



Nombre: _____

Evaluación: Segunda.

Fecha: 16 de febrero de 2011

NOTA	
------	--

Ejercicio n.º 1. - Sean los polinomios $A = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 15x - 2$; $B = x^3 + 7x^2 - x - 1$, y $C = 2x^2 - 4x + 11$. Calcula el polinomio $B \cdot C - A$.

1,5 puntos

Ejercicio n.º 2. - Efectúa las siguientes operaciones algebraicas:

a) $(2x+5)^2 - (2x+5) \cdot (2x-5) - 3(x^2-2)$

b) $\frac{x^2 - 8x + 16}{10x^2} : \frac{(x+4) \cdot (x-4)}{5x}$

2 puntos

Ejercicio n.º 3. - Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $\frac{5x+1}{2} - \frac{3x+1}{4} = \frac{8x+5}{5}$

b) $\frac{2}{3} \cdot (x-5) - \frac{2}{5} \cdot (2x+1) = 2x + \frac{2}{15} \cdot (4x-1)$

2,5 puntos

Ejercicio n.º 4. - Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $2 \cdot (x+5)^2 + (x-3)^2 = 14 \cdot (x+4)$

b) $\frac{x^2-2}{2} - \frac{x^2}{4} = \frac{x+1}{3} - \frac{x}{2}$

2 puntos

Ejercicio n.º 5. - Resuelve una de estas dos ecuaciones, comprobando el resultado tanto si es preciso como si no lo es:

a) $\sqrt{7-3x} + x = 1$

b) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

2 puntos

SOLUCIONES

E.1. Sean los polinomios $A = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 15x - 2$; $B = x^3 + 7x^2 - x - 1$, y $C = 2x^2 - 4x + 11$. Calcula el polinomio $B \cdot C - A$.

Hacemos el producto multiplicando término a término, y después, eliminamos el paréntesis precedido del signo menos cambiando de signo a lo de dentro:

$$B \cdot C - A = (x^3 + 7x^2 - x - 1) \cdot (2x^2 - 4x + 11) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 15x - 2) =$$

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} B \cdot C = 2x^5 - 4x^4 + 11x^3 + 14x^4 - 28x^3 + 77x^2 - 2x^3 + 4x^2 - 11x - 2x^2 + 4x - 11 = \\ = 2x^5 + 10x^4 - 19x^3 + 79x^2 - 7x - 11 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= 2x^5 + 10x^4 - 19x^3 + 79x^2 - 7x - 11 - 3x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 15x + 2 = \\ &= 2x^5 + 7x^4 - 17x^3 + 72x^2 - 22x - 9. \end{aligned}$$

E.2. Efectúa las siguientes operaciones algebraicas:

a) $(2x+5)^2 - (2x+5) \cdot (2x-5) - 3(x^2-2)$

b) $\frac{x^2-8x+16}{10x^2} : \frac{(x+4) \cdot (x-4)}{5x}$

a) Hay identidades notables y operaciones precedidas del signo menos. Para que equivocarnos, meteremos entre paréntesis la segunda operación:

$$\begin{aligned} (2x+5)^2 - (2x+5) \cdot (2x-5) - 3(x^2-2) &= 4x^2 + 10x + 25 - (4x^2 - 25) - 3x^2 + 6 = \\ &= 4x^2 + 10x + 25 - 4x^2 + 25 - 3x^2 + 6 = -3x^2 + 10x + 56. \end{aligned}$$

b) Aquí la clave está en factorizar el primer numerador (es una identidad notable); dejar indicadas las multiplicaciones, y eliminar los factores que se repitan en el numerador y denominador del resultado:

$$\begin{aligned} \frac{x^2-8x+16}{10x^2} : \frac{(x+4) \cdot (x-4)}{5x} &= \frac{(x-4)^2}{10x^2} : \frac{(x+4) \cdot (x-4)}{5x} = \frac{5x \cdot (x-4)^2}{10x^2 \cdot (x+4) \cdot (x-4)} = \\ &= \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{(x-4)} \cdot (x-4)}{\cancel{2} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot (x+4) \cdot \cancel{(x-4)}} = \frac{x-4}{2x \cdot (x+4)} = \frac{x-4}{2x^2+8x}. \end{aligned}$$

E.3. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $\frac{5x+1}{2} - \frac{3x+1}{4} = \frac{8x+5}{5}$

b) $\frac{2}{3} \cdot (x-5) - \frac{2}{5} \cdot (2x+1) = 2x + \frac{2}{15} \cdot (4x-1)$

a) En esta ecuación hay que tener mucho cuidado con la segunda fracción por que va precedida del signo menos. Vamos a dejar esa operación indicada y así evitaremos riesgos innecesarios:

$$\frac{5x+1}{2} - \frac{3x+1}{4} = \frac{8x+5}{5} \Rightarrow \frac{50x+10}{20} - \frac{5 \cdot (3x+1)}{20} = \frac{32x+20}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 50x+10-15x-5 = 32x+20 \Rightarrow 35x+5 = 32x+20 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{3} = 5.$$

b) En esta otra ecuación, debemos hacer las multiplicaciones antes de repetir el mismo procedimiento de resolución que en el apartado anterior, pero ¡ojo!, que vuelve a aparecer una fracción precedida del signo menos y habrá que estar pendientes de no meter la pata:

$$\frac{2}{3} \cdot (x-5) - \frac{2}{5} \cdot (2x+1) = 2x + \frac{2}{15} \cdot (4x-1) \Rightarrow \frac{2x-10}{3} - \frac{4x+2}{5} = 2x + \frac{8x-2}{15} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{10x-50}{15} - \frac{3 \cdot (4x+2)}{15} = \frac{30x+8x-2}{15} \Rightarrow 10x-50-12x-6 = 38x-2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2x-56 = 38x-2 \Rightarrow -54 = 40x \Rightarrow x = -\frac{54}{40} = -\frac{27}{20}.$$

E.4. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $2 \cdot (x+5)^2 + (x-3)^2 = 14 \cdot (x+4)$

b) $\frac{x^2-2}{2} - \frac{x^2}{4} = \frac{x+1}{3} - \frac{x}{2}$

a) Un par de identidades notables y un producto sencillito. Vamos a por ella:

$$2 \cdot (x+5)^2 + (x-3)^2 = 14 \cdot (x+4) \Rightarrow 2 \cdot (x^2+10x+25) + x^2 - 6x + 9 = 14x + 56 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 20x + 50 + x^2 - 6x + 9 = 14x + 56 \Rightarrow 3x^2 + 14x + 59 = 14x + 56 \Rightarrow 3x^2 = -3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = -\frac{3}{3} = -1 \Rightarrow x = \sqrt{-1} \notin \mathbb{R}. \text{ ¡Vaya, qué original!}$$

b) Esta ecuación tiene fracciones precedidas del signo menos, sin embargo, no se generan situaciones "peligrosas", ¿sabes por qué? Efectivamente, el numerador de esas fracciones no tiene sumas ni restas y podemos hacer las operaciones directamente, sin necesidad de dejar ningún producto indicado. Vamos, que va a resultar más sencilla de resolver que lo que parece:

$$\frac{x^2-2}{2} - \frac{x^2}{4} = \frac{x+1}{3} - \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{6x^2-12-3x^2}{12} = \frac{4x+4-6x}{12} \Rightarrow 3x^2-12 = 4-2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2+2x-16=0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+192}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{-2 \pm 14}{6} = \begin{cases} 2 \\ -8/3 \end{cases}.$$

E.5. Resuelve una de estas dos ecuaciones, comprobando el resultado tanto si es preciso como si no lo es:

a) $\sqrt{7-3x} + x = 1$

b) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

a) Es una ecuación con radicales. Para resolverla seguimos las instrucciones de clase (aislamos el radical, elevamos ambos miembros al cuadrado, resolvemos la ecuación resultante y comprobamos si, efectivamente, son soluciones de la ecuación):

$$\begin{aligned} \sqrt{7-3x} + x = 1 &\Rightarrow \sqrt{7-3x} = 1-x \Rightarrow (\sqrt{7-3x})^2 = (1-x)^2 \Rightarrow 7-3x = 1-2x+x^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 7-3x = 1-2x+x^2 \Rightarrow 0 = x^2 + x - 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Comprobación:

- $x = 2 \Rightarrow \sqrt{7-3 \cdot 2} + 2 = 1 \Rightarrow \sqrt{1} + 2 = 1$ (falso) $\Rightarrow x = 2$ no es solución.
- $x = -3 \Rightarrow \sqrt{7-3 \cdot (-3)} + (-3) = 1 \Rightarrow \sqrt{16} - 3 = 1$ (cierto) $\Rightarrow x = -3$ sí es solución.

b) Ahora tenemos una ecuación bicuadrada. Ya sabéis que para resolverla es necesario aplicar un cambio de variable $\rightarrow x^2 = z$ ($\Rightarrow x^4 = z^2$). De esta forma conseguimos trasformarla en una ecuación de segundo grado:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \xrightarrow{x^2=z} z^2 - 5z + 4 = 0 \Rightarrow z = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

Ahora es preciso deshacer el cambio de variable, no os olvidéis que la incógnita es x:

- Si $z = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$.
- Si $z = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1$.

En este caso, la comprobación no es obligatoria, pero me lo pide el enunciado:

Comprobación:

- $x = 2 \Rightarrow 2^4 - 5 \cdot 2^2 + 4 = 16 - 20 + 4 = 0$ (cqd).
- $x = -2 \Rightarrow (-2)^4 - 5 \cdot (-2)^2 + 4 = 16 - 20 + 4 = 0$ (cqd).
- $x = 1 \Rightarrow 1^4 - 5 \cdot 1^2 + 4 = 1 - 5 + 4 = 0$ (cqd).
- $x = -1 \Rightarrow (-1)^4 - 5 \cdot (-1)^2 + 4 = 1 - 5 + 4 = 0$ (cqd).