

5.- CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Por 2: si termina en cifra par

Por 3: si la suma de sus cifras es múltiplo de 3

Por 4: si termina en 00 ó sus dos últimas cifras forman un número múltiplo de 4

Por 5: si acaba en 0 ó en 5

Por 9: si la suma de sus cifras es múltiplo de 9

Por 10: si acaba en 0

Por 11: si la suma de las cifras de lugar par menos la suma de las cifras de lugar impar es 0 o múltiplo de 11

Por 25: si termina en 00 ó sus dos últimas cifras forman un número múltiplo de 25

Por 100: si acaba en 00

Divisible por →	2	3	4	5	9	10	11	25	100
726	SI	SI	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO
567	NO	SI	NO	NO	SI	NO	NO	NO	NO
1295	NO	NO	NO	SI	NO	NO	NO	NO	NO
2170	SI	NO	NO	SI	NO	SI	NO	NO	NO
124	SI	NO	SI	NO	NO	NO	NO	NO	NO
475	NO	NO	NO	SI	NO	NO	NO	SI	NO
3200	SI	NO	SI	SI	NO	SI	NO	SI	SI
75	NO	SI	NO	SI	NO	NO	NO	SI	NO
77	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO
286	SI	NO	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO
16291	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO
221	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO
192918	SI	SI	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

5.- CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Divisible por →	2	3	4	5	9	10	11	25	100
726	SI	SI	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO
567	NO	SI	NO	NO	SI	NO	NO	NO	NO
1295	NO	NO	NO	SI	NO	NO	NO	NO	NO
2170	SI	NO	NO	SI	NO	SI	NO	NO	NO
124	SI	NO	SI	NO	NO	NO	NO	NO	NO
475	NO	NO	NO	SI	NO	NO	NO	SI	NO
3200	SI	NO	SI	SI	NO	SI	NO	SI	SI
75	NO	SI	NO	SI	NO	NO	NO	SI	NO
77	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO
286	SI	NO	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO
16291	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO
221	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO
192918	SI	SI	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO

* Busca en la tabla números que sean múltiplos de 2 pero no sean múltiplos de 4

726, 2170 y 192918

* Busca en la tabla números que sean múltiplos de 5 pero no sean múltiplos de 10

1295, 475 y 75

* ¿Cuánto tiene que valer A para que el número **4A57** sea divisible por 3 y por 11?

A = 2

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

6.- NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

Un número es primo si sólo tiene 2 divisores: el 1 y el mismo número

Los números que no son primos se llaman números compuestos

Los primeros números primos son:

2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 -

Hay infinitos números primos

El matemático griego Eratóstenes elaboró una tabla con los números primos menores que 100.

Esta tabla se llama Criba de Eratóstenes

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

6.- NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

Para averiguar si un número es primo se prueba si es divisible entre los números menores o iguales que su raíz cuadrada.

Si no es divisible por ninguno de ellos, entonces es primo

Si es divisible por alguno de ellos, entonces es compuesto

*** Averigua si son primos o compuestos los números:**

206 – 303 – 749 – 1243 - 109

206 es compuesto porque es divisible por 2

303 es compuesto porque es divisible por 3

749 es compuesto porque es divisible por 7, pues $749:7 = 107$

1243 es compuesto porque es divisible por 11

109 es primo porque no es divisible por los números primos menores o iguales que su raíz cuadrada, que son:

2 – 3 – 5 - 7

Ya que la raíz cuadrada de 109 es aproximadamente 10,4

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

7.- DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN FACTORES PRIMOS

Todo número compuesto se puede expresar como producto de números primos

Factorizar un número es descomponerlo en producto de factores primos

* Factoriza los números: 48 , 73 , 315 y 1078

$\begin{array}{r l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 73 & 73 \\ 1 & \end{array}$ <p>73 es primo. 73 = 73</p>	$\begin{array}{r l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1078 & 2 \\ 539 & 7 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$
$48 = 2^4 \cdot 3$		$315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$	$1078 = 2 \cdot 7^2 \cdot 11$

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

M.C.D. DE VARIOS NÚMEROS

El m.c.d. de varios números es el mayor de los divisores comunes a todos esos números

* Calcular el mcd(18,24)

Divisores de 18: 1 - 2 - 3 - 6 - 9 - 18

Divisores de 24: 1 - 2 - 3 - 4 - 6 - 8 - 12 - 24

Divisores comunes de 18 y 24: 1 - 2 - 3 - 6

El mcd(18,24) = 6

Pues 6 es el mayor de los divisores comunes

Otra forma de calcular el mcd es factorizando los números y tomando los factores primos comunes de menor exponente

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{mcd}(18, 24) = 2 \cdot 3 = 6$$

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

*** Calcular el mcd(15,62)**

Divisores de 15: 1 - 3 - 5 - 15

Divisores de 62: 1 - 2 - 31 - 62

Divisores comunes de 15 y 62: 1

$$\text{El mcd}(15,62) = 1$$

Quando el mcd de varios números es 1 se dice que los números son primos entre sí o primos relativos

En este caso los números 15 y 62 son primos entre sí o primos relativos

Por factorización:

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$62 = 2 \cdot 31$$

$$\text{mcd}(15, 62) = 1$$

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

*** Calcular el mcd(60, 48, 36)**

Divisores de 60: 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 10 - 12 - 15 - 20 - 30 - 60

Divisores de 48: 1 - 2 - 3 - 4 - 6 - 8 - 12 - 16 - 24 - 48

Divisores de 36: 1 - 2 - 3 - 4 - 6 - 9 - 12 - 18 - 36

Divisores comunes de 60, 48 y 36: 1 - 2 - 3 - 4 - 6 - 12

$$\text{El mcd}(60, 48, 36) = 12$$

Por factorización:

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$48 = 2^4 \cdot 3 \quad \text{mcd}(60, 48, 36) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

M.C.M. DE VARIOS NÚMEROS

El m.c.m. de varios números es el menor de los múltiplos comunes a todos esos números

*** Calcular el mcm(6 ,9)**

Múltiplos de 6: 6 - 12 - 18 - 24 -

Múltiplos de 9: 9 - 18 - 27 -

El menor de los múltiplos comunes es: 18

$$\text{El mcm}(6, 9) = 18$$

Otra forma de calcular el mcm es factorizando los números y tomando los factores primos no comunes y comunes de mayor exponente

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$9 = 3^2$$

$$\text{mcm}(6, 9) = 2 \cdot 3^2 = 18$$

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

*** Calcular por factorización el mcm(40, 18, 42)**

$$40 = 2^3 \cdot 5$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{mcm}(40, 18, 42) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$$

*** Calcular por factorización el mcd y el mcm de 75, 375 y 198**

$$75 = 3 \cdot 5^2$$

$$375 = 3 \cdot 5^3$$

$$198 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$\text{mcd}(75, 375, 198) = 3$$

$$\text{mcm}(75, 375, 198) =$$

$$2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 11 = 24750$$

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

* En una cooperativa tienen 420 litros de aceite de oliva y 225 litros de aceite de girasol.

Quieren envasarlo en garrafas iguales del mayor tamaño posible sin mezclar el aceite

- a) ¿Cuál debe ser la capacidad de cada garrafa?
b) ¿Cuántas garrafas necesitan?

a) La capacidad de cada garrafa debe ser un divisor de 420 y de 225

Como queremos que sea del mayor tamaño posible, tenemos que hallar el $\text{mcd}(420, 225)$

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$225 = 3^2 \cdot 5^2$$

$$\text{mcd}(420, 225) = 3 \cdot 5 = 15$$

Por tanto, cada garrafa debe ser de 15 litros

b) El número de garrafas necesarias se calcula dividiendo el total de los litros entre la capacidad de la garrafa:

$$(420 + 225) : 15 = 645 : 15 = 43 \quad \text{Necesitan 43 garrafas}$$

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

* Un coche tarda 2 minutos en dar una vuelta a un circuito, un ciclista 6 minutos y una persona andando 20.

Si los tres salen de meta a las 5 de la tarde

a) ¿Cuándo coincidirán de nuevo en meta?

b) ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno?

a) Los tiempos de paso por meta del coche son múltiplos de 2; los del ciclista son múltiplos de 6 y los de la persona que anda son múltiplos de 20

Como queremos saber cuando coinciden en la meta los tres por primera vez, tenemos que hallar el $\text{mcm}(2, 6, 20)$

$$2 = 2$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{mcm}(2, 6, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Por tanto, coincidirán cuando pasen 60 minutos

b) El número de vueltas que da el coche es $60 : 2 = 30$ vueltas

El ciclista habrá dado $60 : 6 = 10$ vueltas

La persona andando habrá dado $60 : 20 = 3$ vueltas

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES