

2nd TERM GENERAL EXAM

Name:

Remember: in each question, write the steps you have taken to reach the solution. (1 point each question)

1. Simplify: a) $\frac{3x^3 - 12x}{x^2 - 4x + 4}$

b) $\frac{2x^3 + 12x^2 + 18x}{4x^3 - 36x}$

2. A test has twenty questions worth 100 points. The test consists of True/False questions worth 3 points each and multiple choice questions worth 11 points each. How many multiple choice questions are on the test?

3. Solve the equation: $\frac{2x-3}{6} - \frac{3(x-1)}{4} = \frac{3-x}{3} - \frac{5}{8}$

4. Find the sum of the 30 first multiples of five.

5. Find the 7th term of the Geometric Progression: 18, 6, 2, . . ., and the sum of all its terms.

6. Solve the equation: $\frac{2x}{3} - \frac{2x-1}{4} = 1 - \frac{(x-3)^2}{12}$

7. Solve graphically and by substitution:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 4 \end{array} \right\}$$

8. Work out the equations of the following lines and sketch them:

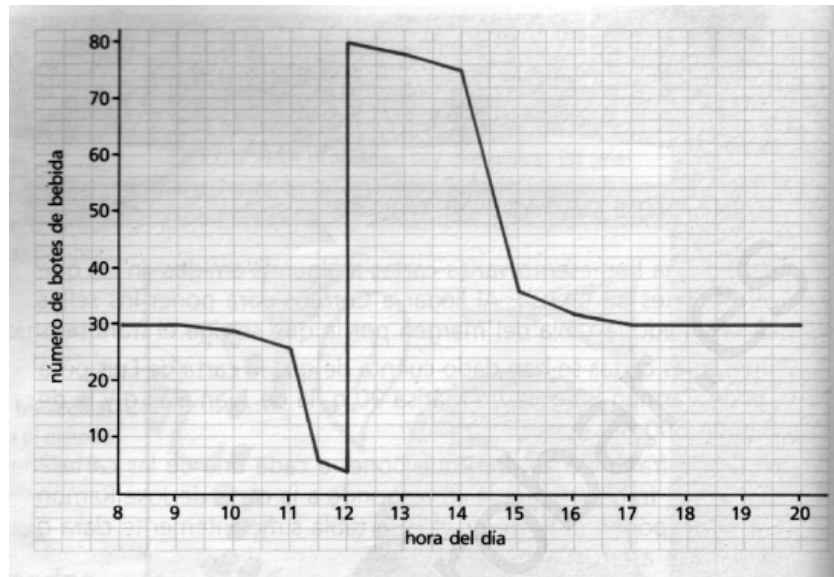
a) The line joining these points: A(-1,3) and B(3,1).

b) The line passes through (1,2) and cuts the x-axis in -2

9. A 80 km de la frontera se comete un atraco. Los ladrones huyen a una velocidad de 90 km/h. Quince minutos más tarde sale la policía en su persecución a una velocidad de 120 km/h ¿conseguirá alcanzarlos antes de la frontera?

10. En la cafetería de un instituto se encuentra una máquina de refrescos. Un determinado día la empresa que ha instalado la máquina realizó un estudio para saber cuántos botes de bebida había en cada momento, desde las 8 de la mañana hasta las 8 de la tarde.

Dicho estudio quedó representado en la siguiente gráfica:



- ¿Cuántos botes había en la máquina a las ocho de la mañana?
- ¿En qué períodos no se ha consumido ningún bote?
- ¿Cuántos botes se han consumido en el recreo (11:00-11:30)?
- ¿A qué hora se llenó la máquina?
- ¿Puedes decir, a partir de la gráfica, a qué hora se acaban las clases de la tarde?
- ¿Cuándo se han consumido más bebidas por hora, en el recreo o durante la comida?

SOLUTION

1. Simplify: a) $\frac{3x^3 - 12x}{x^2 - 4x + 4} = \frac{3x(x^2 - 4)}{(x-2)^2} = \frac{3x(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-2)} = \frac{3x(x+2)}{x-2}$

b) $\frac{2x^3 + 12x^2 + 18x}{4x^3 - 36x} = \frac{2x(x^2 + 6x + 9)}{4x(x^2 - 9)} = \frac{2x(x+3)^2}{4x(x-3)(x+3)} = \frac{x+3}{2(x-3)}$

2. A test has twenty questions worth 100 points. The test consists of True/False questions worth 3 points each and multiple choice questions worth 11 points each. How many multiple choice questions are on the test?

True/False questions x

Multiple choice questions y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ 3x + 11y = 100 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} -3x - 3y = -60 \\ 3x + 11y = 100 \end{array} \right\} \Rightarrow 8y = 40 \Rightarrow y = 5 \rightarrow x + 5 = 20 \Rightarrow x = 15$$

Answer: There are 15 True/false questions and 5 multiple choice questions.

3. Solve the equation: $\frac{2x-3}{6} - \frac{3(x-1)}{4} = \frac{3-x}{3} - \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{2x-3}{6} - \frac{3x-3}{4} = \frac{3-x}{3} - \frac{5}{8}$

$$\frac{8x-12}{24} - \frac{18x-18}{24} = \frac{24-8x}{24} - \frac{15}{24} \Rightarrow 8x-12-18x+18 = 24-8x-15$$

$$8x-18x+8x = 24-15+12-18 \Rightarrow -2x = 3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

4. Find the sum of the 30 first multiples of five: 5, 10, 15,

It is an Arithmetic Progression with common difference 5, first term 5

$$a_{30} = a_1 + 29d = 5 + 29 \cdot 5 = 150 \quad S_{30} = \frac{(a_1 + a_{30}) \cdot 30}{2} = \frac{(5 + 150) \cdot 30}{2} = 2325$$

5. Find the 7th term of the Geometric Progression: 18, 6, 2, ..., and the sum of all

its terms. $a_1 = 18, r = \frac{1}{3} \quad a_7 = a_1 \cdot r^6 = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{18}{3^6} = \frac{2 \cdot 3^2}{3^6} = \frac{2}{81}$

$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{18}{1-\frac{1}{3}} = 18 \div \frac{2}{3} = 27$$

6. Solve the equation: $\frac{2x}{3} - \frac{2x-1}{4} = 1 - \frac{(x-3)^2}{12} \Rightarrow \frac{2x}{3} - \frac{2x-1}{4} = 1 - \frac{x^2-6x+9}{12}$

$$\frac{8x}{12} - \frac{6x-3}{12} = \frac{12}{12} - \frac{x^2-6x+9}{12} \Rightarrow 8x-6x+3 = 12-x^2+6x-9$$

$$8x-6x-6x+x^2 = 12-9-3 \Rightarrow x^2-4x=0 \Rightarrow x(x-4)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases}$$

7. Solve graphically and by substitution:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 4 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 18 \\ x + y = 8 \end{array} \right\}$$

Graphing: $\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 18 \\ x + y = 8 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = \frac{18 - 2x}{3} \\ y = 8 - x \end{array} \right\}$

x	y
3	4
0	6

x	y
3	5
1	7

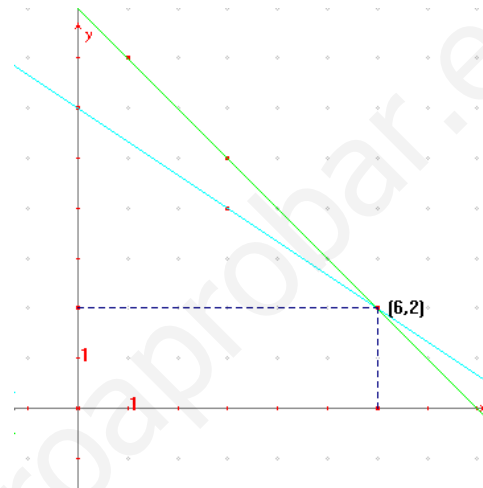
Substitution:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 18 \\ x + y = 8 \end{array} \right\} \rightarrow y = 8 - x$$

$$2x + 3(8 - x) = 18 \Rightarrow 2x + 24 - 3x = 18$$

$$-x = 18 - 24 \Rightarrow x = 6 \rightarrow y = 8 - 6 = 2$$

Solution: $x = 6$, $y = 2$



8. Work out the equations of the following lines and sketch them:

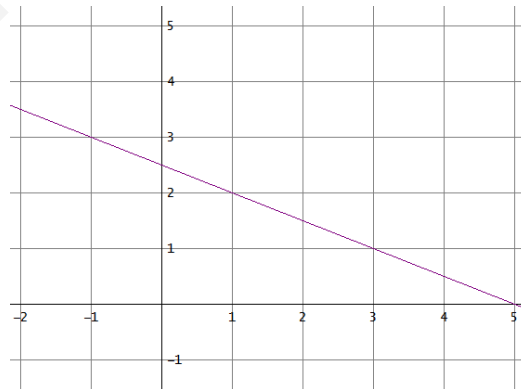
c) The line joining these points: A(-1,3) and B(3,1).

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{1 - 3}{3 - (-1)} = -\frac{1}{2}$$

$$y = 3 - \frac{1}{2}(x + 1)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3 - \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

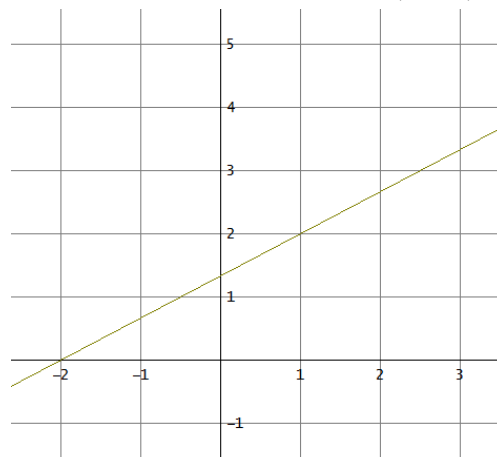


d) The line passes through (1,2) and cuts the x-axis in -2 \Rightarrow (-2,0)

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{2 - 0}{1 - (-2)} = \frac{2}{3}$$

$$y = 0 + \frac{2}{3}(x + 2)$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$



9. A 80 km de la frontera se comete un atraco. Los ladrones huyen a una velocidad de 90 km/h. Quince minutos más tarde sale la policía en su persecución a una velocidad de 120 km/h ¿conseguirá alcanzarlos antes de la frontera?

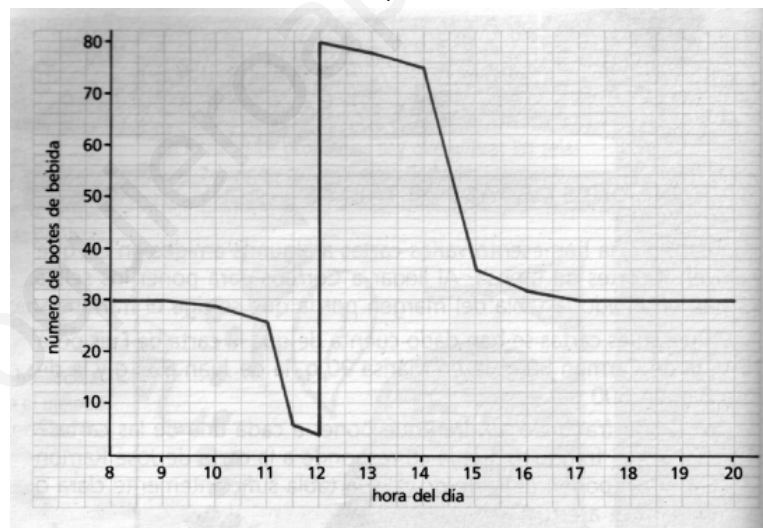
	Espacio	Velocidad	Tiempo
Ladrones	x	90	$y + \frac{1}{4}$
Policía	x	120	y

$$\left. \begin{array}{l} x = 90\left(y + \frac{1}{4}\right) \\ x = 120y \end{array} \right\} \Rightarrow 90y + \frac{90}{4} = 120y \Rightarrow \frac{90}{4} = 30y \Rightarrow y = \frac{90}{120} = \frac{3}{4}$$

$x = 120y = 120 \cdot \frac{3}{4} = 90$ km, luego NO les da tiempo a alcanzarlos antes de la frontera

10. En la cafetería de un instituto se encuentra una máquina de refrescos. Un determinado día la empresa que ha instalado la máquina realizó un estudio para saber cuántos botes de bebida había en cada momento, desde las 8 de la mañana hasta las 8 de la tarde.

Dicho estudio quedó representado en la siguiente gráfica:



- a) ¿Cuántos botes había en la máquina a las ocho de la mañana? 30 botes
- b) ¿En qué períodos no se ha consumido ningún bote? Entre las 8 y las 9 y a partir de las 5 de la tarde.
- c) ¿Cuántos botes se han consumido en el recreo (11:00-11:30)? 20 botes
- d) ¿A qué hora se llenó la máquina? A las 12
- e) ¿Puedes decir, a partir de la gráfica, a qué hora se acaban las clases de la tarde? A las 5 de la tarde
- f) ¿Cuándo se han consumido más bebidas por hora, en el recreo o durante la comida? En el recreo han sido 20 botes en $\frac{1}{2}$ hora (40 botes por hora) y en la comida han sido $75 - 36 = 39$. Luego se han consumido más durante el recreo.