Los números que se pueden descomponer en factores más simples, en divisores, se llaman **números compuestos**.

Números primos son aquéllos que sólo son divisibles por sí mismos y por uno. Es decir, los que no se pueden descomponer en factores.

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD. Un número es divisible por…	
2 →	*si termina en cero o cifra par.*
3 →	*si la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.*
4 y 25→	*si sus dos últimas cifras son dos ceros o múltiplo de 4 ó 25, respectivamente..*
5 →	*si termina en 0 ó en 5.*
6 →	*si es divisible por 2 y por 3 a la vez.*
8 y 125→	*si sus tres últimas cifras son ceros o divisibles por 8 ó 125, respectivamente.*
9 →	*si la suma de sus cifras es un múltiplo de 9.*
10 →	*si termina en cero.*
11 →	*si la suma de las cifras que ocupan lugar par, menos la suma de las cifras que ocupan lugar impar, es divisible por 11.*

Los importantes son los criterios del 2, 3, 4, 5 y 10.

- **MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE DOS O MÁS NÚMEROS.**

Es el menor de los múltiplos comunes, es decir, será como mínimo el mayor de esos números.

– CÓMO SE CALCULA EL ***mcm***?

1. Primero, se descomponen los números en factores primos.
2. Después, se multiplican todos los factores, comunes y no comunes (una sola vez cada uno), elevado cada uno al mayor exponente de ese factor.

Por ejemplo: $6=2\cdot3$; $25=5^2$; $45=3^2\cdot5$; $mcm(6,25,45)=2\cdot3^2\cdot5^2$

- **MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS O MÁS NÚMEROS.**

Es el mayor de los divisores comunes, es decir, será como máximo el menor de esos números.

– CÓMO SE CALCULA EL ***mcd***?

1. Primero, se descomponen los números en factores primos.
2. Después, se multiplican todos los factores comunes (una sola vez cada uno), elevado cada uno al menor exponente de ese factor.

Por ejemplo: $10=2\cdot5$; $25=5^2$; $45=3^2\cdot5$; $mcd(10,25,45)= 5$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Dados los números 18, 32, 24. Halla su mcd y su mcm.

$18 = 2.\ 3^2$; $32 = 2^5$; $24 = 2^3.\ 3$;
Mcd(18,24,32) = 2 // mcm(18,24,32) = $2^5.\ 3^2 = 32\cdot 9 = 288$

2. Ricardo puede ordenar su colección de cromos por parejas, por tríos y también por grupos de cinco. ¿Cuántos cromos tiene Ricardo, sabiendo que son más de 80 y menos de 100?

mcm(2,3,5)=30

los múltiplos de 30 son → 30, 60, 90, 120 … → Ricardo tiene 90 cromos

3. Un vaso pesa 75 gramos, y una taza, 60 gramos. ¿Cuántos vasos hay que colocar en uno de los dos platillos de la balanza, y cuántas tazas en el otro, para que la balanza se equilibre?

$75 = 3\cdot 5^2$; $60 = 2^2\cdot 3\cdot 5$; mcm(60,75) = $2^2\cdot 3\cdot 5^2 = 300$

Vasos → 300:75=4 vasos hay que colocar; Tazas → 300:60=5 tazas;

La balanza se equilibra con 4 vasos por un lado, y 5 tazas por el otro.

4. Un comerciante en un mercadillo intercambia con un compañero un lote de camisetas de 24€ la camiseta por un lote de zapatillas de 30€ el par. ¿Cuántas camisetas entrega y cuántas zapatillas recibe?

$24 = 2^3\cdot 3$; $30 = 2\cdot 3\cdot 5$; mcm(24,30) = $2^3\cdot 3\cdot 5 = 120$

camisetas → 120:24=5 camisetas; zapatillas → 120:30=4;

Cambia 5 camisetas por 4 pares de zapatillas.

5. En un almacén de maderas se han apilado tablones de pino, de un grosor de 35mm, hasta alcanzar la misma altura que otra pila de tablones de roble, de 20mm de grosor. ¿Cuál será la altura de ambas pilas? (Encontrar como mínimo 3 soluciones)

$20 = 2^2\cdot 5$; $35= 5\cdot 7$ → mcm(20,35) = $2^2\cdot 5\cdot 7$ = 140mm = 14cm

La altura puede ser de 14cm o cualquier otro múltiplo: 28, 42, 56, 70cm…

6. Un grupo de 60 niños, acompañados de 36 padres, acude a un campamento en la montaña. Para dormir ocupan cabañas todas iguales, pero sin mezclarse los padres con los niños. Cuantas menos cabañas ocupen, menos pagan. ¿Cuántas personas dormirán en cada cabaña?

$36 = 2^2\cdot 3^2$; $60= 2^2\cdot 3\cdot 5$;

mcd(30,60) = $2^2\cdot 3$ = 12 personas

Dormirán 12 personas en cada cabaña

7. El autobús que va a la Universidad Complutense y el que va a la Universidad Autónoma inician sus recorridos a las siete de la mañana desde el mismo punto de partida. Si el de la Complutense tiene un servicio cada 24 minutos, y el de la Autónoma cada 36 minutos, ¿a qué hora, después de las siete, vuelven a coincidir en la salida?

$24 = 2^3\cdot 3$; $36 = 2^2\cdot 3^2$; mcm(24,36) = $2^3\cdot 3^2$ = 72 minutos

Es decir, volverán a coincidir 72 minutos más tarde, o lo que es lo mismo, 1 hora y 12 minutos. Vuelven a coincidir a las 8 y 12 minutos

8. **Deseamos partir 2 cuerdas de 20 y 30 metros en trozos iguales lo más grandes posible y sin desperdiciar ningún cabo. ¿Cuánto medirá cada trozo?**

$20 = 2^2 \cdot 5$; $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$; mcd(20,30) = $2 \cdot 5 = 10$metros

Las cuerdas han de partirse en trozos de 10m cada una

9. **En el ciclismo de persecución en pista, uno de los corredores da una vuelta al circuito cada 54 segundos, y el otro cada 72 segundos. Parten juntos de la línea de salida. ¿Cuánto tiempo tardarán en volverse a encontrar por primera vez en la línea de salida? ¿Cuántas vueltas habrá dado cada ciclista en ese tiempo?**

$54 = 2 \cdot 3^3$; $72 = 2^3 \cdot 3^2$; mcm(54,72) = $2^3 \cdot 3^3 = 216$ segundos

Tardarán en volver a encontrarse en la línea de salida 216 segundos, o lo que es lo mismo, 3minutos y 36 segundos.

¿Cuántas vueltas supone eso?

1er ciclista → 216:54 = 4 vueltas; 2º ciclista → 256:72 = 3 vueltas

10. **¿Qué medida tendrá el lado de una baldosa cuadrada que se ha utilizado para pavimentar el suelo de un garaje de 123 decímetros de largo por 90dm de ancho? (Las baldosas han venido justas, sin necesidad de cortar ninguna)**

$123 = 3 \cdot 41$; $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$; mcd(90,123)= 3 decímetros

Las baldosas medirán de lado 3 dm, ó 0,3 metros.

11. **Un panadero necesita envases para colocar 250 magdalenas y 75 mantecados en cajas, lo más grandes que sean posible, pero sin mezclar ambos productos en la misma caja. ¿Cuántas cajas harán falta, y cuántos bollos irán en cada caja?**

$75 = 3 \cdot 5^2$; $250 = 2 \cdot 5^3$; mcd(75,250) = $5^2 = 25$

Irán 25 bollos en cada caja. ¿Cuántos de cada?

250:25 = 10 cajas de magdalenas; 75:75 = 3 cajas de mantecados.

12. **El mayor de los 3 hijos de una familia visita a sus padres cada 15 días, el mediano cada 10, y la menor cada 12. La cena de Nochebuena se reúne toda la familia. ¿Cuándo volverán a encontrarse los tres juntos? ¿Y el mayor con el mediano?**

$15 = 3 \cdot 5$; $10 = 5 \cdot 2$; $12 = 2^2 \cdot 3$; mcm(10,12,15) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ días

Es decir, Nochebuena, 24 de diciembre, más 60 días, es el 22 de febrero cuando se volverán a encontrar los tres.

Mayor y mediano → mcm(10,15) = $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ días

El mayor y el mediano se encontrarán → 23 de enero

13. **Tres autocares hacen el servicio entre Madrid y Aranjuez con distinto itinerario: el primero sale cada hora, el segundo cada 45 minutos y el tercero cada 30. Si salen juntos a las 9 de la mañana, ¿a qué hora volverán a coincidir?**

1hora=60min; $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $45 = 3^2 \cdot 5$; $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$; mcm(30,45,60) = $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$ min

Entonces, 180 minutos = 3 horas → volverán a coincidir a mediodía, a las 12 de la mañana.

14. María y Ana tienen 25 bolas blancas, 15 bolas azules y 90 bolas rojas y quieren hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna bola.

- **¿cuántos collares iguales pueden hacer?**
- **¿cuántas bolas de cada color tendrá cada collar?**

$25 = 5^2$; $15 = 3 \cdot 5$; $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$; mcd(15,25,90) = 5 bolas;

En cada collar irán 5 bolas. Ahora calculamos cuántos collares de cada color:

$\frac{25}{5} = 5$ collares de bolas blancas; $\frac{15}{5} = 3$ collares de bolas azules

$\frac{90}{5} = 18$ collares de bolas rojas

15. Un ebanista quiere cortar una plancha de madera de 2.56 metros de largo y 96 centímetros de ancho, en cuadrados lo más grandes posible. ¿Cuál debe ser la longitud del lado de cada cuadrado? ¿Cuántos cuadrados se obtienen de la plancha de madera?

Vamos a calcular el máximo común divisor; pero no podemos hacerlo de decimales, por tanto, pasamos los metros a centímetros; además, las unidades han de ser homogéneas, no podríamos mezclar junas con otras:

256cm = 2^8; 96 = $2^5 \cdot 3$; mcd(96,256) = 2^5 = 32 cm

La longitud del lado del cuadrado es de 32 centímetros.

Área de uno de los cuadrados → A=lado · lado = $l^2 = 32^2 = 1024 cm^2$

Área de la plancha de madera → La calculamos con los datos que teníamos

Área = $256 \cdot 96 = 24576 cm^2$

Si dividimos el área total de la plancha entre lo que mide cada cuadrado, que hemos calculado anteriormente con el mcd, tenemos:

$$\frac{24576\ cm^2}{1024\ cm^2} = 24\ cuadrados$$

16. Tres viajantes van a Sevilla: uno cada 18 días, otro cada 15 y el tercero, cada 8 días. Hoy han coincidido en Sevilla los tres. ¿Dentro de cuántos días como mínimo volverán a hacerlo?

$18 = 2 \cdot 3^2$; $15 = 3 \cdot 5$; $8 = 2^3$; mcm(8,15,18) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ = 360 días

Volverán a coincidir en 360días exactamente.

17. Un campo rectangular de 360 metros de largo por 150 de ancho está dividido en parcelas cuadradas iguales. El área de cada una de estas parcelas cuadradas es la mayor posible. ¿Cuál es la longitud del lado de cada parcela cuadrada, y su área?

$360 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$; $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$; mcd(150,360) = $2 \cdot 3 \cdot 5$ = 30m

Cada parcela medirá 30 metros de lado, 900 m^2 de área

18. **Teresa tiene un reloj que da una señal cada hora, otro que la da cada dos horas y media, y un tercero que la da cada tres horas. A las 9 de la mañana los tres relojes han coincidido en dar la señal. ¿Cuántas horas, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir? ¿A qué hora volverán a dar juntos la señal?**

Primero, pasamos las horas a minutos:

1hora = 60min; 2.5 horas = 150min; 3 horas = 180min. Ahora calculamos el mcm:

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$; $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$; mcm(60,150,360) = 1800min = 30horas

Volverán a coincidir a las 9mañana más 30horas = 9mañana + 1día + 6horas

Es decir, a las 3 de la tarde del día siguiente

19. **Rosa tiene cubos azules de 5,5cm de arista y cubos rojos de 4,5cm de arista. Apilando los cubos en dos columnas, una de cubos azules y otra de cubos rojos, quiere conseguir que las dos columnas sean iguales. ¿Cuántos cubos, como mínimo, necesita de cada color?**

Para empezar, como no podemos operar con decimales, pasamos los centímetros a milímetros, y entonces hallamos el mínimo común múltiplo:

$55 = 11 \cdot 5$; $45 = 3^2 \cdot 5$; mcm(45,55) = $3^2 \cdot 5 \cdot 11$ = 495mm

Cada columna mide 49,5cm de alto. Y ahora vemos cuántos cubos de cada color:

495:55 = 9 cubos azules; 495:45 = 11 cubos rojos.

Es decir, una columna de 9 cubos azules y otra de 11 cubos rojos medirán lo mismo de alto, 49,5 centímetros.

20. **Juan tiene que poner un rodapié de madera a dos paredes de 12 y 9 metros de longitud, respectivamente. Para ello ha averiguado la longitud del mayor listón de madera que cabe en un número exacto de veces en cada pared. ¿Cuál será la longitud de ese listón?**

$12 = 2^2 \cdot 3$; $9 = 3^2$; mcd(9,12) = 3 metros.

El rodapié estará formado por listones de 3 metros; en una pared habrá 4 listones, y en la otra, 3 listones (es decir, $3 \cdot 4 = 12$ metros, y $3 \cdot 3 = 9$ metros).

21. **El dueño de un bar tiene un bidón de Coca-Cola de 80 litros, y otro de Pepsi de 60 litros. Quiere envasarlos en garrafas más pequeñas, iguales, y sin mezclar la Coca-cola con la Pepsi. ¿Cuál será la capacidad de las garrafas?**

$80 = 2^4 \cdot 5$; $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; mcd(60,80) = $2^2 \cdot 5$ = 20 litros

La capacidad de cada garrafa será de 20 litros, de Coca-Cola o de Pepsi.

22. **Una tienda de animales envía 24 canarios y 36 jilgueros en jaulas iguales, sin mezclarlos, de modo que todas sean iguales y lo mayores posible. ¿Cuántos animales irá en cada jaula?**

$24 = 2^3 \cdot 3$; $36 = 2^2 \cdot 3^2$; mcd(24,36) = $2^2 \cdot 3$ = 12 animales

En cada jaula irán 12 canarios o 12 jilgueros.

23. Álvaro tiene 60 libros y quiere empaquetarlos poniendo el mismo número de libros en cada paquete. ¿De cuántas formas puede hacerlo, si quiere que cada paquete tenga más de 3 libros y menos de 12?

Podrá poner en cada paquete tantos libros como divisores tiene 60 →

Divisores(60) = {1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60}

Los divisores mayores que 3 y menores que 12 son: 4, 5, 6, 10

Luego podrá ponerlos de 4 maneras: cada paquete podrá tener 4, 5, 6, ó 10 libros.

24. Anabel ha de tomarse una pastilla cada 3 horas y una cucharada de jarabe cada 2 horas. Si ha tomado ambos medicamentos a las 8 de la mañana, ¿cuándo volverá a tomarlos juntos?

mcm(2,3) = 6

Si ha tomado ambos medicamentos a las 8 de la mañana, 6 horas más tarde será:

6 + 8 = 14 horas.

A las 2 de la tarde volverá a tomar la pastilla y el jarabe juntos.

25. A lo largo de un camino hay un árbol cada 9 metros y una farola cada 6 metros. ¿Cada cuántos metros coinciden los árboles y las farolas?

mcm(6,9) = 18 metros

Los árboles y las farolas coinciden cada 18 metros.