Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 1 ▮ Ficha 1
Divisibilidad I

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

Un número ***b*** es **divisor** de otro número ***a*** si al dividir ***a*** entre ***b*** la división es exacta. Se dice también que ***a*** es **múltiplo** de ***b***.

1. Completa con la palabra múltiplo o divisor:

a) 5 es ______________ de 15 c) 244 es ______________ de 2

b) 12 es ______________ de 3 d) 7 es ______________ de 42

2. Completa esta tabla sobre los criterios de divisibilidad:

Criterio	Ejemplo
Un número es divisible por _____ si acaba en cero o cifra par.	30, 52, 174, 356, 508
Un número es divisible por ______ si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.	1 257: la suma de sus cifras es 1 + 2 + 5 + 7 = 15 que es múltiplo de ______ .
Un número es divisible por ______ si acaba en 0 ó 5.	70, 85, 100, 135, 250, 715

3. De los siguientes números: 15, 18, 24, 30, 35, indica cuáles son múltiplos de:

a) 2: ______________

b) 3: ______________

c) 5: ______________

Un número es **primo** si tiene exactamente dos divisores: el 1 y él mismo.
Un número es **compuesto** si tiene más de dos divisores.

4. Clasifica los siguientes números en primos y compuestos:

12 ______________ 17 ______________

29 ______________ 42 ______________

25 ______________ 43 ______________

Divisibilidad II

Nombre ______________________________ Curso ______ Fecha ____________

La **factorización** de un número consiste en expresarlo como producto de números primos elevados a los exponentes correspondientes

1. Completa esta tabla sobre el procedimiento para factorizar números grandes:

Pasos para la descomposición en factores primos
a) Se escribe el número y, a su __________ , se pone una ______ vertical.
b) Si el número termina en ceros, se puede dividir por $10 = 2 \cdot 5$. A la derecha de la raya vertical, se pone ____ · ___ elevado, cada uno de ellos, al número de _______ finales que tenga el número.
c) Se sigue dividiendo cada cociente obtenido por el menor número ________ , 2, 3, 5,…, que sea _______ , tantas veces como se pueda.
d) Se termina cuando de cociente se obtenga ___ .

2. Halla mentalmente la descomposición en factores primos de:

a) 8: ______________________________

b) 12: ______________________________

c) 15: ______________________________

d) 25: ______________________________

3. Halla la descomposición en factores primos de:

a) 60: ______________________________

b) 80: ______________________________

c) 64: ______________________________

d) 72: ______________________________

4. Halla la descomposición en factores primos de:

a) 120: ______________________________

b) 840: ______________________________

c) 1800: ______________________________

d) 2970: ______________________________

M.C.D. y m.c.m.

Nombre ________________________________ Curso ______ Fecha __________

El **máximo común divisor** de varios números es el mayor de los divisores comunes a dichos números. Se representa por **M.C.D. (*a, b, c…*).**

El **mínimo común múltiplo** de varios números es el menor de los múltiplos comunes a dichos números, distinto de cero. Se representa por **m.c.m. (*a, b, c…*)**

1. Completa el procedimiento. Para calcular el **M.C.D.** y el **m.c.m.** se hace en primer lugar la factorización de los números y luego:

a) Para hallar el **M.C.D.,** se ____________ los factores ___________ con el _________ exponente.

b) Para hallar el **m.c.m.** se ____________ todos los factores comunes y _____________ con el _________ exponente.

2. Halla mentalmente

a) M.C.D. (6, 8): ____

b) M.C.D. (6, 9): _____

c) m.c.m. (6, 8): ____

d) m.c.m. (6, 9): _____

3. Calcula el M.C.D. y el m.c.m. de:

a) (60 y 900): _____________

b) (1100 y 720): _____________

4. Dos barcos salen del puerto de Cádiz. Uno vuelve al puerto cada 18 días y el otro cada 24 días. ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que vuelvan a encontrarse?

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 1 ▮ Ficha 4
Los números enteros

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

El **conjunto de los números enteros** está formado por el conjunto de los números naturales N = {0, 1, 2, 3, 4, 5…} y los negativos {– 1, – 2, – 3, – 4, – 5, –6…}

Z = {0, ± 1, ± 2, ± 3, ± 4, ± 5, ±6…}

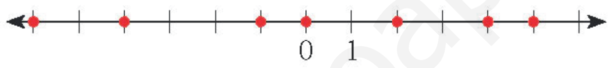
1. Escribe los cinco números enteros positivos más pequeños.

________ ________ ________ ________ ________

2. Escribe los cinco números enteros negativos de menor valor absoluto:

________ ________ ________ ________ ________

3. Halla los números enteros representados en la siguiente recta y ordénalos de menor a mayor:



4. Completa la siguiente tabla sobre los operadores relacionales:

Operador	Se lee	Ejemplo	Se lee
	Igual		5 es igual a 5
≠		3 ≠ 4	
	Menor que		–2 es menor que 6
≤		5 ≤ 5 2 ≤ 6	
>	Mayor que		7 es mayor que 1
≥	Mayor o igual que	5 ≥ 5 –1 ≥ –7	

El **valor absoluto** de un número es el mismo número prescindiendo del signo.

Se representa por $|a|$ y se lee **valor absoluto de *a***

5. Halla el valor absoluto de los siguientes números enteros

a) 5 b) -3 c) – 44 d) 53

a) b) c) d)

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 1 ▮ Ficha 5
Operaciones con números enteros I

Nombre ______________________________ Curso ______ Fecha __________

El **opuesto de un número** es otro número tal que al sumar ambos, se obtiene cero. Para hallar el opuesto de un número se le cambia el signo.

1. Tacha la opción incorrecta sobre el procedimiento para sumar y restar números enteros.

a) Se suman / restan los números positivos.

b) Se suman / restan los números negativos.

c) Se pone el signo del que tiene mayor / menor valor absoluto.

d) Se suma / resta del número que tiene mayor / menor valor absoluto el que tiene mayor / menor valor absoluto.

2. Realiza las siguientes operaciones:

a) 5 – 3 + 8 – 4 + 9

____

b) – 4 + 1 – 5 + 3 – 8

____

3. Aplica la regla de los signos y completa las siguientes tablas:

Multiplicación	
(+) . (+) = ___	Más por más igual a ______
(-) . (-) = ___	Menos por menos igual a ______
(+) . (-) = ___	Más por menos igual a ________
(-) . (+) = ___	Menos por más igual a ________

División	
(+) : (+) = ___	Más entre más igual a ______
(-) . (-) = ___	Menos entre menos igual a ______
(+) . (-) = ___	Más entre menos igual a ________
(-) . (+) = ___	Menos entre más igual a ________

4. Realiza mentalmente las siguientes operaciones:

a) – 8 · 6 = _______

b) 7 · (– 9) = _______

c) – 48 : 6= ______

d) – 72 : (– 9) = ____

e) – 2 · (– 3) · (– 10) · 5 = __________

f) – 900 : (– 9) : 2 : (– 5) = _______

g) 4 · (– 2) · (– 5) · (– 3) = ________

h) 600 : 10 : (– 3) : (– 5) = ____

Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 1 ▮ Ficha 6
Operaciones con números enteros II

Bruño

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

La **jerarquía de las operaciones y uso del paréntesis** dice que cuando se tienen distintas operaciones combinadas, se debe seguir este orden:

a) Paréntesis.

b) Multiplicaciones y divisiones.

c) Sumas y restas.

d) Si las operaciones están en el mismo nivel, se comienza por la izquierda.

1. Realiza las siguientes operaciones:

a) $5 \cdot (5 - 9) + 8 \cdot (-9) : 6$

b) $18 : (9 - 7) - 5 \cdot (50 - 53)$

El signo de multiplicar es x, o bien un punto, ·, aunque si precede a un paréntesis no es necesario ponerlo.

2. Comprueba la propiedad distributiva en:

a) $-3(4 + 9)$

b) $5(-4 - 7)$

3. Halla mentalmente todos los divisores enteros de:

a) 4: ______________

b) – 7: ___________

c) – 8: __________________

d) 12: ___________________________

4. Halla todos los múltiplos enteros de:

a) 2: ______________________________

b) – 3: _________________________________

c) – 4: __________________________________

d) 5: _________________________________

Bruño

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Copia y completa con múltiplo o divisor:

a) 8 es _________ de 4

b) 7 es ________ de 49

c) 5 es ________ de 35

d) 72 es _________ de 9

2. Halla la descomposición en factores primos de:

a) 144: ______________________________

b) 150: ______________________________

c) 300: ______________________________

d) 588: ______________________________

3. Calcula el M.C.D. y el m.c.m. de:

a) 124 y 360

b) 600 y 1 176

4. ¿Con qué número entero representarías la siguiente situación? Estamos en la planta 3.ª del sótano de un aparcamiento:

5. Halla mentalmente todos los divisores enteros de:

a) – 5

b) 6

c) – 9

d) 18

6. Un avión vuela a 11 000 m, y un submarino está a – 850 m. ¿Cuál es la diferencia de alturas entre ambos?

Operaciones con fracciones I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

La suma y resta de fracciones con igual denominador es otra fracción que tiene por:

- **Numerador:** la suma o resta de los numeradores.
- **Denominador:** el mismo que el de las fracciones.

1. Calcula mentalmente:

a) $= \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7} =$

b) $= \frac{3}{13} + \frac{4}{13} + \frac{5}{13} =$

La **suma y resta de fracciones con distinto denominador** es otra fracción que tiene por:

Numerador: la suma o resta que se obtiene al dividir el m.c.m. de los denominadores entre cada denominador y multiplicar por el numerador correspondiente.

Denominador: el m.c.m. de los denominadores.

2. Calcula:

a) $= \frac{2}{3} + \frac{5}{6} =$

b) $= \frac{4}{5} + \frac{3}{10} =$

Cuando se realizan operaciones de fracciones con **números enteros,** se considera que los números enteros son fracciones con **denominador 1.**

c) $= \frac{7}{6} - \frac{3}{8} =$

d) $= \frac{7}{10} + \frac{2}{15} =$

3. Realiza mentalmente las siguientes operaciones:

a) $1 + \frac{3}{4} =$

b) $2 - \frac{3}{5} =$

c) $2 + \frac{3}{7} =$

d) $1 - \frac{7}{10} =$

La **fracción opuesta** de una fracción es la que se obtiene al cambiarle el signo.

La **fracción inversa** de una fracción es la que se obtiene al cambiar el numerador por el denominador dejando el mismo signo.

4. Halla las fracciones opuestas y las fracciones inversas de:

a) $\frac{2}{3}$

b) $-\frac{4}{5}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{3}$

Matemáticas 2.° ESO | Unidad 2 | Ficha 2
Operaciones con fracciones II

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

El **producto de dos fracciones** es otra fracción que tiene por:

- **Numerador:** el producto de los numeradores.
- **Denominador:** el producto de los denominadores.

1. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{7} =$

b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} =$

c) $\frac{8}{11} \cdot \frac{3}{4} =$

d) $\frac{7}{2} \cdot \frac{3}{14} =$

Para **dividir dos fracciones,** se multiplica la primera por la inversa de la segunda.

2. Se quieren envasar 600 L de alcohol en botellas de 3/4 de litro. ¿Cuántas se necesitarán?

3. Indica el orden del 1 al 4 que deben seguir las operaciones cuando están combinadas (según la jerarquía de las operaciones y el uso de los paréntesis):

Jerarquía de operaciones y paréntesis	Ejemplo	Orden
Multiplicaciones y divisiones	$\frac{2}{5} \cdot \left(4 - \frac{7}{3}\right) + \frac{5}{6}$	
Paréntesis		
Sumas y restas		
Si las operaciones están en el mismo nivel, se comienza por la izquierda.		

4. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{5}{6} - \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) =$

b) $2 - \frac{3}{7} - \frac{2}{5} =$

c) $3 - \frac{2}{3} - \left(\frac{3}{9} - \frac{5}{3}\right) =$

d) $\frac{2}{3} - \frac{5}{2} - \frac{4}{15} + 2 =$

Operaciones con números decimales I

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Para **sumar y restar números decimales:**

1. Se colocan los números unos debajo de otros, de forma que coincidan las unidades del mismo orden y la coma decimal.

2. Se suman o restan como si fueran números naturales.

3. En el resultado se pone la coma debajo de las comas.

1. Realiza las siguientes sumas:

a) 14,75 + 61,57 + 9,467 =

b) 3,18 + 0,56 + 28,365 =

c) 2,89 + 123,5 + 0,03 =

d) 21,54 + 100,78 + 2,123 =

2. En un depósito que tiene 457,85 hL, se vierten 89,54 hL y se desaguan 12,3 hL. ¿Cuántos hectolitros quedan en el depósito?

Para **multiplicar números decimales:**

1. Se colocan los números uno debajo de otro.

2. Se multiplican como si fueran números naturales.

3. En el resultado se separa con una coma, desde la derecha, un número de cifras decimales igual a la suma de las que tienen los dos factores.

3. En un almacén han comprado 254,5 kg de lenguado a 5,79 €/kg. ¿Cuánto se ha pagado?

4. Realiza mentalmente las siguientes multiplicaciones:

a) $7{,}45 \cdot 100 =$

b) $20{,}142 \cdot 1\,000 =$

c) $75{,}6 \cdot 0{,}01 =$

d) $14{,}8 \cdot 0{,}001 =$

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 2 ▮ Ficha 4
Operaciones con números decimales II

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para dividir con **decimales solo en el dividendo:**

a) Se comienza a dividir como si fueran números naturales.

b) Al llegar a la coma en el dividendo, se coloca la coma en el cociente.

c) Se sigue haciendo la división.

1. Haz las siguientes divisiones obteniendo dos decimales:

a) 95,87 : 8 =

b) 826,24 : 62 =

c) 78,59 : 9 =

d) 872,38 : 96 =

Para dividir con **decimales en el divisor:**

a) Quitamos la coma del divisor

b) Añadimos al dividendo tantos ceros como cifras decimales tiene el divisor.

c) A continuación dividimos como si fueran números enteros.

2. Se dispone de 450 kg de mandarinas y se quieren envasar en bolsas de 7,5 kg. ¿Cuántas bolsas se necesitarán?

3. Se han comprado 1,7 kg de pollo que han costado 3,57 €. ¿Cuánto cuesta el kilo?

• Para **dividir** un **número por la unidad seguida de ceros,** se desplaza la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros acompañen a la unidad.

• Para **dividir** un **número por la unidad decimal,** se desplaza la coma hacia la derecha tantos lugares como ceros tenga el divisor.

4. Divide los siguientes números:

a) 143,7 : 100 =

c) 8,276 : 0,01 =

b) 34,18 : 1000 =

d) 4,9 : 0,001 =

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 2 ▮ Ficha 5
Fracciones y números decimales

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Toda fracción se puede expresar como un número decimal. Para pasar de fracción a decimal, se realiza **la división** decimal **del numerador entre el denominador.**

1. Calcula mentalmente la expresión decimal de las siguientes fracciones:

a) $\frac{2}{3} =$ b) $\frac{1}{5} =$ c) $\frac{1}{4} =$ d) $\frac{3}{4} =$

2. Halla las expresiones decimales de las siguientes fracciones:

a) $\frac{13}{6} =$ b) $\frac{72}{9} =$ c) $\frac{41}{9} =$ d) $\frac{56}{45} =$

Aproximar un número decimal es sustituirlo por otro muy cercano pero con menos cifras significativas. La aproximación puede ser:

a) **Por defecto:** si el número que se toma es menor que el número inicial.

b) **Por exceso:** si el número que se toma es mayor que el número inicial.

Redondear un número es aproximarlo, de forma que si la primera cifra que se suprime es:

a) 0, 1, 2, 3 o 4, la cifra redondeada no varía.

b) 5, 6, 7, 8 o 9, la cifra redondeada aumenta en uno.

3. Redondea a dos cifras decimales los siguientes números y di si la aproximación es por defecto o por exceso:

a) 3,4272 = Por defecto / Por exceso

b) 0,3629 = Por defecto / Por exceso

c) 1,2071 = Por defecto / Por exceso

d) 2,0982 = Por defecto / Por exceso

Para estimar el resultado de una operación con decimales, se redondean los números a las unidades y se opera.

4. Haz una estimación de las siguientes operaciones:

a) 32,8 · 10,2 =

b) 240,3 : 1,9 =

Matemáticas 2.º ESO | Unidad 2 | Ficha 6
Fracción generatriz

Bruño

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Los **números racionales** son los que se pueden expresar en forma de fracción.

1. Expresa mentalmente en forma de fracción los siguientes números decimales:

a) 0,5 b) 0,75 c) 0,2

2. Expresa en forma de fracción los siguientes números decimales:

a) 7,4 b) 0,52 c) 1,324

3. Indica cuáles de los siguientes números son racionales:

a) 3 b) 3/4 c) $\sqrt{2}$ d) $\frac{2}{3}$

La **fracción generatriz** de un número decimal exacto o periódico es una fracción irreducible en la que al realizar la **división del numerador entre el denominador,** se obtiene como cociente el número decimal dado. La fracción generatriz tiene por:

- **Numerador:** el número decimal sin la coma.
- **Denominador:** la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

4. Escribe la fracción generatriz del número 4,25.

5. Pon los siguientes números decimales en el lugar que les corresponda del esquema:

a) 6,25 b) $\sqrt{2}$ c) 7,3 d) 7 e) 5,847

- Números decimales
  - Racionales
    - Enteros:
    - Decimales exactos:
    - Decimales periódicos
      - Puros:
      - Mixtos:
  - Irracionales
    - Decimales con infinitas cifras decimales no periódicas:

Nombre ______ Curso ______ Fecha ______

1. Calcula mentalmente:

a) $= \frac{18}{53} + \frac{32}{53} + \frac{1}{53} - \frac{16}{53} =$

b) $= \frac{4}{11} - \frac{3}{11} + \frac{2}{11} - \frac{7}{11} =$

2. Calcula mentalmente:

a) $\frac{1}{2} + 1 =$ b) $2 - \frac{1}{3} =$ c) $2 \cdot \frac{3}{5} =$

3. Calcula mentalmente:

a) $\frac{2}{5} \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} =$

b) $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{6} \cdot 3 =$

c) $5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{7} =$

d) $\frac{3}{8} \cdot 2 \cdot \frac{4}{5} =$

4. Haz las siguientes restas:

a) 234,18 – 40,325 =

b) 245,8 – 75,54 =

c) 358,56 – 69,302 =

d) 125,4 – 75,125 =

5. Redondea a dos cifras decimales los siguientes números y di si la aproximación es por defecto o por exceso:

a) 0,4752 =   b) 5,7236 =   c) 72,995 =

d) 3,0274 =   e) 8,4062 =   f) 5,2997 =

6. Haz una estimación de las siguientes operaciones:

a) 139,8 · 9,5 =

b) 360,4 : 89,7 =

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 3 ▮ Ficha 1
Potencias de exponente entero I

Bruño

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

Una potencia es un producto de factores iguales.

Exponente: n

Base: a $\qquad an = \overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n}$

La **base**, a, es el factor que se repite, y el **exponente**, n, es el número de veces que se repite.

1. Completa con la palabra múltiplo o divisor:

Propiedades		Ejemplo	Prueba del ejemplo
$a^n \cdot a^p = a^{n+p}$	El **producto** de dos potencias que tienen la misma base es otra potencia de la misma base y de exponente la suma de los exponentes.	$7^2 \cdot 7^3 = 7^5$	
	El **cociente** de dos potencias que tienen la misma base es otra potencia de la misma base y de exponente la diferencia de los exponentes.	$\frac{6^5}{6^3} = 6^2$	$\frac{6^5}{6^3} = \frac{\cancel{6}\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{6}\cdot 6\cdot 6}{\cancel{6}\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{6}} = 6\cdot 6 = 6^2$
	Una potencia **elevada** a otra potencia es una nueva potencia de la misma base y de exponente el producto de los exponentes.	$(5^2)^3 = 5^6$	$(5^2)^3 = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 = \overbrace{5\cdot 5}^{2}\cdot\overbrace{5\cdot 5}^{2}\cdot\overbrace{5\cdot 5}^{2} = 5^6$
	La **potencia de un producto** es igual al producto de cada uno de los factores elevado al mismo exponente.	$(3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2$	$(3 \cdot 5)^2 = 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5^2$
	La **potencia de un cociente** es igual al cociente de cada uno de los números elevado al mismo exponente.	$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{2\cdot 2\cdot 2}{5\cdot 5\cdot 5} = \frac{2^3}{5^3}$
$a^0 = 1, a \neq 0$	Todo número distinto de cero elevado a cero es igual a uno.	$2^0 = 1$	
	Todo número elevado a uno es igual a dicho número.	$5^1 = 5$	$5^1 = 5^{3-2} = \frac{5^3}{5^2} = \frac{\cancel{5}\cdot\cancel{5}\cdot 5}{\cancel{5}\cdot\cancel{5}} = 5$

2. Escribe en forma de potencia:

a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$ $\qquad$ b) $-3 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) =$

3. Calcula mentalmente las siguientes potencias:

a) $2^0 =$ $\quad$ b) $2^1 =$ $\quad$ c) $2^2 =$ $\quad$ d) $2^3 =$ $\quad$ e) $2^4 =$ $\quad$ f) $2^5 =$

4. Calcula mentalmente las siguientes potencias:

a) $10^0 =$ $\quad$ b) $10^1 =$ $\quad$ c) $10^2 =$ $\quad$ d) $10^3 =$ $\quad$ e) $10^4 =$ $\quad$ f) $10^5 =$

5. Escribe el resultado en forma de una sola potencia aplicando las propiedades de las potencias:

a) $5^3 \cdot 5^4 =$ $\quad$ b) $5^9 : 5^3 =$ $\quad$ c) $(5^3)^2 =$

d) $5^3 \cdot 7^3 =$ $\quad$ e) $5^4 : 7^4 =$ $\quad$ f) $5^8 \cdot 5^3 : 5^9 =$

Potencias de exponente entero II

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Potencias de base negativa

a) Si la base es negativa y el exponente es par, el resultado es positivo.

b) Si la base es negativa y el exponente es impar, el resultado es negativo.

1. Calcula mentalmente las siguientes potencias:

a) $(-3)^0 =$ b) $(-3)^1 =$ c) $(-3)^2 =$

d) $(-3)^3 =$ e) $(-3)^4 =$

2. Calcula mentalmente las siguientes potencias:

a) $(-10)^0 =$ b) $(-10)^1 =$ c) $(-10)^2 =$

d) $(-10)^3 =$ e) $(-10)^4 =$ f) $(-10)^5 =$

3. Calcula mentalmente las siguientes potencias:

a) $(-2)^0 =$ b) $(-2)^1 =$ c) $(-2)^2 =$

d) $(-2)^3 =$ e) $(-2)^4 =$ f) $(-2)^5 =$

Potencias de exponente negativo

Si una potencia tiene el exponente negativo, esta es equivalente a una fracción que tiene 1 en el numerador, y en el denominador, la misma potencia, pero con exponente positivo.

4. Escribe en forma de potencia de base entera positiva los siguientes números:

a) $\frac{1}{5^3}$ b) $\frac{1}{16}$ c) $\frac{1}{3^2}$ d) $\frac{1}{81}$

5. Completa esta tabla con los ejemplos que faltan sobre errores habituales en las operaciones con potencias.

Propiedades	Ejemplo	
a) No debe confundirse potencia con producto: a^n no es igual que $a \cdot n$	$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$	
b) No debe confundirse $(-a)^n$ con $-a^n$: Si n es impar, son iguales; y si n es par, es igual a a^n	$(-2)^5 = -32$ $(-2)^4 = 2^4 = 16$	
c) $(a+b)^n$ no es igual que $a^n + b^n$		$3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$
d) $(a-b)^n$ no es igual que $a^n - b^n$		$8^2 - 3^2 = 64 - 9 = 55$

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 3 ▮ Ficha 3
Raíz cuadrada I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

La **raíz cuadrada** de un número ***a*** es otro número ***b***, tal que ***b*** elevado al cuadrado es ***a***; es decir, la raíz cuadrada es la operación inversa de elevar al cuadrado.

$$\sqrt{a} = b \quad \text{si} \quad b^2 = a$$

1. Calcula mentalmente la raíz cuadrada de los siguientes números:

a) 0:

b) 49:

c) 1:

d) 100:

Elementos de la **raíz cuadrada**

$$\sqrt{a} = b$$

$\sqrt{\ }$	Signo radical
a	Radicando
b	Raíz

2. Escribe los 5 primeros cuadrados perfectos.

3. Escribe los 5 primeros cuadrados perfectos mayores que 30.

Una **raíz cuadrada** es **entera** cuando el radicando no es un cuadrado perfecto. En estos casos se puede hallar entre qué dos números enteros positivos se encuentra la raíz cuadrada. El menor de ellos se llama **raíz cuadrada por defecto**, y el mayor, **raíz cuadrada por exceso**.

4. Calcula mentalmente la raíz entera por defecto de los siguientes números:

a) 15:

b) 34:

c) 57:

d) 85:

5. Calcula mentalmente la raíz entera por exceso de los siguientes números:

a) 23:

b) 44:

c) 62:

d) 93:

Raíz cuadrada II

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ________

Propiedades de la raíz cuadrada

Propiedades		Ejemplo
$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$	El **producto** de dos raíces cuadradas es igual a la raíz del producto.	$\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = \pm 6$
$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$	El **cociente** de dos raíces cuadradas es igual a la raíz del cociente.	$\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{12}{3}} = \sqrt{4} = \pm 2$

1. Aplicando las propiedades de la raíz cuadrada, calcula:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ b) $\sqrt{8} : \sqrt{2}$

2. Aplicando las propiedades de la raíz cuadrada, calcula:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ b) $\sqrt{72} : \sqrt{8}$

Para **extraer** un **factor de una raíz cuadrada**, se descompone el radicando como producto del mayor cuadrado perfecto posible y otro número. Se extrae como factor la raíz cuadrada del cuadrado perfecto.

3. Extrae del radical el mayor número que puedas:

a) $\sqrt{20}$ b) $\sqrt{75}$ c) $\sqrt{98}$

4. Tacha la opción incorrecta :

Teoría	Ejemplo	
a) $\sqrt{a+b}$ es igual/ que $\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$	$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$
b) $\sqrt{a-b}$ es igual/ que $\sqrt{a} - \sqrt{b}$	$\sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$	$\sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$

5. Sustituye cada uno de los recuadros por el signo = o ≠ en las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{36+64} \;\square\; \sqrt{36} + \sqrt{64}$ b) $\sqrt{169-25} \;\square\; \sqrt{144}$

6. Una finca tiene forma cuadrada y su área mide 81 m². ¿Cuánto mide cada uno de sus lados?

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 3 ▮ Ficha 5
Raíz cuadrada con decimales

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

En una raíz cuadrada el resto tiene que ser menor o igual que el doble de la raíz.

La **prueba de la raíz cuadrada** dice:

$$\text{Radicando} = (\text{Raíz})^2 + \text{Resto}$$

1. Halla las siguientes raíces cuadradas con un decimal y haz la comprobación:

a) $\sqrt{237{,}5}$

b) $\sqrt{5\,816{,}34}$

La jerarquía de las operaciones y uso del paréntesis dice que cuando se tienen distintas operaciones combinadas se debe seguir el orden:

a) Paréntesis.

b) Potencias y raíces.

c) Multiplicaciones y divisiones.

d) Sumas y restas.

e) Si las operaciones tienen el mismo nivel, se comienza por la izquierda.

2. Halla las siguientes raíces cuadradas con dos decimales y haz la comprobación:

a) $\sqrt{654{,}7}$

b) $\sqrt{1\,805{,}31}$

3. Halla la raíz cuadrada con un decimal de los siguientes números enteros y haz la comprobación:

a) 83:

b) 574:

4. Halla la raíz cuadrada con dos decimales de los siguientes números enteros y haz la comprobación:

a) 845:

b) 5 874:

5. Realiza las siguientes operaciones aplicando la jerarquía:

a) $(9^2 + 23 - 7^2) \cdot \sqrt{64}$

b) $(10^2 - \sqrt{81} + 5^3) : \sqrt{36}$

Bruño

Raíz cúbica

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

La **raíz cúbica** de un número *a* es otro número *b*, tal que *b* elevado al cubo es *a*; es decir, es la operación inversa de elevar al cubo.

$$\sqrt[3]{a} \cdot = b \qquad \text{si} \qquad b^3 = a$$

1. Calcula mentalmente la raíz cúbica de los siguientes números:

a) 0: b) 1: c) – 27: d) 125:

2. ¿Cuántas raíces cúbicas tienen los siguientes números?

a) – 8: b) 1: c) 0: d) 1 000:

La interpretación geométrica de la raíz cúbica de un número consiste en hallar la arista de un cubo, conocido el volumen.

3. Un envase de zumo tiene forma cúbica, y su capacidad es de 216 cm^3. ¿Cuánto mide la arista?:

Arista: $\sqrt[3]{216} = 6$ cm

Una raíz cúbica es entera cuando el radicando no es un cubo perfecto. En estos casos se puede hallar entre qué dos números enteros se encuentra la raíz cúbica. El menor de ellos se llama raíz cúbica por defecto, y el mayor, raíz cúbica por exceso.

4. Calcula mentalmente la raíz cúbica entera por defecto de los siguientes números:

a) 5: b) 37: c) 84: d) 101:

Propiedades de la raíz cúbica

Propiedades		Ejemplo
$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b}$	El **producto** de dos raíces cúbicas es igual a la raíz cúbica del producto.	$\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{25 \cdot 5} = \sqrt[3]{125} = 5$
$\dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\dfrac{a}{b}}$	El **cociente** de dos raíces cúbicas es igual a la raíz cúbica del cociente.	$\dfrac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\dfrac{24}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$

5. Aplicando las propiedades de la raíz cúbica, calcula:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} =$ b) $\sqrt[3]{81} : \sqrt[3]{3} =$

Para **extraer un factor de una raíz cúbica**, se descompone el radicando como producto del mayor cubo perfecto posible y otro número. Se extrae como factor la raíz cúbica del cubo perfecto.

6. Extrae fuera del radical el número mayor que puedas:

a) $\sqrt[3]{40} =$ b) $\sqrt[3]{54} =$ c) $\sqrt[3]{500} =$

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

1. Escribe en forma de potencia:

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$

b) $-2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

2. Calcula mentalmente las siguientes potencias:

a) $3^0 =$ b) $3^1 =$ c) $3^2 =$ d) $3^3 =$ e) $3^4 =$ f) $3^5 =$

3. Escribe el resultado en forma de una sola potencia aplicando las propiedades de las potencias:

a) $3^2 \cdot 3^5 =$ b) $3^5 : 3^2 =$ c) $(3^5)^2 =$

d) $2^4 \cdot 5^4 =$ e) $2^7 : 5^7 =$ f) $8^2 : 2^4 =$

4. Sustituye cada uno de los recuadros por el signo = o ≠ en las siguientes expresiones:

a) $5^2 \square 25$ b) $(-2)^3 \square 8$ c) $(2 + 3)^2 \square 2^2 + 3^2$ d) $(7 - 4)^2 \square 3^2$

5. Calcula mentalmente la raíz entera por defecto de los siguientes números:

a) 4: b) 25: c) 36: d) 81:

6. Sustituye cada uno de los recuadros por el signo = o ≠ en las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{36 + 64} \square 10$ b) $\sqrt{100 - 36} \square \sqrt{100} - \sqrt{36}$

7. Halla la siguientes raíces cuadradas con un decimal y haz la comprobación:

a) $\sqrt{658,2}$

b) $\sqrt{3\,456,85}$

8. Realiza las siguientes operaciones aplicando la jerarquía:

a) $(7\sqrt{36} - 8^2 + 15) \cdot \sqrt{100}$ b) $(7^2 + 476 - \sqrt{64} + 2^5) : \sqrt{81}$

9. Calcula mentalmente la raíz cúbica de los siguientes números:

a) 8: b) –64: c) 216: d) –1 000:

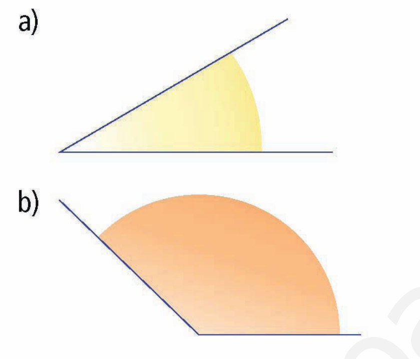
Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 4 ▮ Ficha 1
Medida de ángulos

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

- Un grado es lo que mide el ángulo que resulta de dividir un ángulo recto en 90 partes iguales. Se representa por ° Ángulo recto = 90°
- Un minuto es lo que mide el ángulo que resulta de dividir un ángulo de 1° en 60 partes iguales. Se representa por ′ 1° = 60″.
- Un segundo es lo que mide el ángulo que resulta de dividir un ángulo de 1′ en 60 partes iguales. Se representa por ″ 1′ = 60″.

1. Estima la medida de cada uno de los siguientes ángulos:



2. Dibuja aproximadamente un ángulo de:

a) 45°:

b) 90°:

3. Convierte mentalmente los siguientes ángulos a forma incompleja:

a) 18° 15′:

b) 43° 30′:

4. Convierte mentalmente los siguientes ángulos a forma compleja:

a) 57,5°:

b) 125,75°:

5. Convierte los siguientes ángulos a forma incompleja:

a) 23° 47′ 15″:

b) 55° 25′ 48″:

6. Convierte los siguientes ángulos a forma compleja:

a) 41,1234°:

b) 83,67°:

Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 4 ▮ Ficha 2
Operaciones con ángulos I

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para **sumar ángulos** se aplica el siguiente procedimiento:

a) Se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.

b) Se comienza sumando los segundos. Por cada 60″ se toma 1′ más.

c) Se suman con los minutos. Por cada 60′ se toma 1° más.

Para **restar ángulos** se aplica el siguiente procedimiento:

a) Se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.

b) Se comienza restando los segundos. Si el minuendo es menor que el sustraendo, se pasa un minuto a segundos para poder hacer la resta.

c) Se hace lo mismo con los minutos.

1. Realiza las siguientes operaciones mentalmente:

a) $25° \, 30' + 40° \, 30' =$

b) $57° \, 45' - 47° \, 15' =$

2. Realiza las siguientes operaciones:

a) $44° \, 53' \, 37'' + 32° \, 35' \, 42'' =$

b) $(22° \, 35' \, 42'') \times 7 =$

3. Realiza las siguientes operaciones:

a) $36° \, 42' \, 25'' + 47° \, 23' \, 52'' =$

b) $125° \, 44' \, 18'' - 47° \, 51' \, 23'' =$

4. Realiza las siguientes operaciones mentalmente:

a) $25° \, 15' + 25° \, 45' =$

b) $33° \, 30' - 22° \, 15' =$

Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 4 ▮ Ficha 3
Operaciones con ángulos II

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para **multiplicar** un ángulo por un número se aplica el siguiente procedimiento:

a) Se multiplica el número por los segundos, minutos y grados sucesivamente.

b) Si los segundos pasan de 60″, se dividen entre 60. El resto son segundos, y el cociente son minutos, que se suman a los minutos.

c) Si los minutos pasan de 60′, se dividen entre 60. El resto son minutos, y el cociente son grados, que se suman a los grados.

Para **dividir** un ángulo entre un número se aplica el siguiente procedimiento:

a) Se dividen los grados entre el número.

b) El resto de los grados se pasa a minutos multiplicando por 60, y estos se suman a los minutos del dividendo.

c) Se dividen los minutos entre el número.

d) El resto de los minutos se pasa a segundos multiplicando por 60, y estos se suman a los segundos del dividendo.

e) Se dividen los segundos entre el número.

1. Realiza las siguientes operaciones mentalmente:

a) (10° 15′) × 4 =

b) (60° 30′) : 3 =

2. Realiza las siguientes operaciones:

a) (22° 35′ 42″) × 7 =

b) (125° 43′ 58″) : 9 =

3. Realiza las siguientes operaciones:

a) (15° 23′ 37″) × 8 =

b) (93° 25′ 14″) : 6 =

4. Un ángulo agudo de un triángulo rectángulo mide 23° 44′ 53″. ¿Cuánto mide cada uno de los otros ángulos?

Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 4 ▮ Ficha 4
Medida de tiempo

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ________

Milenio: 1 000 años.
Siglo: 100 años.
Década: 10 años.
Lustro: 5 años.
Año: 12 meses.
365 días (si es bisiesto, 366 días).

Mes: 28, 29, 30 o 31 días.
Semana: 7 días.
Día: 24 horas.
Hora: 60 minutos.
Minuto: 60 segundos.
Segundo: 10 décimas de segundo.

1. ¿Cuántos lustros tiene un siglo?

2. ¿Qué años fueron bisiestos entre 1590 y 1620?

La medida de tiempo está dada en **forma compleja** si se expresa en varias unidades.

Ejemplo:
5 h 32 min 46 s

La medida de tiempo está dada en **forma incompleja** si se expresa en varias unidades.

Ejemplo:
7,3456 h

3. Pasa mentalmente las siguientes unidades de tiempo a forma incompleja:

a) 2 h 30 min: b) 5h 45 min:

4. Pasa mentalmente las siguientes unidades de tiempo a forma incompleja:

a) 7,5 h: b) 44,25 h:

5. Pasa las siguientes unidades de tiempo a forma incompleja:

a) 22 h 43 min 17 s: b) 75 h 48 min 19 s:

6. Pasa las siguientes unidades de tiempo a forma compleja:

a) 5,345 h: b) 27,44 h:

Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 4 ▮ Ficha 5
Operaciones con medidas de tiempo I

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ____________

Para **sumar tiempos** se aplica el siguiente procedimiento:

a) Se colocan las horas debajo de las horas, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.

b) Se comienza sumando los segundos. Por cada 60 s se toma 1 min más.

c) Se suman los minutos. Por cada 60 min se toma 1 h más.

Para **restar tiempos** se aplica el siguiente procedimiento:

a) Se colocan las horas debajo de las horas, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.

b) Se comienza restando los segundos. Si el minuendo es menor que el sustraendo, se pasa un minuto a segundos para poder hacer la resta.

c) Se hace lo mismo con los minutos.

1. Realiza las siguientes operaciones mentalmente:

a) 2 h 20 min + 3 h 40 min =

b) 7 h 45 min – 5 h 15 min =

2. Realiza las siguientes operaciones:

a) 3 h 50 min 30 s + 6 h 42 min 37 s =

b) 9 h 23 min 5 s – 5 h 52 min 16 s =

3. Realiza las siguientes operaciones:

a) 12 h 23 min 45 s + 9 h 45 min 25 s =

b) 25 h 14 min 5 s – 13 h 25 min 54 s =

Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 4 ▮ Ficha 6
Operaciones con medida de tiempo II

Bruño

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

Para **sumar tiempos** se aplica el siguiente procedimiento:

a) Se multiplica el número por los segundos, minutos y horas sucesivamente.

b) Si los segundos pasan de 60 s, se dividen entre 60. El resto son segundos, y el cociente son minutos, que se suman a los minutos.

c) Si los minutos pasan de 60 min, se dividen entre 60. El resto son minutos, y el cociente son horas, que se suman a las horas.

Para **restar tiempos** se aplica el siguiente procedimiento:

a) Se dividen las horas entre el número.

b) El resto de las horas se pasa a minutos multiplicando por 60, y estos se suman a los minutos del dividendo.

c) Se dividen los minutos entre el número.

d) El resto de los minutos se pasa a segundos multiplicando por 60, y estos se suman a los segundos del dividendo.

e) Se dividen los segundos entre el número.

1. Realiza las siguientes operaciones mentalmente:

a) (2 h 15 min) × 4 =

b) (50 h 45 min) : 5 =

2. Realiza las siguientes operaciones:

a) (7 h 50 min 30 s) × 8 =

b) (53 h 44 min 18 s) : 6 =

3. Realiza las siguientes operaciones:

a) (12 h 17 min 45 s) × 9 =

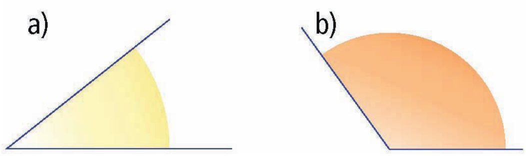
b) (44 h 33 min 22 s) : 7 =

Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 4 ▮ Evaluación

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Estima la medida de cada uno de los siguientes ángulos:



2. Pasa mentalmente los siguientes ángulos a forma incompleja:

a) 85° 30′:

b) 167° 45′:

3. Pasa mentalmente los siguientes ángulos a forma compleja:

a) 42,5°:

b) 92,25°:

4. Realiza las siguientes operaciones:

a) 23° 40′ 19″ + 47° 25′ 32″ =

b) 56° 22′ 11″ – 14° 34′ 33″ =

c) (12° 46′ 27″) × 13 =

d) (257° 42′ 35″) : 8 =

5. ¿Cuántas décadas tiene un siglo?:

6. Pasa mentalmente las siguientes unidades de tiempo a forma incompleja:

a) 5 h 15 min:

b) 4 h 30 min:

7. Pasa mentalmente las siguientes unidades de tiempo a forma compleja:

a) 3,25 h:

b) 32,75 h:

8. Realiza mentalmente las siguientes operaciones:

a) 5 h 30 min + 2h 15 min =

b) 8 h 30 min – 4 h 45 min =

c) (3 h 10 min) × 5 =

d) (13 h) : 5 =

Razón y proporción (I)

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ________

Una **razón** es la división entre dos cantidades comparables. Se representa $\frac{a}{b}$ y se lee «*a* es a *b*».

1. Calcula mentalmente las razones entre las cantidades siguientes, e interpreta el resultado:

a) 2 kg de nueces cuestan 7 €

b) Un tren en 3 h recorre 360 km

c) 25 paquetes de folios cuestan 75 €

d) 5 kg de detergente se gastan en 40 lavados.

Una **proporción** es una igualdad de dos razones. Se representa $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ y se lee «*a* es a *b* como *c* es a *d*». $a \cdot d = b \cdot c$. (El producto de los medios es igual al producto de los extremos.)

2. Calcula el término que falta en las siguientes proporciones:

a) $\frac{x}{9} = \frac{8}{3}$ b) $\frac{0,5}{1,5} = \frac{4,2}{x}$ c) $\frac{5,2}{4,3} = \frac{x}{8,6}$ d) $\frac{3,6}{x} = \frac{1,8}{2,3}$

3. Completa para que formen proporción:

a) $\frac{5}{7} = \frac{}{28}$ b) $\frac{}{3} = \frac{35}{15}$ c) $\frac{3}{} = \frac{5}{2,5}$ d) $\frac{6}{0,5} = \frac{12}{}$

4. Resolver los siguientes problemas:

a) La razón de dos números es 2/5. Sabiendo que el mayor de ellos es 35, calcula el otro.

b) Un transportista cobra 810 € por trasladar una carga a 45 km de distancia. ¿Cuánto cobrará por trasladar la misma carga a 150 km?

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 5 ▮ Ficha 2
Razón y proporción (II)

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Se llama **cuarto proporcional** a un término desconocido de una proporción, conocidos los otros tres.

1. Calcula el cuarto proporcional:

a) $\dfrac{x}{6} = \dfrac{5}{0{,}4}$ b) $\dfrac{1{,}8}{2{,}5} = \dfrac{5{,}4}{x}$ c) $\dfrac{0{,}2}{1{,}3} = \dfrac{x}{3{,}9}$ d) $\dfrac{0{,}24}{x} = \dfrac{0{,}02}{0{,}3}$

2. Resolver los siguientes problemas:

a) Una familia de 4 miembros pagó 240 € por sus pasajes para unas vacaciones. Si con la familia hubiesen viajado dos familiares más, ¿cuánto se habría pagado por todos los pasajes?

b) Para fabricar 5 cubos se necesitan 120 cm^2 de cartulina, ¿Qué cantidad de cartulina se necesitará para fabricar 14 cubos del mismo tamaño?

Se llama medio proporcional a los términos iguales de una proporción continua.

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b} \Rightarrow x^2 = a \cdot b \Rightarrow x = \pm\sqrt{a \cdot b}$$

3. Calcula el medio proporcional:

a) $\dfrac{10{,}8}{x} = \dfrac{x}{1{,}2}$ b) $\dfrac{5{,}12}{x} = \dfrac{x}{12{,}5}$ c) $\dfrac{6{,}4}{x} = \dfrac{x}{2{,}5}$ d) $\dfrac{7{,}2}{x} = \dfrac{x}{0{,}8}$

4. Calcular el valor de x en las siguientes proporciones:

a) $\dfrac{0{,}4}{x} = \dfrac{x}{0{,}9}$ b) $\dfrac{4}{x} = \dfrac{x}{49}$ c) $\dfrac{2{,}5}{x} = \dfrac{x}{14{,}4}$ d) $\dfrac{6{,}4}{x} = \dfrac{x}{22{,}5}$

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 5 ▮ Ficha 3
Magnitudes proporcionales I

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Dos magnitudes son directamente proporcionales si el cociente de las cantidades correspondientes es constante. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow k$ es la constante de proporcionalidad directa.

1. Calcula x e indica la constante de proporcionalidad:

a) $\frac{x}{7} = \frac{12}{21}$ b) $\frac{2{,}5}{3{,}2} = \frac{10}{x}$ c) $\frac{5{,}6}{3{,}7} = \frac{x}{7{,}4}$ d) $\frac{4{,}6}{x} = \frac{9{,}2}{4{,}8}$

2. Resuelve los siguientes problemas e indica la constante de proporcionalidad.

a) Si 6 cajas de ciruelas cuestan 10 €, ¿cuánto costarán 21 cajas iguales?

b) En una empresa hacen unos calendarios de publicidad para sus clientes. Si por 12 000 calendarios se han pagado 720 €, ¿cuánto se pagará por 20 000 calendarios?

La regla de tres es un procedimiento para hallar un cuarto proporcional. La proporcionalidad es directa cuando va de + a + o de – a –.

Magnitud A (unidad) (D) ***Magnitud B*** (unidad)

$$\left.\begin{array}{l} a \longrightarrow c \\ b \longrightarrow x \end{array}\right\} \frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

3. Resuelve los siguientes problemas:

a) Una pieza de tela de 42 m vale 210 €. ¿Cuánto costará una pieza de 64 m de la misma tela?

b) Para hacer 90 kg de masa de bizcocho se necesitan 54 kg de harina. ¿Cuántos kilos de harina se necesitarán para hacer 160 kg de masa?

Magnitudes proporcionales II

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

La regla de tres es inversa cuando va de + a – o de – a +, cuando esto sucede la razón de las cantidades de la magnitud A se colocan invertidas.

Magnitud A (unidad) (I) ***Magnitud B*** (unidad)

$$\left.\begin{array}{l} a \longrightarrow c \\ b \longrightarrow x \end{array}\right\} \frac{b}{a} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{a \cdot c}{b}$$

1. Completa la siguiente tabla:

Para construir un edificio 10 obreros han tardado 100 días.

Nº de obreros	Resolución del problema	Solución
20	$\left.\begin{array}{l} 10 \rightarrow 100 \\ 20 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{20}{10} = \frac{100}{x} = \frac{10 \cdot 100}{20} =$	
40		
60		
100		

2. Resuelve los siguientes problemas:

a) Cinco grifos llenan un depósito en 30 h. ¿Cuánto tiempo tardarán 3 grifos iguales a los anteriores en llenar el mismo depósito?

b) Para almacenar una colección de cómics hemos utilizado 60 carpetas con 4 cómics cada una. Si se quieren almacenar 5 cómics en cada carpeta, ¿cuántas se necesitarán?

c) Un trabajo mecanografiado tiene 70 páginas, y cada una de ellas tiene 36 líneas. ¿Cuántas páginas tendría el mismo trabajo si cada página tuviese 30 líneas?

Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 5 ▮ Ficha 5
Porcentajes

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

El tanto por ciento de una cantidad se puede interpretar como una razón y como un decimal

Tanto por ciento	***Razón***	***Decimal***
40 %	$\frac{40}{100}$	0,4

1. Calcular el tanto por ciento.

a) En la compra de un televisor de 300 € se ha realizado un descuento del 15 %. ¿Cuánto dinero se ha descontado?

b) En una planta de envasado de fruta, el 3 % de las cajas tiene algún defecto. Si se han envasado 12 500 cajas en total, ¿cuántas cajas hay sin defecto?

La **disminución porcentual** de una cantidad inicial es lo que disminuye dicha cantidad según un porcentaje *x* %.

2. Resuelve:

a) En un pueblo ha disminuido la población un 8 % en los últimos cinco años. Si la población hace 5 años era de 850 habitantes, ¿Cuántos habitantes quedan actualmente en el pueblo?

b) En una granja de cerdos, se mueren un 22 % de los animales por la peste porcina. Si quedan 273 animales, ¿cuántos cerdos había en la granja?

El **aumento porcentual** de una cantidad inicial es lo que aumenta dicha cantidad según un porcentaje *x* %.

3. Resuelve:

a) Una frutería que vende 140 kg de manzanas ha aumentado sus ventas un 20 %. ¿Cuántos kilos de manzanas vende ahora?

b) Un calzado deportivo que costaba 60 € ha aumentado su precio un 12 % en un año, y al año siguiente aumenta un 10 %. ¿Cuánto se pagará por ese calzado después de dos años?

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 5 ▮ Ficha 6
Proporcionalidad compuesta

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **proporcionalidad es compuesta** si intervienen más de dos magnitudes proporcionales.

¿Proporcionalidad directa o inversa?

¿Proporcionalidad directa o inversa?

Magnitud *A* (unidad)		Magnitud *B* (unidad)		Magnitud *C* (unidad)
a	$\longrightarrow$	c	$\longrightarrow$	e
b	$\longrightarrow$	d	$\longrightarrow$	x

Se plantea la proporción, con la razón directa o inversa, según corresponda, y se resuelve.

1. Un ganadero necesita 600 kg de pienso para alimentar a 40 vacas durante 8 días. ¿Cuántos días podrá alimentar a 20 vacas con 1 500 kg de pienso?

2. Una obra se hace con 24 obreros durante 18 días a razón de 8 h diarias. ¿Con cuántos obreros se haría la misma obra en 12 días a razón de 9 h diarias?

3. Cinco grifos abiertos 15 h diarias han vertido agua por valor de 25 €. ¿Qué coste de agua se tendrá con 12 grifos abiertos 6 h diarias durante el mismo período de tiempo?

4. Transportar 250 cajas a 400 km de distancia cuesta 320 €. ¿Cuántas cajas pueden transportarse a una distancia de 300 km por 720 €?

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Calcula el término que falta en las siguientes proporciones:

a) $\frac{3,5}{8,5} = \frac{10,5}{x}$ b) $\frac{8}{11} = \frac{x}{22}$ c) $\frac{x}{9,6} = \frac{5,4}{3,2}$ d) $\frac{1,8}{x} = \frac{3,6}{4,6}$

2. Calcula el medio proporcional:

a) $\frac{5,4}{x} = \frac{x}{0,6}$ b) $\frac{10,24}{x} = \frac{x}{6,25}$ c) $\frac{12,8}{x} = \frac{x}{5}$ d) $\frac{14,4}{x} = \frac{x}{1,6}$

3. Plantear y resolver:

a) Un carretel de cable de cobre de 125 m vale 154 €. ¿Cuánto costará un carretel de 250 m del mismo cable?

b) En una granja se tiene alimento para 150 conejos durante 80 días. Si al cabo de 20 días se venden 100 conejos, ¿durante cuántos días se tendrá alimento para los conejos que quedan, sin variar la ración?

c) Alba ganaba 1 400 € y ha recibido un aumento del 5 % en su salario. ¿Cuánto gana ahora?

d) Una familia de 4 personas puede mantenerse durante 6 meses con 7 200 €. ¿Cuántas personas podrán mantenerse durante 9 meses con 21 600 €?

Problemas de repartos I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para resolver los **repartos directamente proporcionales**:

- Se calcula la parte de N que le corresponde a cada unidad del total de las cantidades conocidas a, b, c, es decir:

$$k = \frac{N}{a + b + c}$$

- Con el valor de la unidad k se calculan los valores de las partes deseadas.

1. Reparte 15 000 de forma directamente proporcional a 2, 3 y 5.

2. Reparte 1 080 de forma directamente proporcional a 13, 19 y 22.

3. Sara quiere repartir 580 € de forma directamente proporcional a las edades de sus sobrinos Óscar, Diego y María, que tienen, respectivamente, 7, 10 y 12 años. Calcula la cantidad que le corresponde a cada uno.

4. Una empresaria reparte 3 000 € entre tres trabajadores de forma directamente proporcional al tiempo que llevan trabajando. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno si llevan 12, 8 y 5 años?

Problemas de repartos II

Bruño

Nombre ________________________________ Curso ______ Fecha __________

Los **repartos inversamente proporcionales** consisten en distribuir una cantidad *N* en partes que sean inversamente proporcionales a unas cantidades conocidas *a*, *b*, *c*…

Para repartir una cantidad *N* en partes inversamente proporcionales a otras *a*, *b*, *c*, se hace un reparto directamente proporcional a las inversas **1/*a***, **1/*b*** y **1/*c***.

1. Completa los datos que faltan en el siguiente problema sobre repartos inversamente proporcionales:

Reparte 180 bombones de forma inversamente proporcional a las edades de Lidia, Ernesto y Rodrigo, que tienen, respectivamente, 3, 4 y 6 años. Pregunta: ¿cuánto le corresponde a cada uno?

a) Se calculan los inversos y se reducen a ________________ :

m.c.m (3, 4, 6) = 12 $\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{4}{12}; \ \frac{1}{4} = \frac{3}{\ \ }; \ \frac{1}{\ \ } =$

b) Se hace el reparto directamente __________ a 4, 3 y 2:

– Bombones totales: ____

– Unidades totales: __ + __ + __ = 9

– A una unidad le corresponden $\frac{180}{\ \ }$ bombones

– Lidia = 4 · 20 = ___ bombones

– Ernesto = __ · 20 = ___ bombones

– Rodrigo = 2 · ___ = 20 bombones

2. Reparte 225 de forma inversamente proporcional a 4 y 5.

3. Se deben repartir 220 € de forma inversamente proporcional al lugar en el que quedan los tres primeros clasificados de una carrera. Calcula el dinero que le corresponde a cada uno.

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 6 ▮ Ficha 3
Problemas de grifos I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Resolver **problemas de grifos sin desagüe**:

- Se calcula la parte del depósito que llena cada grifo en una hora.
- Se calcula la parte del depósito que llenan a la vez los dos grifos en una hora.
- Se calcula el tiempo que tardan los dos grifos en llenar a la vez el depósito.

1. Un grifo A tarda 3 h en llenar un depósito. ¿Qué fracción del depósito llenará el grifo en una hora?

2. Completa los datos que faltan en el siguiente problema sobre problemas de grifos sin desagüe:

Un grifo A llena un depósito de agua en 2 h, y otro grifo B, en 3 h. ¿Cuánto tiempo tardarán los dos grifos en llenar a la vez el depósito?

- El grifo A llena en una hora 1/2

  El grifo B llena en una hora _/_
- Los dos grifos a la vez llenan en una hora: $\quad + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{} = \frac{5}{6}$ del depósito
- Tiempo que tardan: $1 : \quad = 1 \cdot \frac{6}{5} = \quad = 1{,}2$ h = 1h 12 min

Solución: tardarán: _ h __ min

3. Un grifo A llena un depósito de agua en 3 h, y otro grifo B, en 1 h. ¿Cuánto tiempo tardarán los dos grifos en llenar a la vez el depósito?

4. Un grifo A llena un depósito de agua en 8 h, y otro grifo B, en 12 h. ¿Cuánto tiempo tardarán los dos grifos en llenar a la vez el depósito?

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 6 ▮ Ficha 4
Problemas de grifos II

Nombre ____________________ Curso ______ Fecha ________

Resolver **problemas de grifos con desagüe**:

a) Se calcula la parte del depósito que llena cada grifo y la que se vacía por el desagüe en una hora.

b) Se calcula la parte del depósito que llenan los dos grifos a la vez menos la parte que se escapa por el desagüe en una hora.

c) Se calcula el tiempo que tardan los dos grifos en llenar a la vez el depósito estando el desagüe abierto.

1. Completa los datos que faltan en el siguiente problema sobre problemas de grifos con desagüe:

Un grifo A llena un depósito de agua en 4 h, y otro grifo B, en 6 h. El depósito tiene un desagüe que lo vacía en 12 h estando los grifos cerrados. ¿Cuánto tiempo tardarán los dos grifos en llenar a la vez el depósito estando el desagüe abierto?

- El grifo A llena en una hora 1/4

  El grifo B llena en una hora _/_

  El desagüe vacía en una hora 1/__

- Los dos grifos a la vez, con el desagüe abierto, llenan en una hora:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{} - \frac{}{12} = \frac{3 + 2 - }{12} = \frac{4}{} = \text{ del depósito}$$

- Tiempo que tardan: $: \frac{1}{3} = 1 \cdot = $ horas

2. Un grifo A llena un depósito de agua en 2 h, y otro grifo B, en 3 h. El depósito tiene un desagüe que lo vacía en 6 h estando los grifos cerrados. ¿Cuánto tiempo tardarán los dos grifos en llenar a la vez el depósito estando el desagüe abierto?

3. Un estanque tiene dos desagües que lo vacían en 60 h y 40 h. Si se abren los dos desagües a la vez, ¿cuánto tiempo tardará en vaciarse el estanque?

Problemas de mezclas

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

En los **problemas de mezclas** se pide el precio medio al que hay que vender una mezcla de varias sustancias, conocidas las **cantidades** y los **precios** de cada sustancia.

1. Completa la tabla con los datos que se dan en el siguiente problema y calcula a continuación el precio medio de la mezcla según la fórmula del apartado b):

Se tienen 30 kg de un surtido normal de frutos secos a un precio de 12 € el kilo y 50 kg de otro surtido extra a un precio de 14 € el kilo. Si se mezclan los dos surtidos, ¿qué precio tendrá el kilo de mezcla?

a) Pon los datos en la siguiente **tabla**:

	Surtido normal	Surtido extra	Mezcla
Masa (kg)			
Precio (€/kg)			
Dinero (€)			

b) Calcula el **precio medio de la mezcla:**

2. Se mezclan 120 litros de un jabón líquido sin aceite protector de la piel, de 1,5 € el litro, con 80 litros de otro jabón líquido con aceite protector, de 2 € el litro. ¿A qué precio se debe vender la mezcla?

3. Se mezclan 5 litros de colonia con alcohol, de 60 € el litro, con 3 litros de colonia sin alcohol, de 80 € el litro. Calcula el precio medio por litro de la mezcla.

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 6 ▮ Ficha 6
Problemas de móviles y relojes

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para resolver problemas de **móviles en sentido contrario**:

Si los dos móviles van en sentido contrario, la velocidad con la que se acerca uno a otro es la suma de las velocidades de los móviles.

- Se suman las velocidades.
- Se calcula el tiempo con la velocidad hallada: $t = \dfrac{e}{v}$

1. A la misma hora, Juan y Luis salen de dos pueblos distantes entre sí 21 km, y se dirigen el uno hacia el otro. La velocidad de Juan es de 8 km/h, y la de Luis, de 6 km/h. ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse?

2. Desde la ciudad A sale una moto hacia B con una velocidad de 50 km/h. A la misma hora sale de B hacia A otra moto a 70 km/h. Si la distancia entre las dos ciudades es de 840 km, ¿cuánto tiempo tardarán en encontrarse?

Para resolver problemas de **móviles en el mismo sentido**:

Si los dos móviles van en sentido contrario, la velocidad con la que se acerca uno a otro es la suma de las velocidades de los móviles.

- Se restan las velocidades.
- Se calcula, con la velocidad hallada, el tiempo: $t = \dfrac{e}{v}$

3. Un coche sale de A y, al mismo tiempo, otro sale de B; ambos van hacia el sur por la misma carretera, con velocidades de 100 km/h y 90 km/h, respectivamente. Si B está hacia el sur a una distancia de 60 km de A, ¿cuánto tardará el coche que sale de A en alcanzar al coche que sale de B?

4. Dos coches salen a la vez desde un pueblo A y desde un pueblo B hacia el oeste por la misma carretera, con velocidades de 105 km/h y 95 km/h, respectivamente. Si B está hacia el oeste a una distancia de 40 km de A, ¿cuánto tiempo tardará en alcanzar el coche que sale desde A al que ha salido de B?

Nombre ________________________ Curso ________ Fecha ____________

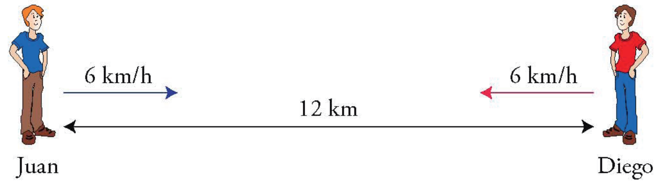
1. Reparte mentalmente 50 bombones de forma directamente proporcional a 2 y 3

2. Reparte 990 de forma directamente proporcional a 7 y 15

3. Un grifo A llena un depósito de agua en 2 h; otro grifo B, en 5 h, y otro C, en 10 h. ¿Cuánto tiempo tardarán los tres grifos en llenar a la vez el depósito?

4. Se mezclan 100 kg de trigo a un precio de 0,15 €/kg con 50 kg de cebada de 0,12 €/kg. ¿Cuál es el precio de la mezcla?

5. ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse Juan y Diego?



Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 7 ▮ Ficha 1
Lenguaje algebraico

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **expresión algebraica** es una combinación de números, letras y paréntesis, relacionados con operaciones.

1. En la expresión algebraica: $4xy - 5x + 6x - 3$, halla los términos, el término independiente, las variables y los coeficientes.

2. Completa la siguiente tabla:

- El **coeficiente de un monomio** es el número que está generalmente delante y multiplica a la parte literal.
- El **grado de un monomio** es el exponente de la variable. Si tiene más de una variable, se suman los exponentes.

Monomio	Coeficiente	Grado
$9x^3$		
$-7x^2yz^5$		
$8x$		
-3		

Monomios semejantes son los que tienen la misma parte literal.

3. Halla cuáles de los siguientes monomios son semejantes: $5x^3$, $7x$, $-7x^2$, $-9x^3$, $8x^2$, x^3, $9x$

Un **polinomio** es una suma de monomios. El **valor numérico** de un polinomio es el valor que se obtiene al sustituir la variable por un número y efectuar las operaciones.

4. Completa la siguiente tabla:

$P(x) = -9x^4 + 5x^2 - 17$				
Términos	Grado	Coeficientes	Coeficiente principal	Término independiente

5. Halla el valor numérico del siguiente polinomio: $P(x) = -x^3 + 5x - 1$ para los valores que se indican:

a) $x = 0$ b) $x = 1$ c) $x = 3$ d) $x = -3$

Operaciones con monomios I

Bruño

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

Para **sumar y restar monomios**:

Si los monomios son **semejantes**, se suman o restan los coeficientes y se pone la misma parte literal. Si los monomios **no son semejantes**, el resultado es un polinomio cuyos términos son los monomios dados.

1. Realiza la siguiente operación: $-7x^2 + 12x^2 + 6x^2 - x^2$

El **producto** de dos o más **monomios** es otro monomio que tiene:

a) Por coeficiente, el producto de los coeficientes.

b) Por parte literal, la misma, con exponente la suma de los exponentes.

2. Realiza las siguientes operaciones de monomios:

a) $4x^5 - x^5 + 8x^5$

b) $-9x^3 \cdot x^3$

El **cociente** de dos **monomios** tiene:

a) Por coeficiente, el cociente de los coeficientes.

b) Por parte literal, la misma, con exponente la diferencia de los exponentes. Para que el resultado sea un monomio, el grado del numerador tiene que ser mayor o igual que el grado del denominador.

Para elevar un monomio a una potencia, se eleva el coeficiente a la potencia y se multiplican los exponentes.

3. Realiza las operaciones de monomios que se indican a continuación:

a) $7x^5 - 4x^5 + 9x^5$

b) $-5x^2 \cdot x$

c) $(-2x^5)^3$

d) $-6x^3 : (-3x)$

4. Realiza las siguientes operaciones de monomios:

a) $(7x^5)^2$

b) $-9x^3 + x^3 + 5x^3$

c) $-15x^4 : (-3x)$

d) $-7x^2 \cdot (-5x) \cdot x^2$

5. Realiza las siguientes operaciones de monomios:

a) $5x^5 \cdot (-3x)$

b) $(-2x^3)^5$

c) $2x - 7x + x - 15x$

d) $-7x^3 : 2x$

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 7 ▮ Ficha 3
Operaciones con monomios II

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para **multiplicar un polinomio por un monomio**, se multiplica cada término del polinomio por el monomio.

1. Elimina los paréntesis y reduce la siguiente expresión: $5x - 3(8x^2 - 4x - 7) - 9x - 2$

2. Elimina los paréntesis y reduce las siguientes expresiones:

a) $6x - (5x^2 - 3 + 4x^2) - 9x - 8$

b) $5x^2 - 6x - 2(3x + 8x^2 - 9x - 4)$

c) $-(5x - 7 + 2x - 4x^2 + 8) + 9x^2$

d) $9(3x^2 - 5x + 7) - 5(4x - 8x^2 + 1)$

3. Multiplica los siguientes polinomios por monomios:

a) $(x^5 - 7x^3 + 6x - 1) \cdot 8x^2$

b) $(2x^4 - 8x^2 + 7x - 9) \cdot 7x^3$

c) $(6x^4 + 5x^3 - 8x + 7) \cdot (-9x)$

d) $(x^4 - 9x^3 + 7x - 6) \cdot (-6x^4)$

Extracción de factores comunes consiste en aplicar la propiedad distributiva en su forma inversa: $pa + pb + pc + \ldots = p(a + b + c + \ldots)$

El **monomio que se extrae** tiene como coeficiente el M.C.D. de los coeficientes, y como parte literal, las variables comunes elevadas al menor exponente.

4. Extrae todos los factores que puedas como factor común:

a) $8x - 12y$

b) $4x^5 - 6x^3$

c) $3x^4 + 15x^2 - 6x$

d) $4x^2y + 6xy^2 - 2xy$

Matemáticas 2.º ESO | Unidad 7 | Ficha 4
Operacopmes con polinomios I

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ________

Para **sumar polinomios**:

a) Se colocan los polinomios, ordenados uno debajo del otro, de manera que coincidan los monomios semejantes.

b) Se suman los coeficientes de los monomios semejantes y se pone la misma parte literal.

1. Dados los siguientes polinomios:

$P(x) = 5x^3 - 6x + 9$

$Q(x) = -7x^4 + 5x^3 + 6x - 12$

calcula:

$P(x) + Q(x)$

2. Dados los siguientes polinomios:

$P(x) = 7x^4 - 5x^2 + 2$

$Q(x) = -5x^4 + 9x^2 + 4x - 10$

calcula:

$P(x) + Q(x)$

El **opuesto de un polinomio** es el que se obtiene al cambiar de signo todos sus monomios. Al sumar un polinomio y su opuesto se obtiene el polinomio nulo.

3. Dado el siguiente polinomio:

$P(x) = -8x^5 + 5x^4 - 9x^2 + 2$

a) halla su opuesto: $-P(x)$

b) suma $P(x)$ con $-P(x)$. ¿Qué polinomio se obtiene?

Para **restar dos polinomios**, se suma al primero el opuesto del segundo.

4. Dados los siguientes polinomios:

$P(x) = 5x^3 - 6x + 9$

$Q(x) = -7x^4 + 5x^3 + 6x - 12$

calcula:

$P(x) - Q(x)$

5. Dados los siguientes polinomios:

$P(x) = 7x^4 - 5x^2 + 2$

$Q(x) = -5x^4 + 9x^2 + 4x - 10$

calcula:

$P(x) + Q(x)$

Operaciones con polinomios II

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para **multiplicar polinomios**:

a) Se colocan los polinomios, ordenados uno debajo del otro, de manera que coincidan los monomios semejantes. Si falta un grado, se deja un hueco, para que sea más fácil colocar los productos parciales.

b) Para multiplicar polinomios, se empieza por la izquierda y se multiplica el 1.er monomio del 2.º polinomio por todos los monomios del 1.er polinomio; los coeficientes se multiplican, y los exponentes se suman. Si falta el término de algún grado, se deja un hueco.

c) Se continúa multiplicando los demás monomios del 2.º polinomio.

d) Se suman todos los polinomios obtenidos.

1. Completa la multiplicación de los siguientes polinomios:

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr}
 & & & & 2x^3 & - & 3x^2 & & & + & 5 \\
 & & & & & & x^2 & - & 4x & + & 6 \\
\hline
\boxed{} & - & 3x^4 & & & + & 5x^2 & & & & \\
 & - & 8x^4 & + & \boxed{} & & & - & 20x & & \\
 & & & & 12x^3 & - & 18x^2 & & & + & \boxed{} \\
\hline
\boxed{} & - & 11x^4 & + & 24x^3 & - & \boxed{} & - & \boxed{} & + & 30
\end{array}$$

2. Multiplica los siguientes polinomios:

$P(x) = x^2 - 7x + 2$ $\qquad$ $Q(x) = 3x + 1$

Halla el grado del producto.

3. Multiplica los siguientes polinomios:

$P(x) = x^4 - 5x^3 + 3x + 1$ $\qquad$ $Q(x) = 2x^2 - x + 7$

Halla el grado del producto.

4. Multiplica los siguientes polinomios:

$P(x) = x^2 - 4x - 3$ $\qquad$ $Q(x) = 5x + 2$

Halla el grado del producto.

Igualdades notables

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha __________

El **cuadrado de una suma** es igual al cuadrado del primero, más el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

El **cuadrado de una diferencia** es igual al cuadrado del primero, menos el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

1. Sustituye los recuadros por el signo de igualdad = o de desigualdad ≠

a) $(3 + 4)^2 \square\ 3^2 + 4^2$

b) $(3 + 4)^2 \square\ 49$

c) $(5 - 3)^2 \square\ 4$

d) $(5 - 3)^2 \square\ 5^2 + 3^2$

Una **suma por una diferencia** es igual al cuadrado del primero menos el cuadrado del segundo: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

2. Calcula mentalmente:

a) $(x + 2)^2$

b) $(x - 2)^2$

c) $(x + 2)(x - 2)$

3. Calcula:

a) $(2x + 3)^2$

b) $(2x - 3)^2$

c) $(2x + 3)(2x - 3)$

La **descomposición factorial** de un polinomio es su expresión como producto de factores irreducibles. Cuando la descomposición factorial es sencilla, se puede hacer mentalmente, observando si es posible extraer un factor común y aplicando las igualdades notables.

4. Halla mentalmente la descomposición factorial de:

a) $3x^4 + 6x^2$

b) $6x^3 - 8x$

c) $x^2 - 5$

d) $x^2 - 2x + 1$

e) $x^3 + 2x^2 + x$

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Halla el valor numérico de los siguientes polinomios para los valores que se indican:

a) $P(x) = -x^3 + 5x - 4$ para $x = -2$

b) $P(x) = x^3 + 7x - 12$ para $x = 3$

c) $P(x) = 2x^5 - 8x^3 + 5x + 3$ para $x = 1$

d) $P(x) = -3x^5 + 7x^3 - 8x + 5$ para $x = -1$

2. Realiza las operaciones de monomios que se indican a continuación:

a) $(3x^4)^3$

b) $-5x^3 + 2x^3 + 4x^3$

c) $-12x^2 : (-4x)$

d) $-6x^2 \cdot (-9x) \cdot x^3$

3. Elimina los paréntesis y reduce las siguientes expresiones:

a) $7x - (8x^2 + 9 + 5x^2) - 7x - 2$

b) $2x^2 - 5x - 3(2x^2 + 4x^2 - 5x - 6)$

c) $-(3x - 5 + 9x - 7x^2 + 4) + 10x^2$

d) $7(x^2 - 6x + 9) - 7(3x - 7x^2 + 9)$

4. Multiplica los siguientes polinomios:

$P(x) = -2x^4 + 3x^2 - 5x + 7$

$Q(x) = 4x^2 - 2x + 6$

Halla el grado del producto.

5. Halla mentalmente la descomposición factorial de los siguientes polinomios:

a) $x^2 + 5x$

b) $x^2 - 5x$

c) $x^2 - 25$

Ecuaciones de 1.er grado

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **ecuación de 1.er grado con una incógnita** es una ecuación que solo tiene una incógnita y en la que el mayor exponente de la variable es 1.

La **solución** es el valor de la incógnita que verifica la ecuación.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x}{6} + 5 + x = \frac{1}{3}$ b) $\frac{x}{6} - \frac{3x-1}{4} = 2x + \frac{33}{9}$ c) $\frac{1}{5} + \frac{3x}{2} = \frac{2x}{3}$

Mediante la regla de la suma y la del producto transformamos la ecuación en otra equivalente más sencilla.

2. Resuelve la siguiente ecuación multiplicando previamente cada término por 30:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{3x-10}{5} + \frac{x-2}{3}$$

3. Transforma las siguientes ecuaciones en otras más sencillas y resuelve.

a) $3 - \frac{7x+2}{8} = 2x + \frac{5x+1}{4}$ b) $\frac{x-3}{4} = \frac{x-5}{6} + \frac{x-1}{9}$ c) $\frac{x-2}{3} - \frac{x-4}{5} + \frac{x-3}{4}$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x - 3(x + 2) = 2(x - 1) - 1$ b) $3(2x + 1) - (x + 2) = 2x - 3(x - 1)$

c) $x - (x + 3) - 2(x + 5) = 5 - 4(x + 3)$ d) $3 + 2(x - 1) = 4x - 5$

Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 8 ▮ Ficha 2
Ecuaciones de 2.° grado

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Las soluciones de una ecuación de 2.° grado son los valores de la incógnita que verifican la ecuación. La ecuación de 2.° grado puede estar completa: $ax^2 + bx + c$ o incompleta: $ax^2 + bx$; $ax^2 + c$ o $\boldsymbol{ax^2}$. El término que no puede faltar es el de segundo grado.

1. Resuelve mentalmente, si es posible:

a) $x^2 = 0$ b) $x^2 = 9$ c) $x^2 = -16$ d) $x^2=121$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - 4 = 0$ b) $x^2 - 36 = 0$ c) $x^2 - 9 = 0$ d) $x^2 - 100 = 0$

La ecuación de 2.° grado incompleta $ax^2 + bx$, se resuelve sacando factor común **x.** Una solución es $x = 0$.

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 5x^2 = 0$ b) $4x^2 - x = 0$ c) $3x^2 - 4x = 0$ d) $x^2 - 3x = 0$

Las soluciones de la ecuación completa de 2.° grado se obtienen aplicando la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones aplicando la fórmula:

a) $x^2 + 3x - 4 = 0$ b) $x^2 - 3x - 10 = 0$ c) $x^2 + x - 6 = 0$ d) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 8 ▮ Ficha 3
Número de soluciones y factorización I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha __________

Se llama **discriminante** de la ecuación de 2.° grado, y se representa por Δ, al valor: $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos raíces reales y distintas. Si $\Delta = 0$, la ecuación tiene una solución real. Se dice que es doble. Y si $\Delta < 0$, la ecuación no tiene soluciones reales.

1. Sin resolver las siguientes ecuaciones, determina cuántas soluciones tienen:

a) $x^2 + 5x - 7 = 0$

b) $2x^2 - 3x + 5 = 0$

c) $x^2 + 4x + 4 = 0$

d) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

2. Calcula Δ e indica cuantas soluciones tienen las siguientes ecuaciones:

a) $4x^2 - 13x + 3 = 0$ b) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ c) $5x^2 - 14x - 3 = 0$

3. Calcula las raíces de las siguientes ecuaciones y exprésalas en forma factorial:

a) $x^2 - x - 12 = 0$ b) $2x^2 - x - 3 = 0$ c) $3x^2 + 5x - 12 = 0$ d) $5x^2 - 2x = 0$

4. Halla la descomposición factorial de los siguientes polinomios de segundo grado:

a) $3x^2 - 7x + 2 = 0$ b) $4x^2 - x - 3 = 0$ c) $2x^2 - 13x + 15 = 0$ d) $4x^2 + 7x - 2 = 0$

Un trinomio de 2.° grado $ax^2 + bx + c$ con las raíces x_1 y x_2 se descompone factorialmente de la siguiente forma:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Número de soluciones y factorización II

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para hallar una ecuación de 2.º grado conociendo las raíces o soluciones x_1 y x_2, basta multiplicar los binomios:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

1. Escribe en cada caso una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean:

a) $x_1 = 3, x_2 = -5$ b) $x_1 = 2, x_2 = -3$ c) $x_1 = -1, x_2 =$ d) $x_1 =, x_2 =$

2. Halla una ecuación de 2.º grado que tenga las raíces siguientes:

a) $x_1 = 4, x_2 = -5$ b) $x_1 = 3, x_2 = 6$

Las raíces o soluciones x_1 y x_2 de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ cumplen las siguientes relaciones:

a) $S = -\dfrac{b}{a}$ b) $P = \dfrac{c}{d}$

3. Sin resolver las siguientes ecuaciones, calcula la suma y el producto de sus soluciones:

a) $2x^2 + 5x + 2 = 0$ b) $x^2 - 7x + 12 = 0$ c) $4x^2 - 12x - 7 = 0$ d) $6x^2 - 7x + 2 = 0$

4. Calcula la suma y el producto de sus soluciones:

a) $2x^2 - 14x - 5 = 0$ b) $x^2 - 7x + 4 = 0$ c) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ d) $2x^2 - 3x + 6 = 0$

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 8 ▮ Ficha 5
Problemas de ecuaciones I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

En los problemas numéricos conviene recordar: Intenta asociar la incógnita con el número menor. Un número par es $2x$. Un número impar es $2x + 1$. El consecutivo de un número es $x + 1$.

1. Plantea la ecuación y resuelve los siguientes problemas numéricos:

Calcula un número cuya cuarta parte más la sexta parte sumen 15 unidades.

2. La suma de tres números pares consecutivos es 60. Calcula dichos números.

En los problemas geométricos recuerda hacer siempre un dibujo en el que se escriban los datos y las incógnitas.

3. Resuelve los siguientes problemas.

a) La base de un rectángulo mide 9 cm más que la altura. Si su perímetro mide 74 cm, ¿cuáles serán las dimensiones del rectángulo?

b) En un triángulo isósceles, cada uno de los lados iguales es 4 cm más largo que el lado desigual. Si el perímetro del triángulo mide 44 cm, ¿cuál es la longitud de cada lado?

c) En un rectángulo la base es el doble que la altura. Calcula la longitud de sus lados si su perímetro mide 72 cm

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 8 ▮ Ficha 6
Problemas de ecuaciones II

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

En los problemas de edades es conveniente hacer una tabla:

	Hoy	Dentro de 20 años
Hijo	x	$x + 20$
Madre	$3x$	$3x + 20$

Plantea y resuelve los siguientes problemas:

1. La edad de un padre es cinco veces la del hijo. Si dentro de dos años la edad del padre será cuatro veces la del hijo, ¿cuál es la edad actual de cada uno?

2. Una madre tiene 35 años más que su hijo, y dentro de 15 años su edad será el doble de la del hijo. ¿Cuántos años tienen en la actualidad?

En los problemas de ecuaciones de 2.º grado, comprueba las soluciones. Rechaza las soluciones de la ecuación que no lo sean del problema.

3. La diagonal de un cuadrado mide 6 cm. Calcula la longitud del lado del cuadrado.

4. Halla dos números enteros consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 313.

5. Calcula las dimensiones de una finca rectangular que tiene 12 dam más de largo que de ancho, y una superficie de 640 dam^2.

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2(3x - 5) - 4(x - 2) = 13 - x$

b) $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = x - \frac{5}{2}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2.º grado aplicando la fórmula.

a) $5x^2 - 28x + 15 = 0$

b) $x^2 - 9x + 18 = 0$

3. Halla la descomposición factorial de los siguientes polinomios de segundo grado:

a) $x^2 + 4x - 12 = 0$

b) $x^2 - x - 6 = 0$

4. Sin resolver las siguientes ecuaciones, calcula la suma y el producto de sus soluciones:

a) $3x^2 - 21x - 4 = 0$

b) $2x^2 - 5x + 4 = 0$

c) $3x^2 + 6x - 8 = 0$

Plantea y resuelve los siguientes problemas:

5. Cada uno de los lados iguales de un triángulo isósceles mide el triple que el lado desigual. Si su perímetro mide 56 cm, calcula la longitud de los lados del triángulo.

6. El triple del cuadrado de un número natural es el doble del número más 645. Calcula dicho número.

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 9 ▮ Ficha 1
Sistemas lineales. Resolución gráfica

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

La **interpretación gráfica** de las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas es una recta.
Procedimiento para representar una recta:

a) Se despeja la incógnita que resulte más fácil de despejar.
b) Se construye una tabla con dos valores.
c) Se representan los dos puntos obtenidos en unos ejes coordenados.
d) Se unen mediante una recta.

1. La suma de dos números x e y es 5. Escribe una ecuación que exprese dicha condición y calcula cinco parejas de números que la verifiquen. Representa gráficamente el conjunto de todas las soluciones.

2. Haz la representación gráfica de las soluciones de la siguiente ecuación: $3x - y = 1$.

Resolución gráfica de un sistema lineal:

a) Se representa la recta correspondiente a la 1.ª ecuación.
b) Se representa la recta correspondiente a la 2.ª ecuación.
c) La solución es el punto de corte de ambas rectas.

3. Resuelve el siguiente sistema gráficamente:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + x = 5 \\ 2x - x = -1 \end{array}\right\}$$

Los sistemas lineales se clasifican por el número de soluciones en:

a) **Compatibles:** si tienen solución. Las dos rectas se cortan.
b) **Incompatibles:** si no tienen solución. Las dos rectas son paralelas.

4. ¿Es el anterior sistema lineal compatible o incompatible:

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 9 ▮ Ficha 2
Métodos de sustitución e igualación

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Se resuelven fácilmente por **sustitución** los sistemas en los que **una de las incógnitas** ya esté despejada.

a) Se sustituye el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación.

b) Se resuelve la ecuación resultante.

c) El valor obtenido se sustituye en la ecuación donde estaba despejada la 1.ª incógnita.

1. Un número x es 2 unidades mayor que otro número y. Además, el doble del primero más el triple del segundo es 19. Halla el valor de ambos números.

Se resuelven fácilmente por **igualación** los sistemas en los que una de las incógnitas ya está despejada **en las dos ecuaciones**.

2. Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado: $\left.\begin{array}{l} y = 2x + 7 \\ y = 3x + 9 \end{array}\right\}$

3. Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado: $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 5 \\ y = 5x + 9 \end{array}\right\}$

4. La diferencia de dos números x e y es 3, y el triple del primero más el doble del segundo es 19. Halla el valor de ambos números.

5. La suma de dos números x e y es 15, y uno es el doble del otro. Halla el valor de ambos números.

Método de reducción y qué método utilizar I

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Se resuelven fácilmente por **reducción** los sistemas en los que los coeficientes de una incógnita son: **iguales, opuestos, uno múltiplo del otro**.

a) Mediante multiplicaciones apropiadas, se obtiene un sistema equivalente con los coeficientes de una misma incógnita opuestos.

b) Se suman las dos ecuaciones.

c) Se resuelve la ecuación resultante.

d) El valor obtenido se sustituye en la ecuación más sencilla y se halla el valor de la otra incógnita.

1. Resuelve el siguiente sistema por reducción:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 23 \\ 5x - 2y = 17 \end{array}\right\}$$

2. Resuelve el siguiente sistema por reducción:

$$\left.\begin{array}{l} 5x + 3y = 7 \\ 4x + 3y = 5 \end{array}\right\}$$

3. Resuelve el siguiente sistema por reducción:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = -4 \\ 5x - 6y = 17 \end{array}\right\}$$

4. El triple de un número más el doble de otro es igual a 17, y cinco veces el primero menos el doble del segundo es igual a 7. Halla ambos números.

5. Tres kilos de manzanas y dos kilos de naranjas cuestan 9 €. Dos kilos de manzanas y 2 kilos de naranjas cuestan 7 €. ¿Cuánto vale el kilo de manzanas y el kilo de naranjas?

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 9 ▮ Ficha 4
Método de reducción y qué método utilizar II

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para elegir un **método para resolver un sistema** se debe tener en cuenta que:

a) Se resuelven fácilmente por sustitución los sistemas en los que una de las incógnitas ya esté despejada.

b) Se resuelven fácilmente por **igualación** los sistemas en los que una de las incógnitas ya esté despejada en las dos ecuaciones.

c) Se resuelven por **reducción** los sistemas en los que no parezca fácil aplicar sustitución o igualación.

1. Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left.\begin{array}{l} y = -5x + 13 \\ y = -4x + 10 \end{array}\right\}$$

2. Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 4 \\ x = 3y - 11 \end{array}\right\}$$

3. Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left.\begin{array}{l} 5x + 3y = 12 \\ 7x - 6y = 27 \end{array}\right\}$$

4. El doble de un número más el triple de otro es igual a 16, y seis veces el primero menos cinco veces el segundo es igual a 20. Calcula ambos números.

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 9 ▮ Ficha 5
Resolución de problemas de sistemas I

Bruño

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

El **procedimiento de resolución de problemas** se puede dividir en los siguientes pasos:

a) **Entérate**: se escriben las **incógnitas**, los **datos** y las **preguntas**.

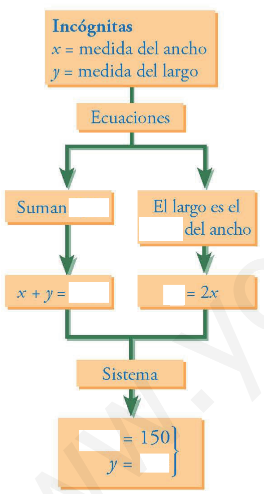
b) **Manos a la obra**: se plantean las relaciones, se transforman en un sistema y se resuelve este sistema.

c) **Solución y comprobación**: se escriben las respuestas a las preguntas que hace el problema y se comprueba que cumplen las relaciones dadas.

1. Resuelve mentalmente el siguiente problema: Entre Sonia y Ana tienen 30 €. Si Sonia tiene el doble que Ana, ¿cuánto dinero tiene cada una?

2. Rellena los huecos en el siguiente esquema de transformación de los datos en un sistema. A continuación resuelve el problema.

Un campo de fútbol tiene forma rectangular. El largo más el ancho mide 150 m, y el largo es el doble del ancho. ¿Cuánto mide cada lado?



a) Entérate:

x = medida del ancho.
y = medida del largo.
La suma del ancho y del largo es 150 m
El largo es el doble del ancho.
¿Cuánto miden el largo y el ancho?

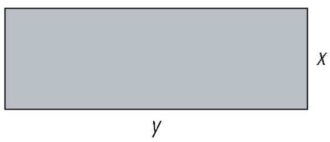
b) Manos a la obra:

Ancho + largo = 150 $\Rightarrow x + y = 150$
Largo = 2 · ancho $\Rightarrow y = 2x$
Sistema: $\left.\begin{array}{l} x + y = 150 \\ y = 2x \end{array}\right\} \Rightarrow$ Se resuelve por sustitución:
$x + 2x = 150 \Rightarrow 3x = 150 \Rightarrow x = 50$
Sustituyendo $x = 50$ en $y = 2x \Rightarrow y = 2 \cdot 50 = 100$

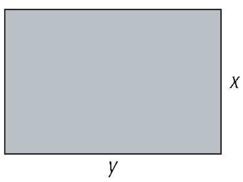
c) Solución

El ancho mide: 50 m
El largo mide: 100 m
Suma del ancho y del largo: 50 + 100 = 150 m
El largo es el doble del ancho: 2 · 50 m = 100 m

3. Halla los lados de un rectángulo sabiendo que uno es el triple del otro y que el perímetro mide 40 m.



4. Un aula tiene forma rectangular, mide 2 metros más de largo que de ancho y la suma del largo y del ancho es 14 m. Halla el área del aula.



Resolución de problemas de sistemas I

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ________

1. La suma de dos números es 3, y su diferencia es 11. Halla el valor de ambos números.

2. En una tienda 5 bocadillos de jamón y dos refrescos de cola cuestan 17 €, y 3 bocadillos de jamón y 7 refrescos de cola, 16 €. ¿Cuánto cuesta cada bocadillo de jamón y cada refresco de cola?

3. Hoy la edad de Ana es el triple de la de su hija, y hace 5 años era cinco veces mayor. ¿Cuántos años tiene actualmente cada una?

	Edad hoy	Edad hace 5 años
Hija	x	$x - 5$
Ana	y	$y - 5$

4. Dos kilos de gambas y tres kilos de pulpo cuestan 51 €, y tres kilos de gambas y dos kilos de pulpo cuestan 54 €. ¿Cuánto cuesta cada kilo de gambas y cada kilo de pulpo?

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Comprueba si $x = 2$, $y = 3$ es solución del siguiente sistema: $\left.\begin{array}{l} x + 4y = 14 \\ 5x + y = 13 \end{array}\right\}$

2. Resuelve el siguiente sistema gráficamente:

$\left.\begin{array}{l} 3x - y = 5 \\ x + 3y = 5 \end{array}\right\}$ ¿Es compatible o incompatible?

3. Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 7 \\ -2x + 5y = 1 \end{array}\right\}$

4. Un número x es 11 unidades mayor que otro número y. Además, el primero menos el doble del segundo es 9. Halla el valor de ambos números.

5. Hoy la edad de Miguel es el doble de la edad de María. Dentro de 10 años la suma de sus edades será 65. ¿Cuántos años tiene actualmente cada uno?

	Edad hoy	Edad dentro de 10 años
Marta	x	$x + 10$
Miguel	y	$y + 10$

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 10 ▮ Ficha 1
Las funciones

Bruño

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

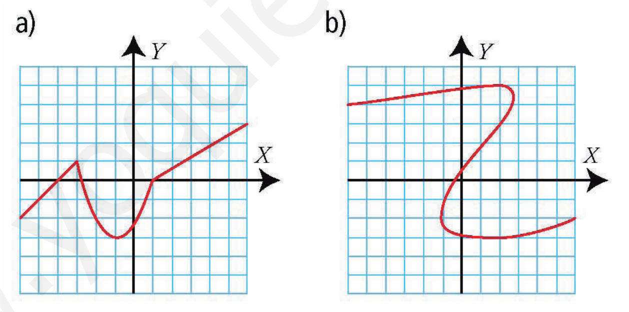
Una **función** es una relación entre dos variables *x* e *y*, de forma que a cada valor de *x* le corresponde un único valor de *y*. A *x* se le llama **variable independiente**. A *y* se le llama **variable dependiente**, y su valor se calcula a partir del valor de *x*.

La **gráfica** de una función es la representación de los pares de valores (*x*, *y*) en los ejes de coordenadas.

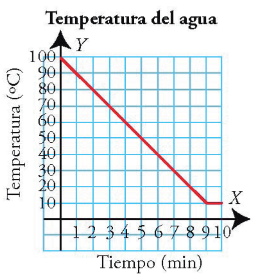
1. Representa en unos ejes coordenados los siguientes puntos y únelos en orden alfabético. Une también el último con el primero. ¿Qué figura se obtiene?

A (2, 2), *B*(–2, 2), *C* (– 2, –2) y *D* (2, –2)

2. Indica cuáles de las siguientes gráficas son funciones y por qué:



3. En la siguiente gráfica, indica: a) qué magnitudes se relacionan b) cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente.



Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 10 ▮ Ficha 2
Función lineal o de proporcionalidad directa I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **tabla de valores es de una función de proporcionalidad directa** si los valores son directamente proporcionales. La **constante de proporcionalidad directa** se calcula al dividir una cantidad cualquiera de la 2ª magnitud entre la cantidad correspondiente de la 1ª.

1. Indica si la siguiente tabla es de proporcionalidad y calcula la constante de proporcionalidad.

Masa (kg)	1	2	3	4
Dinero (€)	3	6	9	12

2. Completa la siguiente tabla para que sea de proporcionalidad directa y calcula la constante de proporcionalidad:

x	1	2	3	4
y		3		

Una **gráfica es de una función de proporcionalidad directa** si todos los puntos están sobre una recta que pasa por el origen de coordenadas y que no es horizontal ni vertical.

La **pendiente** de la recta es la **constante de proporcionalidad directa**, y se calcula al dividir un valor cualquiera de las ordenadas entre su correspondiente valor de las abscisas. Da la inclinación de la recta respecto del eje *X*.

3. Indica si la siguiente gráfica es de proporcionalidad directa y, si lo es, calcula la constante de proporcionalidad:

Función lineal o de proporcionalidad directa II

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

La **ecuación de una función de proporcionalidad directa** es: $y = mx$ con $m \neq 0$ donde m es la **pendiente** de la recta que coincide con la **constante de proporcionalidad directa**.
Constante de proporcionalidad directa = pendiente = m.
Si la **pendiente es positiva** ($m > 0$), la recta es **creciente**.
Si la **pendiente es negativa** ($m < 0$), la recta es **decreciente**.

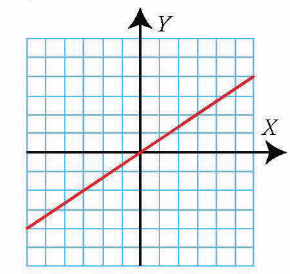
1. Halla la pendiente, estudia el crecimiento y dibuja la gráfica de las funciones siguientes:

a) $y = 2x$

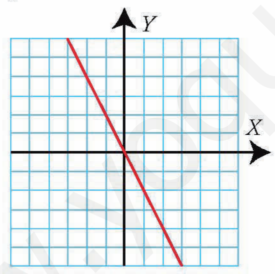
b) $y = -3x$

2. Halla la ecuación de las rectas siguientes:

a)

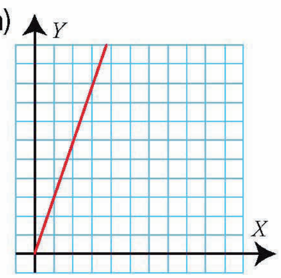


b)

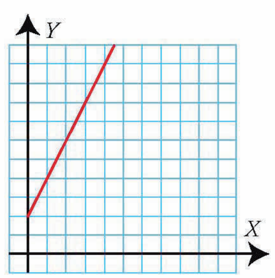


3. Indica si las gráficas son de proporcionalidad directa y calcula la constante de proporcionalidad

a)



b)



Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 10 ▮ Ficha 4
Función afín. Estudio de rectas I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **función es afín** si su ecuación es del tipo: $\boldsymbol{y = mx + b}$, siendo m y b números reales, $m \neq 0$, $b \neq 0$

Su representación gráfica es una **recta** que tiene de pendiente m y pasa por el punto $P(0, b)$. A b se le llama valor de la ordenada en el origen.

1. Halla la pendiente, el valor de la ordenada en el origen y dibuja la gráfica de las funciones siguientes:

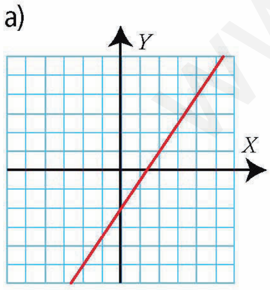
a) $y = x - 2$

b) $y = -2x + 1$

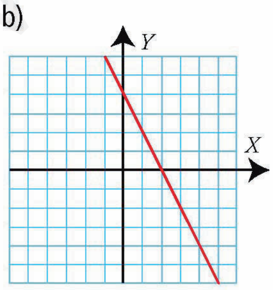
2. Dibuja una recta que pase por el punto $P(0, 1)$ y que tenga de pendiente $m = 2$.

3. Halla la ecuación de las rectas siguientes:

a)



b)



Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 10 ▮ Ficha 5
Función afín. Estudio de rectas II

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

La ecuación de una **recta horizontal** es: ***y* = *k*** (siendo ***k*** la ordenada del punto en el que la recta corta al eje *Y*). Corresponde a una **función constante**, porque para cualquier valor de la variable independiente, ***x***, la variable dependiente, ***y***, es siempre la misma.

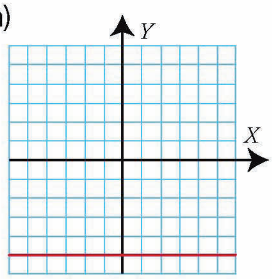
La ecuación de una **recta vertical** es: ***x* = *k*** (siendo ***k*** la abscisa del punto en el que la recta corta al eje *X*). No es una función, porque para el valor de ***x* = *k*** hay infinitos valores de y.

1. Representa las siguientes rectas y di cuáles son funciones:

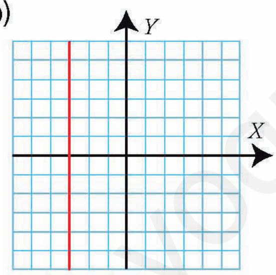
a) $y = 4$ b) $y = -2$ c) $x = 1$ d) $x = -5$

2. Halla la ecuación de las siguientes rectas:

a)



b)



3. Halla la fórmula de la recta que pasa por los puntos A(– 2, 1) y B(4, 3)

Función de proporcionalidad inversa

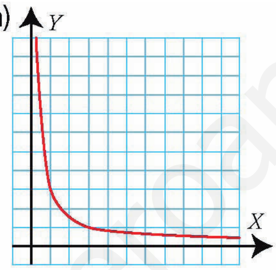
Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **tabla de valores es de una función de proporcionalidad inversa** si el producto de una cantidad de la 1.ª magnitud multiplicada por la cantidad correspondiente de la 2.ª magnitud es constante. La **constante de proporcionalidad inversa, *k***, es ese producto constante.

1. Indica si la siguiente tabla es de proporcionalidad inversa y calcula la constante de proporcionalidad:

x	1	2	3	4	5
y	12	6	4	3	2,4

2. Indica si la siguiente gráfica es de proporcionalidad inversa:

a)


La ecuación de la función de **proporcionalidad inversa** es: $y = k/x$, donde $\boldsymbol{k}$ es la constante de proporcionalidad inversa, $\boldsymbol{k \neq 0}$.

Si la **constante de proporcionalidad inversa es positiva ($k > 0$)**, la hipérbola está en el 1.er y 3.er cuadrantes y es decreciente.

Si la **constante de proporcionalidad inversa es negativa ($k < 0$)**, la hipérbola está en el 2.º y 4.º cuadrantes y es creciente.

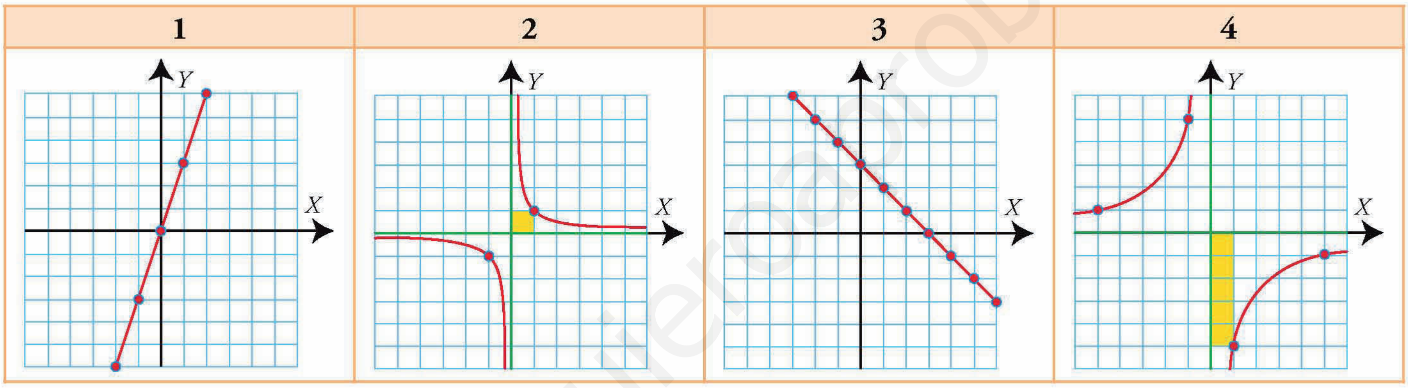
3. Halla la constante de proporcionalidad, estudia el crecimiento y dibuja la gráfica de la siguiente función: $y = (-2)/x$.

Bruño

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Representa en unos ejes de coordenadas todos los puntos en que la ordenada sea el doble de la abscisa.

2. Halla el tipo de cada una de las siguientes funciones y calcula mentalmente su ecuación:



3. Dadas las siguientes ecuaciones, indica si corresponden a funciones lineales, afines, constantes, de proporcionalidad inversa o no son funciones:

a) $y = 4x - 3$ b) $y = 4$ c) $y = (1/3)x$

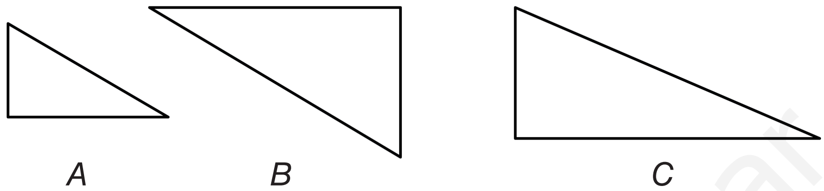
Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 11 ▮ Ficha 1
Figuras semejantes

Bruño

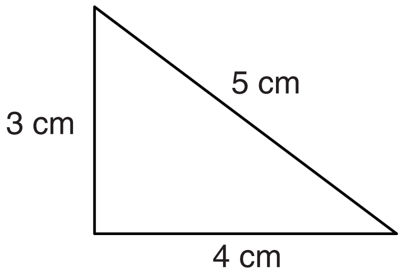
Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Dos **figuras son semejantes** si tienen la misma forma, aunque el tamaño sea distinto. En dos figuras semejantes las longitudes de segmentos correspondientes son proporcionales.
Se llama **razón de semejanza o escala** al cociente entre dos longitudes correspondientes: $r = \dfrac{a'}{a}$.

1. De las figuras siguientes, hay dos semejantes. ¿Cuáles son? Justifica tu respuesta.



2. Mediante una proyección que tenga como centro el vértice *A*, dibuja otro triángulo rectángulo que sea una ampliación al 150 %. ¿Cuánto mide cada uno de los lados?



3. Los lados de un triángulo miden $a = 7$ cm, $b = 8{,}5$ cm y $c = 12$ cm. Halla la medida de los lados a', b' y c' de un triángulo semejante en el que $r = 1{,}75$.

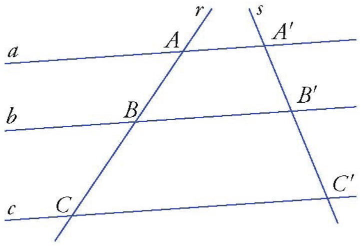
4. Los lados de un triángulo miden $a = 4$ cm, $b = 5$ cm y $c = 7$ cm. Sabiendo que en otro triángulo semejante $a' = 6$ cm, halla la medida de los lados b' y c'.

Teorema de Thales (I)

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

El **teorema de Thales** dice que si se traza un conjunto de rectas paralelas entre sí, *a*, *b*, *c*…, que cortan a otras dos rectas, *r* y *s*, los segmentos que se determinan sobre las rectas *r* y *s* son proporcionales: $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC}$.

1. Si $AB = 9$ cm, $BC = 12$ cm y $A'B' = 7{,}5$ cm, ¿cuál es la longitud del segmento $B'C'$? ¿Qué teorema has aplicado?



2. Divide el segmento ***a*** en partes proporcionales a los segmentos ***b***, ***c*** y ***d***.

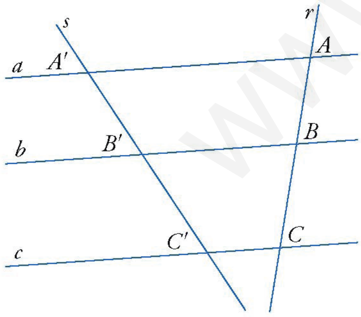
a ________________

b ______________

c ____________

d __________

3. Sabiendo que $AB = 15$ cm, $BC = 20$ cm y $B'C' = 24$ cm, halla la longitud del segmento $A'B'$. ¿Qué teorema has aplicado?



Matemáticas 2.° ESO ▮ Unidad 11 ▮ Ficha 3
Teorema de Thales (II)

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ______________

Criterios de semejanza de triángulos:
1. Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.
2. Dos triángulos son semejantes si tienen un ángulo igual y los lados que los forman son proporcionales.
3. Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados proporcionales.

1. Un ángulo de un triángulo mide 47°, y los lados que lo forman, a = 5 cm y b = 7 cm. En otro triángulo semejante, se sabe que un ángulo mide 47° y que uno de los lados que lo forman mide a' = 12 cm. ¿Cuánto mide el otro lado del ángulo de 47°?

2. Un árbol de 1,5 m proyecta una sombra de 1 m. En el mismo lugar, el mismo día y a la misma hora, la sombra de un edificio mide 12 m. ¿Cuánto mide de alto el edificio?

3. Dibuja un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 3 cm y 4 cm. Dibuja otro triángulo rectángulo en posición de Thales, de forma que el cateto menor mida 6 cm. ¿Cuánto mide el otro cateto? ¿Los dos triángulos son semejante? Justifica la respuesta.

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Razón de las longitudes	Razón de las áreas	Razón de los volúmenes
La razón de las longitudes de dos figuras semejantes es igual a la razón de semejanza.	**La razón de las áreas** de dos figuras semejantes es igual al cuadrado de la razón de semejanza.	**La razón de los volúmenes** de dos cuerpos semejantes es igual al cubo de la razón de semejanza.

1. Un lado de un triángulo mide 3,5 m, y el lado correspondiente de otro triángulo semejante mide 8,75 cm. Si el perímetro del primer triángulo mide 12 m y el área mide 4,6 m^2:

a) ¿cuánto mide el perímetro del triángulo semejante?

b) ¿cuánto mide el área del triángulo semejante?

2. El perímetro de un pentágono regular mide 12 m, y el de otro pentágono regular mide 42 m.

a) Calcula la razón de semejanza.

b) Si el área del primero es de 9,91 m^2, ¿cuál es el área del segundo?

3. La arista de un cubo mide x metros, y la arista de otro cubo mide $5x$ metros. Calcula cuántas veces son mayores el área y el volumen del segundo cubo respecto al primero.

4. Una arista de un ortoedro mide 2,5 m, y la arista correspondiente de otro ortoedro semejante mide 3,75 m. El área del primer ortoedro mide 71,5 m^2, y el volumen, 39,375 m^3. Halla en el ortoedro semejante: a) el área. b) el volumen.

Relaciones entre figuras semejantes (II)

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

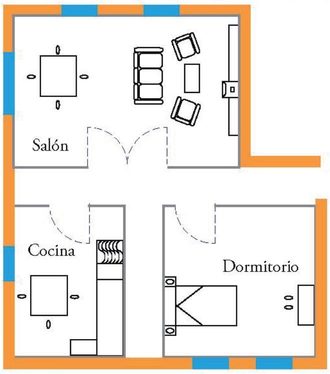
La **escala** de un objeto es el cociente entre una longitud medida en el dibujo y la medida de la longitud correspondiente en el objeto, es decir, es la razón de semejanza. Siempre se escribe en un cociente en el que el dividendo es uno; por ejemplo, 1:200, y se lee «uno es a doscientos».

1. Un terreno tiene forma rectangular y mide 3 km de largo. Se dibuja un rectángulo semejante de 6 cm de longitud.

a) Halla la escala.

b) ¿El objeto dibujado es un plano o un mapa?

2. En el plano siguiente, el salón mide 3 cm × 2 cm. Calcula sus dimensiones y el área en la realidad.



Escala 1:200

3. Las dimensiones de la maqueta de un vagón de un tren a escala 1:50 son 24 cm × 5 cm × 6 cm. Calcula sus dimensiones en la realidad.

4. ¿Qué escala es mayor, 1 : 500 o 1 : 5 000 000? Di cuál corresponde a un mapa y cuál a un plano.

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 11 ▮ Ficha 6
Teorema de Pitágoras

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

El **teorema de Pitágoras** dice que, en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos: $\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2}$.

1. En un triángulo rectángulo los catetos miden 4 cm y 3 cm. Haz el dibujo y halla la longitud de la hipotenusa.

2. Dibuja un cuadrado de 5 cm de lado y su diagonal. Halla la longitud de la diagonal, redondea el resultado a un decimal y comprueba el resultado midiendo con una regla.

3. De los siguientes triángulos, ¿cuáles son rectángulos?

a) a = 1 cm, b = 1,5 cm, c = 2 cm

b) a = 1,5 cm, b = 2 cm, c = 2,5 cm

c) a = 2 cm, b = 2,5 cm, c = 3 cm

d) a = 2,5 cm, b = 6 cm, c = 6,5 cm

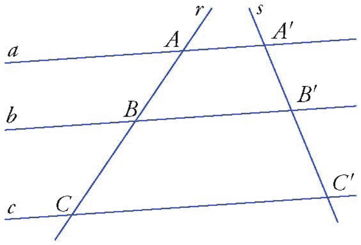
4. Halla la altura de un triángulo equilátero de 6 m de lado. Redondea el resultado a dos decimales.

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Los lados de un triángulo miden a = 6 cm, b = 8 cm y c = 10 cm. Halla la medida de los lados a', b' y c' de un triángulo semejante en el que r = 2,25.

2. Sabiendo que AB = 18 cm, BC = 24 cm y $A'B'$ = 15 cm, halla la longitud del segmento $B'C'$. ¿Qué teorema has aplicado?



3. Un faro proyecta una sombra de 53 m. El mismo día, a la misma hora y en el mismo lugar, un árbol de 1,5 m proyecta una sombra de 2,05 m. Calcula la altura del faro.

4. Una esfera cuyo radio es $r = x$ m tiene un área de 314,16 m^2 y un volumen de 523,60 m^3. Halla el área y el volumen de otra esfera cuyo radio es $R = 2{,}5x$.

5. Las dimensiones de una maqueta de un coche a escala 1:50 son 9 cm × 3,6 cm × 3 cm. Calcula sus dimensiones en la realidad.

6. ¿Cuáles de las siguientes ternas son pitagóricas?

a) 5, 7 y 9 b) 6, 8 y 10 c) 7, 9 y 11 d) 10, 24 y 26

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 12 ▮ Ficha 1
Elementos básicos en el espacio

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para hacerse una idea de lo que es una **recta**, se puede imaginar un hilo tenso sin curvatura, tan largo que no tenga principio ni fin, y que tampoco tenga grosor.

1. Escribe tres ejemplos reales que representen intuitivamente una recta.

Una **recta** y un **plano** son **paralelos** si no tienen ningún punto en común.

2. Dibuja una recta paralela a un plano.

3. Dibuja un cubo, pon letras a los vértices y representa cada una de las caras por las cuatro letras de sus vértices.

Una recta y un plano son **secantes** si la recta corta al plano en un punto.

4. Dibuja una recta secante a un plano. ¿Qué tienen en común la recta y el plano?

5. Dada la recta *r* generada por la arista *AD* del siguiente tetraedro:

a) ¿qué aristas cortan a la recta *r*?

b) ¿qué aristas son paralelas a la recta *r*?

c) ¿qué aristas se cruzan con la recta *r*?

d) ¿qué caras prolongadas contienen a la recta *r*?

e) ¿qué caras prolongadas son paralelas a la recta r?

f) ¿qué caras prolongadas son secantes con la recta *r*?

Poliedros I

Bruño

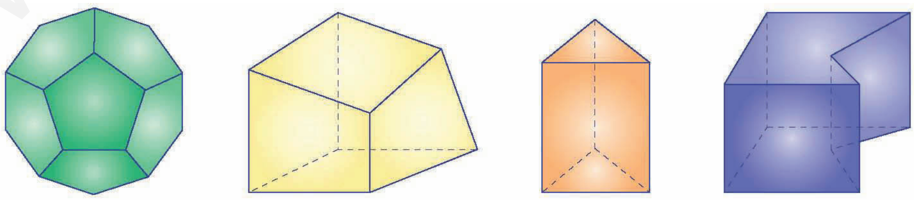
Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Un **poliedro** es un cuerpo geométrico limitado por polígonos. Sus elementos fundamentales son:
Caras: son los polígonos que lo limitan.
Aristas: son las intersecciones de dos caras.
Vértices: son los puntos de intersección de tres o más aristas.
El **orden de un vértice** es el número de caras que concurren en ese vértice.

1. Dibuja un tetraedro y halla el orden de cada vértice.

2. Dibuja un octaedro y halla el orden de cada vértice.

3. Completa la siguiente tabla de definiciones de los diferentes tipos de poliedros:

Clasificación	• ________: aquel en el que algún ángulo diedro es mayor de 180° • ________: aquel en el que todos los ángulos diedros son menores de 180° • ________: aquel que no es regular. • ________: aquel en el que todas las caras son polígonos regulares iguales y los vértices son del mismo orden.
Poliedros	 Regular · Irregular · Convexo · Cóncavo

El **teorema de Euler** dice que, en un poliedro, el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más 2. $\boldsymbol{C + V = A + 2}$.

4. Dibuja un tetraedro y comprueba el teorema de Euler en él.

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 12 ▮ Ficha 3
Poliedros II

Bruño

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

Un **mosaico regular** es el que está generado por un polígono regular. Los polígonos regulares que recubren el plano son el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono regular.

1. Dibuja un mosaico regular de triángulos equiláteros.

2. Dibuja un mosaico regular formado por cuadrados.

3. Comprueba que con hexágonos regulares se puede formar un mosaico regular.

En los **poliedros regulares** se verifican dos **condiciones**:

- El número mínimo de **caras** que concurren en un vértice es 3
- La suma de los **ángulos interiores** de las caras que concurren en un vértice deben sumar **menos de 360°**. Si sumaran 360°, formarían un mosaico.

4. ¿Se puede construir un poliedro regular con caras pentagonales? Justifica la respuesta.

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 12 ▮ Ficha 4
Prismas y cilindros I

Bruño

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Un **prisma** es un poliedro que tiene por bases dos polígonos paralelos e iguales, y cuyas caras laterales son paralelogramos. La altura de un prisma es la distancia que hay entre las bases.

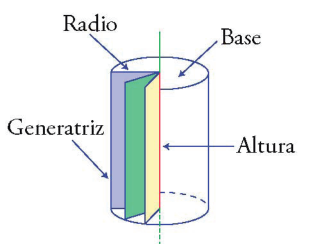
1. Dibuja un prisma pentagonal y comprueba el teorema de Euler en él.

El **desarrollo plano de un prisma regular** está formado por dos polígonos regulares iguales que forman las bases, y tantos rectángulos iguales como aristas tenga la base.

2. Dibuja el desarrollo plano de un prisma recto cuadrangular en el que la arista de la base mide 3 cm, y la altura, 5 cm. Describe el desarrollo y calcula su área.

Un **cilindro recto** es un cuerpo de revolución que se obtiene haciendo girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados.

3. Completa la siguiente tabla sobre los componentes de un cilindro:

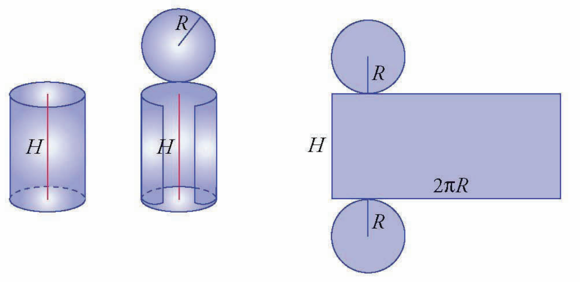
<table>
<tr><th>Componentes</th><th>Cilindro</th></tr>
<tr><td>La _______del cilindro es el lado del rectángulo que permanece fijo en el giro. Es el eje de giro.</td><td rowspan="3">
</td></tr>
<tr><td>La ___________ es el lado del rectángulo opuesto al eje de giro.</td></tr>
<tr><td>Los _______ son los lados del rectángulo perpendiculares al eje de giro.</td></tr>
</table>

Prismas y cilindros II

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Desarrollo plano de un cilindro recto



1. Dibuja el desarrollo plano de un cilindro recto en el que el radio de la base mide 1,5 cm, y la altura, 3,5 cm. Describe el desarrollo y calcula su área.

El **teorema de Pitágoras en el espacio** dice que, en un ortoedro, la diagonal al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de las aristas: $D^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

2. Completa el procedimiento. La diagonal del ortoedro se calcula aplicando dos veces el teorema de Pitágoras:

a) La diagonal de una ______: $d^2 = a^2 + b^2$

b) La diagonal del ________: $D^2 = d^2 + c^2$

Sustituyendo d^2 en la segunda igualdad, se obtiene la fórmula del teorema de Pitágoras en el espacio:

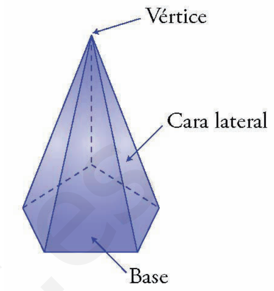
3. Las dimensiones de una caja son 10 cm, 5 cm y 6 cm. Calcula si un lápiz de 12,5 cm cabe en su interior.

Pirámides y conos

Bruño

Nombre ______________________________ Curso ______ Fecha __________

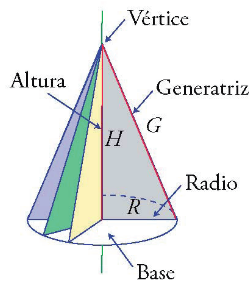
1. Completa los datos que faltan en la definición de pirámide:

Definición	Pirámide
Una pirámide es un ________ que tiene por ______ un polígono cualquiera, y cuyas _______ __________ son triángulos con un ________ común que se llama ________ de la pirámide. La altura de una pirámide es la distancia que hay del ________ a la ______.	

El **desarrollo plano de una pirámide regular** está formado por el polígono regular de la base y tantos triángulos isósceles iguales como lados tenga la base.

2. Dibuja el desarrollo plano de una pirámide regular pentagonal. Describe el desarrollo.

3. Completa los datos que faltan en la tabla sobre los componentes de un cono:

Definición	Cono
Un **cono recto** es el cuerpo de revolución que se obtiene haciendo girar un __________ rectángulo alrededor de uno de sus catetos. • La _______ del cono es el cateto sobre el que gira el triángulo. • El ______ de la base es el otro cateto. • La ___________ del cono es la hipotenusa del triángulo rectángulo: $G^2 = R^2 + H^2$.	

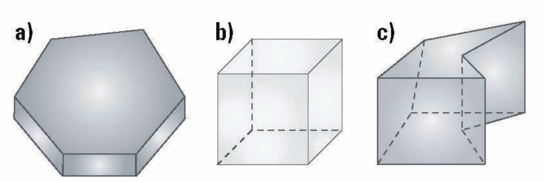
4. Dibuja un cono recto en el que el radio de la base mida 1,5 cm, y la altura, 5 cm. Calcula su generatriz.

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Dibuja dos planos paralelos.

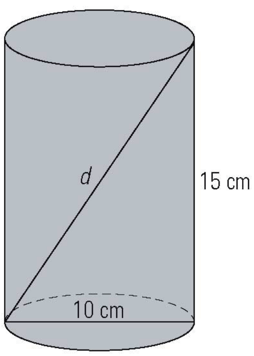
2. Define qué es un poliedro regular. Di cuántos hay y cómo se llaman.

3. Clasifica los siguientes poliedros:



4. Dibuja el desarrollo plano de un prisma hexagonal regular de 4 cm de altura y 2 cm de arista de la base, y describe su desarrollo.

5. Si tienes un bote de forma cilíndrica, que mide 5 cm de radio de la base y 15 cm de altura, ¿cuál será la longitud máxima de un lápiz que quieras introducir en su interior?



Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 13 ▮ Ficha 1
Unidades de volumen I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

El **volumen** de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa.

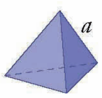
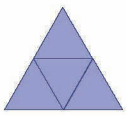
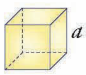
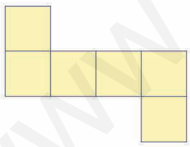
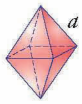
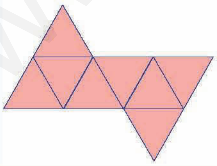
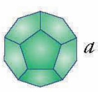
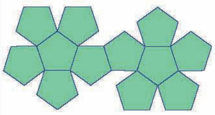
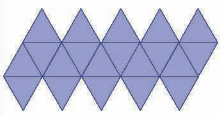
Un **metro cúbico** es el volumen de un cubo que tiene 1 m de arista. El metro cúbico es la unidad principal de volumen.

1. Completa esta tabla sobre los múltiplos y submúltiplos:

	Nombre	Abreviatura	Cantidad de metros
Múltiplos		**km³**	$1\,000\,000\,000\ m^3 = 10^9\ m^3$
	hectómetro cúbico		$1\,000\,000\ m^3 = 10^6\ m^3$
		dam³	$1\,000\ m^3 = 10^3\ m^3$
	metro cúbico		$1\ m^3$
Submúltiplos		**dm³**	$0{,}001\ m^3 = 10^{-3}\ m^3$
	centímetro cúbico		$0{,}000001\ m^3 = 10^{-6}\ m^3$
		mm³	$0{,}000000001\ m^3 = 10^{-9}\ m^3$

Al nivel del mar y a 4 °C, un litro de agua destilada pesa 1 kilo. 1 kilo = 1 litro = 1 dm³.

2. Completa la tabla sobre las áreas y volúmenes de los poliedros regulares con las fórmulas que faltan.

Poliedro regular	Desarrollo	Área	Volumen
Tetraedro 			$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$
Cubo o hexaedro 		$A = 6a^2$	
Octaedro 			$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$
Dodecaedro 		$A = 3a^2\sqrt{25+10\sqrt{5}}$	
Icosaedro 			$V = \dfrac{5a^3}{12}\left(3+\sqrt{5}\right)$

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 13 ▮ Ficha 2
Unidades de volumen II

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Transforma mentalmente en m^3:

a) $25 \text{ dam}^3 =$

b) $0{,}02 \text{ hm}^3 =$

c) $2\,560 \text{ dm}^3 =$

d) $32\,000 \text{ cm}^3 =$

e) $45 \text{ km}^3 =$

f) $570\,000 \text{ mm}^3 =$

2. Expresa en litros las siguientes cantidades:

a) $5 \text{ m}^3 =$

b) $0{,}008 \text{ hm}^3 =$

c) $250 \text{ dm}^3 =$

d) $12\,000 \text{ cm}^3 =$

e) $10 \text{ km}^3 =$

f) $250\,000 \text{ mm}^3 =$

3. Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un tetraedro de 6 cm de arista. Redondea el resultado a dos decimales.

4. Haz el dibujo y calcula mentalmente el área y el volumen de un cubo de 5 m de arista.

5. Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un octaedro de 7 dm de arista. Redondea el resultado a dos decimales.

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 13 ▮ Ficha 3
Áreas y volúmenes del ortoedro, el prisma y el cilindro

Nombre ____________ Curso ______ Fecha ________

- El **área del ortoedro** se deduce de su desarrollo plano, que está formado por 6 rectángulos, iguales dos a dos. $A = 2(ab + ac + bc)$.
- El **volumen del ortoedro** se obtiene multiplicando el largo por el ancho y por el alto. $V = abc$.

1. Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son 10 m, 5 m y 3 m.

- El **área total del prisma** se deduce de su desarrollo plano, que está formado por dos bases iguales, que son polígonos regulares, y tantos rectángulos iguales como aristas tenga la base. $A_T = 2A_B + A_L$.
- El **volumen del prisma** se obtiene multiplicando el área de la base por la altura. $V = A_B \cdot H$.

2. Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 3 cm y la altura del prisma mide 8 cm.

Una **raíz cuadrada** es **entera** cuando el radicando no es un cuadrado perfecto. En estos casos se puede hallar entre qué dos números enteros positivos se encuentra la raíz cuadrada. El menor de ellos se llama **raíz cuadrada por defecto**, y el mayor, **raíz cuadrada por exceso**.

3. Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un cilindro recto de 4 cm de radio de la base y 7 cm de altura. Aproxima el resultado a dos decimales.

Área y volumen de la pirámide, el cono y la esfera I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

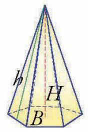
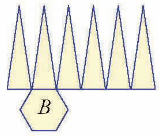
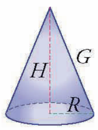
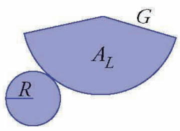
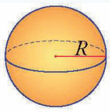
- El **área total de la pirámide** se deduce de su desarrollo plano, que está formado por un polígono regular y tantos triángulos isósceles iguales como aristas tenga la base:

$$A_T = A_B + A_L$$

- El **volumen de la pirámide** se obtiene multiplicando un tercio por el área de la base y por la altura:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

1. Completa la tabla con el área y volumen que falta.

Nombre	Dibujo	Desarrollo	Área	Volumen
Pirámide			$A_T = A_B + A_L$	
Cono			$A_B = \pi R^2$ $A_L = \pi RG$ $A_T = A_B + A_L$	
Esfera		No tiene desarrollo plano		$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

2. Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un cono recto en el que el radio de la base mide 2 m y la altura mide 8 m. Aproxima el resultado a dos decimales.

3. Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de una pirámide cuadrangular en la que la arista de la base mide 10 cm y la altura de la pirámide mide 12 cm.

Área y volumen de la pirámide, el cono y la esfera II

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

- El **área total del cono** se deduce de su desarrollo plano, que está formado por una base, que es un círculo, y un sector circular:

$$A_B = \pi R^2 \qquad A_L = \pi RG \qquad A_T = A_B + A_L$$

- El **volumen del cono** se obtiene multiplicando por un tercio el área de la base por la altura:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

1. Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un cono recto en el que el radio de la base mide 2 m y la altura mide 8 m. Aproxima el resultado a dos decimales.

- El **área de la esfera** es igual a la de cuatro círculos máximos:

$$A = 4\pi R^2$$

- El **volumen de la esfera** se obtiene multiplicando cuatro tercios por π y por el radio al cubo:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

2. Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de una esfera cuyo radio mide 6 cm. Aproxima el resultado a dos decimales.

Área y volumen del tronco de pirámide y tronco de cono

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

- El **área total de un tronco** de pirámide se deduce de su desarrollo plano, que está formado por dos bases que son polígonos regulares desiguales, y tantos trapecios isósceles iguales como aristas tenga la base.

$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$$

- El **volumen de un tronco** de pirámide se obtiene multiplicando un tercio por la suma de las áreas de las bases más la raíz cuadrada del producto de las áreas, y multiplicando todo por altura.

$$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$$

1. Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un tronco de pirámide cuadrada en el que la arista de la base mayor mide 14 m; la arista de la base menor, 4 m, y la altura, 12 m. Aproxima el resultado a dos decimales.

- El área total de un tronco de cono se deduce de su desarrollo plano, que está formado por dos bases que son dos círculos desiguales, y un trapecio circular:

$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L \qquad A_{B_1} = \pi R^2 \qquad A_{B_1} = \pi r^2 \qquad A_L = \pi(R + r)G$$

- El volumen de un tronco de cono se obtiene multiplicando un tercio por la suma de las áreas de las bases más la raíz cuadrada del producto de las áreas de las bases, y multiplicando todo por la altura:

$$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$$

2. Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un tronco de cono en el que el radio de la base mayor mide 10 m; el radio de la base menor, 4 m, y la altura, 15 m. Aproxima el resultado a dos decimales.

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Completa:

a) 15 dm^3 = cm^3

b) 0,05 dam^3 = m^3

c) 250 dm^3 = m^3

d) 32 500 000 cm^3 = dam^3

2. Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un cubo de 4 m de arista.

3. Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son 5 m, 3,5 m y 4 m.

4. Calcula el área y el volumen de un prisma pentagonal en el que la arista de la base mide 8 cm, la apotema de la base mide 5,51 cm y la altura del prisma mide 14 cm. Redondea el resultado a dos decimales.

5. Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un cono recto de 6 m de radio de la base y 8 m de altura.

Tabla de frecuencias

Bruño

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

La **frecuencia absoluta** de un valor es el número de veces que se repite. Se representa por n_i.
La suma de todas las frecuencias absolutas es igual al total de datos. Se representa por N.

La **frecuencia relativa** de un valor es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de datos. Se representa por $f_i = \frac{n_i}{N}$.
La suma de todas las frecuencias relativas es 1.

1. Se desea hacer un estudio sobre el número de personas que hacen deporte en una localidad. Para ello se entrevista a 300 personas al azar. Indica la población, la muestra y el carácter estadístico que se estudia, y clasifica este último.

2. Clasifica los siguientes caracteres estadísticos:

a) Color del cabello.

b) N.º de libros leídos.

c) Peso de un paquete.

d) La estatura.

3. Se ha lanzado un dado numerado con seis caras y se han anotado los resultados siguientes:

1	3	1	4	2	2	5	3	6	2	4	5	4
6	2	3	5	3	6	3	4	1	6	3	4	

Clasifica el carácter estudiado y haz una tabla de frecuencias absoluta y relativa.

Representación gráfica I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

Un **polígono de frecuencias** o **lineal** es un gráfico que se realiza uniendo con una línea poligonal los puntos medios de los extremos superiores de las barras en un diagrama de barras. En el eje de abscisas se representan los valores del carácter estadístico, y en el eje de ordenadas, las frecuencias absolutas. Se utiliza con datos cuantitativos.

Un **diagrama de barras** es un gráfico que está formado por barras separadas de altura proporcional a la frecuencia absoluta de cada valor. En el eje de abscisas se representan los valores del carácter estadístico, y en el de ordenadas, las frecuencias absolutas. Se utiliza con datos cualitativos.

1. Se ha realizado un estudio en una heladería preguntando a 40 personas sobre los sabores más solicitados, y se han obtenido los resultados de la tabla siguiente:

x_i	Chocolate	Vainilla	Turrón	Nata	Otro
n_i	8	12	7	5	8

a) Representa los datos en un diagrama de barras e interpreta el gráfico obtenido.

b) Representa el polígono lineal.

2. Se ha realizado un estudio sobre el color del coche de un grupo de familias, y se ha obtenido la siguiente tabla de frecuencias:

x_i	Amarillo	Azul	Blanco	Gris	Rojo
n_i	6	8	10	20	6

a) Representa los datos mediante un diagrama de barras, e interpreta el gráfico obtenido.

b) Representa el polígono lineal.

Matemáticas 2.º ESO ▮ Unidad 14 ▮ Ficha 3
Representación gráfica II

Bruño

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Un **diagrama de sectores** es un gráfico que consiste en un círculo dividido en sectores de amplitud proporcional a la frecuencia de cada valor. Se utiliza con datos cualitativos y cuantitativos. Para dibujarlo se sigue este procedimiento:

a) Se calcula la amplitud correspondiente a la frecuencia 1 dividiendo 360° entre el número total de datos, N:

$$\text{Amplitud de una unidad} = \frac{360°}{N}$$

b) Se calcula la amplitud de cada valor multiplicando la amplitud de una unidad por cada frecuencia:

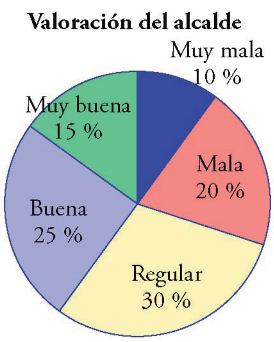
$$\text{Amplitud de } x_i = \frac{360°}{N} \cdot n_i.$$

1. Se ha realizado una encuesta sobre el tipo de deporte preferido entre los estudiantes de un centro escolar, y se han obtenido los siguientes resultados:

Deporte	Atletismo	Baloncesto	Fútbol	Natación
Frecuencia	20	30	40	10

Representa en un diagrama de sectores los datos e interpreta el gráfico obtenido.

2. El siguiente diagrama representa la opinión de 60 vecinos sobre la actuación de su alcalde. Haz la tabla de frecuencias absolutas y da la amplitud de los ángulos de los sectores.



Representación gráfica de caracteres continuos

Nombre ________________________________ Curso ______ Fecha __________

Un **histograma** es una representación gráfica mediante rectángulos adosados de altura igual a su frecuencia. En el eje de abscisas se representan los valores del carácter estadístico agrupados en intervalos, y en el eje de ordenadas, las frecuencias absolutas. Se utiliza cuando los datos son cuantitativos discretos y se toman muchos valores diferentes, o cuando son cuantitativos continuos.

1. Representa en un histograma la siguiente tabla de frecuencias:

Intervalo	Frecuencias
0-2	5
20-4	10
4-6	12
6-8	9
8-10	4
Total	**40**

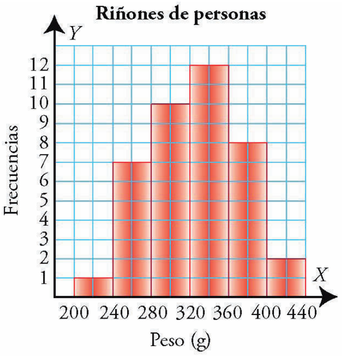
2. El tiempo en minutos que tardan un grupo de escolares en llegar al centro es:

2	5	3	10	6	11	14	7
16	18	8	12	15	10	20	11
10	13	10	18	4	20	6	22
8	15	7	10	24	13	18	15
12	5	16	7	10	12	4	7

Completa la siguiente tabla de frecuencias, representa los datos en un histograma e interpreta los datos.

Intervalo	n_i	f_i
0-2		
20-4		
4-6		
6-8		
8-10		
Total		

3. El siguiente histograma recoge el peso de los riñones, redondeados en gramos, de personas normales de 40 años. Haz la tabla de frecuencias e interpreta el resultado.



Medidas de centralización I

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

La **media** de un conjunto de datos es el resultado que se obtiene al dividir la suma de todos los datos entre el número total de ellos. Se representa por $\overline{x}$.

La media solo se puede calcular si los datos son cuantitativos.

La **mediana** de una distribución es el valor que está en el centro al ordenar los datos; es decir, el número de datos menores que él es igual al número de datos mayores que él. Para poder calcular la mediana, los datos se tienen que poder ordenar.

1. Calcula la media aritmética, la moda y la mediana de la siguiente tabla de datos:

x_i	3	4	5	6	7	8
n_i	1	4	10	5	4	1

2. Los goles que ha marcado un equipo de fútbol en los últimos 20 partidos han sido:

N.º de goles x_i	0	1	2	3	4	5
Frecuencia n_i	2	5	8	2	2	1

Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido, e interpreta el resultado.

Medidas de centralización II

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Los días que en una ciudad se han dado distintos factores climáticos han sido:

x_i	Lluvia	Soleado	Nubes y claros	Nublado
n_i	9	12	5	4

Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido, e interpreta el resultado.

2. Calcula la media en la tabla de frecuencias:

x_i	3-7	7-11	11-15	15-19
n_i	4	10	3	3

3. Las notas que un grupo de estudiantes ha obtenido en un examen de Lengua han sido:

Notas: x_i	3	4	5	6	7	8	10
Frecuencia: n_i	2	3	9	5	3	2	1

Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido, e interpreta el resultado.

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Se ha realizado una encuesta sobre las preferencias de lectura de un grupo de personas, y se han recogido los siguientes datos:

Novela	Aventuras	C. ficción	Aventuras	Novelas
Aventuras	C.ficción	Novela	Aventuras	C. ficción
Poesía	C.ficción	Poesía	Novela	Aventuras
Aventuras	Novela	Aventuras	C.ficción	Aventuras
C. ficción	Aventuras	C. ficción	C. ficción	Novelas
Novela	C.ficción	Poesía	Aventuras	C. ficción
C. ficción	Aventuras	Novelas	C.ficción	Novela
Novela	Poesía	Aventuras	Aventuras	Aventuras

Clasifica el carácter y haz una tabla de frecuencias absoluta y relativa. Interpreta el resultado.

2. Los precios de varias colonias que hay en una tienda se recogen en la siguiente tabla:

Precio(€)	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	**Total**
N.º frascos	6	15	10	7	2	**40**

Representa los datos en un histograma e interpreta los resultados.

3. Calcula la media en la siguiente tabla de frecuencias:

x_i	5-10	10-15	15-20	20-25
n_i	8	12	14	6

Representa los datos en un diagrama de barras. Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido, e interpreta el resultado.