Polinomios. Igualdades notables

1. Efectúa y simplifica las siguientes operaciones con monomios. **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $-2a^2 \cdot 2ab \cdot (-3a^3b^5) \cdot ab$

b) $\frac{42x^5y^4}{7x^2y^3}$

c) $4xy^3 \cdot (-2x^3y) \cdot 5x^3y$

d) $\frac{20a^3b^2c^3}{5a^2bc^3}$

2. Dados los polinomios $P(x) = -3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5$ y $Q(x) = -3x^2 + 2x - 4$, efectúa las siguientes operaciones reduciendo términos semejantes y expresando el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $P(x) + Q(x)$

b) $Q(x) - P(x)$

c) $Q(x) \cdot Q(x)$

d) $P(x) - 2 \cdot Q(x)$

3. Realiza la siguiente operación con polinomios y, al igual que en el ejercicio anterior, expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(1 punto)**

$(-2x^3 + x)(x^2 - 3x) - x^3(-2x + x^2 - 3) - (2x^2 + 3)(x - 1)$

4. Realiza la siguiente división y escribe el cociente C(x) y el resto R(x) de la misma: **(1 punto)**

$(- 2x^2 - x^4 + 2x - 2) : (- x^2 - x + 2)$

5. Dado el polinomio $P(x) = - x^4 + 5x^2 + 3x - 5$, hallar los siguientes valores numéricos: **(1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) P(3)

b) P(-2)

c) P(1) + P(-1)

6. Extraer el máximo factor común en las siguientes expresiones: **(1 punto; 0.5 puntos por apartado)**

a) $18a^4 + 6a^5 - 12a^3$

b) $4a^3b^3c - 8a\ b^4c - 12a^4b^5c$

7. Desarrollar aplicando las igualdades notables: (1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)

a) $(2x - 3y)$

b) $(2a + 3b^3)$

c) $(5p^3 + 4q^5) \cdot (5p^3 - 4q^5)$

1. Efectúa y simplifica las siguientes operaciones con monomios. **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $-2a^2 \cdot 2ab \cdot (-3a^3b^5) \cdot ab$ $= (-2) \cdot 2 \cdot (-3) \cdot a^{2+1+3+1} \cdot b^{1+5+1} =$

$= \underline{\underline{12\, a^7\, b^7}}$

b) $\dfrac{42x^5y^4}{7x^2y^3} = \dfrac{42}{7}\, x^{5-2} \cdot y^{4-3} = 6\, x^3\, y^1 = \underline{\underline{6x^3y}}$

c) $4xy^3 \cdot (-2x^3y) \cdot 5x^3y$ $= 4 \cdot (-2) \cdot 5 \cdot x^{1+3+3}\, y^{3+1+1} =$

$= \underline{\underline{-40\, x^7\, y^5}}$

d) $\dfrac{20a^3b^2c^3}{5a^2bc^3} = \dfrac{20}{5} \cdot a^{3-2} \cdot b^{2-1} \cdot c^{3-3} =$

$= 4 \cdot a^1 \cdot b^1 \cdot c^0 = 4 \cdot a \cdot b \cdot 1 = \underline{\underline{4ab}}$

2. Dados los polinomios P(x) = $-3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5$ y Q(x) = $-3x^2 + 2x - 4$, efectúa las siguientes operaciones reduciendo términos semejantes y expresando el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) P(x) + Q(x) $=$

$$= (-3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5) + (-3x^2 + 2x - 4) =$$

$$= -3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 3x^2 - 7x + 2x - 5 - 4 =$$

$$= -3x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x - 9$$

b) Q(x) – P(x) $=$

$$= -3x^2 + 2x - 4 - (-3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5) =$$

$$= -3x^2 + 2x - 4 + 3x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 7x + 5 =$$

$$= 3x^4 - 2x^3 - \cancel{3x^2} + \cancel{3x^2} + 2x + 7x - 4 + 5 =$$

$$= 3x^4 - 2x^3 + 9x + 1$$

c) Q(x) · Q(x)

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & -3x^2 & +2x & -4 \\
 & & -3x^2 & +2x & -4 \\
\hline
 & & 12x^2 & -8x & +16 \\
 & -6x^3 & +4x^2 & -8x & \\
9x^4 & -6x^3 & +12x^2 & & \\
\hline
9x^4 & -12x^3 & +28x^2 & -16x & +16
\end{array}$$

d) P(x) – 2 · Q(x) $=$

$= (-3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5) - 2 \cdot (-3x^2 + 2x - 4) =$

$= -3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5 + 6x^2 - 4x + 8 =$

$= -3x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 6x^2 - 7x - 4x - 5 + 8 =$

$= -3x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 11x + 3.$

3. Realiza la siguiente operación con polinomios y, al igual que en el ejercicio anterior, expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(1 punto)**

$(-2x^3 + x)(x^2 - 3x) - x^3(-2x + x^2 - 3) - (2x^2 + 3)(x - 1) =$

$= -2x^5 + 6x^4 + x^3 - 3x^2 - (-2x^4 + x^5 - 3x^3) - (2x^3 - 2x^2 + 3x - 3) =$

$= -2x^5 + 6x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x^4 - x^5 + 3x^3 - 2x^3 + 2x^2 - 3x + 3 =$

$= -2x^5 - x^5 + 6x^4 + 2x^4 + x^3 + 3x^3 - 2x^3 - 3x^2 + 2x^2 - 3x + 3 =$

$= -3x^5 + 8x^4 + 2x^3 - x^2 - 3x + 3$

4. Realiza la siguiente división y escribe el cociente C(x) y el resto R(x) de la misma: **(1 punto)**

$(-2x^2 - x^4 + 2x - 2) : (-x^2 - x + 2)$

$-2x^2 - x^4 + 2x - 2 = -x^4 - 2x^2 + 2x - 2$

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
-\cancel{x^4} & & -2x^2 & +2x & -2 & -x^2 - x + 2 \\
+\cancel{x^4} & +x^3 & -2x^2 & & & \overline{x^2 - x + 5} \\
\hline
 & \cancel{x^3} & -4x^2 & +2x & -2 & \\
 & -\cancel{x^3} & -x^2 & +2x & & \\
\hline
 & & -\cancel{5x^2} & +4x & -2 & \\
 & & +\cancel{5x^2} & +5x & -10 & \\
\hline
 & & & 9x & -12. &
\end{array}
$$

$C(x) = x^2 - x + 5$

$R(x) = 9x - 12$

5. Dado el polinomio P(x) = $-x^4 + 5x^2 + 3x - 5$, hallar los siguientes valores numéricos: **(1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) P(3) $= -3^4 + 5 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 - 5 = -81 + 45 + 9 - 5 = \underline{\underline{-32}}$

b) P(-2) $= -(-2)^4 + 5(-2)^2 + 3(-2) - 5 = -16 + 5 \cdot 4 - 6 - 5 =$

$= -16 + 20 - 11 = \underline{\underline{-7}}$

c) P(1) + P(-1)

$P(1) = -1^4 + 5 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 5 = -1 + 5 + 3 - 5 = 2$

$P(-1) = -(-1)^4 + 5(-1)^2 + 3(-1) - 5 =$

$= -1 + 5 \cdot 1 - 3 - 5 = -1 + 5 - 3 - 5 = -4$

$P(1) + P(-1) = 2 + (-4) = 2 - 4 = \underline{\underline{-2}}$

6. Extraer el máximo factor común en las siguientes expresiones: **(1 punto; 0.5 puntos por apartado)**

a) $18a^4 + 6a^5 - 12a^3$ $= 6a^3(3a + a^2 - 2) =$

$= 6a^3(a^2 + 3a - 2)$

b) $4a^3b^3c - 8a^2b^4c^2 - 12a^4b^5c$ $= 4a^2b^3c(a - 2bc - 3a^2b^2)$

7. Desarrollar aplicando las igualdades notables: (1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)

a) $(2x^2 - 3y)^2$ $= (2x^2)^2 + (3y)^2 - 2 \cdot 2x^2 \cdot 3y =$

$= 4x^4 + 9y^2 - 12x^2y$

b) $(2a^2 + 3b^3)^2$ $= (2a^2)^2 + (3b^3)^2 + 2 \cdot 2a^2 \cdot 3b^3 =$

$= 4a^4 + 9b^6 + 12a^2b^3$

c) $(5p^3 + 4q^5) \cdot (5p^3 - 4q^5)$ $= (5p^3)^2 - (4q^5)^2 =$

$= 25p^6 - 16q^{10}$