siguientes sistemas.**

a) $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y = 2 \\ -x - y = 0 \end{cases}$

a)
$$\begin{array}{r} x + y = 20 \\ \underline{x - y = 10} \\ 2x \quad = 30 \end{array}$$
$\Rightarrow x = 15 \quad y = 5$

b)
$$\begin{array}{r} x + y = 2 \\ \underline{-x - y = 0} \\ 0 = 2 \end{array}$$
No tiene solución.

7.28 **La suma de dos números es 120 años y su diferencia 60. ¿Cuáles son? Utiliza la regla de la suma de ecuaciones para resolver el problema.**

Sean los números x e y.

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ \underline{x - y = 60} \end{cases}$$
$2x \quad = 180 \Rightarrow x = 90,\ y = 30$

Los números son 30 y 90.

7.29 **Resuelve por sustitución estos sistemas.**

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x + y = 20 \\ x + 2y = 19 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 6 \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y + y = 6 \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 6 \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 20 \\ x + 2y = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 20 - 2x \\ x + 2(20 - 2x) = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 20 - 2x \\ x + 40 - 4x = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 20 - 2x \\ -3x = -21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 20 - 2 \cdot 7 = 6 \\ x = 7 \end{cases}$

7.30 Resuelve los siguientes sistemas por sustitución.

a) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 44 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 5x + 2y = 46 \\ x - y = -2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + y \\ 3(3 + y) + 2y = 44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + y \\ 9 + 3y + 2y = 44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + y \\ 5y = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 7 = 10 \\ y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 2y = 46 \\ x - y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5(y - 2) + 2y = 46 \\ x = y - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7y = 56 \\ x = y - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 6 \end{cases}$

7.31 Plantea para este enunciado un sistema de ecuaciones y resuélvelo por sustitución: "En un corral hay conejos y patos. El número de animales es 30 y el de patas 100". ¿Cuántos conejos y patos hay en el corral?

Sea x el número de conejos e y el de patos

$\begin{cases} x + y = 30 \\ 4x + 2y = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 30 - y \\ 4(30 - y) + 2y = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 30 - y \\ -2y = -20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 30 - 10 = 20 \\ y = 10 \end{cases}$

Hay 20 conejos y 10 patos.

7.32 La base de un rectángulo es 12 centímetros mayor que la altura y su perímetro es 64 centímetros. Halla sus dimensiones. Para ello, plantea un sistema y resuélvelo por sustitución.

Sea x la longitud de la base e y la de la altura.

$\begin{cases} x = 12 + y \\ 2x + 2y = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 + y \\ 2(12 + y) + 2y = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 + y \\ 4y = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 + 10 = 22 \\ y = 10 \end{cases}$

La base del rectángulo mide 22 centímetros, y la altura, 10.

7.33 Resuelve por reducción estos sistemas.

a) $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \\ 5x + 3y = 21 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - 5y = 8 \\ 27x + 8y = 25 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \xrightarrow{\times 3} 12x - 15y = 6 \\ 5x + 3y = 21 \xrightarrow{\times 5} \underline{25x + 15y = 105} \end{cases}$

$37x = 111 \Rightarrow x = 3$

$\begin{cases} 4x - 5y = 2 \xrightarrow{\times 5} 20x - 25y = 10 \\ 5x + 3y = 21 \xrightarrow{\times 4} \underline{20x + 12y = 84} \end{cases}$

$-37y = -74 \Rightarrow y = 2$

b) $\begin{cases} x - 5y = 8 \xrightarrow{\times 8} 8x - 40y = 64 \\ 27x + 8y = 25 \xrightarrow{\times 5} \underline{135x + 40y = 125} \end{cases}$

$143x = 189 \Rightarrow x = \dfrac{189}{143}$

$\begin{cases} x - 5y = 8 \xrightarrow{\times 27} 27x - 135y = 216 \\ 27x + 8y = 25 \xrightarrow{} \underline{27x + 8y = 25} \end{cases}$

$143y = -191 \Rightarrow x = \dfrac{-191}{143}$

7.34 Resuelve por el método de reducción los siguientes sistemas.

a) $\begin{cases} 6x + 5y = 16 \\ 5x - 12y = -19 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 22x + 15y = 9 \\ 18x + 28y = 71 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 6x + 5y = 16 \\ 5x - 12y = -19 \end{cases} \begin{matrix} \xrightarrow{\times 12} \\ \xrightarrow{\times 5} \end{matrix} \begin{cases} 72x + 60y = 192 \\ \underline{25x - 60y = -95} \end{cases}$

$97x = 97 \Rightarrow x = 1$

$\begin{cases} 6x + 5y = 16 \\ 5x - 12y = -19 \end{cases} \begin{matrix} \xrightarrow{\times 5} \\ \xrightarrow{\times(-6)} \end{matrix} \begin{cases} 30x + 25y = 80 \\ \underline{-30x + 72y = 114} \end{cases}$

$97y = 194 \Rightarrow y = 2$

b) $\begin{cases} 22x + 15y = 9 \\ 18x + 25y = 71 \end{cases} \begin{matrix} \xrightarrow{\times 9} \\ \xrightarrow{\times 11} \end{matrix} \begin{cases} 198x + 135y = 81 \\ \underline{198x + 275y = 781} \end{cases}$

$-140y = -700 \Rightarrow y = 5$

$\begin{cases} 22x + 15y = 9 \\ 18x + 25y = 71 \end{cases} \begin{matrix} \xrightarrow{\times 5} \\ \xrightarrow{\times 13} \end{matrix} \begin{cases} 110x + 75y = 45 \\ \underline{54x + 75y = 213} \end{cases}$

$56x = -168 \Rightarrow x = -3$

7.35 Resuelve los sistemas por reducción.

$\times 2$

a) $\begin{cases} \mathbf{3x + 5y = 16} \\ \mathbf{2x + 6y = 16} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \mathbf{3x + 7y = -23} \\ \mathbf{5x + 4y = -23} \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x - 5y = 16 \xrightarrow{\times 2} 6x + 10y = 32 \\ 2x + 6y = 16 \xrightarrow{\times 3} \underline{6x + 18y = +48} \end{cases}$

$$-8y = -16 \Rightarrow y = 2$$

$\begin{cases} 3x + 5y = 16 \xrightarrow{\times 6} 18x + 30y = 96 \\ 2x + 6y = 16 \xrightarrow{\times 5} \underline{10x + 30y = 80} \end{cases}$

$$8x \quad = 16 \Rightarrow x = 2$$

b) $\begin{cases} 3x + 7y = -23 \xrightarrow{\times 5} 15x + 35y = -115 \\ 5x + 4y = -23 \xrightarrow{\times 3} \underline{15x + 12y = -69} \end{cases}$

$$23y = -46 \Rightarrow y = -2$$

$\begin{cases} 3x + 7y = -23 \xrightarrow{\times 4} 12x + 28y = -92 \\ 5x + 4y = -23 \xrightarrow{\times 7} \underline{35x + 28y = -161} \end{cases}$

$$-23x \quad = 69 \Rightarrow x = -3$$

7.36 Halla dos números naturales tales que su suma aumentada en 22 sea igual a dos veces el mayor, y que la diferencia de los dos números menos 1 sea igual al menor.

Sean x e y los números.

$$\begin{cases} x + y + 22 = 2x \\ x - y - 1 = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + y = -22 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = -44 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$-y = -21 \qquad -x \quad = -43$$

Los números son 43 y 21.

7.37 Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones.

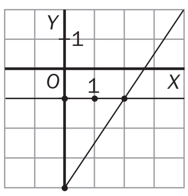
a) $\begin{cases} \mathbf{3x - 2y - 8 = 0} \\ \mathbf{y + 1 = 0} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \mathbf{3x + 2y = 0} \\ \mathbf{6x + y = 0} \end{cases}$

a) Se despeja y en las ecuaciones:

$$y = \frac{3x - 8}{2}; \; y = -1$$

x	$y = \frac{3x - 8}{2}$
0	-4
2	-1

x	$y = -1$
0	-1
2	-1



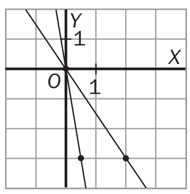
Solución: $x = 2$, $y = -1$

b) Se despeja y en las ecuaciones:

$$y = -\frac{3}{2}x; \; y = -6x$$

x	$y = -\frac{3}{2}x$
0	0
2	-3

x	$y = -6x$
0	0
$\frac{1}{2}$	-3



Solución: $x = 0$, $y = 0$

7.38 **Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones.**

a) $\begin{cases} 2x - 3y - 8 = x \\ 4x - 12y - 30 = 2y \end{cases}$

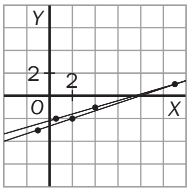
b) $\begin{cases} -3x + 5y + 14 = 3y \\ 7x + 4y - 2 = -2x \end{cases}$

a) Se despeja y en las ecuaciones:

$$y = \frac{x - 8}{3};\ y = \frac{4x - 30}{14}$$

x	$y = \frac{x-8}{3}$
2	−2
−1	−3

x	$y = \frac{4x-30}{14}$
4	−1
$\frac{1}{2}$	−2



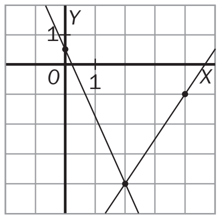
Solución: $x = 11$, $y = 1$

a) Se despeja y en las ecuaciones:

$$y = \frac{3x - 14}{2};\ y = \frac{-9x + 2}{4}$$

x	$y = \frac{3x-14}{2}$
4	−1
2	−4

x	$y = \frac{9x+2}{4}$
0	$\frac{1}{2}$
−2	5



Solución: $x = 2$, $y = -4$

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

7.107 Consumo de gasoil

Un tanque de gasoil está lleno en sus tres cuartas partes.

Transcurren cinco semanas en las que se gastan las cantidades indicadas en la tabla.

Semana	Gasto
1.ª semana	Se gastan 150 litros
2.ª semana	Se gasta la sexta parte de lo que había en el depósito al comenzar la semana
3.ª semana	Se gastan 250 litros
4.ª semana	Se gasta un tercio de lo que había en el depósito al comenzar la semana
5.ª semana	Se gastan 300 litros

Al acabar el período de cinco semanas, el depósito cuenta con 200 litros.

a) Calcula cuántos litros había en el depósito antes de comenzar el período descrito.

b) Calcula cuántos litros se han gastado en las cinco semanas.

c) Calcula la capacidad del depósito.

a) Al comenzar la quinta semana había: $200 + 300 = 500$ litros

Al comenzar la cuarta semana había x litros.

$$x - \frac{1}{3}x = 500 \Rightarrow \frac{2}{3}x = 500 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \cdot 500 = 750 \text{ litros}$$

Entonces:

Al comenzar la tercera semana había $750 + 250 = 1\,000$ litros

Al comenzar la segunda semana había x litros.

$$x - \frac{1}{6}x = 1\,000 \Rightarrow \frac{5}{6}x = 1\,000 \Rightarrow x = \frac{6\,000}{5} = 1\,200 \text{ litros}$$

Entonces:

Al comenzar el período había: $1\,200 + 150 = 1\,350$ litros

b) Se han gastado $1\,350 - 200 = 1\,150$ litros.

c) Capacidad del depósito: $\frac{4}{3} \cdot 1\,350 = 1\,800$ litros

7.108 Las compras de la semana

En la puerta del frigorífico, Alejandro tiene pegado con un imán la siguiente nota.

a) El lunes de una determinada semana, Alejandro pagó 5,65 euros, y el miércoles de esa misma semana, 6,20. ¿Cuánto pagó el viernes, sabiendo que los precios no habían variado en toda la semana?

b) Con los datos del apartado anterior y sabiendo que cada botella de leche costaba 90 céntimos, calcula el precio de cada paquete de pan y de cada bote de refresco.

a) $3L + 3P + 5R = (2L + 1P + 3R) + (1L + 2P + 2R) = 5{,}65 + 6{,}20 = 11{,}85$

El viernes pagó 11 euros y 85 céntimos.

b) $\begin{cases} 1{,}8 + P + 3R = 5{,}65 \\ 0{,}9 + 2P + 2R = 6{,}20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P + 3R = 3{,}85 \\ 2P + 2R = 5{,}30 \end{cases} \Rightarrow P = 2{,}05 \quad R = 0{,}60$

Paquete de pan: 2 euros y 5 céntimos

Bote de refresco: 60 céntimos

PROBLEMAS PARA APLICAR

7.73 **Mario gasta un viernes por la tarde en el cine $\frac{1}{2}$ del dinero que llevaba, y un $\frac{1}{3}$ de lo que le queda en un bocata a la salida del cine. Vuelve a casa con 4 euros. ¿Cuánto dinero llevaba al salir de casa?**

Si x es el dinero que llevaba al salir de casa, tenemos que: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}\frac{1}{2}x + 4 = x \Rightarrow 3x + x + 24 = 6x \Rightarrow 24 = 2x \Rightarrow x = 12$

Mario salió de casa con 12 euros.

7.74 **En una clase de 3.º de ESO, la cuarta parte repiten curso. El director cambió a tres repetidores del grupo por otros tres de otro grupo que no habían repetido. Ahora solo repiten curso $\frac{1}{7}$ del total. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?**

Sea x el número de alumnos de la clase.

Entonces $\frac{x}{4}$ es el número de repetidores antes.

$\frac{x}{4} - 3 = \frac{1}{7}x \Rightarrow \frac{7x - 84}{28} = \frac{4x}{28} \Rightarrow 3x = 84 = x = 28$

En clase hay 28 alumnos.

7.75 **Me faltan 4,10 euros para comprar mi pizza favorita. Si tuviera el triple de lo que tengo compraría 2 pizzas. ¿Cuánto cuesta la pizza y cuánto dinero llevo?**

Sea x el precio de la pizza, entonces $x - 4{,}1$ es el dinero que llevo.

$3(x - 4{,}1) = 2x \Rightarrow 3x - 12{,}3 = 2x \Rightarrow x = 12{,}3$

La pizza vale 12,30 €. Llevo 8,20 €.

7.76 **En una fiesta a la que acuden 42 personas, hay tres hombres más que mujeres y tantos niños como hombres y mujeres juntos. Halla el número de hombres, mujeres y niños.**

Sea x el número de mujeres, entonces $x + 3$ es el número de hombres y $2x + 3$ es el número de niños.

$x + x + 3 + 2x + 3 = 42 \Rightarrow 4x + 6 = 42 \Rightarrow 4x = 36 \Rightarrow x = 9$

Hay 9 mujeres, 12 hombres y 21 niños.

7.77 **Javier tiene 5 años más que su hermano Miguel y su madre tiene 42 años. Dentro de tres años la edad de la madre será el triple que la suma de las edades de los hijos. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?**

Si x es la edad actual de Miguel, la edad actual de Javier es $x + 5$.

$42 + 3 = 3(x + 3 + x + 5 + 3) \Rightarrow 45 = 3(2x + 11) \Rightarrow 12 = 6x \Rightarrow x = 2$

Miguel tiene 2 años, y Javier, 7.

7.78 **En el Concurso Literario Anual, la asociación de padres y madres de alumnos de un instituto premia con libros, por un valor de 196 euros, a los alumnos que hayan presentado las tres mejores redacciones. Deciden repartir el premio proporcionalmente a sus puntuaciones: 10; 9,5 y 8,5. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada alumno premiado?**

Si x es la constante de proporcionalidad:

$10x + 9{,}5x + 8{,}5x = 196 \Rightarrow 28x = 196 \Rightarrow x = 7$

A quien obtuvo un 10 le corresponden 70 €, quien obtuvo 9,5 recibirá 66,50 € y la persona de puntuación 8,5 será premiada con 59,50 €.

7.79 **La diferencia entre el denominador y el numerador de una fracción es 18. Se sabe que si se suma 8 unidades a cada uno de los términos, la fracción resultante es equivalente a $\frac{3}{5}$. Halla la fracción.**

$$\frac{x}{y} \Rightarrow \begin{cases} y - x = 18 \\ \dfrac{x+8}{y+8} = \dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 18 \\ \dfrac{x+8}{x+26} = \dfrac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow 5x + 40 = 3x + 78 \Rightarrow 2x = 38 \Rightarrow x = 19 \Rightarrow y = 37 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{19}{37}$$

La fracción es $\frac{19}{37}$.

7.80 **Los coeficientes de una ecuación de segundo grado son 1, 2 y 5. Averigua cuál es el coeficiente de *x* si se sabe que la ecuación tiene dos soluciones distintas.**

a	*b*	*c*	$b^2 - 4ac$
2	5	1	$25 - 8 = 17$
5	2	1	$4 - 20 = -16$
1	2	5	$4 - 20 = -16$
1	5	2	$25 - 8 = 17$
2	1	5	$1 - 40 = -39$
5	1	2	$1 - 40 = -39$

Si $b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow$ dos soluciones distintas, entonces la solución es $2x^2 + 5x + 1 = 0$ ó $x^2 + 5x + 2 = 0$.

7.81 **La resolución de una ecuación de segundo grado se ha emborronado y hay partes que no se aprecian.**

$$x = \frac{-9 + \sqrt{\dots}}{4} = \begin{cases} \dots \\ -5 \end{cases}$$

¿Puedes averiguar de qué ecuación se trataba?

$$\left.\begin{matrix} b = 9 \\ a = 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{-9 - 11}{4} = -5 \Rightarrow b^2 - 4ac = 121 \Rightarrow 81 - 8c = 121 \Rightarrow -8c = 40 \Rightarrow c = -5$$

La ecuación buscada es: $2x^2 + 9x - 5 = 0$.

7.82 **Marta y Álex quedan todas las tardes en la biblioteca. Entre ambos recorren 6 kilómetros. Álex camina a una velocidad de 7 kilómetros por hora y Marta a 5 kilómetros por hora. Ambos salen de sus casas y llegan a la biblioteca al mismo tiempo.**

a) ¿Cuánto tardan en llegar a la biblioteca?

b) ¿Cuál es la distancia de cada casa a la biblioteca?

$$v = \frac{e}{t}$$

$$t_A = t_B$$

$$\frac{e_A}{v_A} = \frac{e_B}{v_B} \Rightarrow \frac{x}{7} = \frac{6 - x}{5} \Rightarrow 5x = 42 - 7x \Rightarrow 12x = 42 \Rightarrow x = 3{,}5$$

a) $t_A = \frac{3{,}5}{7} = 0{,}5 = 30$, tardan 30 minutos en encontrarse.

b) La distancia de la biblioteca a casa de Alex es 3,5 km, y a casa de Marta, $6 - 3{,}5 = 2{,}5$ km.

7.83 **Durante el recreo, en la cafetería de mi instituto, compro todas las mañanas un bocadillo y un refresco. El bocadillo cuesta el triple que el refresco, y en total me cobran 1,80 euros. ¿Cuál es el precio del bocadillo?, ¿y el del refresco?**

Sea x el precio del refresco, el del bocadillo es entonces $3x$. $3x + x = 1{,}8 \Rightarrow 4x = 1{,}8 \Rightarrow x = 0{,}45$

El precio del bocadillo es 1,35 €, y el del refresco, 0,45 €.

7.84 **En un mercadillo solidario se venden dos tipos de figuras de artesanía. Unas a 1,50 euros y otras a 2,50 euros. Se vendieron 82 figuras y se obtuvieron 154 euros. ¿Cuántas unidades se vendieron de cada tipo?**

Sean x el número de figuras vendidas de 1,50 €, e y, el número de figuras vendidas de 2,50 €.

$$\begin{cases} x + y = 82 \\ 1{,}5x + 2{,}5y = 154 \end{cases} \Rightarrow y = 82 - x \Rightarrow 1{,}5x + 2{,}5(82 - x) = 154 \Rightarrow 1{,}5x + 205 - 2{,}5x = 154 \Rightarrow -x = -51 \Rightarrow x = 51 \Rightarrow y = 31$$

Se vendieron 51 unidades de figuras de 1,50 € y 31 unidades de 2,50 €.

7.85 **Una caja de material de geometría contiene objetos triangulares y rectangulares. En total hay 20 objetos y se pueden contar hasta 68 vértices. ¿Cuántos objetos hay de cada clase?**

Sea x el número de objetos triangulares, e y, el número de objetos rectangulares.

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 4y = 68 \end{cases} \Rightarrow 3(20 - y) + 4y = 68 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow x = 12$$

Hay 12 objetos triangulares y 8 objetos rectangulares.

7.86 **Dos números suman 46 y la diferencia de sus cuadrados es 92. ¿Qué números son?**

$$\begin{cases} x + y = 46 \\ x^2 - y^2 = 92 \end{cases} \Rightarrow y = 46 - x \Rightarrow x^2 - (46 - x)^2 = 92 \Rightarrow x^2 - (2\,116 + x^2 - 92x) = 92 \Rightarrow 92x = 2\,208 \Rightarrow x = 24 \Rightarrow y = 22$$

Los números son 22 y 24.

7.87 **La superficie de una habitación rectangular mide 11,25 metros cuadrados, y el perímetro, 14 metros. ¿Cuáles son las dimensiones de la habitación?**

$$\begin{cases} x \cdot y = 11{,}25 \\ 2x + 2y = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 11{,}25 \\ x + y + 7 \end{cases} \Rightarrow y = 7 - x \Rightarrow x \cdot (7 - x) = 11{,}25 \Rightarrow 7x - x^2 = 11{,}25 \Rightarrow x^2 - 7x + 11{,}25 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 45}}{2} = \frac{7 \pm 2}{2} \Rightarrow x_1 = 4{,}5,\ x_2 = 2{,}5$$

Largo = 4,5 m.
Ancho = 2,5 m

7.88 **El perímetro de un triángulo isósceles es 13 centímetros y la altura sobre el lado desigual mide 4 centímetros. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?**

Sea x la medida de los dos lados iguales, y $2y$, la medida del lado desigual.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 13 \\ x^2 = 4^2 + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 13 \\ x^2 = 16 + y^2 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{13 - 2y}{2}\right)^2 = 16 + y^2 \Rightarrow \frac{169 + 4y^2 - 52y}{4} = 16 + y^2 \Rightarrow -52y = -105 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{-105}{-52} \cong 2{,}02 \Rightarrow x \cong 4{,}48$$

Los lados iguales miden 4,48 centímetros, y el lado desigual, 4,04.

7.89 **Dos números suman 90. Si divido el mayor entre el menor, el resto es 6 y el cociente es 3. ¿Cuáles son los números?**

Sean x e y los números, por la prueba de la división, siendo y el menor de ellos, tenemos que $x = 3y + 6$.

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ x = 3y + 6 \end{cases} \Rightarrow 90 - y = 3y + 6 \Rightarrow 84 = 4y \Rightarrow y + 21 \Rightarrow x = 90 - 21 = 69$$

Los números son 21 y 69.

REFUERZO

Ecuaciones de primer grado

7.90 **Averigua si los valores 0, −2, 1, 5, 3 y −3 son soluciones de la ecuación.**

$x^3 - 3x^2 - 13x + 15 = 0.$

$0^3 - 3 \cdot 0^2 - 13 \cdot 0 + 15 = 0 \Rightarrow 15 = 0 \Rightarrow 0$. No es solución.

$(-2)^3 - 3(-2)^2 - 13(-2) + 15 = 0 \Rightarrow 21 = 0 \Rightarrow -2$. No es solución.

$1^3 - 3(1)^2 - 13(1) + 15 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow 1$. Es solución.

$5^3 - 3 \cdot 5^2 - 13 \cdot 5 + 15 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow 5$. Es solución.

$3^3 - 3 \cdot 3^2 - 13 \cdot 3 + 15 = 0 \Rightarrow -24 = 0 \Rightarrow 3$. No es solución.

$(-3)^3 - 3(-3)^2 - 13(3) + 15 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow -3$. Es solución.

7.91 **Escribe con una sola incógnita las ecuaciones correspondientes.**

a) Un número, más su doble, más su mitad, suman 21.

b) Los cuadrados de dos números consecutivos se diferencian en 15.

c) La mitad más la cuarta parte de un número suman 13 unidades más que el tercio más la quinta parte del mismo número.

a) $x + 2x + \frac{x}{2} = 21$

b) $(x + 1)^2 - x^2 = 15$

c) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = \frac{x}{3} + \frac{x}{5} + 13$

7.92 **Resuelve las ecuaciones.**

a) $\mathbf{\frac{x}{2} + \frac{x}{16} = \frac{x}{8} + \frac{x}{4} + 6}$

b) $\mathbf{5(-x + 2) = 13 - 4(3x - 1)}$

a) $\frac{8x + x}{16} = \frac{2x + 4x + 96}{16} \Rightarrow 9x = 6x + 96 \Rightarrow 3x = 96 \Rightarrow x = 32$

b) $-5x + 10 = 13 - 12x + 4 \Rightarrow 7x = 7 \Rightarrow x = 1$

Ecuaciones de segundo grado

7.93 **Resuelve las ecuaciones.**

a) $\mathbf{12x(2x - 3) = 0}$

b) $\mathbf{x^2 - 3x - 10 = 0}$

c) $\mathbf{7x^2 + 5 = 4x^2 + 12}$

d) $\mathbf{8x^2 - 10x - 3 = 0}$

a) $\begin{cases} 12x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases} x = 0 \text{ y } x = \frac{3}{2}$

b) $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2} \Rightarrow x = 5, x = -2$

c) $3x^2 = 17 \Rightarrow x^2 = \frac{17}{3} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{17}{3}}$

d) $x = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 96}}{16} = \frac{10 \pm 14}{16} \Rightarrow x = \frac{3}{2}, x = \frac{-1}{4}$

7.94 Completa la ecuación $5x^2 - 6x + c = 0$ asegurándote de que tenga dos soluciones distintas. ¿Cuántas soluciones existen?

$b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 36 - 4 \cdot 5 \cdot c > 0 \Rightarrow 36 - 20c > 0 \Rightarrow 36 > 20c \Rightarrow \frac{36}{20} > c \Rightarrow \frac{18}{10} > c \Rightarrow \frac{9}{5} > c \Rightarrow \infty$ soluciones

Para cualquier valor de c tal que $c < \frac{9}{5}$, la ecuación tiene 2 soluciones. Por lo tanto, existen ∞ soluciones.

Sistemas de ecuaciones

7.95 Halla el valor de a y b, para que se cumpla que los dos sistemas sean equivalentes.

$$\begin{cases} -4x + y = -3 \\ 7x + 2y = -5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 20x + ay = 15 \\ bx - 12y = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x + y = -3 \\ 7x + 2y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (-4x + y = -3) \cdot (-5) \\ (7x + 2y = -5) \cdot (-6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20x - 5y = 15 \\ -42x - 12y = 30 \end{cases} \Rightarrow a = -5,\ b = -42,\ c = 30$$

7.96 Resuelve estos sistemas por el método de sustitución.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} -x + 3y = 13 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ -2x + y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ -2(2 - y) + y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ 3y - 4 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - y = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

$x = 1,\ y = 1$

b) $\begin{cases} -x + 3y = 13 \\ 5x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y - 13 \\ 5(3y - 13) + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y - 13 \\ 16y = 67 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3\left(\frac{67}{16}\right) - 13 = -\frac{7}{16} \\ y = \frac{67}{16} \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{7}{16},\ y = \frac{67}{16}$

7.97 Resuelve por el método de reducción los sistemas.

a) $\begin{cases} 6x - y = 19 \\ -4x + 3y = -15 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - 7y = -11 \\ 2x + 6y = -2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 6x - y = 19 \xrightarrow{\times 4} \\ -4x + 3y = -16 \xrightarrow{\times 6} \end{cases} \begin{cases} 24x - 4y = 76 \\ -24x + 18y = -90 \end{cases}$

$14y = -14 \Rightarrow y = -1$

$\begin{cases} 6x - y = 19 \xrightarrow{\times 3} \\ -4x + 3y = -15 \end{cases} \begin{cases} 18x - 3y = 57 \\ -4x + 3y = -15 \end{cases}$

$14x = 42 \Rightarrow x = 3$

b) $\begin{cases} x - 7y = -11 \xrightarrow{\times(-2)} \\ 2x + 6y = -2 \end{cases} \begin{cases} -2x + 14y = 22 \\ 2x + 6y = -2 \end{cases}$

$20y = 20 \Rightarrow y = 1$

$\begin{cases} x - 7y = -11 \xrightarrow{\times 6} \\ 2x + 6y = -2 \xrightarrow{\times 7} \end{cases} \begin{cases} 6x - 42y = -66 \\ 14x + 42y = -14 \end{cases}$

$20x = -80 \Rightarrow x = -4$

7.98 Halla el valor de m y n, si $x = 2$ e $y = 1$ es solución del sistema.

$$\begin{cases} 3x + my = 2 \\ nx + 5y = 9 \end{cases}$$

Sustituimos en las ecuaciones del sistema las soluciones:

$$\begin{cases} 3x + my = 2 \\ nx + 5y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 + m = 2 \\ 2n + 5 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 - 6 = -4 \\ 2n = 4 \Rightarrow n = 2 \end{cases}$$

7.99 Con las siguientes ecuaciones plantea un sistema que tenga por solución (−2, 1).

$4x - y = -9$ $\quad 3x - 5y = 2$ $\quad 5x - y = 7$ $\quad x + 6y = 4$

Las ecuaciones que forman un sistema con esa solución son: $\begin{cases} 4x - y = -9 \\ x + 6y = 4 \end{cases}$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

7.39 **Un motorista sale del punto *F* hacia el punto *K* a una velocidad media de 80 km/h, y al mismo tiempo sale otro motorista de *K* hacia *F* a una velocidad media de 100 km/h. Si la distancia entre esos puntos es de 360 kilómetros, ¿cuánto tardarán en encontrarse? ¿Cuántos kilómetros ha recorrido cada uno?**

La suma de las distancias que recorre cada uno es 360; $d_1 + d_2 = 360$.

La distancia que recorre el motorista que va de *F* a *K* es $80t$, y la que recorre el motorista es $100t$.

Se cumple entonces que $80t + 100t = 360$, despejamos t y obtenemos $t = 2$.

Tardan en encontrarse 2 horas.

El primer motorista recorre $80 \cdot 2 = 160$ km, y el segundo, $100 \cdot 2 = 200$ km.

7.40 **Un ciclista sale del punto *A* a una velocidad media de 30 km/h, y trata de alcanzar a un amigo que ha salido una hora antes del mismo punto y cuya velocidad media es de 20 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzarle?**

La distancia que recorren los ciclistas es la misma. Sea t el tiempo que tarda el segundo en recorrer esa distancia, entonces $30t = 20 \cdot (t + 1)$. Despejamos t y obtenemos que el tiempo que el segundo ciclista tardará en alcanzar al primero es $t = 2$ horas.