

Así multiplicaban los antiguos egipcios

1. Efectúa las multiplicaciones siguientes al estilo egipcio:

a) 17×41

b) 41×17

a) 17×41

•	1	41
	2	82
	4	164
	8	328
•	16	656
		697
		$17 \times 41 = 697$

b) 41×17

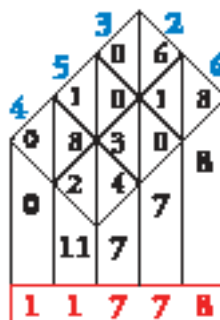
•	1	17
	2	34
	4	68
•	8	136
	16	272
•	32	544
		697
		$41 \times 17 = 697$

Así multiplicaban los antiguos hindúes

2. Efectúa, siguiendo este método, las siguientes multiplicaciones:

a) 208×34

b) 453×26



1 Sistemas de numeración

Página 11

1. Escribe en el sistema de numeración egipcio los números 19, 65, 34 120 y 2 523 083.

19 =

65 =

34 =

120 =

2 523 083 =

2. En un sistema aditivo se utilizan estos símbolos:



Escribe, basándote en él, los números 18, 382 y 509.

(● = 1; — = 5; ▲ = 10; ■ = 100)

18 =

382 =

509 =

3. Escribe en el sistema de numeración romano estas cantidades:

	18	43	98	3 456
18 = XVIII	43 = XLIII	98 = XCVIII	3 456 = MMMCDLVI	

4. Escribe en el sistema de numeración decimal el valor de estos números romanos:

CXLIX	CCCXXVII	V̄CCCXXXI
CXLIX = 149	CCCXXVII = 327	V̄CCCXXXI = 5 331

5. ¿Qué valor tiene la cifra 0 si ocupa el lugar de las centenas? ¿Y si ocupa el lugar de los millones?

Cero centenas.
Cero millones.

6. Si añades un 0 a la derecha de un número, ¿por cuánto multiplica su valor? ¿Y si lo añades a la izquierda?

Al añadir un cero a la derecha de un número, su valor se multiplica por 10.
Si lo añadimos a la izquierda, el valor del número no varía.

7. **¿Qué orden de unidad ocupa en un número la cifra 5 si su valor es de 50 000 unidades?**

Decenas de millar.

8. **Escribe el número que es 300 decenas de millar mayor que 23 456.**

$$23\,456 + 300 \cdot 10\,000 = 3\,023\,456$$

9. **¿Qué número natural tiene esta descomposición?:**

$$2\,000\,000 + 300\,000 + 7\,000 + 30 + 7$$

2 307 037

10. **Ordena estas matrículas de la más antigua a la más moderna (tienes que tener en cuenta primero las letras y luego los números):**

3948 - FBG 3894 - FBG 4389 - GFB

3894 - FBG 3948 - FBG 4389 - GFB

11. **Un número tiene cinco cifras que suman 5. Si intercambias las unidades con las unidades de millar, aumenta en 999. ¿Qué número es?**

40 001, pues $41\,000 - 40\,001 = 999$

12. **¿Verdadero o falso?**

a) **En el sistema de numeración egipcio, si cambias el orden de los signos, cambia el valor del número.**

b) **En el sistema decimal, si cambias de lugar las cifras, cambia el valor del número.**

c) **Medio millar equivale a 5 centenas.**

d) **La cifra 6 tiene el mismo valor en el número 3 648 que en el número 3 468.**

e) **Mil millares hacen un millón.**

a) Falso

b) Verdadero

c) Verdadero

d) Falso

e) Verdadero

2 Los números grandes

Página 12

1. Lee las primeras líneas de esta página. Escribe cómo se leen:
 - a) El número de habitantes de la Tierra.
 - b) El número de segundos de un siglo.
 - c) El número de kilómetros que tiene un año luz.
 - a) Siete mil millones.
 - b) Tres mil ciento cincuenta y tres millones seiscientos mil.
 - c) Nueve billones cuatrocientos sesenta mil ochocientos millones.

2. Escribe con cifras.
 - a) Veintiocho millones trescientos cincuenta mil.
 - b) Ciento cuarenta y tres millones.
 - c) Dos mil setecientos millones.
 - d) Dieciséis gigas.
 - e) Un billón y medio.
 - f) Quince billones trescientos cincuenta mil millones.

a) 28 350 000	b) 143 000 000	c) 2 700 000 000
d) 16 000 000 000	e) 1 500 000 000 000	f) 15 350 000 000 000

3. Copia en tu cuaderno y completa.
 - a) Mil millares hacen un ...
 - b) Mil millones hacen un ...
 - c) Un millón de millares hacen un ...
 - d) Un millón de millones es un ...

a) ... millón.	b) ... millardo.	c) ... millardo.	d) ... billón.
----------------	------------------	------------------	----------------

4. El cuerpo humano tiene entre diez y setenta millones de millones de células. Expresa esas cantidades en billones.

Entre 10 y 70 billones de células.

5. ¿Cómo leerías el número expresado por un 1 seguido de 16 ceros?

Diez mil billones.

6. Los científicos calculan que los mares y océanos de la Tierra contienen tres cuatrillones de kilogramos de agua. ¿Qué crees que es un cuatrillón?

Un 1 seguido de 24 ceros un billón de billones.

3 Aproximación de números naturales

Página 13

1. Redondea a los millares estos números:

- a) 24 963 b) 7 280 c) 40 274 d) 99 399
 a) 25 000 b) 7 000 c) 40 000 d) 99 000

2. Aproxima a los millones por redondeo.

- a) 24 356 000 b) 36 905 000 c) 274 825 048 d) 213 457 000
 a) 24 000 000 b) 37 000 000 c) 275 000 000 d) 213 000 000

3. Haz una tabla como esta en tu cuaderno:

NÚMERO	APROXIMACIONES	
	A LAS CENTENAS DE MILLAR	A LAS DECENAS DE MILLAR

Complétala redondeando los siguientes números:

530 298 828 502 359 481 299 352 362

NÚMERO	APROXIMACIONES	
	A LAS CENTENAS DE MILLAR	A LAS DECENAS DE MILLAR
530 298	500 000	530 000
828 502	800 000	830 000
359 481	400 000	360 000
299 352 362	299 400 000	299 350 000

4. A continuación puedes ver varias aproximaciones al precio de un piso en venta:

SE VENDE

138 290 €

Tel.: 23987688

→

100 000 €

138 000 €

138 300 €

140 000 €

- a) ¿Cuál es más cercana al precio real?
 b) ¿Cuál te parece más adecuada para una información coloquial, si no se recuerda la cantidad exacta?
 c) ¿Cuál identificas con un redondeo a las centenas de millar?
- a) 138 300 b) 140 000 c) 100 000

5. Un ayuntamiento ha presupuestado 149 637 € para rehabilitar un área deportiva.

¿Qué cifra darías para comunicar este dato en una conversación informal?
 150 000

4 Operaciones básicas con números naturales

Página 14

1. Calcula.

- a) $254 + 78 + 136$ b) $340 + 255 - 429$ c) $1\,526 - 831 + 63$ d) $1\,350 - 1\,107 - 58$
a) 468 b) 166 c) 758 d) 185

2. Estima la respuesta y compruébala después.

Carmen compra un bolso que cuesta 167 €, una gabardina de 235 € y un pañuelo de 32 €. ¿Cuánto se ha gastado?

- a) Se ha gastado alrededor de 350 €.
b) Se ha gastado, más o menos, 450 €.
c) Se ha gastado alrededor de 550 €.

La respuesta correcta es la b) $167 + 235 + 32 = 434$.

3. Transforma.

- a) Esta suma en una resta: $48 + 12 = 60$
b) Esta resta en una suma: $22 - 2 - 6 = 14$
a) $48 + 23 = 60$ $60 - 48 = 12$
b) $22 - 2 - 6 = 14$ $14 + 2 + 6 = 22$

4. Si Alberto tuviera 15 años más, aún sería 18 años más joven que su tío Tomás, que tiene 51 años. ¿Cuál es la edad de Alberto?

$51 - 18 - 15 = 18$ años

5. Si comprara solo una lavadora, me sobrarían 246 €, pero si comprara también un televisor, me faltarían 204 €. ¿Puedes decir el precio de alguno de estos artículos?

El precio del televisor es $204 + 246 = 450$ euros.

6. Completa en tu cuaderno.

$$\begin{array}{r} \square 5 \\ \times 2 \square \\ \hline \square \square \square \\ 90 \\ \hline 1260 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \square 8 \\ \times \square \square \\ \hline 2874 \\ \square \square \square \square \\ \hline 69934 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square 4 5 \\ \times 2 \square \\ \hline \square \square \square \\ 90 \\ \hline 1260 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \square 8 \\ \times \square \square \\ \hline 2874 \\ \square \square \square \square \\ \hline 69934 \end{array}$$

7. Recuerda que para multiplicar por 10, por 100, por 1 000, ... se añaden uno, dos, tres, ... ceros.

a) $19 \cdot 10$

b) $12 \cdot 100$

c) $15 \cdot 1000$

d) $140 \cdot 10$

e) $230 \cdot 100$

f) $460 \cdot 1000$

a) 190

b) 1200

c) 15000

d) 1400

e) 23000

f) 460000

8. Expresa con una igualdad aritmética:

Multiplicar un número por ocho es lo mismo que multiplicarlo primero por diez y después restarle su doble.

¿Qué propiedad se aplica en esta igualdad?

$$x \cdot 8 = x \cdot (10 - 2) = x \cdot 10 - x \cdot 2$$

En esta igualdad hemos aplicado la propiedad distributiva.

9. Multiplica mentalmente por 9 y por 11 como se hace en los ejemplos.

• $23 \cdot 9 = 23 \cdot 10 - 23 = 230 - 23 = 207$

• $23 \cdot 11 = 23 \cdot 10 + 23 = 230 + 23 = 253$

a) $12 \cdot 9$

b) $25 \cdot 9$

c) $33 \cdot 9$

d) $12 \cdot 11$

e) $25 \cdot 11$

f) $33 \cdot 11$

a) $12 \cdot 9 = 12 \cdot 10 - 12 = 120 - 12 = 108$

b) $25 \cdot 9 = 25 \cdot 10 - 25 = 250 - 25 = 225$

c) $33 \cdot 9 = 33 \cdot 10 - 33 = 330 - 33 = 297$

d) $12 \cdot 11 = 12 \cdot 10 + 12 = 120 + 12 = 132$

e) $25 \cdot 11 = 25 \cdot 10 + 25 = 250 + 25 = 275$

f) $33 \cdot 11 = 33 \cdot 10 + 33 = 330 + 33 = 363$

10. ¿Cuántas vueltas da en una hora una rueda que gira a razón de 1 500 revoluciones por minuto?

$$1500 \cdot 60 = 90000 \text{ vueltas}$$

11. Un agricultor tiene una huerta con 200 melocotones. Calcula que con cada árbol llenará siete cajas de cinco kilos de melocotones. ¿Qué beneficio obtendrá si vende toda la producción a 2 € el kilo?

$$200 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 14000 \text{ €}$$

12. Averigua el cociente y el resto en cada división:

a) $96 : 13$

b) $713 : 31$

c) $5\ 309 : 7$

d) $7\ 029 : 26$

e) $49\ 896 : 162$

f) $80\ 391 : 629$

a) $c = 7; r = 5$

b) $c = 23; r = 0$

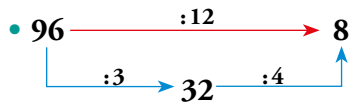
c) $c = 758; r = 3$

d) $c = 270; r = 9$

e) $c = 308; r = 0$

f) $c = 127; r = 508$

13. Divide mentalmente, por partes, igual que se hace en el ejemplo.



a) $60 : 12$

b) $180 : 12$

c) $300 : 12$

d) $75 : 15$

e) $90 : 15$

f) $180 : 15$

g) $180 : 30$

h) $240 : 30$

i) $390 : 30$

a) 5

b) 15

c) 25

d) 5

e) 6

f) 12

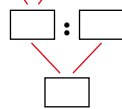
g) 6

h) 8

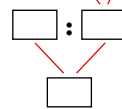
i) 13

14. Realiza en tu cuaderno las operaciones como se indica en los esquemas.

$(36 : 12) : 3$

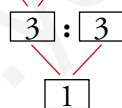


$36 : (12 : 3)$

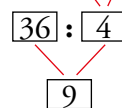


¿Qué observas?

$(36 : 12) : 3$



$36 : (12 : 3)$



Se observa que la división no cumple la propiedad asociativa.

15. Calcula y compara los resultados. Después, reflexiona y contesta.

a) $(50 : 10) : 5$

$50 : (10 : 5)$

b) $(36 : 6) : 2$

$36 : (6 : 2)$

¿Cumple la división la propiedad asociativa?

a) $(50 : 10) : 5 = 5 : 5 = 1;$

$50 : (10 : 5) = 50 : 2 = 25$

b) $(36 : 6) : 2 = 6 : 2 = 3;$

$36 : (6 : 2) = 36 : 3 = 12$

La división no cumple la propiedad asociativa.

16. Averigua el término que falta en cada división:

$\frac{\text{DIVIDENDO}}{\text{39}} = \frac{53}{15}$

$53 \cdot 15 + 39 = 834$

$\frac{1\ 000}{12} = \frac{\text{DIVISOR}}{38}$

$(1\ 000 - 12) : 38 = 988 : 38 = 26$

17. ¿Verdadero o falso?

- a) El cociente debe ser mayor que el divisor.
- b) El resto es siempre menor que el divisor.
- c) Si es exacta, al multiplicar por dos el dividendo, el cociente se hace el doble.
- d) Al multiplicar por 3 el dividendo y el divisor, el cociente aumenta al triple.
- e) La división cumple la propiedad conmutativa.

a) Falso b) Verdadero c) Verdadero d) Falso e) Falso

18. Resuelve sin lápiz ni papel.

- a) Repartimos 150 gramos de mortadela en tres bocadillos. ¿Cuántos gramos pondremos en cada uno?
- b) Colocamos 36 kilos de manzanas en 3 cestas. ¿Cuántos kilos van en cada cesta?
- c) Hemos recorrido, por la autopista, 240 kilómetros en tres horas. ¿Cuántos kilómetros por hora son?
- d) ¿Cuántos minutos son 180 segundos?

a) 50 g b) 12 kg c) 80 km/h d) 3 minutos

19. Un granjero recoge 1 274 huevos, los envasa en bandejas de 30, y las bandejas, en cajas de 10.

¿Cuántos huevos quedan sin completar una bandeja?

¿Cuántas bandejas quedan sin completar una caja?

$1\ 274 : 30$ cociente = 42 y resto = 14. Quedan 14 huevos sin completar una bandeja.

$42 : 10$ cociente = 4 y resto = 2. Quedan dos bandejas sin completar una caja.

5 Expresiones con operaciones combinadas

Página 19

1. Opera como en los ejemplos.

• $12 - 2 \cdot 4 = 12 - 8 = 4$

• $(17 - 5) : 3 = 12 : 3 = 4$

a) $8 + 5 \cdot 2$

b) $13 - 4 \cdot 3$

c) $5 + 6 : 3$

d) $15 - 10 : 5$

e) $4 \cdot 2 + 7$

f) $4 \cdot 6 - 13$

g) $15 : 3 + 10$

h) $5 \cdot 6 - 18$

a) 18

b) 1

c) 7

d) 13

e) 15

f) 11

g) 15

h) 12

2. Resuelve mentalmente y compara los resultados.

a) $2 + 3 \cdot 4$

$(2 + 3) \cdot 4$

b) $6 - 2 \cdot 3$

$(6 - 2) \cdot 3$

c) $15 - 4 \cdot 3$

$(15 - 4) \cdot 3$

d) $5 \cdot 2 + 4$

$5 \cdot (2 + 4)$

e) $2 \cdot 15 - 10$

$2 \cdot (15 - 10)$

a) 14 y 20

b) 0 y 12

c) 3 y 33

d) 14 y 30

e) 20 y 10

Al comparar los resultados se pone en evidencia que el paréntesis transforma el valor de la expresión.

3. Calcula, siguiendo los pasos del ejemplo.

• $4 \cdot 5 - 3 \cdot 4 - 2 = 20 - 12 - 2 = 8 - 2 = 6$

a) $4 \cdot 6 + 3 \cdot 6 - 25$

b) $3 \cdot 5 - 12 + 3 \cdot 6$

c) $6 \cdot 3 - 4 - 7$

d) $28 - 4 \cdot 5 + 3$

e) $6 \cdot 5 - 10 + 8 : 4$

f) $19 + 10 : 2 - 8 \cdot 3$

g) $15 : 3 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 4$

h) $4 \cdot 7 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot 5$

a) $4 \cdot 6 + 3 \cdot 6 - 25 = 24 + 18 - 25 = 42 - 25 = 17$

b) $3 \cdot 5 - 12 + 3 \cdot 6 = 15 - 12 + 18 = 3 + 18 = 21$

c) $6 \cdot 3 - 4 - 7 = 18 - 4 - 7 = 14 - 7 = 7$

d) $28 - 4 \cdot 5 + 3 = 28 - 20 + 3 = 8 + 3 = 11$

e) $6 \cdot 5 - 10 + 8 : 4 = 30 - 10 + 2 = 20 + 2 = 22$

f) $19 + 10 : 2 - 8 \cdot 3 = 19 + 5 - 24 = 24 - 24 = 0$

g) $15 : 3 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 5 + 8 + 12 = 13 + 12 = 25$

h) $4 \cdot 7 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot 5 = 28 - 8 - 15 = 20 - 15 = 5$

4. Observa el ejemplo y calcula.

• $4 \cdot (7 - 5) - 3 = 4 \cdot 2 - 3 = 8 - 3 = 5$

a) $2 \cdot (7 - 3) - 5$

b) $3 \cdot (10 - 7) + 4$

c) $4 + (7 - 5) \cdot 3$

d) $18 - 4 \cdot (5 - 2)$

e) $8 - (9 + 6) : 3$

f) $22 : (7 + 4) + 3$

g) $5 \cdot 2 + 4 \cdot (7 - 5)$

h) $18 : 2 - 2 \cdot (8 - 6)$

a) $2 \cdot (7 - 3) - 5 = 2 \cdot 4 - 5 = 8 - 5 = 3$

b) $3 \cdot (10 - 7) + 4 = 3 \cdot 3 + 4 = 9 + 4 = 13$

c) $4 + (7 - 5) \cdot 3 = 4 + 2 \cdot 3 = 4 + 6 = 10$

d) $18 - 4 \cdot (5 - 2) = 18 - 4 \cdot 3 = 18 - 12 = 6$

e) $8 - (9 + 6) : 3 = 8 - 15 : 3 = 8 - 5 = 3$

f) $22 : (7 + 4) + 3 = 22 : 11 + 3 = 2 + 3 = 5$

g) $5 \cdot 2 + 4 \cdot (7 - 5) = 10 + 4 \cdot 2 = 10 + 8 = 18$

h) $18 : 2 - 2 \cdot (8 - 6) = 9 - 2 \cdot 2 = 9 - 4 = 5$

5. Resuelve, indicando los pasos seguidos, y comprueba la solución que se da a la derecha. Si no coincide, repasa el ejercicio.

a) $6 \cdot 4 - 2 \cdot (12 - 7)$ 14

b) $3 \cdot 8 - 8 : 4 - 4 \cdot 5$ 2

c) $21 : (3 + 4) + 6$ 9

d) $26 - 5 \cdot (2 + 3) + 6$ 7

e) $(14 + 12) : 2 - 4 \cdot 3$ 1

f) $2 \cdot (6 + 4) - 3 \cdot (5 - 2)$ 11

g) $30 - 6 \cdot (13 - 4 \cdot 2)$ 0

h) $3 \cdot [13 - 3 \cdot (5 - 2)]$ 12

a) $6 \cdot 4 - 2 \cdot (12 - 7) = 24 - 2 \cdot 5 = 24 - 10 = 14$

b) $3 \cdot 8 - 8 : 4 - 4 \cdot 5 = 24 - 2 - 20 = 22 - 20 = 2$

c) $21 : (3 + 4) + 6 = 21 : 7 + 6 = 3 + 6 = 9$

d) $26 - 5 \cdot (2 + 3) + 6 = 26 - 5 \cdot 5 + 6 = 26 - 25 + 6 = 1 + 6 = 7$

e) $(14 + 12) : 2 - 4 \cdot 3 = 26 : 2 - 12 = 13 - 12 = 1$

f) $2 \cdot (6 + 4) - 3 \cdot (5 - 2) = 2 \cdot 10 - 3 \cdot 3 = 20 - 9 = 11$

g) $30 - 6 \cdot (13 - 4 \cdot 2) = 30 - 6 \cdot (13 - 8) = 30 - 6 \cdot 5 = 30 - 30 = 0$

h) $3 \cdot [13 - 3 \cdot (5 - 2)] = 3 \cdot [13 - 3 \cdot 3] = 3 \cdot [13 - 9] = 3 \cdot 4 = 12$

6. Escribe una expresión que resuelva cada enunciado y calcula la solución.

a) Una furgoneta transporta 8 cajas de plátanos, 20 de naranjas y 6 de manzanas. Las cajas de plátanos pesan 15 kilos, y las de naranjas y manzanas, 8 kilos. ¿Cuántos kilos de fruta transporta la furgoneta?

b) Un supermercado hace un pedido de 20 *packs* de leche entera, 15 de leche desnatada y 10 de semidesnatada. Cada *packs* contiene seis cajas de litro. ¿Cuántas cajas van en el pedido?

c) En una cafetería hay 15 mesas, 55 sillas y 12 taburetes. ¿Cuántas patas hay en total?

(NOTA: las mesas y las sillas son de 4 patas, y los taburetes, de 3).

d) Un granjero envasa 1 500 huevos en cajas de 10 unidades, otros tantos en cajas de 6 unidades, y una partida de 300 huevos de producción ecológica, también en cajas de 6 unidades. ¿Cuántas cajas ha llenado?

a) $8 \cdot 15 + (20 + 6) \cdot 8 = 120 + 26 \cdot 8 = 120 + 208 = 328$ kilos

b) $(20 + 15 + 10) \cdot 6 = 45 \cdot 6 = 270$ cajas


c) $(15 + 55) \cdot 4 + 12 \cdot 3 = 70 \cdot 4 + 36 = 280 + 36 = 316$ patas

d) $1\,500 : 10 + 1\,500 : 6 + 300 : 6 = 150 + 250 + 50 = 450$ cajas


Ejercicios y problemas

Página 20

Sistemas de numeración

1.  Traduce al sistema decimal estos números del antiguo Egipto:



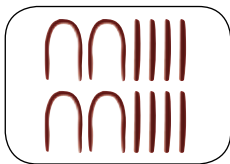
- a) 57 b) 234 c) 2 540 d) 3 430 000
2.  Escribe en el sistema aditivo egipcio cada uno de estos números:

a) 48

b) 235

c) 2 130

a)



b)



c)



3.  Expresa en números romanos.

a) 87

b) 425

c) 2 600


d) 54 528

a) 87 = LXXXVII

b) 425 = CDXXV

c) 2 600 = MMDC


d) 54 528 = LIVDXXVIII

4.  Escribe el número “cincuenta y siete” en, al menos, tres sistemas de numeración.

Decimal: 57

Romano: LVII

Egipcio: 

5.  ¿Cuántas cifras necesitas para escribir...

a) ... un billón?

b) ... un trillón?

¿Cuántos ceros son en cada caso?

a) 1 000 000 000 000 13 cifras, 12 ceros.

b) 1 000 000 000 000 000 000 19 cifras, 18 ceros.

6. Una estrella, A, está a una distancia de cinco años luz, y otra, B, a cinco billones de kilómetros. ¿Cuál de las dos está más lejos?

1 año luz 9 billones y medio de kilómetros.
 9 500 000 000 000

Estrella A 5 años luz \approx 45 billones de kilómetros.

Estrella B 5 billones de kilómetros.

La estrella A está más lejos que la B.

7. Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

NÚMERO	APROXIMACIONES	
	A LAS CENTENAS DE MILLAR	A LOS MILLONES
2 830 554	2 800 000	3 000 000
19 270 000	19 300 000	19 000 000
399 675 000	399 700 000	400 000 000

8. ¿Verdadero o falso?

a) Un millón equivale a mil centenas.

b) Cien millones son mil centenas de millar.

c) Mil veces un millón hacen un giga.

d) Cien gigas hacen un billón.

e) Un billón tiene un millón de millones.

a) Falso

b) Verdadero

c) Verdadero

d) Falso

e) Verdadero

Utilidades de los números

9. Según publicó un periódico caiota, la población de la capital de Egipto, en junio del año 2013, era de 16 794 464 habitantes. Si te preguntaran por esa cifra y no te acordaras de la cantidad exacta, ¿qué responderías?

17 millones.

10. La tabla contiene algunos datos sobre el consumo de pescado en España durante el año 2008:

	PESO (toneladas)	VALOR (miles de €)
FRESCO	441 696	1 087 368
CONGELADO	445 115	781 169
TOTAL	886 811	1 868 537

Repite la tabla, aproximando los datos a los millones de kilos y a los cientos de millones de euros.

	PESO APROXIMADO A MILLONES DE KILOS	EUROS APROXIMADOS A CIENTOS DE MILLONES
FRESCO	442 000 000	1 100 000 000
CONGELADO	445 000 000	800 000 000
TOTAL	887 000 000	1 900 000 000

11.  Esta es la matrícula de cierto coche:

9900-JMA

- a) ¿Cuál es la matrícula del coche que se matriculó inmediatamente después? ¿Y la del anterior?
- b) ¿Cuántos coches se matricularon aún con las mismas letras?
- c) Otro coche tiene esta matrícula:

0273-JMC

¿Cuál de los dos es más antiguo?

¿Cuántos coches se matricularon entre ambos?

- a) 9901-JMA se matriculó inmediatamente después.

9899-JMA es la matrícula del anterior coche matriculado.

- b) Después del 9900-JMA, otros 99 coches se matricularon con las mismas letras.

- c) El coche con matrícula 9900-JMA es más antiguo.

Entre ambos se matricularon 99 coches con las letras JMA, 9999 con JMB y 272 con JMC, lo que hacen un total de 10 370 coches.

12.  Estos son los números de varias habitaciones en un hotel de playa:


401 235 724 231

- a) Una de ellas está al final del pasillo. ¿Cuál es?
- b) Otra está en la última planta. ¿Qué número tiene?
- c) ¿Cuáles de ellas están a la misma altura?

a) 235

b) 724

c) 235 y 231

13.  Lees, en un anuncio, que una vivienda se vende por 293 528 €. Unos días después lo comentas con un amigo, pero no te acuerdas exactamente del precio. ¿Cuál de las siguientes expresiones elegirías para transmitir la información? Explica por qué.

— Cuesta casi trescientos mil euros.

— Cuesta doscientos y pico mil.

— Cuesta doscientos noventa mil.

La que más se aproxima es la tercera. Pero no dice que sea una aproximación.

La primera es algo menos exacta que la tercera, pero informa de que se trata de una aproximación.

Operaciones


Sumas y restas

14.  Calcula.

- | | | | |
|-------------------------|----------------------|---------------------|-------------------------|
| a) $6\ 070 + 893 + 527$ | b) $651 + 283 - 459$ | c) $831 - 392 - 76$ | d) $1\ 648 - 725 - 263$ |
| a) 7 490 | b) 475 | c) 363 | d) 660 |

15.  Copia en tu cuaderno, calcula y completa.

- | | | | |
|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $48 + \dots = 163$ | b) $\dots + 256 = 359$ | c) $628 - \dots = 199$ | d) $\dots - 284 = 196$ |
| a) $48 + 115 = 163$ | b) $103 + 256 = 359$ | c) $628 - 429 = 199$ | d) $480 - 284 = 196$ |

16.  Calcula mentalmente.

- | | | |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) $5 + 7 - 3 - 4$ | b) $18 - 4 - 5 - 6$ | c) $10 - 6 + 3 - 7$ |
| d) $8 + 5 - 4 - 3 - 5$ | e) $12 + 13 + 8 - 23$ | f) $40 - 18 - 12 - 6$ |
| a) 5 | b) 3 | c) 0 |
| | d) 1 | e) 10 |
| | | f) 4 |

17.  Calcula.

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| a) $47 - (35 - 28)$ | b) $52 - (36 - 27)$ | c) $128 - (86 - 45 - 12)$ |
| d) $237 - (152 + 48 - 14)$ | e) $348 - (148 - 86 + 29)$ | f) $235 - (340 - 152 - 84)$ |
| a) 40 | b) 43 | c) 99 |
| | d) 51 | e) 257 |
| | | f) 131 |

18.  Calcula.

- | | | |
|-------------------------|---------------------------|--------------------------|
| a) $5 - [7 - (2 + 3)]$ | b) $3 + [8 - (4 + 3)]$ | c) $2 + [6 + (13 - 7)]$ |
| d) $7 - [12 - (2 + 5)]$ | e) $20 - [15 - (11 - 9)]$ | f) $15 - [17 - (8 + 4)]$ |

Comprueba tus resultados:

a) 3; b) 4; c) 14; d) 2; e) 7; f) 10

- | | | |
|-------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $5 - [7 - 5] = 5 - 2 = 3$ | b) $3 + [8 - 7] = 3 + 1 = 4$ | c) $2 + [6 + 6] = 2 + 12 = 14$ |
| d) $7 - [12 - 7] = 7 - 5 = 2$ | e) $20 - [15 - 2] = 20 - 13 = 7$ | f) $15 - [17 - 12] = 15 - 5 = 10$ |

Multiplicación y división

19.  Multiplica.

- | | | |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) $16 \cdot 10$ | b) $128 \cdot 10$ | c) $60 \cdot 10$ |
| d) $17 \cdot 100$ | e) $85 \cdot 100$ | f) $120 \cdot 100$ |
| g) $22 \cdot 1\ 000$ | h) $134 \cdot 1\ 000$ | i) $140 \cdot 1\ 000$ |
| a) 160 | b) 1 280 | c) 600 |
| d) 1 700 | e) 8 500 | f) 12 000 |
| g) 22 000 | h) 134 000 | i) 140 000 |

20.  Calcula el cociente y el resto en cada caso:

a) $2647 : 8$

b) $1345 : 29$

c) $9045 : 45$

d) $7482 : 174$

e) $7971 : 2657$

f) $27178 : 254$

a) $c = 330; r = 7$

b) $c = 46; r = 11$

c) $c = 201; r = 0$

d) $c = 43; r = 0$

e) $c = 3; r = 0$

f) $c = 107; r = 0$

21.  Copia y completa en tu cuaderno.

$$\begin{array}{r} 8 \square \square \\ \square 6 \square \\ \square 6 \\ \hline \square 5 \\ 3 \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82 \square \square \square \\ \square \square 9 \\ \square \square \square \\ \square 7 \square \\ \square 6 \\ \hline 14 \\ \square \square \square 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \square \square \\ \square 6 \square \\ \square 6 \\ \hline \square 5 \\ 3 \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82 \square \square \square \\ \square \square 9 \\ \square \square \square \\ \square 7 \square \\ \square 6 \\ \hline 14 \\ \square \square \square 5 \end{array}$$

22.  Copia en tu cuaderno, calcula y completa.

a) $123 \cdot \dots = 5904$

b) $\dots \cdot 86 = 1548$

c) $\dots : 57 = 26$


d) $1862 : \dots = 133$

a) $123 \cdot 48 = 5904$

b) $18 \cdot 86 = 1548$

c) $1482 : 57 = 26$

d) $1862 : 14 = 133$

23.  Calcula mentalmente.

a) $3 \cdot (10 : 5)$

b) $(4 \cdot 6) : 8$

c) $20 : (2 \cdot 5)$

d) $(30 : 5) \cdot 3$

e) $10 : (40 : 8)$

f) $(40 : 8) : 5$

a) 6


b) 3

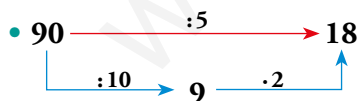
c) 2

d) 18

e) 2

f) 1

24.  Calcula mentalmente, teniendo en cuenta que dividir entre 5 es igual que dividir entre 10 y, después, multiplicar por 2.



a) $60 : 5$

b) $80 : 5$

c) $120 : 5$

d) $140 : 5$

e) $170 : 5$

f) $200 : 5$

g) $210 : 5$

h) $340 : 5$

i) $420 : 5$

a) 12

b) 16

c) 24

d) 28

e) 34

f) 40

g) 42

h) 68

i) 84

25.  **Copia en tu cuaderno, completa y calcula.**

$$6 \cdot (8 + 2) = 6 \cdot 8 + 6 \cdot 2 = 60$$

$$\dots\dots\dots = 5 \cdot 9 - 5 \cdot 6 = \dots$$

$$(10 - 8) \cdot 4 = \dots\dots\dots = \dots$$

$$\dots\dots\dots = 7 \cdot 12 - 2 \cdot 12 = \dots$$

¿Qué propiedad has usado?

$$6 \cdot (8 + 2) = 6 \cdot 8 + 6 \cdot 2 = 60$$

$$5 \cdot (9 - 6) = 5 \cdot 9 - 5 \cdot 6 = 15$$

$$(10 - 8) \cdot 4 = 10 \cdot 4 - 8 \cdot 4 = 8$$

$$(7 - 2) \cdot 12 = 7 \cdot 12 - 2 \cdot 12 = 60$$

Se ha usado la propiedad distributiva.

26.  **Resuelve mentalmente.**

a) En un bidón de agua caben 5 litros. ¿Cuántos bidones se llenan con 100 litros?

b) Un kilo de almendras cuesta 12 €. ¿Cuánto cuesta una bolsa de 5 kilos?

c) Una caja de refrescos contiene 24 botellas. ¿Cuántas botellas hay en 10 cajas?

d) Cambiar las cuatro cubiertas de las ruedas de un coche ha salido por 360 euros.
¿Cuánto ha costado cada cubierta?

a) $100 : 5 = 20$ bidones.

b) $12 \cdot 5 = 60$ euros.


c) $10 \cdot 24 = 240$ botellas.

d) $360 : 4 = 90$ euros.

27.  ¿Verdadero o falso?

- a) Al multiplicar un número por tres obtenemos el mismo resultado que si le sumamos su doble.
- b) Tres veces quince es lo mismo que quince veces tres.
- c) Multiplicar por diez es lo mismo que multiplicar dos veces por cinco.
- d) Multiplicar por diez es lo mismo que multiplicar primero por cinco y después por dos.
- e) La propiedad conmutativa se cumple solo para los números pares.

a) Verdadero b) Verdadero c) Falso d) Verdadero e) Falso

28.  **Investiga:** Si en una división multiplicas el dividendo y el divisor por el mismo número, el cociente no varía. Pero ¿qué le ocurre al resto?

$$D = d \cdot c + r$$

$$k \cdot D = k \cdot (d \cdot c + r) = k \cdot d \cdot c + k \cdot r$$

La propiedad distributiva nos dice que el resto queda también multiplicado por el mismo número.

Operaciones combinadas

29.  **Opera.**

- | | | | |
|----------------------|--------------------|-------------------|---------------------|
| a) $2 \cdot (4 + 6)$ | b) $2 \cdot 4 + 6$ | c) $8 : (7 - 5)$ | d) $5 \cdot 7 - 5$ |
| e) $(5 + 6) \cdot 4$ | f) $5 + 6 : 3$ | g) $(19 - 7) : 2$ | h) $18 - 7 \cdot 2$ |
| a) 20 | b) 14 | c) 4 | d) 30 |
| e) 44 | f) 7 | g) 6 | h) 4 |

30.  **Calcula.**

- | | | | |
|--|----------------------------|--|------------------------------|
| a) $8 + 7 - 3 \cdot 4$ | b) $8 : 4 + 7 - 3$ | c) $15 - 2 \cdot 3 - 5$ | d) $10 - 12 : 6 - 4$ |
| e) $22 - 6 \cdot 3 + 5$ | f) $8 + 10 : 5 - 10$ | g) $36 - 8 \cdot 4 - 1$ | h) $11 - 2 - 9 : 3$ |
| i) $4 \cdot 7 - 13 - 2 \cdot 6$ | j) $15 : 3 + 7 + 4 : 2$ | k) $5 \cdot 4 + 12 - 6 \cdot 4$ | l) $12 : 4 - 1 - 6 : 3$ |
| m) $5 \cdot 6 - 4 \cdot 7 + 2 \cdot 5$ | n) $9 : 3 + 8 : 4 - 7 : 7$ | ñ) $8 \cdot 8 - 4 \cdot 6 - 5 \cdot 8$ | o) $18 : 2 - 12 : 3 - 6 : 2$ |
| a) 3 b) 6 c) 4 d) 4 e) 9 f) 0 g) 3 h) 6 | | | |
| i) 3 j) 14 k) 8 l) 0 m) 12 n) 4 ñ) 0 o) 2 | | | |

31.  **Escribe, en cada caso, una expresión cuyo resultado sea el peso de la balanza:**



a) $9 + (3 - 1) = 11$

b) $9 - (3 + 1) = 5$

32.  **Calcula.**

a) $30 - 4 \cdot (5 + 2)$

b) $5 + 3 \cdot (8 - 6)$

c) $5 \cdot (11 - 3) + 7$

d) $3 \cdot (2 + 5) - 13$

e) $2 \cdot (7 + 5) - 3 \cdot (9 - 4)$

f) $4 \cdot (7 - 5) + 3 \cdot (9 - 7)$

g) $3 \cdot 5 - 3 \cdot (10 - 4 \cdot 2)$

h) $2 \cdot 3 + 5 \cdot (13 - 4 \cdot 3)$

Comprueba tus soluciones:

a) 2; b) 11; c) 47; d) 8; e) 9; f) 14; g) 9; h) 11

a) $30 - 4 \cdot 7 = 30 - 28 = 2$

b) $5 + 3 \cdot 2 = 5 + 6 = 11$

c) $5 \cdot 8 + 7 = 40 + 7 = 47$

d) $3 \cdot 7 - 13 = 21 - 13 = 8$

e) $2 \cdot 12 - 3 \cdot 5 = 24 - 15 = 9$

f) $4 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 8 + 6 = 14$

g) $15 - 3 \cdot (10 - 8) = 15 - 3 \cdot 2 = 15 - 6 = 9$

h) $6 + 5 \cdot (13 - 12) = 6 + 5 \cdot 1 = 6 + 5 = 11$

Interpreta, describe, exprésate

33.  **Asocia cada enunciado con dos de las expresiones de abajo:**

I. En el autobús urbano iban 50 personas. En la primera parada bajan 16 y suben 4.

II. La clase de música tiene 50 alumnos matriculados, pero hoy han faltado 4 y otros 16 han ido a un concierto.

III. Ernesto compró una camiseta de 16 € y una gorra de 4 €, y pagó con un billete de 50 €.

IV. En el hotel han pernoctado 50 clientes. Hoy entran 16 nuevos y salen 4.

a) $50 - 16 - 4$

b) $50 - 16 + 4$

c) $50 - (16 + 4)$

d) $50 - (16 - 4)$

e) $50 + (16 - 4)$


f) $50 + 16 - 4$

I b) y d)

II a) y c)

III a) y c)

IV e) y f)

34.  **¿Con cuál o cuáles de las expresiones de abajo se calcula el decimoquinto término de esta serie?:**

1 - 5 - 9 - 13 - 17 - 21 - ...

$1 + 15 \cdot 4$

$1 + 14 \cdot 4$

$15 \cdot 4 - 3$

$16 \cdot 4 - 3$

$1 + 14 \cdot 4$ y $15 \cdot 4 - 3$

35.  **¿Cuál o cuáles de las expresiones aritméticas llevan a la solución de este problema?:**

En el supermercado se han vendido esta mañana 24 kilos de manzanas a 2 €/kg, 12 melones a 4 euros la pieza, y 13 piñas a 2 euros cada una. ¿Cuánto se ha ingresado en caja por la venta de esas frutas?


a) $24 \cdot 12 + 4 \cdot 13 + 2$

b) $24 \cdot 2 + 12 \cdot 4 + 13 \cdot 2$

c) $(24 + 13) \cdot 2 + 12 \cdot 4$

d) $(24 + 13 + 2) \cdot (2 + 4)$

b) y c)

36.  En clase de matemáticas se acumulan puntos por el trabajo realizado.

A: 1 punto por cada ejercicio de operaciones simples.

B: 2 puntos por los de operaciones.

C: 3 puntos por los ejercicios teóricos.

D: 3 puntos por cada problema.

La tabla lleva la cuenta de la tarea entregada:


	A	B	C	D
LUISA	5	4		6
MARCOS	3	4	4	5
ADELA		2	2	9

Escribe una expresión, combinando operaciones y datos, para calcular los puntos que lleva acumulados cada uno de esos tres alumnos.

Luisa $5 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 3$

Marcos $3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + (4 + 5) \cdot 3$

Adela $2 \cdot 2 + (2 + 9) \cdot 3$

37.  Lee el enunciado del problema y observa su resolución. Después, explica el significado de cada operación y lo que se obtiene en cada resultado parcial.

En una granja hay caballos, vacas y gallinas. En total hemos contado 714 patas, 168 cuernos y 137 picos. ¿Cuántos caballos hay en la granja?



Resolución

1.º $168 : 2 = 84$

2.º $84 \cdot 4 = 336$

3.º $137 \cdot 2 = 274$

4.º $336 + 274 = 610$

5.º $714 - 610 = 104$

6.º $104 : 4 = 26$

1.º El número de vacas es igual a la mitad del número de cuernos:

Vacas $168 : 2 = 84$

2.º Patas de vaca $84 \cdot 4 = 336$

3.º El número de patas de gallina es el doble que el de picos:

Patatas de gallina $137 \cdot 2 = 274$

4.º Patas de vaca + patas de gallina $336 + 274 = 610$


5.º El número de patas de caballo es igual al total de patas menos las de vaca y de gallina:

Patatas de caballo $714 - 610 = 104$


6.º El número de caballos se obtiene dividiendo el dato anterior entre 4:

Caballos $104 : 4 = 26$

Resuelve problemas

38.  Un camión de reparto transporta 15 cajas de refrescos de naranja y 12 cajas de limón. ¿Cuántas botellas lleva en total si cada caja contiene 24 unidades?

$$24 \cdot (15 + 12) = 648 \text{ botellas}$$

39.  En la familia Smith, el padre, Jonathan, cobra 1 940 dólares al mes. Si gana 720 dólares más que Jon, el hijo mayor, 880 más que Cathy, la hija que sigue, más joven, y 280 menos que Catherine, su mujer, ¿cuáles son los ingresos mensuales de la familia?




$$\text{Jonathan} \quad 1\,940$$

$$\text{Jon} \quad 1\,940 - 720 = 1\,220$$


$$\text{Cathy} \quad 1\,940 - 880 = 1\,060$$

$$\text{Catherine} \quad 1\,940 + 280 = 2\,220$$

La familia ingresa mensualmente la suma de estas cantidades, que asciende a 6 440 euros.

40.  Un autobús con 54 turistas a bordo sufre una avería camino del aeropuerto. Como no hay tiempo, pues el avión no espera, el responsable del grupo decide acomodar a los viajeros en taxis de cuatro plazas. ¿Cuántos taxis necesitan?


$$54 : 4 = 13 \text{ y de resto } 2, \text{ por lo que hace falta otro taxi y serían } 14.$$

41.  En un campo rectangular de $150 \text{ m} \times 300 \text{ m}$ se van a plantar chopos, dispuestos en filas y columnas paralelas a las vallas, de forma que cada línea esté a 5 metros de las contiguas o, en su caso, de los bordes. ¿Cuántos chopos albergará el campo?


$$150 : 5 = 30$$

$$300 : 5 = 60$$

$$(30 - 2) \cdot (60 - 2) = 28 \cdot 58 = 1\,624 \text{ chopos}$$


42.  Un pueblo tiene dos mil habitantes, pero se espera que en los próximos diez años aumente su población en un 50%. ¿Qué población se espera para dentro de diez años?

$$2\,000 + 1\,000 = 3\,000 \text{ habitantes}$$

43.  Una fábrica de coches ha producido 15 660 unidades entre enero, febrero y marzo. ¿Cuántos coches saca, por término medio, cada día?






$$3 \text{ meses} \quad 3 \cdot 30 = 90 \text{ días.}$$

$$15\,660 : 90 = 174 \text{ coches cada día.}$$



44.  Un barco pesquero ha conseguido 9 100 € por la captura de 1 300 kg de merluza. ¿Cuánto obtendrá otro barco que entra en puerto con 1 750 kg de merluza de la misma calidad?


$$9\,100 : 1\,300 = 7 \text{ €/kg}$$

$$1\,750 \cdot 7 = 12\,250 \text{ €}$$

45.  El sector hotelero de una localidad turística ha contratado este mes a 12 845 personas. Tres de cada cinco son mujeres. ¿Cuántas mujeres han entrado a trabajar en el sector?
 $(12\,845 : 5) \cdot 3 = 7\,707$ mujeres han entrado a trabajar en el sector.
46.  Entre las 8 300 sociedades inscritas en el registro de cierta comunidad autónoma, tres de cada cien son organizaciones sin ánimo de lucro (ONGs). ¿Cuántas ONGs hay registradas en la comunidad?
 $(8\,300 : 100) \cdot 3 = 83 \cdot 3 = 249$
47.  En una población de 8 400 habitantes, cuatro de cada cinco están en edad laboral; y de ellos, trabajan cinco de cada siete. ¿Cuántos habitantes trabajan?
 Hay $(8\,400 : 5) \cdot 4 = 6\,720$ habitantes en edad laboral.
 Trabajan $(6\,720 : 7) \cdot 5 = 4\,800$ habitantes.
48.  Una sociedad financiera con el capital fraccionado en 25 000 acciones reparte unos beneficios de 375 000 euros. ¿Qué dividendos corresponden a un inversor que posee 1 530 acciones?
 A cada acción le corresponden $375\,000 : 25\,000 = 15$ €.
 A 1 530 acciones les corresponden $1\,530 \cdot 15 = 22\,950$ €.
49.  Un senderista camina a un ritmo de 75 pasos por minuto y avanza 84 cm en cada paso. Su punto de llegada está a 4 km de la salida y pretende llegar antes de una hora. ¿Lo conseguirá? ¿Por qué?




- $75 \cdot 84 = 6\,300$ cm = 63 m recorre por minuto.
 $63 \cdot 60 = 3\,780$ m recorrerá en una hora. No consigue llegar a su destino en este tiempo.
50.  Una fábrica de electrodomésticos produce 250 lavadoras cada día, con un coste medio de 208 € por unidad. ¿Qué ganancia obtiene, si vende la producción de un mes a un mayorista, por un importe global de dos millones de euros?
 $2\,000\,000 - 250 \cdot 30 \cdot 208 = 440\,000$
 Obtiene una ganancia de 440 000 €.
51.  Cándido tiene una granja de patos y gansos. Hoy ha vendido 21 de sus animales por 350 euros.
 Entre los animales había el doble de patos que de gansos, y un ganso vale el triple que un pato.
 ¿Qué precio tiene un pato? ¿Y un ganso?
 Vende 21 animales, entre los que había el doble de patos que de gansos:
 $21 : 3 = 7$ Vende 7 gansos y 14 patos.
 Como un ganso vale lo mismo que 3 patos, los 7 gansos equivalen, en precio, a 21 patos. Es decir, se puede considerar que vende $21 + 14 = 35$ patos.
 Cada pato vale $350 : 35 = 10$ €.
 Cada ganso vale $3 \cdot 10 = 30$ €.

52.  Un coche que avanza por una autovía tarda 78 segundos en atravesar un tramo de 2 km con la velocidad limitada a 90 km/h. ¿Crees que ha superado el límite permitido? ¿Por qué?

$$90 \text{ km/h} = 90\,000 \text{ m/h} = 1\,500 \text{ m/min} = 25 \text{ m/s}$$

En 78 segundos, yendo a 90 km/h recorrería $78 \cdot 25 = 1\,950 \text{ m}$.

Sí ha superado el límite de velocidad permitido.


53.  Una compañía de telefonía móvil en expansión ha gestionado durante el trimestre que finaliza ochocientos cincuenta mil llamadas al día. En el próximo trimestre espera llegar al millón e ir aumentando trimestralmente en la misma cantidad durante los próximos dos años. ¿Cuántas llamadas diarias espera gestionar dentro de dos años?


Cada trimestre esperan aumentar $1\,000\,000 - 850\,000 = 150\,000$ llamadas.

Dos años son $24 : 3 = 8$ trimestres.

En 8 trimestres aumentarían $8 \cdot 150\,000 = 1\,200\,000$ llamadas.

Total llamadas al finalizar los dos años: $850\,000 + 1\,200\,000 = 2\,050\,000$


54.  Antonio, Beatriz, Cora y David acaban de entrar al cine. ¿De cuántas formas distintas se pueden sentar en las cuatro butacas que les corresponden?

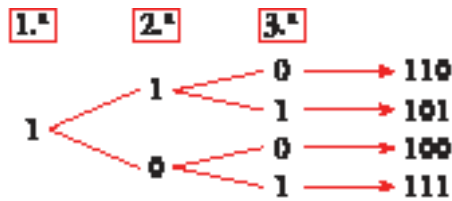
 Haz, primero, un problema más fácil: ¿De cuántas formas se podrían sentar, si Antonio ha ocupado ya la butaca n.º 1?

Llamamos 1, 2, 3 y 4 a las butacas. Antonio (A), Beatriz (B), Cora (C), David (D).

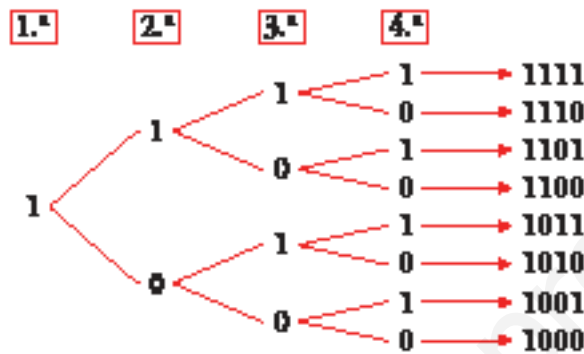
1	2	3	4
A	B	C	D
A	B	D	C
A	C	B	D
A	C	D	B
A	D	B	C
A	D	C	B

Si Antonio ha ocupado la butaca 1, los otros tres amigos se pueden sentar de 6 formas diferentes. Como en la butaca 1 se puede sentar cualquiera de los cuatro, en total se pueden sentar de $4 \cdot 6 = 24$ maneras diferentes.

55.  Utilizando solamente ceros y unos, se pueden construir cuatro números diferentes de tres cifras:



¿Cuántos números de cuatro cifras tienen solo ceros y unos? ¿Y de cinco cifras?




La primera cifra ha de ser un 1. Para el resto de las cifras hay dos posibilidades, un 0 o un 1. Hay, por tanto, $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ números de cuatro cifras que solo contienen 0 y 1.

Para números de cinco cifras, la cantidad de números con esas condiciones es:

$$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16.$$

56.  La carta de un restaurante ofrece cinco variedades de primer plato, tres de segundo y dos de postre. ¿De cuántas formas puede elegir su menú un cliente que toma un plato de cada grupo?

$$5 \cdot 3 \cdot 2 = 30 \text{ posibilidades de menú.}$$


57.  Un apicultor tiene 187 colmenas con una producción de dos cosechas al año, a razón de 9 kilos de miel por colmena en cada cosecha. La miel se envasa en tarros de medio kilo y se comercializa en cajas de seis tarros que se venden a 18 euros la caja. ¿Qué beneficio anual produce el colmenar?

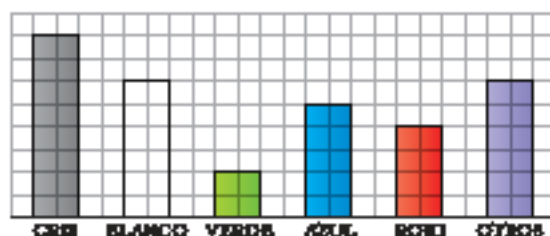
Cosecha $187 \cdot 2 \cdot 9 = 3\,366 \text{ kg}$

Envasa $3\,366 \cdot 2 = 6\,732 \text{ tarros}$

$$6\,732 : 6 = 1\,122 \text{ cajas}$$

Beneficio $1\,122 \cdot 18 = 20\,196 \text{ €}$

58.  La gráfica informa de la distribución, por colores, de los 30 690 coches fabricados en un trimestre.



¿Cuántos coches rojos se han fabricado en ese periodo?

Número de casillas ocupadas 62

Coches fabricados por casilla $30\,690 : 62 = 495$

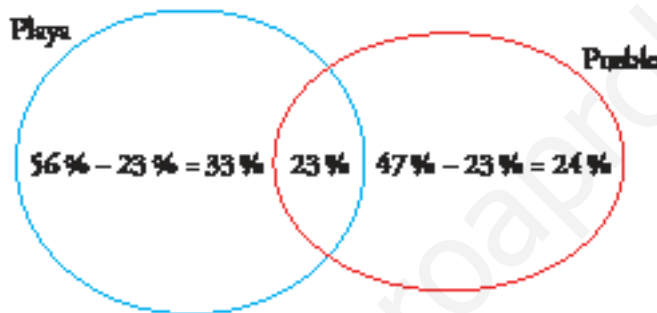
Coches rojos fabricados $495 \cdot 8 = 3\,960$

59. **Para la elaboración de una estadística sobre las vacaciones en una población de interior, se ha hecho una encuesta que arroja los siguientes datos:**

- El 56 % ha estado en la playa.
- El 47 % ha pasado unos días en el pueblo.
- El 23 % ha disfrutado de ambos destinos.

¿Qué tanto por ciento no ha estado ni en la playa ni en el pueblo?

$100 - (33 + 23 + 24) = 100 - 80 = 20$; el 20 % de la población no ha estado ni en la playa ni en el pueblo.



60. **Gorka y Fernando viven en el mismo portal y van al mismo colegio. Gorka, cuando va solo, tarda 20 minutos en el recorrido de casa a clase. Fernando, a su paso, tarda 30 minutos en el mismo trayecto.**

Hoy, cuando sale Gorka, hace ya cinco minutos que se fue su compañero. ¿Cuánto tardará en alcanzarle?

Gorka tarda 10 minutos en recorrer la mitad del camino y Fernando, 15 minutos. Por tanto, si Fernando sale 5 minutos antes, Gorka le alcanza a la mitad del camino, cuando lleva caminando 10 minutos.

Problemas “+”

61. **Cuatro amigos se pesan, por parejas, de todas las formas posibles y anotan desordenadamente los resultados obtenidos:**

83 kg - 87 kg - 91 kg - 80 kg - 84 kg - 88 kg

El más grande pesa 46 kg. ¿Cuánto pesa cada uno por separado?


Llamemos ① < ② < ③ < ④ a los cuatro amigos ordenados por peso.

Entonces:

$$\boxed{1+2} < \boxed{1+3} < \begin{matrix} \boxed{1+4} \\ \boxed{2+3} \end{matrix} < \boxed{2+4} < \boxed{3+4}$$

$$80 \qquad 83 \qquad \qquad \qquad 88 \qquad 91$$

④ = 46 kg; ③ = 91 - 46 = 45 kg; ② = 88 - 46 = 42 kg; ① = 80 - 42 = 38 kg

62.  Se está celebrando el gran premio de motociclismo en el circuito de Laguna Sosa. La moto verde salió mal y está invirtiendo 1 minuto y 46 segundos en cada vuelta. La moto roja salió bien, pero cada vuelta la da en 1 minuto y 48 segundos.

En este momento cruza la línea de control la moto roja, y 3 segundos después, la verde. Todavía queda mucha carrera por delante.


¿Cuánto tardará la moto verde en doblar a la roja?

1 minuto y 48 segundos = 108 segundos

Como en cada vuelta, la moto verde adelanta en 2 segundos a la roja, para doblarla, si fuesen a la par, necesitaría $108 : 2 = 54$ vueltas.

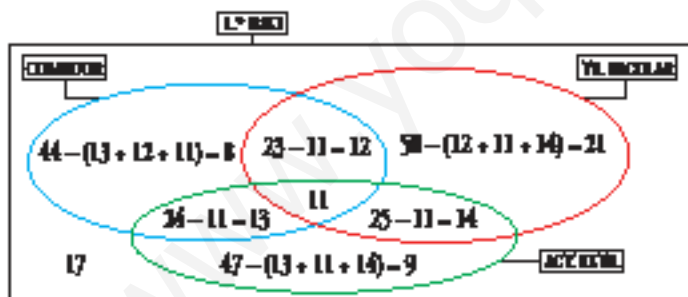
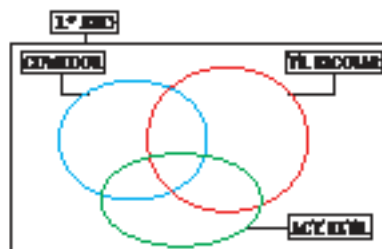
Pero en este momento la moto verde va 3 segundos por detrás de la roja, así es que necesita una vuelta y media más para recuperar ese tiempo.

En 55 vueltas y media la moto verde doblará a la roja.


63.  De los alumnos y alumnas matriculados en primero de ESO, sabemos que:
- 44 se quedan al comedor, 58 usan el transporte escolar y 47 están apuntados a actividades extraescolares.
 - 24 se quedan al comedor y a extraescolares.
 - 23 se quedan al comedor y usan el transporte escolar; 25 usan el transporte y se quedan a extraescolares.
 - 11 usan los tres servicios, y 17, ninguno de los tres.

¿Cuántos alumnos hay matriculados en primero de ESO?

 ¿Te serviría utilizar un gráfico como este?



Hay $8 + 13 + 12 + 21 + 14 + 9 + 11 + 17 = 105$ alumnos y alumnas matriculados en 1.º E.S.O.

64.  Martina ha obtenido así la suma de los 7 primeros números naturales.

$$\begin{array}{r} 1+2+3+4+5+6+7 \\ +7+6+5+4+3+2+1 \\ \hline 8+8+8+8+8+8+8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 8 \cdot 7 = 56 \\ 56 : 2 = \boxed{28} \end{array}$$

¿Sabrías calcular la suma de los números del uno al cien?

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100 \\ 100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1 \\ \hline 101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 + 101 \end{array}$$

$101 \cdot 100 = 10\,100$

$10\,100 : 2 = 5\,050$

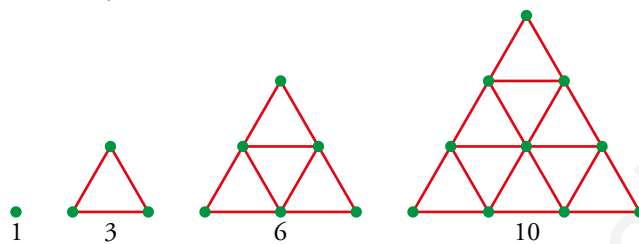
Taller de Matemáticas

Página 26

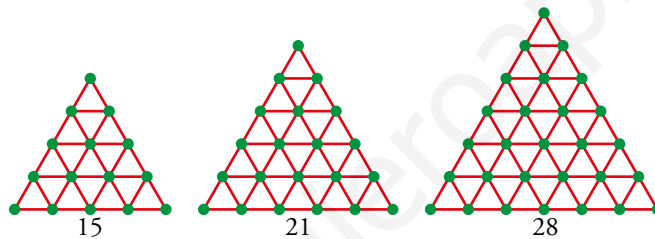
Infórmate e investiga

Números con geometría

- Los números 1, 3, 6 y 10 se pueden representar con una distribución de puntos en forma de triángulo, como puedes ver abajo. Por eso se llaman *números triangulares*. ¿Cuáles serán los tres siguientes? Dibújalos.

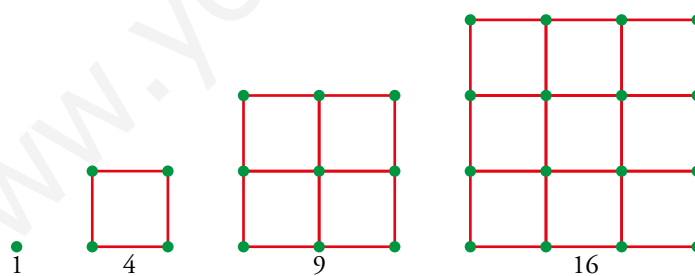


Los tres siguientes números triangulares:

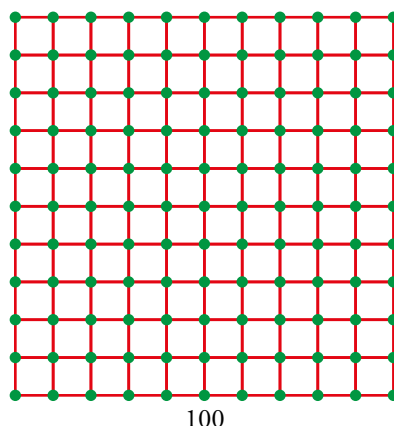


- También hay *números cuadrados*. ¿Cuáles crees que son los cuatro primeros? ¿Será cuadrado el número 100? ¿Por qué?

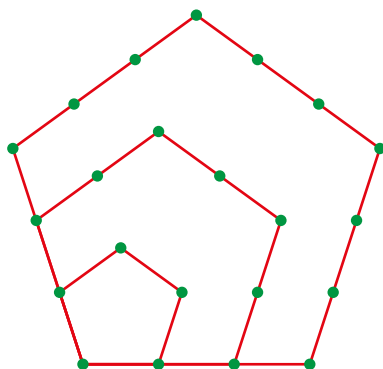
Cuatro primeros cuadrados:



El número 100 sí es un número cuadrado.

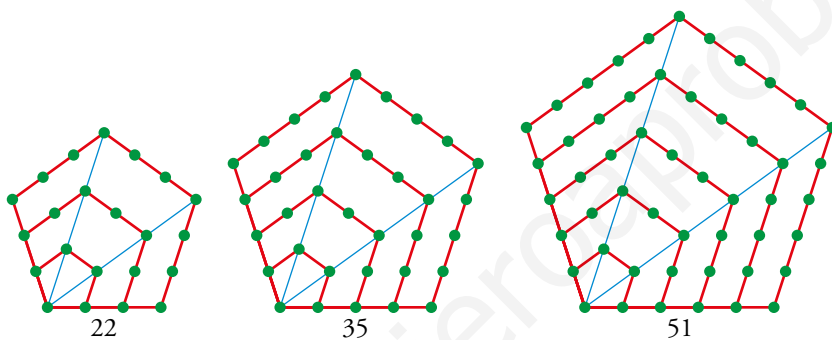


- ¿Qué número asocias a la figura de abajo? ¿Serías capaz de dibujar alguno más del mismo tipo?



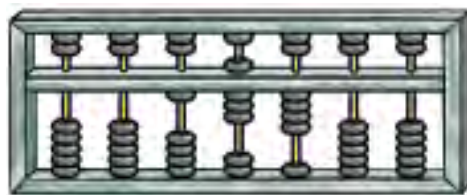
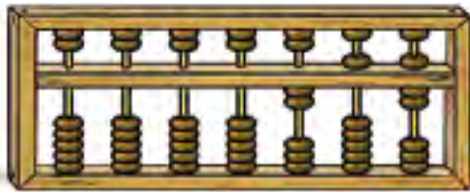
Si más arriba has visto números triangulares y números cuadrados, ¿cómo llamarías ahora a estos últimos?

A la figura de arriba se le asocia el número 22. Es un número pentagonal. Otros números pentagonales:



Piensa y deduce

- ¿Qué número se ha representado en cada uno de estos ábacos?



En el ábaco de la izquierda se ha representado el número 257.

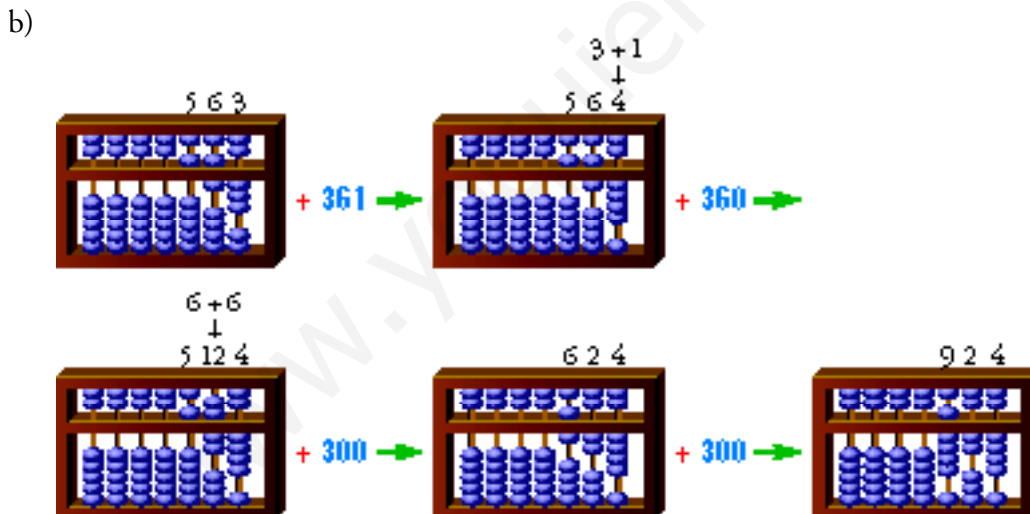
En el ábaco de la derecha se ha representado el número 18400.

Practica

- Dibuja, de la misma forma, los movimientos de estas operaciones:

a) $341 - 15$

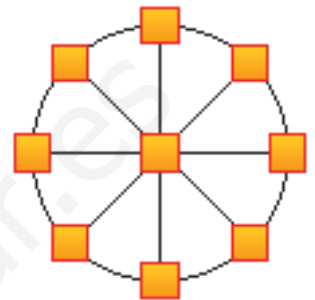
b) $563 + 361$



Entrénate resolviendo problemas

Reflexiona, ensaya y sé organizado

- Si escribes todos los números impares entre el 100 y el 200, ¿cuántas veces habrás usado la cifra 6?
- ¿Cuántos números capicúas de dos cifras hay? ¿Y de tres cifras?
- ¿Cuántas veces utilizarás la cifra 5 si escribes todos los capicúas de tres cifras?
- ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar utilizando solamente las cifras 1, 2, y 3?
- Coloca los números del 1 al 9, uno por casilla, de forma que todos los tríos alineados sumen 15.



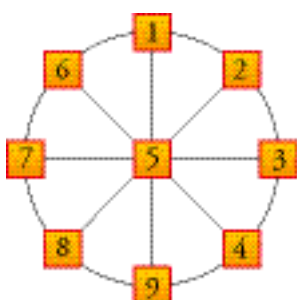
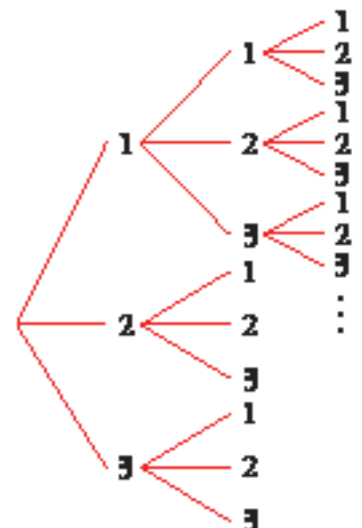
- El seis no podrá estar en la primera cifra, pues estamos entre 100 y 200. Tampoco en la última, pues hablamos de impares, con lo cual solo la habremos usado 5 veces, los impares con 6 en la cifra de las decenas (161, 163, 165, 167, 169).
- Los números capicúas de dos cifras son los que tienen esas dos cifras iguales y distintas de cero; por tanto, hay nueve.

De tres cifras, por cada uno de los nueve anteriores puedo meter en el medio 10 cifras distintas, con lo que hay $9 \cdot 10 = 90$.

- Para escribir todos los números capicúas de tres cifras, la cifra 5 se utiliza:
 - Dos veces por cada uno de los números que empiezan y acaban en 5. Como la cifra central puede ser de 0 a 9 (diez cifras distintas) y una de ellas es un 5, tendremos $2 \cdot 10 + 1 = 21$.
 - Una vez en cada uno de los capicúas que empiezan por el resto de cifras menos el cero y el cinco, que ya está contado. Así, sumamos otros 8.

Total: la cifra 5 aparece 29 veces.

- Para la primera cifra hay tres opciones (1, 2 o 3). Para cada una de esas tres opciones hay otras tres para la segunda cifra, y otras tres para la tercera. Por tanto, existen $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ números distintos con las condiciones dadas.



Autoevaluación

1. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

SISTEMAS DE NUMERACIÓN		
EGIPCIO	ROMANO	DECIMAL
	MMCDXLVIII	
		4 528

Di si cada uno de los sistemas es aditivo o posicional. ¿Cuál es la diferencia?

El sistema de numeración decimal es posicional, lo que quiere decir que el valor de una cifra depende del lugar que ocupe. Los sistemas egipcio y romano, sin embargo, son aditivos; esto es, se suman las cantidades que representa cada símbolo.

SISTEMAS DE NUMERACIÓN		
EGIPCIO	ROMANO	DECIMAL
	MMMXLII	3 042
	MMCDXLVIII	2 448
	IV̄DXXVIII	4 528

2. Observa estas cantidades:

- La extensión de Brasil es de 8 514 877 km².
- El caudal de este río es de 209 487 m³/s.
- Luisa ha recibido un premio de seiscientos ochenta y cinco mil cuatrocientos veintisiete euros.
- La población de Australia es de veintidós millones seiscientos ochenta y siete mil cuatrocientos veintisiete habitantes.

a) Expresa con letras las cantidades que están dadas con cifras, y viceversa.

b) Redondea a las decenas de millar.

c) Redondea al orden de unidad que consideres más adecuado para que la información sea razonable e indica a qué orden has redondeado.

- a) – La extensión de Brasil es de ocho millones quinientos catorce mil ochocientos setenta y siete kilómetros cuadrados.
 – El caudal de este río es de doscientos nueve mil cuatrocientos ochenta y siete metros cúbicos por segundo.
 – Luisa ha recibido un premio de 685 427 euros.
 – La población de Australia es de 22 687 427 habitantes.

- b)– La extensión de Brasil es de 8 510 000 km².
 - El caudal de este río es de 210 000 m³/s.
 - Luisa ha recibido un premio de 690 000 euros.
 - La población de Australia es de 22 690 000 habitantes.
- c)– La extensión de Brasil es de 8 500 000 km² (redondeo a las centenas de millar).
 - El caudal de este río es de 210 000 m³/s (redondeo a las decenas de millar).
 - Luisa ha recibido un premio de 700 000 euros (redondeo a las centenas de millar).
 - La población de Australia es de 22 700 000 habitantes (redondeo a las centenas de millar).

3. Calcula.

- | | | | |
|------------------------|----------------------------|-------------------|-------------------|
| a) $1\,528 + 35 + 482$ | b) $4\,321 + 189 - 1\,387$ | c) $324 \cdot 28$ | d) $3\,611 : 157$ |
| a) 2 045 | b) 3 123 | c) 9 072 | d) 23 |

4. Copia en tu cuaderno y calcula los términos que faltan.

- | | | | |
|------------------------------|------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|
| a) $154 \cdot \square = 462$ | b) $\square : 27 = 98$ | c) $30\,275 : \square = 35$ | d) $1\,508 = \square \cdot 125 + 8$ |
| a) 3 | b) 2 646 | c) 865 | d) 12 |

5. Copia en tu cuaderno y rellena los huecos.

- | | | | |
|-----------------------------|----------------------------------|----------------------------|------------------------|
| a) $18 \cdot \square = 180$ | b) $\square \cdot 100 = 27\,000$ | c) $4\,000 : \square = 40$ | d) $\square : 10 = 38$ |
| a) 10 | b) 270 | c) 100 | d) 380 |

6. Realiza las siguientes operaciones combinadas:

- | | |
|--|---|
| a) $12 + 3 \cdot 5 - 2$ | b) $7 \cdot 3 - 4 \cdot 2 + 2$ |
| c) $19 - 5 \cdot (10 - 7) + 4 \cdot 7$ | d) $10 \cdot [7 \cdot 5 - (4 + 6 \cdot 3)]$ |
| a) 25 | b) 15 |
| | c) 32 |
| | d) 130 |

7. Tienes un buen montón de monedas de 50, 20 y 10 céntimos. ¿De cuántas formas diferentes puedes juntar un euro? Justifica tu respuesta.

- | | | |
|------------------------|---------------------------|---------------------------|
| $50 \cdot 2$ | $20 + 4 + 10 \cdot 2$ | Son 10 formas diferentes. |
| $50 + 2 \cdot 20 + 10$ | $20 \cdot 3 + 10 \cdot 4$ | |
| $50 + 20 + 3 \cdot 10$ | $20 \cdot 2 + 10 \cdot 6$ | |
| $50 + 5 \cdot 10$ | $20 + 10 \cdot 8$ | |
| $20 \cdot 5$ | $10 \cdot 10$ | |

8. Un hortelano tiene dos campos con 165 y 213 manzanos, respectivamente. Espera cosechar, por término medio, 35 kg de manzanas por árbol. Al recoger la cosecha, la empaquetará en cajas de 10 kg y la venderá a un almacén que le paga a 3 € la caja. ¿Qué cantidad espera ingresar por la venta de manzanas?

Manzanos: $165 + 213 = 378$

Kilos: $378 \cdot 35 = 13\,230$

Cajas: $13\,230 : 10 = 1\,323$

Ingresos: $1\,323 \cdot 3 = 3\,969 \text{ €}$

Números cuadrados y números cúbicos

1. Escribe los tres términos siguientes de cada una de las series anteriores.

$$A_5 = 25$$

$$A_6 = 36$$

$$A_7 = 49$$

$$B_5 = 125$$

$$B_6 = 216$$

$$B_7 = 343$$

2. Calcula A_{100} y B_{100} .

$$A_{100} = 100^2 = 10\,000$$

$$B_{100} = 100^3 = 1\,000\,000$$

Suma de impares

3. Según esto, calcula:

- a) La suma de los siete primeros números impares.

$$S_7 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$$

- b) La suma de los diez primeros números impares (S_{10}).

- a) La suma de los siete primeros números impares es:

$$S_7 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7^2 = 49$$

- b) $S_{10} = 10^2 = 100$

4. ¿Cómo calcularías, de forma rápida y sencilla, la suma de los cien primeros impares?

$$S_{100} = 1 + 3 + 5 + \dots + 199$$

$$S_{100} = 1 + 3 + 5 + \dots + 199 = 100^2 = 10\,000$$

1 Potencias

Página 31

1. Expresa con una potencia.

- a) $6 \cdot 6$ b) $6 \cdot 6 \cdot 6$ c) $7 \cdot 7$ d) $5 \cdot 5$
 e) $10 \cdot 10 \cdot 10$ f) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ g) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ h) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
 a) 6^2 b) 6^3 c) 7^2 d) 5^2 e) 10^3 f) 4^4 g) 3^6 h) 10^5

2. Lee estas potencias y exprésalas como producto:

- a) 3^4 b) 2^7 c) 9^3
 d) 15^2 e) 10^6 f) 20^4
 a) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ b) $2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ c) $9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9$
 d) $15^2 = 15 \cdot 15$ e) $10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ f) $20^4 = 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20$

3. Completa la tabla en tu cuaderno.

POTENCIA	BASE	EXPONENTE
2^6		
	5	3
a^4		
	m	5

POTENCIA	BASE	EXPONENTE
2^6	2	6
5^3	5	3
a^4	a	4
m^5	m	5

4. Calcula mentalmente y ordena de mayor a menor.

- a) 2^3 b) 5^2 c) 4^3
 d) 20^3 e) 10^4 f) 11^2
 a) 8 b) 25 c) 64 d) 8000 e) 10000 f) 121
 $10000 \geq 8000 \geq 121 \geq 64 \geq 25 \geq 8$

5. Calcula con lápiz y papel.

- a) 2^8 b) 3^5 c) 12^3
 d) 9^4 e) 15^2 f) 85^2
 g) 12^3 h) 30^4 i) 100^3
 a) 256 b) 243 c) 1728
 d) 6561 e) 225 f) 7225
 g) 1728 h) 810000 i) 1000000

6. Obtén estas potencias con ayuda de la calculadora:

- | | | |
|--------------|----------------|----------------|
| a) 11^5 | b) 62^3 | c) 37^4 |
| d) 136^3 | e) 101^4 | f) 140^4 |
| a) 161 051 | b) 1 874 161 | c) 238 328 |
| d) 2 515 456 | e) 104 060 401 | f) 384 160 000 |

7. Escribe el valor de cada exponente:

- | | | |
|----------------|---------------------|----------------------|
| a) $2^x = 64$ | b) $3^y = 81$ | c) $6^z = 36$ |
| d) $8^m = 512$ | e) $10^n = 10\,000$ | f) $30^t = 810\,000$ |
| a) $2^6 = 64$ | b) $3^4 = 81$ | c) $6^2 = 36$ |
| d) $8^3 = 512$ | e) $10^4 = 10\,000$ | f) $30^4 = 810\,000$ |

8. Calcula el valor de la base, a , en cada caso:

- | | | |
|-------------------|--------------------|----------------------|
| a) $a^4 = 16$ | b) $a^2 = 25$ | c) $a^3 = 64$ |
| d) $a^4 = 2\,401$ | e) $a^3 = 1\,000$ | f) $a^{10} = 1\,024$ |
| a) $2^4 = 16$ | b) $5^2 = 25$ | c) $4^3 = 64$ |
| d) $7^4 = 2\,401$ | e) $10^3 = 1\,000$ | f) $2^{10} = 1\,024$ |

9. Escribe los cuadrados de los veinte primeros números naturales.

$$1^2 \quad 2^2 \quad 3^2 \quad \dots \quad 20^2$$

$$1 \quad 4 \quad 9 \quad \dots \quad 400$$

$$1^2 = 1; 2^2 = 4; 3^2 = 9; 4^2 = 16; 5^2 = 25; 6^2 = 36; 7^2 = 49; 8^2 = 64; 9^2 = 81;$$

$$10^2 = 100; 11^2 = 121; 12^2 = 144; 13^2 = 169; 14^2 = 196; 15^2 = 225; 16^2 = 256;$$

$$17^2 = 289; 18^2 = 324; 19^2 = 361; 20^2 = 400$$

10. Calcula expresando el proceso paso a paso.

- | | | |
|---|-------------------------------|--|
| a) $8^2 + 8$ | b) $3^3 - 3^2$ | c) $5^3 - 5^2 + 5$ |
| d) $(9^2 - 7^2) + 4^2$ | e) $(26 - 24)^5 - 2^4$ | f) $(8^2 - 7^2)^2 - 2 \cdot 10^2 - 25$ |
| a) $64 + 8 = 72$ | b) $27 - 9 = 18$ | c) $125 - 25 + 5 = 105$ |
| d) $(81 - 49) + 16 = 48$ | e) $2^5 - 2^4 = 32 - 16 = 16$ | |
| f) $(64 - 49)^2 - 2 \cdot 100 - 25 = 15^2 - 200 - 25 = 225 - 225 = 0$ | | |

11. ¿Verdadero o falso?

- a) Elevar un número al cubo es igual que multiplicarlo por sí mismo tres veces.
- b) Elevar a la cuarta es como multiplicar por cuatro.
- c) El cuadrado de 10 es 20.
- d) El cubo de 10 es 1 000.
- e) Trece a la quinta es igual que cinco elevado a trece.
- | | | |
|--------------|---|------------------------|
| a) Verdadero | b) Falso, $5^4 = 625$ y $5 \cdot 4 = 20$ | c) Falso, $10^2 = 100$ |
| d) Verdadero | e) Falso, $13^5 = 371\,293$ y $5^{13} = 1\,220\,703\,125$ | |

12. Álvaro dibuja tres cuadrados, uno de 5 cm de lado, otro de 12 cm de lado y el tercero de 13 cm de lado. Después colorea de rojo los dos primeros y de verde el último. ¿Qué superficie es mayor, la verde o la roja?

Coloreados de rojo tendremos $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 \text{ cm}^2$ y de verde, $13^2 = 169 \text{ cm}^2$, por lo que las dos superficies son iguales.

13. Recorta en papel cuadriculado dos cuadrados, uno de diez cuadrados de lado y otro de cinco.

¿Hay en el primero el doble de cuadrados que en el segundo? Explica tu respuesta.

El cuadrado de 10 cuadrados de lado tiene $10^2 = 100$ cuadrados de superficie, y el de 5 cuadrados de lado tiene $5^2 = 25$. Por tanto, es falso que el primero tenga el doble de cuadrados que el segundo.

14. Estos edificios tienen el mismo número de ventanas en todas sus caras. Expresa con una potencia de base cinco, y calcula, cuántas hay en total.

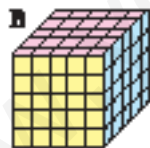


Cada cara de cada edificio tiene 5^2 ventanas, cada edificio tiene 5 lados y hay 5 edificios. En total habrá $5^4 = 625$ ventanas.

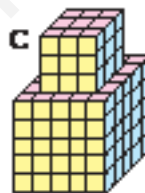
15. Expresa con potencias el número de cubos unitarios que hay en cada construcción *poli-cubo*:



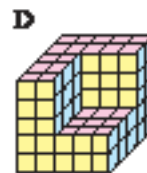
$A = 3^3$



$B = 5^3$



$C = 3^3 + 5^3$



$D = 5^3 - 3^3$

2 Potencias de base 10. Aplicaciones

Página 32

1. Escribe como potencias de base 10.

- | | | | |
|---------------|---------------|------------------|---------------|
| a) Un millar. | b) Un millón. | c) Mil millones. | d) Un billón. |
| a) 10^3 | b) 10^6 | c) 10^9 | d) 10^{12} |

2. Expresa con todas sus cifras.

- | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------------|
| a) $4 \cdot 10^5$ | b) $15 \cdot 10^9$ | c) $86 \cdot 10^{14}$ |
| a) 400 000 | b) 15 000 000 000 | c) 8 600 000 000 000 000 |

3. Escribe el valor de x en cada caso:

- | | | |
|--|---|---|
| a) $2\,936\,428 \approx 29 \cdot 10^x$ | b) $3\,601\,294\,835 \approx 36 \cdot 10^x$ | c) $19\,570\,000\,000\,000 \approx 20 \cdot 10^x$ |
| a) $x = 5$ | b) $x = 8$ | c) $x = 12$ |

4. Realiza la descomposición polinómica de los siguientes números:

- | | | | |
|--|---|--|---|
| a) 74 238 | b) 680 290 | c) 4 528 926 | d) 46 350 000 |
| a) $74\,238 = 7 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 8$ | b) $680\,290 = 6 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10$ | c) $4\,528\,926 = 4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6$ | d) $46\,350\,000 = 4 \cdot 10^7 + 6 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4$ |

5. Escribe en notación abreviada los datos que siguen:

- a) El número de moléculas elementales en un litro de agua es 334 326 000 000 000 000 000.
- b) Las estrellas Alfa Centauri están a unos cuarenta billones de kilómetros del Sol.
- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| a) $33 \cdot 10^{22}$ | b) $40 \cdot 10^{12}$ |
|-----------------------|-----------------------|

3 Operaciones con potencias

Página 35

1. Completa en tu cuaderno, como en el ejemplo.

• $(4 \cdot 3)^2 = 12^2 = 144$ $4^2 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144$ $(4 \cdot 3)^2 = 4^2 \cdot 3^2$

a) $(3 \cdot 5)^2 = \dots$ $3^2 \cdot 5^2 = \dots$

b) $(4 \cdot 2)^3 = \dots$ $4^3 \cdot 2^3 = \dots$

c) $(12 : 3)^2 = \dots$ $12^2 : 3^2 = \dots$

d) $(20 : 4)^3 = \dots$ $20^3 : 4^3 = \dots$

a) $(3 \cdot 5)^2 = 15^2 = 225$
 $3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225$

b) $(4 \cdot 2)^3 = 8^3 = 512$
 $4^3 \cdot 2^3 = 64 \cdot 8 = 512$

c) $(12 : 3)^2 = 4^2 = 16$
 $12^2 : 3^2 = 144 : 9 = 16$

d) $(20 : 4)^3 = 5^3 = 125$
 $20^3 : 4^3 = 8000 : 64 = 125$

2. Reflexiona y calcula de la forma más sencilla.

a) $5^3 \cdot 2^3$

b) $4^2 \cdot 5^2$

c) $25^2 \cdot 4^2$

d) $20^3 \cdot 5^3$

e) $16^5 : 8^5$

f) $18^3 : 6^3$

g) $21^4 : 7^4$

h) $35^2 : 5^2$

i) $100^3 : 50^3$

a) $(5 \cdot 2)^3 = 10^3 = 1000$

b) $(4 \cdot 5)^2 = 20^2 = 400$

c) $(25 \cdot 4)^2 = 100^2 = 10000$

d) $(20 \cdot 5)^3 = 100^3 = 1000000$

e) $(16 : 8)^5 = 2^5 = 32$

f) $(18 : 6)^3 = 3^3 = 27$

g) $(21 : 7)^4 = 3^4 = 81$

h) $(35 : 5)^2 = 7^2 = 49$

i) $(100 : 50)^3 = 2^3 = 8$

3. Calcula.

a) $(2^5 \cdot 3^5) : 6^5$

b) $(6^4 \cdot 3^4) : 9^4$

c) $(80^3 : 8^3) : 5^3$

d) $(48^2 : 2^2) : 6^2$

e) $(8^2 \cdot 12^2) : (6^2 \cdot 8^2)$

f) $(3^3 \cdot 4^3) : (20^3 : 5^3)$

a) $6^5 : 6^5 = 1$

b) $18^4 : 9^4 = 2^4 = 16$

c) $10^3 : 5^3 = 2^3 = 8$

d) $24^2 : 6^2 = 4^2 = 16$

e) $96^2 : 48^2 = 2^2 = 4$

f) $12^3 : 4^3 = 3^3 = 27$

4. Calcula y observa que los resultados no coinciden.

a) $(6 + 4)^2$
 $6^2 + 4^2$

b) $(5 + 2)^3$
 $5^3 + 2^3$

a) $(6 + 4)^2 = 10^2 = 100$

b) $(5 + 2)^3 = 7^3 = 343$

$6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

$5^3 + 2^3 = 125 + 8 = 133$

5. Copia en tu cuaderno y sustituye cada casilla por el signo “=” o “≠”, según corresponda:

a) $(4 + 1)^3 \square 4^3 + 1^3$

b) $(4 + 1)^3 \square 5^3$

c) $(6 - 2)^4 \square 6^4 - 2^4$

d) $7^3 \square (10 - 3)^3$

e) $10^2 \square 5^2 \cdot 2^2$

f) $10^4 \square 5^2 \cdot 2^2$

g) $(12 : 3)^2 \square 12^2 : 3^2$

h) $12^7 : 3^2 \square 4^5$

a) $(4 + 1)^3 \neq 4^3 + 1^3$

b) $(4 + 1)^3 = 5^3$

c) $(6 - 2)^4 \neq 6^4 - 2^4$

d) $7^3 = (10 - 3)^3$

e) $10^2 = 5^2 \cdot 2^2$

f) $10^4 \neq 5^2 \cdot 2^2$

g) $(12 : 3)^2 = 12^2 : 3^2$

h) $12^7 : 3^2 \neq 4^5$

6. Reduce a una sola potencia.

a) $5^2 \cdot 5^2$

b) $3^2 \cdot 3^5$

c) $10^5 \cdot 10^2$

d) $a^5 \cdot a^5$

e) $m^7 \cdot m$

f) $x^2 \cdot x^6$

a) 5^4

b) 3^7

c) 10^7

d) a^{10}

e) m^8

f) x^8

7. Expresa con una única potencia.

a) $2^6 : 2^2$

b) $3^8 : 3^5$

c) $10^7 : 10^6$

d) $a^{10} : a^6$

e) $m^5 : m$

f) $x^8 : x^4$

a) 2^4

b) 3^3

c) $10^1 = 10$

d) a^4

e) m^4

f) x^4

8. Reduce a una única potencia.

a) $(5^2)^3$

b) $(2^5)^2$

c) $(10^3)^3$

d) $(a^5)^3$

e) $(m^2)^6$

f) $(x^4)^4$

a) 5^6

b) 2^{10}

c) 10^9

d) a^{15}

e) m^{12}

f) x^{16}

9. Reduce.

a) $x \cdot x^2 \cdot x^3$

b) $m^2 \cdot m^4 \cdot m^4$

c) $(k^9 : k^5) : k^3$

d) $(x^5 : x^3) : x^2$

e) $m^6 : (m^8 : m^4)$

f) $(k^2 \cdot k^5) : k^6$

g) $(x^2)^5 : x^7$

h) $m^{10} : (m^3)^3$

i) $(k^2)^6 : (k^3)^4$

j) $(x^5 : x^3)^2$

a) x^6

b) m^{10}

c) $k^1 = k$

d) $x^0 = 1$

e) m^2

f) $k^1 = k$

g) x^3

h) $m^1 = m$

i) $k^0 = 1$

j) x^4

10. Resuelve estas expresiones con operaciones combinadas:

a) $6^2 + 2^2 - 2^2 + 5$

b) $2^4 - 3^8 : 3^6 - 2^2$

c) $10 + (5^2)^3 : (5^3)^2$

d) $(10^5 : 5^5) - (2^2 \cdot 2^2)$

e) $[(8 - 5)^2 \cdot (9 - 6)^3] : 3^5$

f) $[(7 - 4)^3 - (9 - 4)^2]^4$

a) $36 + 4 - 4 + 5 = 41$

b) $16 - 3^2 - 4 = 16 - 9 - 4 = 3$

c) $10 + 5^6 : 5^6 = 10 + 1 = 11$

d) $(10 : 5)^5 - 2^4 = 2^5 - 2^4 = 32 - 16 = 16$

e) $[3^2 \cdot 3^3] : 3^5 = 3^5 : 3^5 = 3^0 = 1$

f) $[3^3 - 5^2]^4 = [27 - 25]^4 = 2^4 = 16$

4 Raíz cuadrada

Página 37

1. Copia y completa, como en el ejemplo.

- $\sqrt{25} = 5$ " La raíz de 25 es igual a 5.

a) $\sqrt{49} = 7$ " ... b) $\sqrt{64} = \dots$ " ... c) $\sqrt{81} = \dots$ " ... d) $\sqrt{121} = \dots$ " ...

- a) $\sqrt{49} = 7$ La raíz cuadrada de 49 es igual a 7.
 b) $\sqrt{64} = 8$ La raíz cuadrada de 64 es igual a 8.
 c) $\sqrt{81} = 9$ La raíz cuadrada de 81 es igual a 9.
 d) $\sqrt{121} = 11$ La raíz cuadrada de 121 es igual a 11.

2. Calcula mentalmente.

- | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|
| a) $\sqrt{4}$ | b) $\sqrt{9}$ | c) $\sqrt{36}$ |
| d) $\sqrt{400}$ | e) $\sqrt{900}$ | f) $\sqrt{3\,600}$ |
| g) $\sqrt{6\,400}$ | h) $\sqrt{8\,100}$ | i) $\sqrt{10\,000}$ |
| a) 2 | b) 3 | c) 6 |
| d) 20 | e) 30 | f) 60 |
| g) 80 | h) 90 | i) 100 |

3. Calcula la raíz entera en cada caso:

- | | | |
|----------------|----------------|-----------------|
| a) $\sqrt{5}$ | b) $\sqrt{10}$ | c) $\sqrt{24}$ |
| d) $\sqrt{32}$ | e) $\sqrt{39}$ | f) $\sqrt{50}$ |
| g) $\sqrt{68}$ | h) $\sqrt{92}$ | i) $\sqrt{105}$ |
| a) 2 | b) 3 | c) 4 |
| d) 5 | e) 6 | f) 7 |
| g) 8 | h) 9 | i) 10 |

4. Escribe en tu cuaderno los cuadrados perfectos comprendidos entre 200 y 900.

15^2	16^2	17^2	18^2	...	30^2
225	256	289	324	...	900

$15^2 = 225$; $16^2 = 256$; $17^2 = 289$; $18^2 = 324$; $19^2 = 361$; $20^2 = 400$; $21^2 = 441$; $22^2 = 484$;
 $23^2 = 529$; $24^2 = 576$; $25^2 = 625$; $26^2 = 676$; $27^2 = 729$; $28^2 = 784$; $29^2 = 841$; $30^2 = 900$

5. Calcula, teniendo en cuenta los resultados del ejercicio anterior.

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $\sqrt{289}$ | b) $\sqrt{361}$ | c) $\sqrt{484}$ |
| d) $\sqrt{576}$ | e) $\sqrt{676}$ | f) $\sqrt{841}$ |
| a) $\sqrt{289} = 17$ | b) $\sqrt{361} = 19$ | c) $\sqrt{484} = 22$ |
| d) $\sqrt{576} = 24$ | e) $\sqrt{676} = 26$ | f) $\sqrt{841} = 29$ |

6. Observa el cuadro y calcula indicando si la raíz es exacta o entera.

$50^2 = 2500$	$51^2 = 2601$	$52^2 = 2704$
$53^2 = 2809$	$54^2 = 2916$	$55^2 = 3025$

a) $\sqrt{2550}$

b) $\sqrt{2601}$

c) $\sqrt{2725}$

d) $\sqrt{2815}$

e) $\sqrt{2916}$

f) $\sqrt{2929}$

a) $\sqrt{2250} \approx 50$ entera

b) $\sqrt{2601} = 51$ exacta

c) $\sqrt{2725} \approx 52$ entera

d) $\sqrt{2815} \approx 53$ entera

e) $\sqrt{2916} = 54$ exacta

f) $\sqrt{2929} \approx 54$ entera

7. Calcula por tanteo.

a) $\sqrt{90}$

b) $\sqrt{150}$

c) $\sqrt{700}$

d) $\sqrt{1521}$

e) $\sqrt{6816}$

f) $\sqrt{10816}$

a) $9^2 = 81$
 $10^2 = 100$ $\sqrt[4]{90} \approx 9$

b) $12^2 = 144$
 $13^2 = 169$ $\sqrt[4]{150} \approx 12$

c) $26^2 = 676$
 $27^2 = 729$ $\sqrt[4]{700} \approx 26$

d) $39^2 = 1521$ $\sqrt{1521} = 39$

e) $82^2 = 6724$
 $83^2 = 6889$ $\sqrt[4]{6816} \approx 82$

f) $104^2 = 10816$ $\sqrt{10816} = 104$

8. Resuelve.

a) $\sqrt{121} - \sqrt{100} + \sqrt{81}$

b) $4 \cdot \sqrt{25} - 5 \cdot \sqrt{9} : 5$

c) $\sqrt{4^3 - 2^5} - \sqrt{5^2 + 7}$

d) $(8 - 6)^6 : \sqrt{4^4}$

a) $11 - 10 + 9 = 10$

b) $(4 \cdot 5 - 5 \cdot 3) : 5 = (20 - 15) : 5 = 5 : 5 = 1$

c) $\sqrt{64 - 32} - \sqrt{25 + 7} = \sqrt{32} - \sqrt{32} = 0$

d) $2^6 : \sqrt{256} = 64 : 16 = 4$

9. Copia en tu cuaderno y completa las siguientes raíces resueltas mediante el algoritmo:

$$\begin{array}{r} \sqrt{1158} \quad \square 4 \\ - \square \\ \hline \square \square \square \\ - 256 \\ \hline 00\square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2738} \quad 5\square \\ \square \square \\ \hline 238 \\ \square \square \square \\ \hline \square \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{1158} \quad \boxed{3}4 \\ - \boxed{9} \\ \hline \boxed{2}\boxed{5}\boxed{8} \\ - 256 \\ \hline 00\boxed{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2738} \quad 5\boxed{2} \\ \boxed{2}\boxed{5} \\ \hline 238 \\ \boxed{2}\boxed{0}\boxed{4} \\ \hline \boxed{0}\boxed{3}\boxed{4} \end{array}$$

10. Calcula con lápiz y papel y, después, comprueba con la calculadora.

a) $\sqrt{1444}$

b) $\sqrt{2025}$

c) $\sqrt{2945}$

d) $\sqrt{3974}$

e) $\sqrt{20164}$

f) $\sqrt{126782}$

$$\begin{array}{r} \sqrt{1444} \quad 38 \\ 9 \\ \hline 544 \\ 544 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2025} \quad 45 \\ 16 \\ \hline 425 \\ 425 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2945} \quad 54 \\ 25 \\ \hline 445 \\ 416 \\ \hline 029 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{3974} \quad 63 \\ 36 \\ \hline 374 \\ 369 \\ \hline 005 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{20164} \quad 142 \\ 1 \\ \hline 101 \\ 96 \\ \hline 564 \\ 564 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{126782} \quad 356 \\ 9 \\ \hline 367 \\ 325 \\ \hline 04282 \\ 4236 \\ \hline 0046 \end{array}$$

11. Obtén con ayuda de la calculadora.

a) $\sqrt{2936}$

b) $\sqrt{10568}$

c) $\sqrt{528471}$

a) $\sqrt{2936} = 54$

b) $\sqrt{10568} = 103$

c) $\sqrt{528471} = 727$


Ejercicios y problemas

Página 39

Cálculo de potencias

1.  **Calcula mentalmente.**

- | | | | | |
|----------|----------|----------|------------|-----------|
| a) 2^4 | b) 6^3 | c) 3^5 | d) 20^4 | e) 30^0 |
| a) 16 | b) 216 | c) 243 | d) 160 000 | e) 1 |

2.  **Copia en tu cuaderno y completa.**

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| a) $\square^3 = 8\ 000$ | b) $\square^2 = 4\ 900$ | c) $\square^4 = 10\ 000$ | d) $\square^4 = 160\ 000$ |
| a) $20^3 = 8\ 000$ | b) $70^2 = 4\ 900$ | c) $10^4 = 10\ 000$ | d) $20^4 = 160\ 000$ |

3.  **Calcula el exponente en cada caso:**

- | | | | |
|----------------|---------------------|-------------------|--------------------|
| a) $2^x = 256$ | b) $10^x = 10\ 000$ | c) $7^x = 2\ 401$ | d) $13^x = 2\ 197$ |
| a) $x = 8$ | b) $x = 4$ | c) $x = 4$ | d) $x = 3$ |

4.  **Calcula con lápiz y papel.**

- | | | | | |
|----------|-----------|-------------|-----------|-----------|
| a) 5^5 | b) 9^5 | c) 1^{10} | d) 15^3 | e) 16^4 |
| a) 3 125 | b) 59 049 | c) 1 | d) 3 375 | e) 65 536 |

5.  **Obtén con la calculadora.**

- | | | | | |
|---------------|--------------|-----------|---------------|------------|
| a) 4^{12} | b) 5^{10} | c) 45^3 | d) 67^4 | e) 99^3 |
| a) 16 777 216 | b) 9 765 625 | c) 91 125 | d) 20 151 121 | e) 970 299 |

6.  **Escribe todos los cuadrados perfectos comprendidos entre 1 000 y 1 500.**

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $32^2 = 1\ 024$ | $33^2 = 1\ 089$ | $34^2 = 1\ 156$ | $35^2 = 1\ 225$ |
| $36^2 = 1\ 296$ | $37^2 = 1\ 369$ | $38^2 = 1\ 444$ | |

Potencias de base 10. Expresión abreviada de números grandes

7.  **Escribe con todas sus cifras.**

- | | | | | |
|----------------------|--------------|---------------------------|--------------|--------------|
| a) 10^2 | b) 10^6 | c) 10^{10} | d) 10^{12} | e) 10^{16} |
| a) 100 | b) 1 000 000 | c) 10 000 000 000 | | |
| d) 1 000 000 000 000 | | e) 10 000 000 000 000 000 | | |

8.  **Escribe como potencia de base 10.**

- | | | | |
|-----------|-------------------|------------------|-----------------------|
| a) Cien. | b) Cien millones. | c) Cien billones | d) Cien mil billones. |
| a) 10^2 | b) 10^8 | c) 10^{14} | d) 10^{17} |

9.  **Expresa con todas sus cifras.**

- | | | |
|--------------------|--------------------|-----------------------|
| a) $13 \cdot 10^7$ | b) $34 \cdot 10^9$ | c) $62 \cdot 10^{11}$ |
| a) 130 000 000 | b) 34 000 000 000 | c) 6 200 000 000 000 |

10. Transforma como el ejemplo.

• $180\,000 = 18 \cdot 10^4$

a) 5 000

b) 1 700 000

c) 4 000 000 000

a) $5 \cdot 10^3$

b) $17 \cdot 10^5$

c) $4 \cdot 10^9$

11. En un kilómetro hay $10^3 = 1\,000$ metros, y en un metro hay $10^2 = 100$ centímetros.

Expresa, de la misma forma, los centímetros que hay en un kilómetro.

$$1\text{ km} = 10^3\text{ m} \quad 1\text{ km} = 10^3 \cdot 10^2 = 10^5\text{ cm}$$

$$1\text{ m} = 10^2\text{ cm}$$

12. Redondea a la centena de millar y escribe abreviadamente con el apoyo de una potencia de base 10 el número de habitantes de cada una de estas ciudades:

ROMA: 2 823 201

PARÍS: 11 837 743

MADRID: 3 234 359

EL CAIRO: 16 248 530

Roma 2 823 201 $28 \cdot 10^5$

París 11 837 743 $118 \cdot 10^5$

Madrid 3 234 359 $32 \cdot 10^5$

El Cairo 16 248 530 $162 \cdot 10^5$

13. Ordena, de menor a mayor, estas cantidades:

$8 \cdot 10^9$

$17 \cdot 10^7$

$98 \cdot 10^6$

10^{10}

$16 \cdot 10^8$

$9 \cdot 10^9$

$$98 \cdot 10^6 < 17 \cdot 10^7 < 16 \cdot 10^8 < 8 \cdot 10^9 < 9 \cdot 10^9 < 10^{10}$$

14. Escribe en la notación abreviada, con ayuda de una potencia de base 10.

a) Ocho mil quinientos millones.

b) Dos billones, trescientos mil millones.

c) Cuatro trillones, novecientos mil millones.

a) $8\,500\,000\,000 = 85 \cdot 10^8$

b) $2\,300\,000\,000\,000 = 23 \cdot 10^{11}$

c) $4\,900\,000\,000\,000\,000\,000 = 49 \cdot 10^{17}$

Operaciones con potencias

15. Calcula.

a) $7^2 - 6^2 + 5^2 - 4^2$

b) $(5 - 4 + 2 - 1)^3$

c) $(10 - 6)^2 - (10 - 8)^3$

d) $3^4 - (5 - 3)^2 - (2^3)^2$

e) $(13 - 3)^2 \cdot (7 + 3)^2 + (15 - 5)^2 \cdot 10$


a) $49 - 36 + 25 - 16 = 22$

b) $2^3 = 8$

c) $4^2 - 2^3 = 16 - 8 = 8$

d) $81 - 2^2 - 2^6 = 81 - 4 - 64 = 13$

e) $10^2 \cdot 10^2 + 10^2 \cdot 10 = 10^4 + 10^3 = 10\,000 + 1\,000 = 11\,000$

16.  Calcula de la forma más sencilla.

a) $8^2 \cdot 5^2$

b) $2^6 \cdot 5^6$

c) $25^3 \cdot 4^3$

d) $6^5 : 3^5$

e) $15^3 : 5^3$

f) $20^4 : 5^4$

a) $40^2 = 1\,600$


b) $10^6 = 1\,000\,000$

c) $100^3 = 1\,000\,000$

d) $2^5 = 32$

e) $3^3 = 27$

f) $4^4 = 256$

17.  Copia en tu cuaderno y completa las casillas vacías.

a) $5^2 \cdot 5^3 = 5^\square$

b) $6^4 \cdot 6^3 = 6^\square$

c) $a^5 \cdot a^3 = a^\square$

d) $m^3 \cdot m^\square = m^9$

e) $2^6 : 2^4 = 2^\square$

f) $7^8 : 7^5 = 7^\square$

g) $a^9 : a^8 = a^\square$

h) $m^8 : m^\square = m^6$

i) $(4^2)^3 = 4^\square$

j) $(5^3)^3 = 5^\square$

k) $(a^2)^2 = a^\square$

l) $(m^4)^\square = m^{12}$

a) $5^2 \cdot 5^3 = 5^5$

b) $6^4 \cdot 6^3 = 6^7$

c) $a^5 \cdot a^3 = a^8$

d) $m^3 \cdot m^6 = m^9$

e) $2^6 : 2^4 = 2^2$

f) $7^8 : 7^5 = 7^3$

g) $a^9 : a^8 = a^1 = a$


h) $m^8 : m^2 = m^6$

i) $(4^2)^3 = 4^6$

j) $(5^3)^3 = 5^9$

k) $(a^2)^2 = a^4$

l) $(m^4)^3 = m^{12}$

18.  Reflexiona sobre estos enunciados y tradúcelos a igualdades o desigualdades matemáticas:

a) **Potencia de un producto.** Producto de las potencias de los factores.

b) **Potencia de una suma.** Suma de las potencias de los sumandos.

c) **Producto de potencias de igual base.** La misma base elevada a la suma de exponentes.

d) **Potencia de potencia.** La misma base elevada al producto de los exponentes.

e) **Potencia de exponente cero.** Uno.

a) $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

b) $(a + b)^m \neq a^m + b^m$

c) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

d) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

e) $a^0 = 1$

19. Reduce estas expresiones:

- a) $x^8 : x^3$ b) $m^4 \cdot m^2$ c) $(k^2)^4$ d) $x^5 \cdot x^5$ e) $(m^3)^2$ f) $k^6 : k^4$
 a) x^5 b) m^6 c) k^8 d) x^{10} e) m^6 f) k^2

20. Calcula.

- a) $36^4 : (2^4 \cdot 9^4)$ b) $(2^4 \cdot 2^5) : 2^9$ c) $(15^5 : 5^5) : 3^3$
 d) $12^9 : (4^7 \cdot 3^7)$ e) $(4^3 \cdot 4^5) : (4^4 \cdot 4^2)$ f) $(30^7 : 5^7) : (2^5 \cdot 3^5)$
 a) $2^4 = 16$ b) $2^0 = 1$ c) $3^2 = 9$ d) $12^2 = 144$ e) $4^2 = 16$ f) $6^2 = 36$

21. Reduce a una sola potencia.

- a) $(x^5 : x) \cdot x^2$ b) $(m^7 : m^4) : m^3$ c) $(x^2)^4 : (x^2)^3$
 d) $(m^4)^3 : (m^5)^2$ e) $(a^3 \cdot a^5) : (a \cdot a^4)$ f) $(x^3 : x^2) \cdot (x^4 \cdot x^3)$
 a) $x^4 \cdot x^2 = x^6$ b) $m^3 : m^3 = m^0 = 1$ c) $x^8 : x^6 = x^2$
 d) $m^{12} : m^{10} = m^2$ e) $a^8 : a^5 = a^3$ f) $x \cdot x^7 = x^8$

22. Reducir a una sola potencia y, después, calcular: $16^4 : 4^5$

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

23. Reduce a una sola potencia y, después, calcula.

- a) $2^{10} : 4^4$ b) $3^6 : 9^2$ c) $25^3 : 5^4$ d) $(2^3 \cdot 4^2) : 8$ e) $(3^4 \cdot 9^2) : 27^2$ f) $(5^5 \cdot 5^3) : 25^3$
 a) $2^{10} : (2^2)^4 = 2^{10} : 2^8 = 2^2 = 4$ b) $3^6 : (3^2)^2 = 3^6 : 3^4 = 3^2 = 9$ c) $(5^2)^3 : 5^4 = 5^6 : 5^4 = 5^2 = 25$
 d) $(2^3 \cdot 2^4) : 2^3 = 2^4 = 16$ e) $(3^4 \cdot 3^4) : 3^6 = 3^2 = 9$ f) $(5^5 \cdot 5^3) : 5^6 = 5^2 = 25$

Raíz cuadrada

24. Calcula, por tanteo, la raíz exacta o la entera.

- a) $\sqrt{90}$ b) $\sqrt{121}$ c) $\sqrt{1785}$
 a) 9 b) 11 (exacta) c) 42

25. Resuelve con la calculadora.

- a) $\sqrt{655}$ b) $\sqrt{1024}$ c) $\sqrt{1369}$ d) $\sqrt{4225}$ e) $\sqrt{12664}$ f) $\sqrt{33856}$
 a) 25 b) 32 (exacta) c) 37 (exacta) d) 65 (exacta) e) 112 f) 184 (exacta)


26. Copia en tu cuaderno los cuadrados perfectos:

- | | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------|
| 1 000 | 1 225 | 1 600 | 1 724 | 1 601 | 2 464 |
| 3 364 | 3 540 | 3 773 | 3 844 | 4 000 | 5 625 |
| $1\ 225 = 35^2$ | $1\ 600 = 40^2$ | $3\ 364 = 58^2$ | $3\ 844 = 62^2$ | $5\ 625 = 75^2$ | |


27. Resuelve.

- a) $\sqrt{5^2 + 12^2} - \sqrt{5^2}$ b) $\sqrt{2^4} + \sqrt{3^2} - 5^0$
 a) $\sqrt{25 + 144} - 5 = \sqrt{169} - 5 = 13 - 5 = 8$ b) $\sqrt{2^2 \cdot 2^2} + 3 - 1 = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$


Resuelve problemas

28.  Un hortelano planta lechugas en una parcela de su huerta. Las distribuye en 25 surcos y en cada surco pone 25 lechugas. ¿Cuántas plantas ha colocado?

Ha colocado $25^2 = 625$ plantas.


29.  Un cine de verano dispone de 625 sillas distribuidas en igual número de filas y de columnas. ¿Cuántas sillas hay en cada fila?

En cada fila hay $\sqrt{625} = 25$ sillas.

30.  Una finca cuadrada tiene 900 metros cuadrados de superficie. ¿Cuántos metros lineales de alambrada habría que comprar para cercarla?

Cada lado de la finca medirá $\sqrt{900} = 30$ m.

Por tanto, se necesitan $4 \cdot 30 = 120$ m de alambrada para cercar la finca.

31.  Un paquete de igual longitud, anchura y altura, contiene 1 000 terrones de azúcar de un centímetro de arista. ¿Cuáles son las dimensiones del paquete?

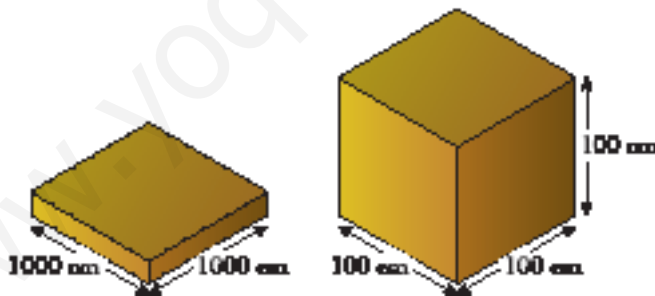
Las dimensiones del paquete son $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$.

$$10^3 = 1\,000$$

32.  Supón que construimos estas dos estructuras con cubos de madera de 1 cm de arista (¡Ojo! Los dibujos no están hechos con la misma proporción):

a) Una placa cuadrada de 1 000 cm de lado.

b) Un bloque cúbico de 100 cm de arista.




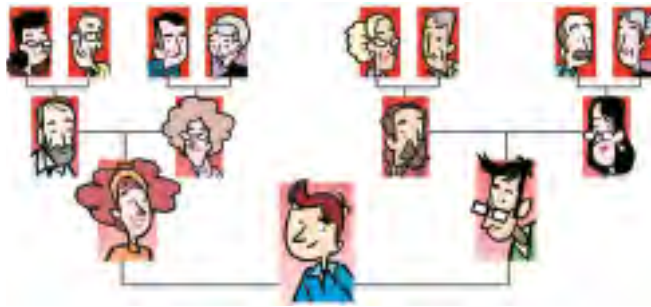
¿Cuál de las dos crees que pesaría más? Razona tu respuesta.

Cubos que forman la placa cuadrada: $1\,000^2 = 1\,000\,000$

Cubos que forman el bloque cúbico: $100^3 = 1\,000\,000$

Como ambas estructuras están formadas por el mismo número de cubos, pesarían igual.

33.  ¿Cuántos padres y madres tenían entre todos tus tatarabuelos?




Padre y madre 2

Abuelos y abuelas $2^2 = 4$

Bisabuelos y bisabuelas $2^3 = 8$

Tatarabuelos y tatarabuelas $2^4 = 16$

Por tanto, entre todos tus tatarabuelos tenían $2^5 = 32$ padres y madres.

34.  Observa el cubo de la ilustración formado por $5 \times 5 \times 5$ cubitos unitarios.




a) Supón que lo pintamos de rojo. ¿Cuántos cubitos unitarios habrían quedado parcialmente pintados?

b) Supón que lo queremos hacer mas grande, recubriéndolo completamente con una capa de cubitos verdes. ¿Cuántos cubitos verdes necesitaríamos?

a) Habrían quedado pintados $5^3 - 3^3 = 125 - 27 = 98$ cubitos.

b) Necesitaríamos $7^3 - 5^3 = 343 - 125 = 218$ cubitos verdes.

Problemas “+”

35.  Se ha solado una habitación de $6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ con baldosas cuadradas que se venden en paquetes de 12. ¿Cuál es el tamaño de las baldosas, sabiendo que se han necesitado 34 paquetes, que no se ha partido ninguna, y que han sobrado unas pocas?

 Si han comprado $12 \cdot 34 = 408$ baldosas, ¿cuántas filas de baldosas se han colocado?

Han comprado $12 \cdot 34 = 408$ baldosas y $\sqrt{400} = 20$, por lo que se han colocado 20 filas.

Como $6 \text{ m} = 600 \text{ cm}$, las baldosas miden $600 : 20 = 30 \text{ cm}^2$.


36.  Alberto les cuenta un cotilleo a sus amigos Nacho y Sara.

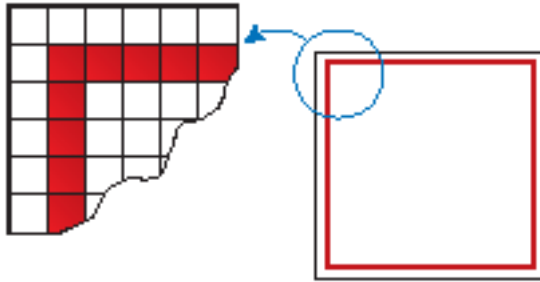
Diez minutos después, Nacho se lo ha contado ya a Raquel y a Marta, y Sara, a Rosa y a Pablo.

Pasados otros diez minutos, cada uno de estos últimos se lo ha contado a otras dos personas.

Si la difusión del cotilleo sigue al mismo ritmo, ¿cuántas personas lo sabrán dos horas después de que se enteraran Nacho y Sara?

A los diez minutos de que se enteran Nacho y Sara, lo saben dos personas más, y cada diez minutos la gente que lo sabe se multiplica por dos. Dos horas son 120 minutos y $120 : 10 = 12$ tramos de 10 minutos, así que a las dos horas de enterarse Nacho y Sara lo sabrán ya $2^{12} = 4096$ personas.

37.  El suelo de una habitación cuadrada está enlosado con 484 baldosas de 15 cm de lado. Son todas blancas, excepto las que están a 15 cm de la pared, que forman un marco decorativo de color rojo como se ve en este dibujo:



¿Cuántas baldosas rojas hay en ese suelo?

El lado de la habitación tiene $\sqrt{484} = 22$ baldosas.

Quitando todas las baldosas de alrededor, queda un cuadrado de 20 baldosas de lado, de borde rojo, lo que hace un total de $20^2 = 400$ baldosas.

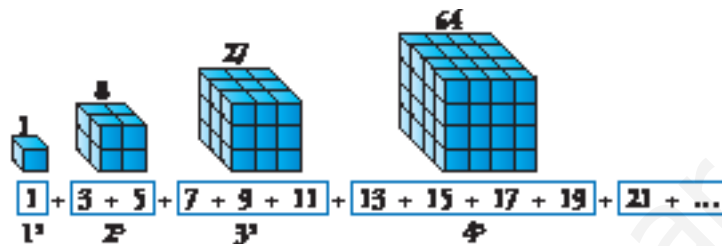
Si a este último cuadrado le restamos el cuadrado blanco interior, que tiene 18 baldosas de lado, tendremos $20^2 - 18^2 = 400 - 324 = 76$ baldosas rojas.

Taller de Matemáticas

Página 42

Lee, reflexiona y deduce

En la suma de los números impares, encontramos la suma de los números cúbicos:



- Averigua qué porción de la suma anterior has de tomar para obtener $5^3 = 125$.

$$5^3 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29$$

Como consecuencia de lo anterior, y teniendo en cuenta esto que vimos en las primeras páginas de la unidad:



$$6^2 = 36 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$$

aparece una sorprendente relación entre algunos números cuadrados y los números cúbicos:



$$6^2 = 36 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 1^3 + 2^3 + 3^3$$

$$6^2 = 36 = (1 + 2 + 3)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3$$

- Comprueba que $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$ es igual a un número cuadrado.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 1 + 8 + 27 + 64 = 100 = 10^2$$

- Busca otro número cuadrado que se pueda expresar como suma de cubos.

Por ejemplo: $1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2 = 15^2 = 225$$

Infórmate

- Estudia y completa las tablas en tu cuaderno, siguiendo la lógica de las primeras filas. Cuando hayas terminado, habrás traducido al sistema binario los primeros quince números naturales.

ÓRDENES DE UNIDADES				
	2^3	2^2	2^1	2^0
	8	4	2	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1

ÓRDENES DE UNIDADES				
	2^3	2^2	2^1	2^0
	8	4	2	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

La columna de la izquierda es la sucesión de números naturales.

Las filas de arriba son las sucesivas potencias de base 2.

Cada número natural se descompone en una suma de potencias de base 2, que se codifican mediante "1" en la fila correspondiente. Los "0" indican las potencias no utilizadas.

Por ejemplo: $13 = 8 + 4 + 1$

2^3	2^2	2^1	2^0
8	4	2	1
1	1	0	1

Entrénate resolviendo problemas

Tantea, ponte ejemplos

- Tengo tres cajas idénticas. Una contiene caramelos de naranja; otra, caramelos de limón, y la tercera contiene una mezcla de caramelos de naranja y de limón. Están etiquetadas con estas referencias, pero ninguna caja lleva la etiqueta que le corresponde.



NN Solo caramelos de naranja. LL Solo caramelos de limón. NL Caramelos de naranja y de limón.

Raquel dice que si me da una caja y yo saco un caramelo y se lo enseño, puede adivinar el contenido de todas las cajas.

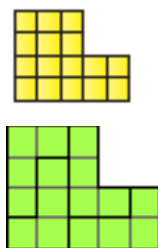
Si crees que es cierto lo que dice Raquel, explica cómo lo consigue.

Raquel tomará la caja etiquetada con NL (es lo más sensato), y sacará un caramelo. Recordemos que en esta caja los caramelos no pueden estar mezclados (lee el enunciado).

- Si el caramelo es de limón...
 - Esta caja NL es la que contiene los caramelos de limón.
 - La caja etiquetada con NN no puede contener caramelos de naranja (por enunciado) y tampoco de limón. Es, por tanto, la caja mixta.
 - Solo falta LL que, sin duda, tendrá en su interior los caramelos de naranja.
- Si el caramelo fuese de naranja, el razonamiento sería similar y...

NL, naranja LL, mezcla NN, limón

- Divide esta figura en cuatro partes, todas ellas de igual forma y tamaño.



Autoevaluación

1. Expresa en forma de potencia

- a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ b) $10 \cdot 10 \cdot 10$ c) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ d) $m \cdot m$
 a) 5^4 b) 10^3 c) a^5 d) m^2

2. Calcula.

- a) 2^6 b) 5^3 c) 7^2 c) 10^6
 a) 64 b) 125 c) 49 d) $1\ 000\ 000$

3. Copia y completa en tu cuaderno.

- a) $2^{\square} = 8$ b) $\square^2 = 81$
 a) $2^3 = 8$ b) $9^2 = 81$

4. Copia y completa esta tabla en tu cuaderno:

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS	
La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores.	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
La potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor.	
Para multiplicar dos potencias de la misma base, se suman los exponentes.	
Para dividir...	$a^m : a^n = a^{m-n}$
Para elevar una potencia a otra potencia...	

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS	
La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores.	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
La potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor.	$(a : b)^n = a^n : b^n$
Para multiplicar dos potencias de la misma base, se suman los exponentes.	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Para dividir dos potencias de la misma base, se restan los exponentes.	$a^m : a^n = a^{m-n}$
Para elevar una potencia a otra potencia...	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

5. Reduce a una sola potencia.

- a) $a^3 \cdot a^2$ b) $x^5 : x^4$ c) $(a^3)^4$
 a) $a^3 \cdot a^2 = a^5$ b) $x^5 : x^4 = x$ c) $(a^3)^4 = a^{12}$

6. Calcula por el camino más corto.

a) $2^4 \cdot 5^4$

a) $2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10\,000$

b) $18^3 : 9^3$

b) $18^3 : 9^3 = (18 : 9)^3 = 2^3 = 8$

7. Copia y completa en tu cuaderno.

a) $x^3 \cdot y^3 = (\square \cdot \square)^\square$

a) $x^3 \cdot y^3 = (x \cdot y)^3$

b) $x^4 : y^4 = (\square : \square)^\square$

b) $x^4 : y^4 = (x : y)^4$

8. Reduce.

a) $(x^5 \cdot x^2) : x^4$

a) $(x^5 \cdot x^2) : x^4 = x^7 : x^4 = x^3$

b) $(a^5)^2 : (a^2)^3$

b) $(a^5)^2 : (a^2)^3 = a^{10} : a^6 = a^4$

9. Copia en tu cuaderno y completa.

a) $\sqrt{36} = \square$

b) $\sqrt{400} = \square$

c) $\sqrt{10\,000} = \square$

d) $\sqrt{\square} = 3$

e) $\sqrt{\square} = 8$

f) $\sqrt{\square} = 30$

a) $\sqrt{36} = 6$

b) $\sqrt{400} = 20$

c) $\sqrt{10\,000} = 100$

d) $\sqrt{9} = 3$

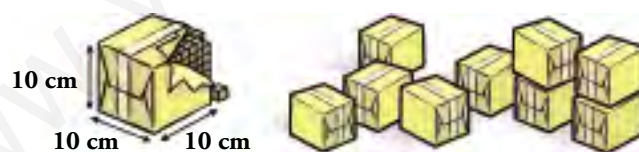
e) $\sqrt{64} = 8$

f) $\sqrt{900} = 30$

10. Calcula con lápiz y papel la raíz cuadrada entera de 2920. Después, comprueba con la calculadora si el resultado es correcto.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{2920} & 54 \\ 25 & 5 \cdot 5 = 25 \\ \hline 420 & 104 \cdot 4 = 416 \\ 416 & \\ \hline & 4 \end{array} \quad \sqrt{2\,920} = 54$$

11. ¿Cuántos dados de madera, de 1 cm de arista, hay en 10 paquetes como el que ves en la ilustración?



En un paquete hay $10^3 = 1\,000$ dados, y como tenemos 10 paquetes, habrá $10^4 = 10\,000$ dados en total.

Divisiones al estilo egipcio

1. Divide, por el mismo procedimiento, $414 : 18$.

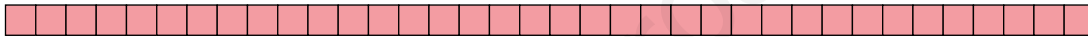
$$\begin{array}{r}
 6 \bullet \quad 18 \overset{\text{A}}{\underset{\text{8}}{\text{8}}} \quad \textcircled{1} \quad 8 \\
 6 \bullet \quad 36 \overset{\text{A}}{\underset{\text{8}}{\text{8}}} \quad \textcircled{2} \quad 8 \\
 6 \bullet \quad 72 \overset{\text{A}}{\underset{\text{8}}{\text{8}}} \quad \textcircled{4} \quad 8 \\
 \quad \quad 144 \quad \quad \quad 8 \\
 6 \bullet \quad 288 \overset{\text{A}}{\underset{\text{8}}{\text{8}}} \quad \textcircled{16} \quad 8 \\
 \hline
 \rightarrow 414 \quad \quad \quad 23 \leftarrow
 \end{array}$$

$$414 : 18 = 23$$

Rectángulos

2. Dibuja sobre una cuadrícula todos los rectángulos que ocupen 36 cuadrados.

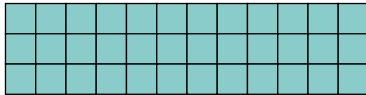
$$1 \times 36$$



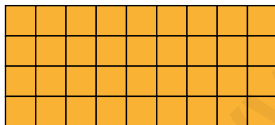
$$2 \times 18$$



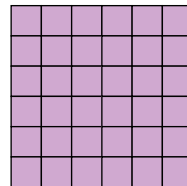
$$3 \times 12$$



$$4 \times 9$$



$$6 \times 6$$



3. ¿Cuántos rectángulos de 100 cuadraditos podrías construir? ¿Y de 101 cuadraditos?

Podría ser de 1×100 , de 2×50 , de 4×25 , de 5×20 y de 10×10 .

De 101 cuadrados solo podría ser un rectángulo de 1×101 .

Series en la calculadora

4. Experimenta, partiendo de otros números, la formación de nuevas series obtenidas de la misma manera.

Solución abierta.

1 La relación de divisibilidad

Página 47

1. Piensa y contesta, justificando tus respuestas.

- a) ¿Se puede dividir una clase de 30 alumnos en equipos de 7, sin que sobre ninguno?
 - b) Marta da pasos de 60 cm. ¿Puede recorrer 100 metros en un número exacto de pasos?
 - c) ¿Puede vaciarse una tina de aceite, de 1 500 litros, en un número exacto de garrafas de 5 litros?
 - d) ¿Tiene algún mes un número exacto de semanas?
- a) No, porque la división de 30 entre 7 no es exacta.
 b) No, porque 100 metros son 10 000 centímetros y 10 000 entre 60 no da exacto.
 c) Sí, ya que la división de 1 500 entre 5 es exacta (se llenarían 300 garrafas).
 d) Solo febrero en años no bisiestos, pues tiene 28 días que se pueden dividir entre 7 días que tiene una semana de manera exacta.

2. Observa estas divisiones y completa en tu cuaderno:

$\begin{array}{r} 36 \quad \underline{9} \\ 0 \quad 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \quad \underline{6} \\ 3 \quad 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 55 \quad \underline{5} \\ 05 \quad 11 \\ 0 \end{array}$
$\begin{array}{r} 126 \quad \underline{12} \\ 006 \quad 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 225 \quad \underline{15} \\ 75 \quad 15 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 575 \quad \underline{23} \\ 115 \quad 25 \\ 00 \end{array}$

- 36 es divisible por ...
- 15 no es divisible por ...
- ...

- 36 es divisible por 9.
- 126 no es divisible por 12.
- 15 no es divisible por 6.
- 255 es divisible por 15.
- 55 es divisible por 5.
- 575 es divisible por 23.

3. Di si los números de cada pareja están emparentados por la relación de divisibilidad:

- | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| a) 224 y 16 | b) 420 y 35 | c) 613 y 13 |
| d) 513 y 19 | e) 688 y 44 | f) 2 070 y 46 |
| a) Sí, porque $224 = 16 \cdot 14$. | b) Sí, porque $420 = 35 \cdot 12$. | c) No, la división no es exacta. |
| d) Sí, porque $513 = 27 \cdot 19$. | e) No, la división no es exacta. | f) Sí, porque $2 070 = 46 \cdot 45$. |

4. Copia estos números y une con flechas los que están emparentados por la relación de divisibilidad:

12	108	75	20	13
57	3	100	99	260

(Note: A red arrow points from 12 to 3.)



5. ¿Verdadero o falso?

- a) 15 está contenido exactamente 4 veces en 60.
- b) 75 está contenido exactamente 3 veces en 225.
- c) 42 es divisible entre 7.
- d) 54 es divisible entre 8.
- e) 65 contiene a 13 un número exacto de veces.

- a) Verdadero
- b) Verdadero
- c) Verdadero
- d) Falso. La división de 54 entre 8 no es una división exacta.
- e) Verdadero

6. Busca todos los números que están contenidos en 24 una cantidad exacta de veces.

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.

7. Explica con claridad.

a) ¿Por qué 522 es múltiplo de 29?

b) ¿Por qué 17 es divisor de 544?

a) Porque $522 : 29 = 18$ y, por tanto, $522 = 29 \cdot 18$.

b) Porque la división de 544 entre 17 es exacta $544 : 17 = 32$.

8. Calcula y responde, justificando tu respuesta.

a) ¿Es 35 divisor de 728?

b) ¿Es 1 800 múltiplo de 90?

a) 35 no es divisor de 728 porque la división de 728 entre 35 no es exacta.

b) Sí, pues $1\ 800 : 90 = 20$ de manera exacta.

9. Busca:

a) Tres números que sean divisores de 40.

b) Tres números que sean múltiplos de 7.

c) Tres números que sean divisores de 770.

d) Tres números que sean múltiplos de 50.

a) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

b) 7, 14, 21, 28, ...

c) 1, 2, 5, 7, 10, 11, 14, 22, ...

d) 50, 100, 150, 200, ...

10. Busca entre estos números:

5	10	15	20	30
35	45	60	75	90

a) Todos los que sean divisores de 90.

b) Todos los que sean múltiplos de 3.

a) 5, 10, 15, 30, 45, 90

b) 15, 30, 45, 60, 75, 90

11. Considera estos números:

8	10	20	24	30
45	60	75	95	120

a) ¿Cuáles son múltiplos de 4?

b) ¿Cuáles son múltiplos de 10?

c) ¿Cuáles son múltiplos de 15?

a) 8, 20, 24, 60, 120

b) 10, 20, 30, 60, 120

c) 30, 45, 60, 75, 120

12. Observa el ejemplo, copia en tu cuaderno y completa.

• $20 : 5 = 4$ } { 20 es múltiplo de 4 y de 5.
 $20 : 4 = 5$ } { 4 y 5 son divisores de 20.

a) $12 : 4 = 3$ } { 12 es ... de 3 y de 4.
 $12 : 3 = 4$ } { 3 y 4 son ... de 12.

b) $30 : 5 = 6$ } { ...
 $30 : 6 = 5$ } { ...

c) $56 : 7 = 8$ } { ...
 $56 : 8 = 7$ } { ...

a) 12 es múltiplo de 3 y de 4.
3 y 4 son divisores de 12.

b) 30 es múltiplo de 5 y de 6.
5 y 6 son divisores de 30.

c) 56 es múltiplo de 7 y de 8.
7 y 8 son divisores de 56.

13. ¿Verdadero o falso?

a) Si m es divisible entre n , n es divisible entre m .

b) Si a es distinto de b y divisible entre b , a es mayor que b .

c) Si u es múltiplo de v , v es divisor de u .

d) Si b cabe una cantidad exacta de veces en a , b es múltiplo de a .

e) Si $m \cdot n = k$, m y n son divisores de k .

a) Falso. Por ejemplo, 24 es divisible entre 6, pero 6 no es divisible entre 24.

b) Verdadero

c) Verdadero

d) Falso; $a = b \cdot k$ b es divisor de a , no múltiplo.

e) Verdadero

2 Los múltiplos y los divisores de un número

Página 50

1. Escribe.

a) Tres múltiplos de 9.

c) Tres múltiplos de 17.

a) 9, 18, 27, 36, 45, 54, ...

c) 17, 34, 51, 68, 85, 102, ...

b) Tres múltiplos de 15.

d) Tres múltiplos de 40.

b) 15, 30, 45, 60, 75, 90, ...

d) 40, 80, 120, 160, 200, 240, ...

2. Encuentra todos los divisores de cada número:

a) 8

b) 12

c) 15

d) 28

e) 36

f) 55

g) 60

h) 80

a) 1, 2, 4, 8

b) 1, 2, 3, 4, 6, 12

c) 1, 3, 5, 15

d) 1, 2, 4, 7, 14, 28

e) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

f) 1, 5, 11, 55

g) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

h) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80

3. Busca todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 300 y 360.

301, 308, 315, 322, 329, 336, 343, 350, 357

4. a) ¿Cuál el primer múltiplo de 8 mayor que 100?

b) ¿Cuál es el último múltiplo de 8, antes de 1 000?

a) Es el 104.

b) Es el 992 ($124 \cdot 8 = 992$).

5. Encuentra todos los divisores de:

a) 7

b) 13

c) 17

d) 29

¿Qué observas?

a) 1, 7

b) 1, 13

c) 1, 17

d) 1, 29

Cada número tiene solo dos divisores, él mismo y la unidad.

6. ¿De cuántas formas diferentes se pueden repartir en equipos iguales los 24 alumnos y alumnas de una clase? ¿Cuántos equipos salen en cada caso?

24 equipos de 1

1 equipo de 24

12 equipos de 2

2 equipos de 12

8 equipos de 3

3 equipos de 8

6 equipos de 4

4 equipos de 6

7. ¿Verdadero o falso?

- a) Un múltiplo de a es igual o mayor que a .
- b) Un divisor de a es siempre menor que a .
- c) Un número tiene infinitos divisores.
- d) Los múltiplos de un número son infinitos.
- e) Todo número es a la vez múltiplo y divisor de sí mismo.

- a) Verdadero
- b) Falso, a es divisor de sí mismo.
- c) Falso. Por ejemplo, 18 tiene seis divisores.
- d) Verdadero
- e) Verdadero

8. De los números siguientes, ¿cuáles son múltiplos de 3? ¿Y de 5? ¿Y de 9? ¿Hay algún múltiplo de 11? Justifica tus respuestas.

173 510 555 576 679 754 774 1023

Son múltiplos de 3 los números 510, 555, 576, 774 y 1023, pues la suma de sus cifras es múltiplo de tres.

Son múltiplos de 5 los números 510 y 555, pues acaban en 0 o en 5.

Son múltiplos de 9 los números 576 y 774, pues la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

Hay un número que sí es múltiplo de 11, es el 1023, pues $(1 + 2) - (0 + 3) = 0$.

9. Copia y sigue las instrucciones.

108; 123; 162; 215; 247; 315; 328; 370; 417; 455

- a) Rodea de rojo los múltiplos de 2.
- b) Rodea de azul los múltiplos de 3.
- c) Los múltiplos de 2 y de 3, ¿son también múltiplos de 6?

a) 108, 162, 328, 370

b) 108, 123, 162, 315, 417

c) Sí, $108 = 6 \cdot 18$ y $162 = 6 \cdot 27$

3 Números primos y compuestos

Página 51

1. Clasifica en primos y compuestos.

5 8 11 15 21 28 31 33 45 49

Primos 5, 11, 31

Compuestos 8, 15, 21, 28, 33, 45, 49

2. Entre estos números hay dos primos. Búscalos.

47 57

67

Expresa cada uno de los compuestos como un producto de dos factores.

77 87

Primos 47 y 67

Compuestos $57 = 3 \cdot 19$

$$77 = 7 \cdot 11$$

$$87 = 3 \cdot 29$$

3. Busca todos los números primos menores que 60.

 Son diecisiete en total.

2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47 - 53 - 59

4. ¿Verdadero o falso?

- a) El número uno (1) no es primo ni compuesto.
 - b) No hay números primos mayores que 100.
 - c) Un número, si es impar, es primo.
 - d) Todos los números primos, excepto el 2, son impares.
- a) Verdadero
 - b) Falso. Por ejemplo, 101 es mayor que 100 y es un número primo.
 - c) Falso. Por ejemplo, $21 = 3 \cdot 7$, por tanto, es compuesto y es impar.
 - d) Verdadero

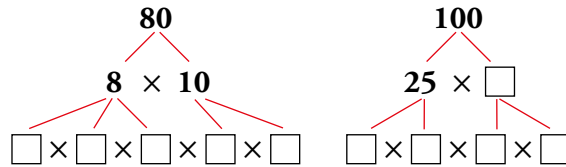
5. Descompón el número 100.

- a) En dos factores.
 - b) En tres factores.
 - c) En el máximo número de factores que sea posible.
- a) $100 = 2 \cdot 50 = 4 \cdot 25$
 - b) $100 = 2 \cdot 2 \cdot 25 = 4 \cdot 5 \cdot 5 = 10 \cdot 2 \cdot 5$
 - c) $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

4 Descomposición de un número en sus factores primos

Página 52

1. Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno la descomposición en factores de estos números:



$$80 = 8 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$100 = 25 \cdot 4 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$$

2. Descompón artesanalmente, como en el ejemplo.

• $24 = 6 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 3$

a) 18

b) 20

c) 40

d) 72

e) 150

f) 240

a) $18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$

b) $20 = 4 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5$

c) $40 = 8 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$

d) $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

e) $150 = 10 \cdot 15 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

f) $240 = 24 \cdot 10 = 8 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$

3. ¿Qué números tienen las siguientes descomposiciones factoriales?

a) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

b) $2 \cdot 5 \cdot 13$

c) $2 \cdot 5^2 \cdot 7$

a) 180

b) 130

c) 350

4. Copia, completa y descompón en factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ \hline \square & \square \\ 7 & \square \\ \square & \end{array}$$

$$42 = \dots$$

$$\begin{array}{r|l} 9 & 0 \\ \hline \square & \square \\ \square & 3 \\ \square & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$$

$$90 = \dots$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 & 6 \\ \hline \square & \square & \square \\ 2 & 1 & \square \\ \square & & \square \\ 1 & & \end{array}$$

$$126 = \dots$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ \hline 2 & 1 \\ 7 & \square \\ \square & \end{array}$$

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 9 & 0 \\ \hline 4 & 5 \\ 1 & 5 \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 & 6 \\ \hline 4 & 2 \\ 2 & 1 \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$$

$$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

5. Descompón en factores primos.**a) 45****b) 60****c) 76****d) 81****e) 88****f) 98**

a) $45 = 3^2 \cdot 5$

b) $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

c) $76 = 2^2 \cdot 19$

d) $81 = 3^4$

e) $88 = 2^3 \cdot 11$

f) $98 = 2 \cdot 7^2$

6. Escribe como producto de números primos.**a) 170****b) 350****c) 580****d) 888****e) 1 024****f) 1 296**

a) $170 = 2 \cdot 5 \cdot 17$

b) $350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$

c) $580 = 2^2 \cdot 5 \cdot 29$

d) $888 = 2^3 \cdot 3 \cdot 37$

e) $1\,024 = 2^{10}$

f) $1\,296 = 2^4 \cdot 3^4$

7. Contesta, sin hacer ninguna operación, y razona tus respuestas como en el ejemplo.

- 18 es divisor de 90, porque todos los factores primos de 18 están en 90 $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 18 \cdot 5$

a) ¿Es 12 divisor de 270? $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$
 $270 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

b) ¿Es 270 múltiplo de 18? $270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$
 $18 = 2 \cdot 3^2$

- a) 12 no es divisor de 270 porque no todos los factores de 12 están en la descomposición de 270.
 b) 270 sí es múltiplo de 18 porque en su descomposición están todos los factores primos de 18.

8. Teniendo en cuenta la descomposición en factores de 126, averigua, a simple vista, cuáles de los números que aparecen a continuación están entre sus divisores:

$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

- a) $4 = 2 \cdot 2$ b) $21 = 3 \cdot 7$ c) $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ d) $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$

b) 21 y c) 18, pues todos sus factores aparecen en la descomposición de 126.

9. Escribe factorizados, sin hacer operaciones:

a) Tres múltiplos de $12 = 2^2 \cdot 3$.

a) $2^2 \cdot 3^2$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5$
 b) $2 \cdot 3^2 \cdot 5$ $3^2 \cdot 5^2$

b) Tres múltiplos de $45 = 3^2 \cdot 5$.

$2^2 \cdot 3 \cdot 7$
 $3^2 \cdot 5 \cdot 7$

10. Escribe todos los divisores de:

a) $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$

- a) 1 = 1
 2 = 2
 5 = 5
 7 = 7
 2 · 5 = 10
 2 · 7 = 14
 5 · 7 = 35
 2 · 5 · 7 = 70

b) $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

- b) 1 = 1
 2 = 2
 2 · 2 = 4
 2 · 2 · 2 = 8
 2 · 2 · 2 · 2 = 16
 5 = 5
 2 · 5 = 10
 2 · 2 · 5 = 20
 2 · 2 · 2 · 5 = 40
 2 · 2 · 2 · 2 · 5 = 80

11. Responde a simple vista, sin dividir, cuál es el cociente en cada caso:

a) $300 : 12$ $300 = \overset{12}{2 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 5 \cdot 5$

b) $249 : 21$ $294 = 2 \cdot \overset{21}{3 \cdot 7} \cdot 7$

c) $495 : 55$ $495 = 3 \cdot 3 \cdot \overset{55}{5 \cdot 11}$

a) $5 \cdot 5 = 25$

b) $2 \cdot 7 = 14$

c) $3 \cdot 3 = 9$

12. ¿Verdadero o falso?

a) Si m es múltiplo de n , todos los factores primos de m están también en n .

b) Si a es divisor de b , todos los factores primos de a están también en b .

c) El número $a^2 \cdot b$ es divisor del número $a \cdot b^2$.

d) El número $a^2 \cdot b^2 \cdot c$ es múltiplo de $a \cdot b \cdot c$.

e) Si un número, u , tiene los mismos factores primos que otro número, v , pero con los exponentes mayores, entonces u es múltiplo de v .

a) Falso. Por ejemplo, $28 = 7 \cdot 2^2$ es múltiplo de 7 y 2 no está en 7.

b) Verdadero

c) Falso. Por ejemplo, $3^2 \cdot 2 = 18$ y $3 \cdot 2^2 = 12$.

d) Verdadero

e) Verdadero

5 Mínimo común múltiplo de dos números

Página 56

1. Copia, observa y completa a simple vista.

a) $\dot{6}$ 6 12 18 24 30 36 42 48 54 ...

$\dot{8}$ 8 16 24 32 40 48 56 ...

mín.c.m. (6, 8) =

b) $\dot{9}$ 9 18 27 36 45 54 63 72 ...

$\dot{12}$ 12 24 36 48 60 72 84 ...

mín.c.m. (9, 12) =

c) $\dot{15}$ 15 30 45 60 75 90 105 ...

$\dot{25}$ 25 50 75 100 125 150 ...

mín.c.m. (15, 25) =

a) 24

b) 36

c) 75

2. Calcula como en el ejercicio anterior.

a) mín.c.m. (5, 8)

b) mín.c.m. (8, 12)

c) mín.c.m. (12, 24)

d) mín.c.m. (30, 40)

e) mín.c.m. (50, 75)

f) mín.c.m. (200, 300)

a) 40

b) 24

c) 24

d) 120

e) 150

f) 600

3. Calcula mentalmente.

a) mín.c.m. (6, 9)

b) mín.c.m. (6, 12)

c) mín.c.m. (5, 10)

d) mín.c.m. (15, 20)

a) 18

b) 12

c) 10

d) 60

4. Observa, completa en tu cuaderno y calcula.

3 0	2	4 0	<input type="text"/>	5 4	<input type="text"/>
1 5	3	2 0	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
5	5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
1		<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
		1		1	

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
 $40 = \dots$
 $54 = \dots$

mín.c.m. (30, 40) = ...
 mín.c.m. (40, 54) = ...

3 0	2	4 0	<input type="text"/>	5 4	<input type="text"/>
1 5	3	2 0	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
5	5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
1		<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
		1		1	

$$\begin{array}{l}
 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\
 40 = 2^3 \cdot 5 \\
 54 = 2 \cdot 3^3
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{mín.c.m.}(30, 40) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 \\
 \text{mín.c.m.}(40, 54) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080
 \end{array}$$

5. Calcula mín.c.m. (a , b) por el método óptimo:

- | | | |
|---|---|---|
| a) $a = 2 \cdot 11$
$b = 3 \cdot 11$ | b) $a = 2^4 \cdot 5$
$b = 2^2 \cdot 5^2$ | c) $a = 5^2 \cdot 7$
$b = 5 \cdot 7^2$ |
| d) $a = 2^4 \cdot 3^2$
$b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ | e) $a = 2 \cdot 5 \cdot 11$
$b = 3 \cdot 5 \cdot 11$ | f) $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$
$b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ |
| a) $2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$ | b) $2^4 \cdot 5^2 = 400$ | c) $5^2 \cdot 7^2 = 1225$ |
| d) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$ | e) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 330$ | f) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$ |

6. Calcula.

- | | | | |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| a) mín.c.m. (20, 25) | b) mín.c.m. (28, 35) | c) mín.c.m. (35, 40) | d) mín.c.m. (36, 54) |
| e) mín.c.m. (42, 63) | f) mín.c.m. (72, 108) | g) mín.c.m. (99, 165) | h) mín.c.m. (216, 288) |
| a) 100 | b) 140 | c) 280 | d) 108 |
| e) 126 | f) 216 | g) 495 | h) 864 |

7. Calcula mín.c.m. (a , b) en cada caso. ¿Qué observas?:

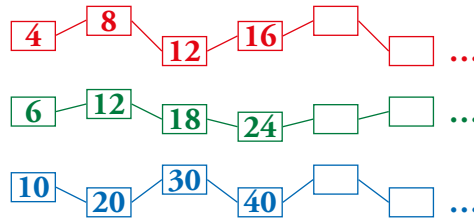
- | | | | |
|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $a = 4$
$b = 8$ | b) $a = 5$
$b = 10$ | c) $a = 4$
$b = 12$ | d) $a = 6$
$b = 18$ |
| a) 8 | b) 10 | c) 12 | d) 18 |

Si b es múltiplo de a , entonces el mínimo común múltiplo de a y b es b .

8. ¿Verdadero o falso?

- El mínimo común múltiplo de dos números es igual al mayor de ellos.
 - El mín.c.m. de dos números contiene los factores comunes a ambos y también los no comunes.
 - mín.c.m (1 , k) = k
 - Si a es múltiplo de b , mín.c.m. (a , b) = a .
 - El mínimo común múltiplo de dos números primos es su producto.
- a) Falso. Por ejemplo, el mínimo común múltiplo de 2 y 3 es 6.
 b) Verdadero c) Verdadero d) Verdadero e) Verdadero

9. Julio cuenta de cuatro en cuatro; Adela, de seis en seis, y Virginia, de diez en diez. ¿Cuáles son los tres primeros números en los que coinciden?



$$\text{mín.c.m. } (4, 6, 10) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Los tres primeros números en los que coinciden son 60, 120 y 180.

10. Victoria tiene fichas de colores que puede apilar en montones de 8 y, también, en montones de 10 sin que sobre ninguna. Explica cuántas fichas puede tener Victoria y justifica tu respuesta.

El número de fichas de Victoria será múltiplo de 8 y de 10 a la vez; es decir, múltiplo del mín.c.m. $(8, 10) = 40$.

11. Una fábrica envía mercancía a Valencia cada 6 días y a Sevilla cada 8 días. Hoy han coincidido ambos envíos. ¿Cuándo volverán a coincidir?

$$\text{mín.c.m. } (6, 8) = 24$$

Cada 24 días, coinciden ambos envíos.

12. Se han construido dos columnas de igual altura: la primera apilando cubos de 40 cm de arista, y la segunda, con cubos de 30 cm de arista. ¿Qué altura alcanzarán sabiendo que superan los dos metros, pero no llegan a tres?

$$\text{mín.c.m. } (40, 30) = 120 \quad 2 \cdot 120 = 240 \text{ cm} = 2,4 \text{ m}$$

13. El autobús de la línea roja pasa por la parada, frente a mi casa, cada 20 minutos, y el de la línea verde, cada 30 minutos. Si ambos pasan juntos a las dos de la tarde, ¿a qué hora vuelven a coincidir?



$$\text{mín.c.m. } (20, 30) = 60 \quad 60 \text{ min} = 1 \text{ h}$$

Vuelven a coincidir una hora después, es decir, a las tres de la tarde.

6 Máximo común divisor de dos números

Página 59

1. Copia en tu cuaderno, observa y completa.

a) Div. de 12 1 2 3 4 6 12

Div. de 16 1 2 4 8 16

máx.c.d. (12, 16) =

b) Div. de 15 1 3 5 15

Div. de 20 1 2 4 5 10 20

máx.c.d. (15, 20) =

c) Div. de 24 1 2 3 4 6 8 12 24

Div. de 30 1 2 3 4 6 10 15 30

máx.c.d. (24, 30) =

a) 4

b) 5

c) 6

2. Calcula como en el ejercicio anterior.

a) máx.c.d. (6, 8)

b) máx.c.d. (8, 20)

c) máx.c.d. (10, 15)

d) máx.c.d. (12, 24)

e) máx.c.d. (18, 24)

f) máx.c.d. (40, 50)

a) 2

b) 4

c) 5

d) 12

e) 6

f) 10

3. Calcula mentalmente.

a) máx.c.d. (2, 3)

b) máx.c.d. (4, 5)

c) máx.c.d. (3, 9)

d) máx.c.d. (6, 9)

e) máx.c.d. (30, 40)

f) máx.c.d. (50, 75)

a) 1

b) 1

c) 3

d) 3

e) 10

f) 25

4. Completa en tu cuaderno y calcula.

$\begin{array}{r l} 6 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & \square \\ \square & \square & \square \\ & \square & \square \\ \hline & 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 9 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & \square \\ \square & \square & \square \\ & \square & \square \\ \hline & 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1 & 0 & 0 & 2 \\ & 5 & 0 & \square \\ \square & \square & \square & \square \\ & \square & \square & \square \\ \hline & 1 & & \end{array}$
---	---	---

$60 = 2 \cdot \dots \cdot \frac{b}{a}$ máx.c.d. (60, 90) = ...

$90 = 2 \cdot \dots \cdot \frac{b}{a}$ máx.c.d. (60, 100) = ...

$100 = 2 \cdot \dots \cdot \frac{b}{a}$ máx.c.d. (90, 100) = ...

$\begin{array}{r l} 6 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & \boxed{2} \\ \boxed{1} & \boxed{5} & \boxed{3} \\ & \boxed{5} & \boxed{5} \\ \hline & 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 9 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & \boxed{3} \\ \boxed{1} & \boxed{5} & \boxed{3} \\ & \boxed{5} & \boxed{5} \\ \hline & 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1 & 0 & 0 & 2 \\ & 5 & 0 & \boxed{2} \\ \boxed{2} & \boxed{5} & \boxed{5} & \square \\ & \boxed{5} & \boxed{5} & \square \\ \hline & 1 & & \end{array}$
---	---	---

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{máx.c.d.}(60, 90) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \quad \text{máx.c.d.}(60, 100) = 2^2 \cdot 5 = 20$$

$$100 = 2^2 \cdot 5^2 \quad \text{máx.c.d.}(90, 100) = 2 \cdot 5 = 10$$

5. Calcula máx.c.d. (a , b) por el método óptimo.

a) $a = 3 \cdot 7$

$b = 5 \cdot 7$

d) $a = 3 \cdot 5 \cdot 11$

$b = 2 \cdot 5 \cdot 11$

a) 7

d) $5 \cdot 11 = 55$

b) $a = 2^4 \cdot 3^2$

$b = 2^2 \cdot 3^3$

e) $a = 2^3 \cdot 5^2$

$b = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

b) $2^2 \cdot 3^2 = 36$

e) $2^2 \cdot 5^2 = 100$

c) $a = 5^2 \cdot 7$

$b = 5 \cdot 7^2$

f) $a = 2^2 \cdot 7 \cdot 13$

$b = 2 \cdot 3^2 \cdot 13$

c) $5 \cdot 7 = 35$

f) $2 \cdot 13 = 26$

6. Calcula.

a) máx.c.d. (20, 24)

b) máx.c.d. (24, 36)

c) máx.c.d. (54, 60)

d) máx.c.d. (56, 70)

e) máx.c.d. (120, 144)

f) máx.c.d. (140, 180)

g) máx.c.d. (168, 196)

h) máx.c.d. (180, 270)

a) 4

b) 12

c) 6

d) 14

e) 24

f) 20

g) 28

h) 90

7. Calcula máx.c.d. (a , b) en cada caso. ¿Qué observas?:

a) $a = 4$

$b = 8$

a) 4

b) $a = 5$

$b = 10$

b) 5

c) $a = 4$

$b = 12$

c) 4

d) $a = 6$

$b = 18$

d) 6

Si a es divisor de b , entonces el máximo común divisor de a y b es a .

8. ¿Verdadero o falso?

a) El máximo común divisor de dos números es igual al menor de ellos.

b) El máx.c.d. de dos números contiene solo los factores primos comunes a ambos números.

c) máx.c.d. (1 , k) = k

d) El máx.c.d. de dos números primos es uno.

e) Si a es divisible entre b , máx.c.d. (a , b) = b .

a) Falso. Por ejemplo, máx.c.d. (3, 7) = 1.

b) Verdadero

c) Falso. Máx.c.d. (1, k) = 1.

d) Verdadero

e) Verdadero

9. Supón que tienes una hoja de papel de 30 cm × 21 cm, y quieres dibujar sobre ella una cuadrícula lo más grande que sea posible en la que no haya cuadros fraccionados. ¿Cuál debe ser el tamaño de los cuadros?

máx.c.d. (30, 21) = 3

El tamaño de los cuadros será de 3 cm.

10. Rosa ha sacado de la hucha un montón de monedas, todas iguales, y ha comprado un lapicero de 70 céntimos. Después, ha vuelto a la tienda y ha comprado un bolígrafo de 80 céntimos. ¿Cuál puede ser el valor de cada una de esas monedas si siempre ha dado el precio exacto? (Busca todas las soluciones posibles).

Pueden ser monedas de 10 cént., de 5 cént., de 2 cént. y de 1 cént.

11. Alberto tiene 45 fichas rojas y 36 fichas verdes, y quiere apilarlas en columnas iguales, lo más altas que sea posible, y sin mezclar colores en la misma pila. ¿Cuántas fichas pondrá en cada montón?



$$\text{máx.c.d. } (36, 45) = 9$$

En cada montón pondrá 9 fichas.

12. El dueño de un restaurante compra un bidón de 80 litros de aceite de oliva y otro de 60 litros de aceite de girasol, y desea envasarlos en garrafas iguales, lo más grandes que sea posible, y sin mezclar. ¿Cuál será la capacidad de las garrafas?

$$\text{máx.c.d. } (60, 80) = 20$$

Las garrafas serán de 20 litros.

13. Un carpintero tiene dos listones de 180 cm y 240 cm, respectivamente, y desea cortarlos en trozos iguales, lo más largos que sea posible, y sin desperdiciar madera. ¿Cuánto debe medir cada trozo?

$$\text{máx.c.d. } (180, 240) = 60$$

Los listones se deben cortar en trozos de 60 cm.

Ejercicios y problemas

Página 60


La relación de divisibilidad

1.  Reflexiona, contesta “Sí” o “No” y justifícalo.

- a) ¿Se pueden guardar 300 litros de aceite en bidones de 15 litros sin que sobre nada?
- b) Si sacas del horno 100 magdalenas, y las empaquetas por docenas, ¿queda alguna suelta?
- c) ¿Se puede cortar un listón de 1,80 m en un número exacto de trozos de 20 cm?
- d) ¿Hacen 100 minutos un número exacto de cuartos de hora?
- a) Sí, porque 15 cabe exactamente 20 veces en 300 ($300 : 15 = 20$).
- b) Sí, quedan 4 sueltas ($100 = 12 \cdot 8 + 4$).
- c) Sí, se puede cortar en 9 trozos de 20 cm ($180 : 20 = 9$).
- d) No ($100 = 15 \cdot 6 + 10$).

2.  Razona si existe relación de divisibilidad entre:

- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|--------------|
| a) 20 y 300 | b) 13 y 195 | c) 38 y 138 |
| d) 15 y 75 | e) 23 y 203 | f) 117 y 702 |
| a) $300 : 20 = 15$ exacta Sí. | b) $195 : 13 = 15$ exacta Sí. | |
| c) $138 : 38$ inexacta No. | d) $75 : 15 = 5$ exacta Sí. | |
| e) $203 : 23$ inexacta No. | f) $702 : 117 = 6$ exacta Sí. | |

3.  Expresa el número 899 como producto de dos factores distintos de él mismo y de la unidad.

$$899 = 31 \cdot 29$$

Múltiplos y divisores

4.  Escribe.

- a) Los múltiplos de 20 comprendidos entre 150 y 210.
- b) Un múltiplo de 13 comprendido entre 190 y 200.
- c) Todos los pares de números cuyo producto es 80.
- a) 160, 180, 200
- b) $195 = 13 \cdot 15$
- c) 1 y 80, 2 y 40, 4 y 20, 5 y 16, 8 y 10

5.  Busca todos los divisores de:

- | | | | | |
|----------------|----------------------|-----------------------|-------|-------|
| a) 10 | b) 18 | c) 20 | d) 24 | e) 28 |
| f) 30 | g) 39 | h) 45 | i) 50 | j) 80 |
| a) 1, 2, 5, 10 | b) 1, 2, 3, 6, 9, 18 | c) 1, 2, 4, 5, 10, 20 | | |

- d) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 e) 1, 2, 4, 7, 14, 28 f) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
 g) 1, 3, 13, 39 h) 1, 3, 5, 9, 15, 45 i) 1, 2, 5, 10, 25, 50
 j) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80

6. ¿De cuántas formas diferentes se pueden envasar 60 bombones en cajas con el mismo número de unidades en cada una sin que sobre ninguno?

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| Una caja de 60 bombones | Sesenta cajas de 1 bombón |
| Dos cajas de 30 bombones | Treinta cajas de 2 bombones |
| Tres cajas de 20 bombones | Veinte cajas de 3 bombones |
| Cuatro cajas de 15 bombones | Quince cajas de 4 bombones |
| Cinco cajas de 12 bombones | Doce cajas de 5 bombones |
| Seis cajas de 10 bombones | Diez cajas de 6 bombones |

7. Busca todas las formas posibles de hacer montones iguales con 72 terrones de azúcar.

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 72 montones de 1 terrón. | 36 montones de 2 terrones. |
| 24 montones de 3 terrones. | 18 montones de 4 terrones. |
| 12 montones de 6 terrones. | 9 montones de 8 terrones. |
| 8 montones de 9 terrones. | 6 montones de 12 terrones. |
| 4 montones de 18 terrones. | 3 montones de 24 terrones. |
| 2 montones de 36 terrones. | 1 montón de 72 terrones. |

Criterios de divisibilidad

8. Escribe.

- a) Un número de tres cifras que sea divisible por 3.
 b) Un número de cuatro cifras que sea divisible por 5.
 c) Un número de cinco cifras que sea divisible por 9.

- a) 561 b) 2090 c) 10647

9. Sustituye cada letra por una cifra, para que el número resultante sea divisible entre 3.


- | | | | | | |
|-----|-----------------------|------------|------------|------------|-----------------|
| | A51 | 2B8 | 31C | 52D | 1E8 |
| A51 | 351 - 651 - 951 | | | 2B8 | 228 - 258 - 288 |
| 31C | 312 - 315 - 318 | | | 52D | 522 - 525 - 528 |
| 1E8 | 108 - 138 - 168 - 198 | | | | |

10. Busca, en cada caso, todos los valores posibles de a para que el número resultante sea, a la vez, múltiplo de 2 y de 3:

- | | | | |
|------|------------|--------------|---------------------|
| | 4 a | 3 2 a | 2 4 a |
| $4a$ | 42 - 48 | $32a$ | 324 $24a$ 240 - 246 |

11. Un año es bisiesto si es múltiplo de cuatro, pero no de 100. ¿Cuáles son los tres próximos bisiestos?

2016, 2020, 2024

12.  **Para saber si un número es múltiplo de 11:**
 — Suma las cifras que ocupan lugar par.
 — Suma las cifras que ocupan lugar impar.
 — El número es múltiplo de 11 si al restar esas dos cantidades obtienes 0 o un múltiplo de 11.

Compruébalo.

Lo comprobamos con algún número. Por ejemplo:

$$11 \cdot 15 = 165 \quad 1 + 5 = 6; 6 - 6 = 0$$

$$11 \cdot 11 = 121 \quad 1 + 1 = 2; 2 - 2 = 0$$


Números primos y compuestos

13.  **Separa los números primos de los compuestos.**

14	17	28	29	47	53
57	63	71	79	91	99

Primos 17, 29, 47, 53, 71, 79

Compuestos 14, 28, 57, 63, 91, 99

14.  **Busca el primer número, mayor que 500, que no se pueda expresar como el producto de dos factores diferentes de él mismo y de la unidad.**


Nos piden que busquemos el primer número primo mayor que 500. Como 500 es divisible entre 2; 501 es divisible entre 3 y 502 es divisible entre 2, probamos con 503.

Con la calculadora se comprueba que 503 no es divisible entre ningún primo menor o igual que 23. Además $503 : 23 \approx 21,87$.

Por tanto, 503 es el número buscado.


15.  **Averigua si el número 521 es primo o compuesto. Justifica tu respuesta.**

521 es primo, porque todas sus divisiones entre 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 y 23 tienen resto distinto de cero y, además, $521 : 23 \approx 22,65$.

16.  **Para saber si el número 223 es primo, solo se necesita aplicar los criterios de divisibilidad y dividir entre 7, 11, 13 y 17. ¿Por qué?**

Porque el cociente de $223 : 17$ es un número menor que 17, y si hubiese divisores menores que 17 se habrían hallado antes de probar con este número.

Mínimo común múltiplo y máximo común denominador

17.  **Obtén mentalmente tres múltiplos comunes de:**

a) 4 y 5

b) 10 y 12

c) 15 y 25

d) 20 y 40

e) 100 y 150

f) 20, 25 y 30

a) 20, 40, 60


b) 120, 240, 360

c) 75, 150, 300

d) 40, 80, 120

e) 300, 600, 900

f) 300, 600, 900

18.  El mínimo común múltiplo de dos números es 15. ¿Cuáles pueden ser esos números?

3 y 5, o bien, 1 y 15.

19.  Calcula.

a) mín.c.m. (2, 4, 8)

b) máx.c.d. (2, 4, 8)

c) mín.c.m. (10, 15, 20)

d) máx.c.d. (10, 15, 20)

e) mín.c.m. (20, 30, 40)

f) máx.c.d. (20, 30, 40)

a) 8

b) 2


c) 60

d) 5

e) 120

f) 10


www.yoquieroaprobar.es

20.  Los miembros de un club social se pueden agrupar, sin que ninguno quede suelto, por parejas, por tríos y por grupos de 7. ¿Cuántos miembros tiene el club, sabiendo que son más de 80 pero menos de 90?

$$\text{mín.c.m. } (2, 3, 7) = 42$$

Múltiplos de 42 42, 84, 126


El club tiene 84 miembros.

21.  Ramón tiene un montón de monedas de 10 céntimos, que puede agrupar en montones de 80 céntimos y también en montones de un euro. ¿Cuánto dinero tiene, sabiendo que en total hay más de 5 € pero menos de 10 €?


$$\text{mín.c.m. } (80, 100) = 400$$

Múltiplos de 400 400, 800, 1 200

Ramón tiene 800 céntimos = 8 euros.

22.  Los trenes a Miramar salen cada 18 min, y los de Arandilla, cada 24 min. Si son las 15 h 45 min, y salen a la vez, ¿cuándo volverán a coincidir?

mín.c.m. (18, 24) = 72 Cada 72 minutos coinciden los trenes. Por lo tanto, después de las 15:45, volverán a coincidir a las 16:57.


23.  Se desea partir una cartulina de 48 cm × 60 cm en tarjetas cuadradas que tengan entre cinco y diez centímetros de lado. ¿Cuál debe ser el tamaño de las tarjetas para no desperdiciar recortes de cartulina?

Divisores de 48 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Divisores de 60 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

El único divisor común de 48 y 60 entre 5 y 12 es 6.


Las tarjetas deben ser de 6 cm de lado.

24.  En una escuela de baloncesto había 20 equipos, todos con igual número de jugadores. Debido a un recorte de presupuesto, se han suprimido cuatro equipos, distribuyendo sus miembros entre los demás. Así, cada equipo ha aumentado en dos elementos. ¿Cuántos jugadores hay en la escuela de baloncesto?


$$\text{mín.c.m. } (16, 20) = 80$$

Múltiplos de 80 80, 160, 240, ...

En la escuela hay 160 jugadores, que estarían distribuidos 20 equipos de 8 personas. Al eliminar 4 equipos, quedarían 16 equipos de 10 personas cada uno.

25.  Una bodega comercializa sus vinos en cajas con el mismo número de botellas. ¿Cuántas botellas van en cada caja, si un comercio ha comprado 60 botellas de vino tinto, 57 de blanco y 45 de rosado?

En cada caja van máx.c.d. (60, 57, 45) = 3 botellas.

26.  Un comerciante de ropa recibe una partida de camisetas a 24 € la unidad. Un amigo suyo, con tienda en otro barrio, recibe una partida de pantalones a 45 €. Puestos en contacto, deciden intercambiar parte de sus mercancías para mejorar la oferta de sus negocios. ¿En qué condiciones harán el intercambio?


$$\text{mín.c.m.}(24, 45) = 360$$

$$360 : 24 = 15$$

$$360 : 45 = 8$$

Habría que intercambiar lotes de 15 camisas por lotes de 8 pantalones.

Problemas “+”

27.  Un restaurante, que está reponiendo menaje, invierte 300 € en la compra de vasos y otro tanto en la de tazas. Sabiendo que una taza cuesta un euro más que un vaso, y que ha comprado 15 vasos más que tazas, ¿cuántos vasos y cuántas tazas ha adquirido?


En la siguiente tabla de los divisores de 300 se ve claramente que se han adquirido 75 vasos y 60 tazas.

1	2	3	4	5	6	10	12	15
300	150	100	75	60	50	30	25	20

$$75 \text{ vasos a } 4 \text{ €/vaso} = 300 \text{ €}$$

$$60 \text{ tazas a } 5 \text{ €/taza} = 300 \text{ €}$$

Hay 15 vasos más que tazas y cada taza cuesta 1 € más que una taza.

28.  Un granjero, tras recoger en una cesta su cosecha de huevos, piensa:

— Si los envaso por docenas, me sobran 5.

— Si tuviera uno más, podría envasarlos exactamente en cajas de 10.

— Casi he cogido 100.

¿Cuántos huevos tiene?

Por la segunda y tercera condición, deducimos que el granjero ha recogido 89 o 99 huevos.

De estas dos posibilidades, solo la primera verifica la condición restante.

Por tanto, el granjero tiene 89 huevos.

Taller de Matemáticas

Página 62

Reflexiona y sé organizado

- **¿Cuántos prismas diferentes se pueden construir con 12 dados unitarios?**

Para 12 dados unitarios, se pueden construir prismas de estas medidas:

$$1 \times 12; 2 \times 6; 3 \times 4; 2 \times 2 \times 3$$

- **Más difícil: ¿Y con un conjunto de 60 dados?**

Para 60 dados unitarios, se pueden construir prismas de estas medidas:

$$1 \times 60; 2 \times 30; 3 \times 20; 4 \times 15; 5 \times 12; 6 \times 10; 2 \times 2 \times 15; 2 \times 6 \times 5; 4 \times 3 \times 5; 10 \times 2 \times 3$$

Infórmate e investiga

Los primos valen dinero

- **Busca el primer número primo mayor que 1 000.**

Descartamos los números pares, que son compuestos, y también los múltiplos de 5.

Vamos probando:

$$1\ 001 = 143 \cdot 7$$

$$1\ 003 = 59 \cdot 17$$

$$1\ 007 = 19 \cdot 53$$

Al llegar al 1 009:

1 009 no es múltiplo de 2, ni de 3, ni de 5.

$$1\ 009 : 7 = 144,14\dots$$

$$1\ 009 : 17 = 59,35\dots$$

$$1\ 009 : 29 = 34,79\dots$$

$$1\ 009 : 11 = 91,72\dots$$

$$1\ 009 : 19 = 53,10\dots$$

$$1\ 009 : 31 = 32,54\dots$$

$$1\ 009 : 13 = 77,61\dots$$

$$1\ 009 : 23 = 43,86\dots$$

$$1\ 009 : 37 = 27,27\dots$$

Con lo que vemos que 1 009 no es múltiplo de ningún número primo menor que 37. Y no hay que seguir probando, puesto que el último cociente obtenido es menor que el divisor (37).

Ensayo y deduce

El 101 es el protagonista

- **¿Qué le ocurre a un número de dos cifras si lo multiplicamos por 101?**

$$29 \times 101 = ?$$

Ensayo otros casos y verifica que siempre ocurre lo mismo.

Si un número de dos cifras (ab) se multiplica por 101, se obtiene otro de cuatro cifras ($abab$).
Por ejemplo: $29 \cdot 101 = 2\ 929$

- ¿Qué tienen en común todos los números de cuatro cifras que se forman repitiendo alternativamente dos cifras?

Todos los números de cuatro cifras del tipo $\boxed{a} \boxed{b} \boxed{a} \boxed{b}$ son múltiplos de 101:

$$\begin{array}{r} \boxed{a} \boxed{b} \boxed{a} \boxed{b} \\ \left. \begin{array}{l} 1000a \\ 100b \\ 10a \\ 1b \end{array} \right\} \\ 1010a + 101b = 101 \cdot (10a + b) = 101 \cdot \boxed{a} \boxed{b} \end{array}$$

www.yoquieroaprobar.es

Entrénate resolviendo problemas

¡Echa cuentas!

- **En un colegio hay dos clases, A y B, de primero de ESO. Si en el grupo A se hacen equipos de 5 para jugar a baloncesto, sobran 3 personas. Si se hace lo mismo en el grupo B, sobran 4.**

¿Cuántos sobrarán si se hacen los equipos después de juntar ambos grupos?

Juntamos los grupos A y B. Los equipos formados, formados están.

Sobran 3 y 4, que hacen 7. Con ellos podemos hacer un equipo más y sobran 2.

- **Un galgo persigue a una liebre. La liebre da saltos de 3 m y el galgo da saltos de 4 m. Si en un momento determinado las huellas del galgo coinciden con las de la liebre, ¿cuántas veces vuelve a ocurrir lo mismo en los siguientes 200 m?**

mín.c.m. $(3, 4) = 12$

El cociente de 200 entre 12 es 16, por lo que 16 veces volverán a coincidir las huellas del galgo con las de la liebre.

Autoevaluación

1. Busca, entre los siguientes, cuatro pares de números emparentados por la relación de divisibilidad:

6 15 35 80 90 240

60 y 90, 15 y 90, 80 y 240, 6 y 240

2. ¿Verdadero o falso?

a) 60 es divisible entre 15.

b) 7 múltiplo de 21.

c) 12 es divisor de 120.

d) 162 múltiplo de 8.

a) Verdadero

b) Falso, $21 = 7 \cdot 3$, por tanto, 21 es múltiplo de 7.

c) Verdadero

d) Falso, 162 no es divisible por 8, $162 : 8 = 20$ y resto 2.

3. Escribe.

a) Los múltiplos de 12 comprendidos entre 50 y 100.

b) Todos los divisores de 90.

a) 60, 72, 84, 96

b) 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90

4. Encuentra los números pedidos.

a) El primer múltiplo de 13, después de 1 000.

b) El último múltiplo de 11, antes de 1 000.

a) 1 001

b) 990

5. Completa en tu cuaderno.

a) Un número es múltiplo de 3 cuando...

b) Un número es divisible entre 5 cuando...

c) Un número es múltiplo de 9 cuando...

a) Un número es múltiplo de 3 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

b) Un número es divisible entre 5 cuando acaba en 0 o en 5.

c) Un número es múltiplo de 9 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

6. Escribe, ordenados, todos los números primos menores que 50.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

7. Averigua si los números siguientes son primos o compuestos:

a) 101

b) 147

c) 247

a) 101 es primo.

b) 147 es divisible entre 3. Es compuesto

c) $247 = 13 \cdot 19$. Es compuesto.

8. Descompón en factores primos.

a) 36

b) 48

c) 396

a) $36 = 2^2 \cdot 3^2$

b) $48 = 2^4 \cdot 3$

c) $396 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$

9. Calcula.

a) mín.c.m. (36, 48) b) máx.c.d. (36, 48) c) mín.c.m. (10, 15, 25) d) máx.c.d. (10, 15, 25)

a) mín.c.m. (36, 48) = 144

b) máx.c.d. (36, 48) = 12

c) mín.c.m. (10, 15, 25) = 150

d) máx.c.d. (10, 15, 25) = 5

10. ¿De cuántas formas distintas se puede dividir una clase de 28 alumnos, en equipos con el mismo número de miembros, sin que sobre ninguno?

N.º DE EQUIPOS	1	2	4	7	14	28
MIEMBROS POR EQUIPO	28	14	7	4	2	1

11. ¿Cuál es el lado del menor cuadrado que se puede formar uniendo baldosas rectangulares de 15 cm de largo por 6 cm de ancho?

mín.c.m. (15, 6) = 30

El lado del menor cuadrado que se puede formar mide 30 cm.

El cuadrado se forma con 2×5 baldosas.

12. Un grupo de 48 niños, acompañados de 36 padres, acuden a un campamento de montaña. Para dormir, acuerdan ocupar cada cabaña con el mismo número de personas. Además, cuantas menos cabañas ocupen, menos pagan. Por otro lado, ni los padres quieren dormir con niños, ni los niños con padres. ¿Cuántos entrarán en cada cabaña? ¿Cuántas cabañas ocuparán?

máx.c.d. (36, 48) = 12

En cada cabaña entrarán 12 personas.

Ocuparán $(48 + 36) : 12 = 7$ cabañas.

Algunos usos de los números con signo

1. **¿Qué botón del ascensor hay que pulsar para subir a la academia?**

¿A qué planta se llega pulsando el botón (-3)?

Para subir a la academia hay que pulsar el botón 4.

Pulsando el botón -3 se llega a la planta LAVACOHES.

2. **¿Cuánta plantas hay que subir para ir desde el gimnasio hasta el restaurante? ¿Qué número asocias a ese desplazamiento?**

Desde el gimnasio al restaurante hay que subir 2 plantas.

Se asocia el número (+2).

3. **¿Qué número asocias a la bajada desde la vivienda hasta el cuarto de calderas?**

El número (-9).

¿Quién gana y quién pierde?

4. **¿Qué número asocias a cada enunciado?**

Nuria (+70)

Pablo (-50)

Rosa (+20)

Juan (-120)

Recuerda el papel de los paréntesis

5. **Comprueba que los resultados de estas expresiones son los que se dan:**

a) $(15 - 6 \cdot 2) + 1 = 4$

$$\begin{array}{c} (15 - 6 \cdot 2) + 1 \\ \quad \swarrow \searrow \\ (15 - 12) + 1 \\ \quad \swarrow \searrow \\ \quad 3 + 1 \\ \quad \quad \swarrow \searrow \\ \quad \quad \quad 4 \end{array}$$

b) $(15 - 6) \cdot (2 + 1) = 27$

$$\begin{array}{c} (15 - 6) \cdot (2 + 1) \\ \quad \swarrow \searrow \\ \quad 9 \cdot 3 \\ \quad \quad \swarrow \searrow \\ \quad \quad \quad 27 \end{array}$$

1 Números positivos y negativos

Página 67

1. Describe tres situaciones en las que se hace necesario el uso de números negativos.

Por ejemplo, para expresar las lecturas del termómetro de ambiente.

- Para expresar el saldo de una cuenta (debe-haber).
- Para expresar variaciones de velocidad (aumentos-disminuciones).
- Para expresar la posición de un objeto respecto al nivel del suelo (sobre o bajo).
- Para expresar las variaciones que experimenta la altura a la que vuela un avión (subidas-bajadas).

2. Escribe tres elementos más en cada una de las siguientes series numéricas:

a) 0, 1, -1, 2, -2, ...

b) 6, 4, 2, 0, -2, ...

c) 20, 15, 10, 5, 0, ...

d) -21, -20, -18, -15, -11, ...

e) 8, 7, 5, 2, -2, ...

a) 3, -3, 4

b) -4, -6, -8

c) -5, -10, -15

d) -6, 0, 7

e) -7, -13, -20

3. Asocia un número positivo o negativo a cada uno de los enunciados siguientes:

a) Mercedes tiene en el banco 2 500 euros.

b) Miguel debe 150 euros.

c) El termómetro marca 18 °C.

d) El termómetro marca tres grados bajo cero.

e) La avioneta vuela a 800 metros sobre el nivel del mar.

f) El submarino navega a 40 metros bajo la superficie.

a) +2 500

b) -150

c) +18

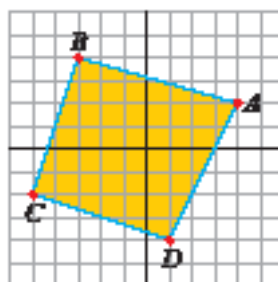
d) -3

e) +800

f) -40

4. Observa los ejes de coordenadas en el plano cuadrículado. El punto A se define mediante sus coordenadas:

A (+4, +2)



¿Cuáles son las coordenadas de los otros tres vértices del cuadrilátero?

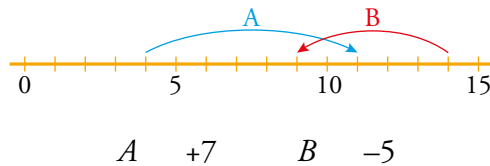
B (-3, +4); C (-5, -2); D (+1, -4)

5. Expresa numéricamente cada enunciado:

- a) El termómetro ha subido cinco grados. b) El termómetro ha bajado cinco grados.
 c) He perdido una moneda de 2 €. d) Me he encontrado una moneda de 2 €.
 e) He gastado 150 € en el supermercado. f) He cobrado 150 € por un trabajo realizado.

- a) +5 b) -5 c) -2 d) +2 e) -150 f) +150

6. Escribe un número para cada movimiento en la recta:



7. Asocia un número a cada enunciado:

- a) La temperatura ha bajado de 21 °C a 18 °C.
 b) La semana pasada tenía 37 € en la hucha y ahora solo tengo 34 €.
 c) Ha amanecido a dos grados bajo cero y ahora, a mediodía, tenemos 3 °C.
 d) Llegué a casa de los abuelos con 6 € en mi monedero, me dieron la paga y ahora salgo con 16 €.

- a) -3 b) -3 c) +5 d) +10

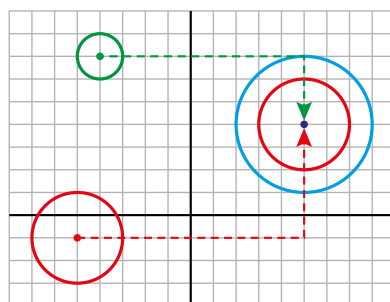
8. Cuantifica con un número positivo o negativo cada situación:

- a) Carmen vive en la quinta planta.
 b) En el tercer sótano está la caldera de la calefacción.
 c) En la planta baja hay un comercio de ropa.
 d) Victoria aparca en el segundo sótano y sube a la peluquería, en el segundo piso.
 e) Mario entra por el portal y baja al gimnasio.
 f) El conserje baja en el ascensor desde el último piso al cuarto de calderas.

- a) +5 b) -3 c) 0 d) +4 e) -1 f) -8

9. Para trasladar la circunferencia roja y colocar su centro sobre el de la circunferencia azul, definimos este movimiento:

Horizontal +10 Vertical +5



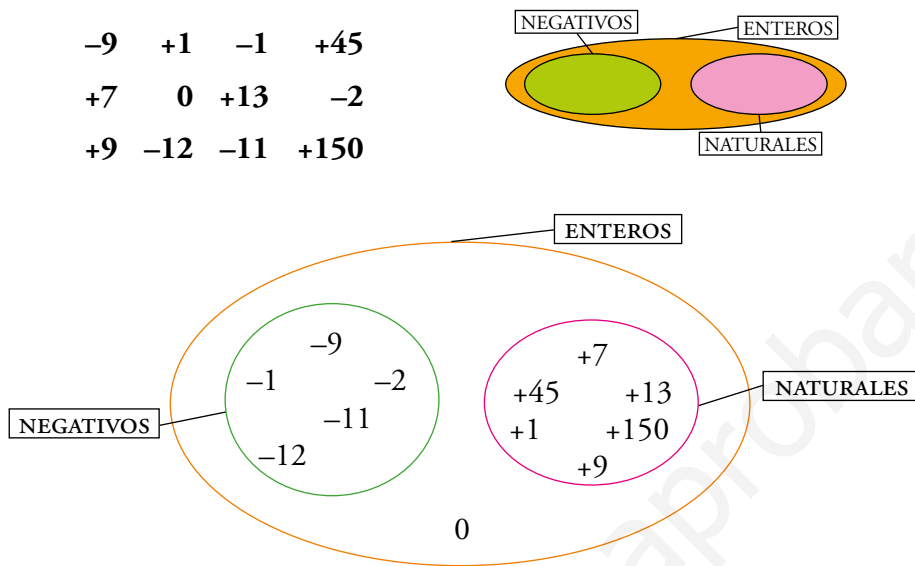
Define, de la misma forma, el movimiento que llevaría el centro de la circunferencia verde sobre el centro de la azul.

HORIZONTAL +9 VERTICAL -3

2 El conjunto de los números enteros

Página 69

1. Clasifica estos números en un gráfico como el que ves a la derecha:



2. Representa en la recta y ordena de menor a mayor.

$-7, +4, -1, +7, +6, -4, -5, +3, -11$



$$-11 < -7 < -5 < -4 < -1 < +3 < +4 < +6 < +7$$

3. Copia en tu cuaderno y coloca los signos $<$ o $>$ según corresponda.

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $(+8) \dots (+3)$ | b) $(-8) \dots (+3)$ | c) $(+8) \dots (-3)$ |
| d) $(-2) \dots (-5)$ | e) $(+2) \dots (-5)$ | f) $(-2) \dots (+5)$ |
| a) $(+8) > (+3)$ | b) $(-8) < (+3)$ | c) $(+8) > (-3)$ |
| d) $(-2) > (-5)$ | e) $(+2) > (-5)$ | f) $(-2) < (+5)$ |

4. Ordena de menor a mayor.

- | | |
|--|--|
| a) $+5, -3, -7, 0, +1, +6, -12, -5$ | b) $-6, -3, -9, 0, -1, -5, -12, -4$ |
| a) $-12 < -7 < -5 < -3 < 0 < +1 < +5 < +6$ | b) $-12 < -9 < -6 < -5 < -4 < -3 < -1 < 0$ |

5. Escribe el valor absoluto y el opuesto de cada número:

- | | | | |
|--|--|----------|----------|
| a) $+8$ | b) -7 | c) $+11$ | d) -13 |
| a) $ +8 = 8$; opuesto de $(+8) = -8$ | b) $ -7 = 7$; opuesto de $(-7) = +7$ | | |
| c) $ +11 = 11$; opuesto de $(+11) = -11$ | d) $ -13 = 13$; opuesto de $(-13) = +13$ | | |

6. Completa en tu cuaderno.

a) $|-6| = \dots$

b) $|+6| = \dots$

c) $|-2| = \dots$

d) $|+9| = \dots$

e) $|-11| = \dots$

f) $|+10| = \dots$

a) $|-6| = 6$

b) $|+6| = 6$

c) $|-2| = 2$

d) $|+9| = 9$

e) $|-11| = 11$

f) $|+10| = 10$

7. ¿Qué número entero es opuesto de sí mismo?

El cero.

8. Dos números enteros opuestos distan en la recta 12 unidades. ¿Qué números son?

6 y -6

9. ¿Verdadero o falso?

a) **Todos los números enteros son también naturales.**

b) **Todos los números naturales son también enteros.**

c) **Un número positivo es siempre mayor que su opuesto.**

d) **Entre dos números enteros, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.**

e) **El valor absoluto de cero es cero.**

a) Falso. El número -8 es entero pero no es natural.

b) Verdadero. Los números enteros incluyen a los naturales.

c) Verdadero. El opuesto de un número positivo es negativo.

d) Falso. Por ejemplo, $-8 < -5$ y, sin embargo, $|-8| > |-5|$.

e) Verdadero

3 Sumas y restas de números enteros

Página 71

1. Escribe cada enunciado junto a la expresión que le corresponde.

- | | | |
|-------------------------|------------------|------------|
| a) Gano 15 y gano 12. | $-25 + 28 = +3$ | Gano 3. |
| b) Gano 25 y gasto 28. | $-15 - 12 = -27$ | Pierdo 27. |
| c) Gasto 25 y gano 28. | $+15 + 12 = +27$ | Gano 27. |
| d) Gasto 15 y gasto 12. | $+25 - 28 = -3$ | Pierdo 3. |

- a) Gano 15 y gano 12 $+15 + 12 = +27$ Gano 27.
 b) Gano 25 y gasto 28 $+25 - 28 = -3$ Pierdo 3.
 c) Gasto 25 y gano 28 $-25 + 28 = +3$ Gano 3.
 d) Gasto 15 y gasto 12 $-15 - 12 = -27$ Pierdo 27.

2. Copia en tu cuaderno y completa.

- a) Si me dan 4 y me dan 8, gano 12. $+4 + 8 = \dots$
 b) Si me dan 5 y me quitan 9, pierdo ... $+5 - 9 = \dots$
 c) Si me quitan 9 y me dan 2, ... $-9 + 2 = \dots$
 d) Si me quitan 5 y me quitan 7, ... $-5 - 7 = \dots$
- a) Si me dan 4 y me dan 8, gano 12 $+4 + 8 = +12$
 b) Si me dan 5 y me quitan 9, pierdo 4 $+5 - 9 = -4$
 c) Si me quitan 9 y me dan 2, pierdo 7 $-9 + 2 = -7$
 d) Si me quitan 5 y me quitan 7, pierdo 12 $-5 - 7 = -12$

3. Calcula, teniendo en cuenta que ambos números tienen el mismo signo en cada caso.

- | | | |
|-------------|-------------|--------------|
| a) $6 + 5$ | b) $4 + 8$ | c) $10 + 7$ |
| d) $-6 - 2$ | e) $-4 - 6$ | f) $-5 - 9$ |
| g) $8 + 7$ | h) $-8 - 7$ | i) $-12 - 4$ |
| a) $+11$ | b) $+12$ | c) $+17$ |
| d) -8 | e) -10 | f) -14 |
| g) $+15$ | h) -15 | i) -16 |

4. Opera, teniendo en cuenta que los dos números llevan signos diferentes en cada caso.

- | | | |
|-------------|--------------|---------------|
| a) $9 - 5$ | b) $3 - 7$ | c) $6 - 10$ |
| d) $-2 + 7$ | e) $-15 + 5$ | f) $-11 + 8$ |
| g) $7 - 12$ | h) $11 - 4$ | i) $-18 + 10$ |
| a) $+4$ | b) -4 | c) -4 |
| d) $+5$ | e) -10 | f) -3 |
| g) -5 | h) $+7$ | i) -8 |

5. Calcula.

a) $6 - 7$

b) $-8 + 7$

c) $-5 - 1$

d) $8 + 2$

e) $10 - 12$

f) $-16 + 20$

g) $11 + 21$

h) $-13 - 12$

i) $-18 + 11$

a) -1

b) -1

c) -6

d) $+10$

e) -2

f) $+4$

g) $+32$

h) -25

i) -7

6. Obtén el resultado de las expresiones siguientes:

a) $51 - 28$

b) $-32 + 49$

c) $-22 - 36$

d) $18 + 27$

e) $-92 + 49$

f) $-62 - 31$

a) $+23$

b) $+17$

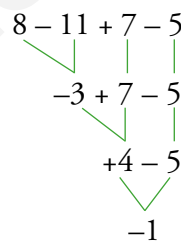
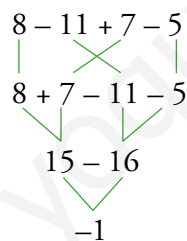
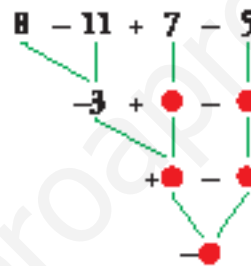
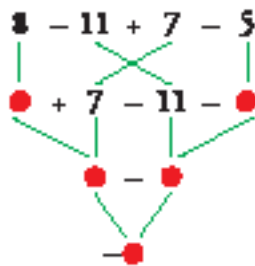
c) -58

d) $+45$

e) -43

f) -93

7. Copia en tu cuaderno sustituyendo cada punto por un número.



8. Resuelve como en el ejemplo.

• $-6 + 8 - 10 + 13 = +2 - 10 + 13 = -8 + 13 = +5$

a) $10 - 3 - 5$

b) $15 - 9 - 6$

c) $9 - 3 + 5$

d) $-2 + 2 + 7$

e) $-10 - 3 + 8$

f) $-4 - 3 - 2$

a) $10 - 3 - 5 = 7 - 5 = +2$

b) $15 - 9 - 6 = 6 - 6 = 0$

c) $9 - 3 + 5 = 6 + 5 = +11$

d) $-2 + 2 + 7 = 0 + 7 = +7$

e) $-10 - 3 + 8 = -13 + 8 = -5$

f) $-4 - 3 - 2 = -7 - 2 = -9$

9. Opera como en el ejemplo.

• $-12 + 19 - 14 = 19 - 12 - 14 = 19 - 26 = -7$

a) $9 - 2 - 3$

b) $12 - 4 - 6$

c) $5 - 9 + 8$

d) $-13 + 6 + 4$

e) $-11 - 4 + 8$

f) $-5 - 3 - 4$

a) $9 - 2 - 3 = 9 - 5 = +4$

b) $12 - 4 - 6 = 12 - 10 = +2$

c) $5 - 9 + 8 = 13 - 9 = +4$

d) $-13 + 6 + 4 = 10 - 13 = -3$

e) $-11 - 4 + 8 = 8 - 15 = -7$

f) $-5 - 3 - 4 = -12$

10. Resuelve paso a paso, igual que en el modelo resuelto.

• $7 - 5 - 8 - 4 = 2 - 8 - 4 = -6 - 4 = -10$

a) $2 - 4 - 5 + 8$

b) $6 - 7 + 4 - 3$

c) $5 + 8 - 9 - 6$

d) $-4 - 9 + 6 + 2$

e) $-3 - 5 + 7 + 7$

f) $-4 - 8 - 2 - 5$

a) $2 - 4 - 5 + 8 = -2 - 5 + 8 = -7 + 8 = +1$

b) $6 - 7 + 4 - 3 = -1 + 4 - 3 = +3 - 3 = 0$

c) $5 + 8 - 9 - 6 = 13 - 9 - 6 = 4 - 6 = -2$

d) $-4 - 9 + 6 + 2 = -13 + 6 + 2 = -7 + 2 = -5$

e) $-3 - 5 + 7 + 7 = -8 + 7 + 7 = -1 + 7 = +6$

f) $-4 - 8 - 2 - 5 = -12 - 2 - 5 = -14 - 5 = -19$

11. Opera agrupando por signos, como en el ejemplo.

• $-4 + 6 - 8 + 7 = 6 + 7 - 4 - 8 = 13 - 12 = 1$

a) $5 + 7 - 2 - 4$

b) $2 - 6 + 4 - 9$

c) $9 - 6 - 7 + 2$

d) $-4 - 5 + 3 + 8$

e) $-8 + 2 - 7 + 6$

f) $-1 + 5 + 6 - 7$

a) $5 + 7 - 2 - 4 = 12 - 6 = +6$

b) $2 - 6 + 4 - 9 = 2 + 4 - 6 - 9 = 6 - 15 = -9$

c) $9 - 6 - 7 + 2 = 9 + 2 - 6 - 7 = 11 - 13 = -2$

d) $-4 - 5 + 3 + 8 = 3 + 8 - 4 - 5 = 11 - 9 = +2$

e) $-8 + 2 - 7 + 6 = 2 + 6 - 8 - 7 = 8 - 15 = -7$

f) $-1 + 5 + 6 - 7 = 5 + 6 - 1 - 7 = 11 - 8 = +3$

12. Copia en tu cuaderno y completa.

a) $2 - 7 - 5 + 8 = \square - 5 + 8 = \square + 8 = \square$

b) $15 - 21 + 13 - 10 = \square + 13 - 10 = \square - 10 = \square$

c) $-6 + 11 - 8 + 4 = 11 + \square - 6 - \square = \square - \square = \square$

a) $2 - 7 - 5 + 8 = -5 - 5 + 8 = -10 + 8 = -2$

b) $15 - 21 + 13 - 10 = -6 + 13 - 10 = 7 - 10 = -3$

c) $-6 + 11 - 8 + 4 = 11 + 4 - 6 - 8 = 15 - 14 = 1$

13. Resuelve.

a) $6 - 9 - 7 - 5 + 2 + 11$

b) $15 + 18 - 11 - 7 - 21 + 27$

c) $-9 + 12 - 16 + 25 - 18 - 4$

d) $-44 - 16 + 8 + 33 + 23 - 5$

e) $-3 - 17 - 21 - 9 - 17 + 57$

a) -2

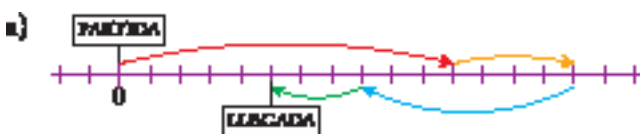
b) 21

c) -10

d) -1

e) -10

14. Escribe una expresión para los movimientos reflejados en cada recta numérica, y resuélvela:



a) $0 + 11 + 4 - 7 - 3 = 5$

b) $-13 + 5 - 3 + 10 - 3 = -4$

4 Sumas y restas con paréntesis

Página 72

1. Quita paréntesis.

a) $+(-1)$

b) $-(+4)$

c) $+(+8)$

d) $-(+7)$

e) $+(-10)$

f) $-(-6)$

g) $+(-11)$

h) $-(-13)$

i) $+(-15)$

j) $-(+16)$

k) $+(-9)$

l) $-(-7)$

a) $+(-1) = -1$

b) $-(+4) = -4$

c) $+(+8) = +8$

d) $-(+7) = -7$

e) $+(-10) = -10$

f) $-(-6) = +6$

g) $+(-11) = -11$

h) $-(-13) = +13$

i) $+(-15) = -15$

j) $-(+16) = -16$

k) $+(-9) = -9$

l) $-(-7) = +7$

2. Opera y comprueba los resultados.

a) $+(+8) - (+5)$

b) $-(+6) - (-2)$

c) $+(-2) + (-6)$

d) $+(+7) - (-3)$

e) $+(-9) - (+2)$

f) $-(+6) + (+4)$

Soluciones: a) 3; b) -4; c) -8; d) 10; e) -11; f) -2

a) $+(+8) - (+5) = 8 - 5 = +3$

b) $-(+6) - (-2) = -6 + 2 = -4$

c) $+(-2) + (-6) = -2 - 6 = -8$

d) $+(+7) - (-3) = +7 + 3 = +10$

e) $+(-9) - (+2) = -9 - 2 = -11$

f) $-(+6) + (+4) = -6 + 4 = -2$

3. Quita paréntesis, calcula, y comprueba el resultado.

a) $+(5 + 3)$

b) $-(-6 - 3)$

c) $-(8 + 15)$

d) $-(-2 - 4)$

e) $+(9 - 7 - 2)$

f) $-(1 - 8 + 3)$

g) $-(-6 + 5 - 7)$

h) $-(7 - 5 + 4)$

i) $-(-3 - 1 - 4)$

Soluciones: a) 8; b) 9; c) -23; d) 6; e) 0; f) 4; g) 8; h) -6; i) 8

a) $5 + 3 = 8$

b) $+6 + 3 = 9$

c) $-8 - 15 = -23$

d) $+2 + 4 = 6$

e) $9 - 7 - 2 = 0$

f) $-1 + 8 - 3 = 4$

g) $+6 - 5 + 7 = 8$

h) $-7 + 5 - 4 = -6$

i) $+3 + 1 + 4 = 8$

4. Resuelve por dos métodos diferentes.

a) $5 - (9 - 3)$

b) $7 + (2 - 8)$

c) $12 + (-3 + 10)$

d) $15 - (8 + 11)$

e) $+(9 - 10) - 2$

f) $-(7 + 4) + 14$

g) $(5 + 8) - (7 + 6)$

h) $(16 - 9) - (10 - 7)$

a) $5 - (9 - 3) = 5 - (+6) = 5 - 6 = -1$

$5 - (9 - 3) = 5 - 9 + 3 = 8 - 9 = -1$

b) $7 + (2 - 8) = 7 + (-6) = 7 - 6 = 1$

$7 + (2 - 8) = 7 + 2 - 8 = 9 - 8 = 1$

c) $12 + (-3 + 10) = 12 + (+7) = 12 + 7 = 19$

$12 + (-3 + 10) = 12 - 3 + 10 = 22 - 3 = 19$

d) $15 - (8 + 11) = 15 - (+19) = 15 - 19 = -4$

$15 - (8 + 11) = 15 - 8 - 11 = 15 - 19 = -4$

e) $+(9 - 10) - 2 = 9 - 10 - 2 = 9 - 12 = -3$

$+(9 - 10) - 2 = +(-1) - 2 = -1 - 2 = -3$

f) $-(7 + 4) + 14 = -(+11) + 14 = -11 + 14 = 3$

$-(7 + 4) + 14 = -7 - 4 + 14 = -11 + 14 = 3$

g) $(5 + 8) - (7 + 6) = (+13) - (+13) = 13 - 13 = 0$

$(5 + 8) - (7 + 6) = 5 + 8 - 7 - 6 = 13 - 13 = 0$

h) $(16 - 9) - (10 - 7) = (+7) - (+3) = 7 - 3 = 4$

$(16 - 9) - (10 - 7) = 16 - 9 - 10 + 7 = 23 - 19 = 4$

5. Quita los paréntesis.

- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| a) $+(+2)$ | b) $+(-8)$ | c) $-(+4)$ | d) $-(-9)$ |
| a) 2 | b) -8 | c) -4 | d) 9 |

6. Quita el paréntesis y calcula igual que en el ejemplo.

• $-16 - (-5) = -16 + 5 = -11$

- | | | |
|-------------------|-----------------|------------------|
| a) $12 + (+4)$ | b) $10 - (+8)$ | c) $15 - (-6)$ |
| d) $10 - (+16)$ | e) $-2 + (+8)$ | f) $-3 - (-5)$ |
| a) $12 + 4 = 16$ | b) $10 - 8 = 2$ | c) $15 + 6 = 21$ |
| d) $10 - 16 = -6$ | e) $-2 + 8 = 6$ | f) $-3 + 5 = 2$ |

7. Opera, como en el ejemplo, suprimiendo paréntesis.

• $-(+14) - (-12) = -14 + 12 = -2$

- | | | | |
|-------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--------------------|
| a) $+(+7) + (+6)$ | b) $+(-5) + (-3)$ | c) $+(-6) - (+8)$ | d) $-(-7) + (-10)$ |
| e) $-(-3) - (-5)$ | f) $-(-2) - (+6)$ | g) $+(-7) - (-3)$ | h) $-(-5) + (+4)$ |
| i) $+(-12) + (+10)$ | j) $-(+6) - (+8)$ | | |
| a) $+(+7) + (+6) = 7 + 6 = 13$ | b) $+(-5) + (-3) = -5 - 3 = -8$ | c) $+(-6) - (+8) = -6 - 8 = -14$ | |
| d) $-(-7) + (-10) = 7 - 10 = -3$ | e) $-(-3) - (-5) = 3 + 5 = 8$ | f) $-(-2) - (+6) = 2 - 6 = -4$ | |
| g) $+(-7) - (-3) = -7 + 3 = -4$ | h) $-(-5) + (+4) = 5 + 4 = 9$ | | |
| i) $+(-12) + (+10) = -12 + 10 = -2$ | j) $-(+6) - (+8) = -6 - 8 = -14$ | | |

8. ¿Verdadero o falso?

- a) La suma de dos números positivos es mayor que cero.
- b) La suma de un número positivo y otro negativo es un número negativo.
- c) El resultado de restar dos números negativos puede ser mayor que cero.
- d) Restar un número, positivo o negativo, es lo mismo que sumar su opuesto.
- a) Verdadero
- b) Falso. Si el número positivo es mayor que el negativo en valor absoluto, el resultado es un número positivo.
- c) Verdadero. Por ejemplo, $(-3) - (-8) = +5$.
- d) Verdadero. $(-a) = +(-a)$.

9. Resuelve, como en el modelo, quitando primero el paréntesis.

▪ $13 - (+4 - 9)$

$13 - 4 + 9$

$22 - 4$

18

a) $12 + (+3 - 5)$

a) $12 + (+3 - 5)$

$$\begin{array}{c} 12 + 3 - 5 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 15 - 5 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 10 \end{array}$$

b) $14 - (+12 - 10)$

b) $14 - (+12 - 10)$

$$\begin{array}{c} 14 - 12 + 10 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 24 - 12 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 12 \end{array}$$

c) $8 - (-5 + 13)$

c) $8 - (-5 + 13)$

$$\begin{array}{c} 8 + 5 - 13 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 13 - 13 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 0 \end{array}$$

10. Quita primero el paréntesis y, después, calcula.

a) $4 + (9 - 7)$

b) $15 - (2 - 9)$

c) $11 - (-6 + 3)$

d) $10 - (-7 - 5)$

e) $13 + (-8 + 2)$

f) $17 + (-5 - 9)$

g) $8 + (-8 + 8)$

h) $9 - (-3 - 10)$

a) $4 + 9 - 7 = 6$

b) $15 - 2 + 9 = 22$

c) $11 + 6 - 3 = 14$

d) $10 + 7 + 5 = 22$

e) $13 - 8 + 2 = 7$

f) $17 - 5 - 9 = 3$

g) $8 - 8 + 8 = 8$

h) $9 + 3 + 10 = 22$

11. Repite los ejercicios de la actividad anterior, operando en primer lugar dentro del paréntesis, como se hace en el modelo.

$$\begin{array}{c} \blacksquare 13 - (+4 - 9) \\ \swarrow \quad \searrow \\ 13 - (-5) \\ \swarrow \quad \searrow \\ 13 + 5 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 18 \end{array}$$

a) $4 + (+2) = 4 + 2 = 6$

b) $15 - (-7) = 15 + 7 = 22$

c) $11 - (-3) = 11 + 3 = 14$

d) $10 - (-12) = 10 + 12 = 22$

e) $13 + (-6) = 13 - 6 = 7$

f) $17 + (-14) = 17 - 14 = 3$

g) $8 + (0) = 8$

h) $9 - (-13) = 9 + 13 = 22$

12. Calcula, quitando primero los paréntesis, como en el ejemplo.

• $(5 - 12) - (8 - 6) = 5 - 12 - 8 + 6 = 11 - 20 = -9$

a) $(7 - 4) + (9 - 5)$

b) $(2 + 6) + (5 - 8)$

c) $(5 - 9) + (2 - 12)$

d) $(7 + 3) - (5 + 4)$

e) $(8 - 12) - (2 - 5)$

f) $(10 - 7) - (-2 - 6)$

g) $-(8 + 4) + (5 - 9)$

h) $-(6 - 2) - (7 - 9)$

a) $(7 - 4) + (9 - 5) = 7 - 4 + 9 - 5 = 16 - 9 = 7$

b) $(2 + 6) + (5 - 8) = 2 + 6 + 5 - 8 = 13 - 8 = 5$

c) $(5 - 9) + (2 - 12) = 5 - 9 + 2 - 12 = 7 - 21 = -14$

d) $(7 + 3) - (5 + 4) = 7 + 3 - 5 - 4 = 10 - 9 = 1$

e) $(8 - 12) - (2 - 5) = 8 - 12 - 2 + 5 = 13 - 14 = -1$

f) $(10 - 7) - (-2 - 6) = 10 - 7 + 2 + 6 = 18 - 7 = 11$

g) $-(8 + 4) + (5 - 9) = -8 - 4 + 5 - 9 = 5 - 21 = -16$

h) $-(6 - 2) - (7 - 9) = -6 + 2 - 7 + 9 = 11 - 13 = -2$

13. Repite los ejercicios de la actividad anterior, operando en primer lugar dentro de los paréntesis, como se hace en este ejemplo:

- $(5 - 12) - (8 - 6) = (-7) - (2) = -7 - 2 = -9$
- a) $(7 - 4) + (9 - 5) = (+3) + (+4) = 3 + 4 = 7$
- b) $(2 + 6) + (5 - 8) = (+8) + (-3) = 8 - 3 = 5$
- c) $(5 - 9) + (2 - 12) = (-4) + (-10) = -4 - 10 = -14$
- d) $(7 + 3) - (5 + 4) = (+10) - (+9) = 10 - 9 = 1$
- e) $(8 - 12) - (2 - 5) = (-4) - (-3) = -4 + 3 = -1$
- f) $(10 - 7) - (-2 - 6) = (+3) - (-8) = 3 + 8 = 11$
- g) $-(8 + 4) + (5 - 9) = -(+12) + (-4) = -12 - 4 = -16$
- h) $-(6 - 2) - (7 - 9) = -(+4) - (-2) = -4 + 2 = -2$

14. Calcula como en el ejemplo:

- $4 - [5 - (8 + 3)] = 4 - [5 - (11)] = 4 - [5 - 11] = 4 - [-6] = 4 + 6 = 10$
- a) $6 + [5 + (7 + 2)]$ b) $8 + [4 - (3 + 5)]$ c) $10 - [6 + (2 + 7)]$ d) $15 - [2 - (6 - 10)]$
- e) $15 - [10 - (8 + 4)]$ f) $12 - [7 - (2 - 10)]$ g) $(-6) + [5 + (2 - 12)]$ h) $(-7) - [3 - (4 - 9)]$
- a) $6 + [5 + (7 + 2)] = 20$ b) $8 + [4 - (3 + 5)] = 4$ c) $10 - [6 + (2 + 7)] = -5$
- d) $15 - [2 - (6 - 10)] = 9$ e) $15 - [10 - (8 + 4)] = 17$ f) $12 - [7 - (2 - 10)] = -3$
- g) $(-6) + [5 + (2 - 12)] = -11$ h) $(-7) - [3 - (4 - 9)] = -15$

15. Operar: $[8 - (+11)] - [3 + (-7 + 5)]$

Está resuelto en el libro del alumno.

16. Calcula.

- a) $(2 - 10) + [5 - (8 + 2)]$ b) $(12 - 3) - [1 - (2 - 6)]$ c) $[9 - (+5)] + [7 + (-10)]$
- d) $[10 - (-2)] - [5 - (+12)]$ e) $[8 - (6 + 4)] - (5 - 7)$ f) $[1 + (6 - 9)] - (8 - 12)$
- a) $(2 - 10) + [5 - (8 + 2)] = -13$ b) $(12 - 3) - [1 - (2 - 6)] = 4$ c) $[9 - (+5)] + [7 + (-10)] = 1$
- d) $[10 - (-2)] - [5 - (+12)] = 19$ e) $[8 - (6 + 4)] - (5 - 7) = 0$ f) $[1 + (6 - 9)] - (8 - 12) = 2$

5 Multiplicación y división de números enteros

Página 76

1. Calcula estos productos:

a) $3 \cdot (-2)$

b) $-5 \cdot (+3)$

c) $-4 \cdot (-6)$

d) $(-4) \cdot (+7)$

e) $(+2) \cdot (+6)$

f) $(-5) \cdot (-7)$

g) $(+3) \cdot (-8)$

h) $(-9) \cdot (-3)$

i) $(-6) \cdot (+4)$

a) -6

b) -15

c) 24

d) -28

e) 12

f) 35

g) -24

h) 27

i) -24

2. Copia en tu cuaderno y completa.

a) $(-6) \cdot \square = -18$

b) $(+8) \cdot \square = -24$

c) $(-7) \cdot \square = +35$

d) $(+15) \cdot \square = +60$

a) $(-6) \cdot (+3) = -18$

b) $(+8) \cdot (-3) = -24$

c) $(-7) \cdot (-5) = +35$

d) $(+15) \cdot (+4) = +60$

3. Calcula el cociente entero, si existe.

a) $(-8) : (+2)$

b) $(+20) : (-10)$

c) $(-12) : (-4)$

d) $(-4) : (+3)$

e) $(-15) : (-3)$

f) $(-1) : (+6)$

g) $(+42) : (-7)$

h) $(+38) : (+8)$

i) $(-36) : (+9)$

a) -4

b) -2

c) 3

d) No entero.

e) 5

f) No entero.

g) -6

h) No entero.

i) -4

4. Escribe.

a) Tres divisiones de enteros cuyo cociente sea entero.

b) Tres divisiones de enteros cuyo cociente no sea entero.

Solución abierta.

5. Calcula.

a) $(+3) \cdot (-5) \cdot (+2)$

b) $(-4) \cdot (-1) \cdot (+6)$

c) $(-2) \cdot (-7) \cdot (-2)$

d) $(+5) \cdot (-4) \cdot (-3)$

a) $(+3) \cdot (-5) \cdot (+2) = -30$

b) $(-4) \cdot (-1) \cdot (+6) = +24$

c) $(-2) \cdot (-7) \cdot (-2) = -28$

d) $(+5) \cdot (-4) \cdot (-3) = +60$

6. Opera, sin olvidar el papel de los paréntesis.

a) $[(+80) : (-8)] : (-5)$

b) $[(-70) : (-2)] : (-7)$

c) $(+50) : [(-30) : (+6)]$

d) $(-40) : [(+24) : (+3)]$

a) $[(+80) : (-8)] : (-5) = [-10] : (-5) = +2$

b) $[(-70) : (-2)] : (-7) = [+35] : (-7) = -5$

c) $(+50) : [(-30) : (+6)] = (+50) : [-5] = -10$

d) $(-40) : [(+24) : (+3)] = (-40) : [+8] = -5$

7. Opera.

Está resuelto en el libro del alumno.

8. Opera como en el ejercicio resuelto anterior.

a) $[(+6) \cdot (-4)] : (-3)$

b) $[(-15) \cdot (-2)] : (+6)$

c) $(-5) \cdot [(+12) : (-3)]$

d) $[(-5) \cdot (+12)] : (-3)$

a) $[(+6) \cdot (-4)] : (-3) = [-24] : (-3) = +8$

b) $[(-15) \cdot (-2)] : (+6) = [+30] : (+6) = +5$

c) $(-5) \cdot [(+12) : (-3)] = (-5) \cdot [-4] = +20$

d) $[(-5) \cdot (+12)] : (-3) = [-60] : (-3) = +20$

6 Operaciones combinadas

Página 77

1. Calcula.

a) $5 \cdot (-4) + 2 \cdot (-3)$

c) $2 \cdot (-8) - 3 \cdot (-7) - 4 \cdot (+3)$

a) $5 \cdot (-4) + 2 \cdot (-3) = -26$

c) $2 \cdot (-8) - 3 \cdot (-7) - 4 \cdot (+3) = -7$

b) $20 : (-5) - 8 : (+2)$

d) $6 : (+2) + 5 \cdot (-3) - 12 : (-4)$

b) $20 : (-5) - 8 : (+2) = -8$

d) $6 : (+2) + 5 \cdot (-3) - 12 : (-4) = -9$

2. Opera.

a) $(-8) \cdot (+2) + (-5) \cdot (-3)$

c) $(-2) \cdot (-9) + (-24) : (-3) - (-6) \cdot (-4)$

a) $(-8) \cdot (+2) + (-5) \cdot (-3) = -1$

c) $(-2) \cdot (-9) + (-24) : (-3) - (-6) \cdot (-4) = 2$

b) $(+40) : (-8) - (-30) : (+6)$

d) $(+27) : (6 - 9) - (11 - 8) \cdot (-5) - (-6) \cdot (-2)$

b) $(+40) : (-8) - (-30) : (+6) = 0$

d) $(+27) : (3 - 9) - (3) \cdot (-5) - (-6) \cdot (-2) = -6$

3. Ejercicio resuelto.

Está resuelto en el libro del alumno.

4. Calcula como en el ejercicio resuelto anterior.

a) $(-3) \cdot [(-2) + (-4)]$

b) $(+4) \cdot [(-5) + (+2)]$

c) $(+6) : [(+5) - (+7)]$

d) $(-20) : [(-6) - (-2)]$

e) $[(-8) + (+7)] \cdot (-3)$

f) $[(-9) + (-3)] : (+6)$

a) $(-3) \cdot [(-2) + (-4)] = (-3) \cdot [-2 - 4] = (-3) \cdot [-6] = +18$

b) $(+4) \cdot [(-5) + (+2)] = (+4) \cdot [-5 + 2] = (+4) \cdot [-3] = -12$

c) $(+6) : [(+5) - (+7)] = (+6) : [+5 - 7] = (+6) : [-2] = -3$

d) $(-20) : [(-6) - (-2)] = (-20) : [-6 + 2] = (-20) : [-4] = +5$

e) $[(-8) + (+7)] \cdot (-3) = [-8 + 7] \cdot (-3) = [-1] \cdot (-3) = +3$

f) $[(-9) + (-3)] : (+6) = [-9 - 3] : (+6) = [-12] : (+6) = -2$

5. Ejercicio resuelto.

Está resuelto en el libro del alumno.

6. Opera como en el ejercicio resuelto anterior.

a) $19 - (-3) \cdot [5 - (+8)]$

b) $12 + (-5) \cdot [8 + (-9)]$

c) $12 - [(8 + 5) - (-7)] : (-5)$

d) $10 - (+20) : [(4 + 3) + (5 - 8)]$

e) $(-2) \cdot [(5 - 7) \cdot (-3)] - (6 - 8)$

a) $19 - (-3) \cdot [5 - (+8)] = 19 - (-3) \cdot [-3] = 19 - (+9) = 19 - 9 = 10$

b) $12 + (-5) \cdot [8 + (-9)] = 12 + (-5) \cdot [-1] = 12 + (+5) = 12 + 5 = 17$

c) $12 - [13 - (-7)] : (-5) = 12 - [20] : (-5) = 12 - (-4) = 12 + 4 = 16$

d) $10 - (+20) : [7 + (-3)] = 10 - (+20) : [4] = 10 - (+5) = 10 - 5 = 5$

e) $(-2) \cdot [(-2) \cdot (-3)] - (-2) = (-2) \cdot [6] + 2 = -12 + 2 = -10$

7 Potencias y raíces de números enteros

Página 79

1. Calcula.

- | | | | | |
|-------------|--------------|--------------|-------------|-------------|
| a) $(+2)^5$ | b) $(-2)^6$ | c) $(-5)^3$ | d) $(+3)^4$ | e) $(-3)^4$ |
| f) $(+6)^2$ | g) $(+10)^5$ | h) $(-10)^5$ | i) $(-4)^3$ | |
| a) +32 | b) +64 | c) -125 | d) +81 | e) +81 |
| f) +36 | g) +100 000 | h) -100 000 | i) -64 | |

2. Calcula mentalmente.

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| a) $(-1)^{28}$ | b) $(-1)^{29}$ | c) $(-1)^{30}$ | d) $(-1)^{31}$ |
| a) 1 | b) -1 | c) 1 | d) -1 |

3. Escribe con todas sus cifras.

- | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| a) $(-10)^3$ | b) $(+10)^0$ | c) $(-10)^2$ | d) $(-10)^4$ | e) $(+10)^6$ | f) $(-10)^6$ |
| a) -1 000 | b) 1 | c) 100 | d) 10 000 | e) 1 000 000 | f) 1 000 000 |

4. Calcula como en los ejemplos y observa las diferencias.

- $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$
 - $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$
- | | | | | | |
|-------------|-----------|-------------|-------------|-----------|-------------|
| a) $(-2)^4$ | b) -2^4 | c) $(+2)^4$ | d) $(-2)^3$ | e) -2^3 | f) $(+2)^3$ |
| g) $(-5)^2$ | h) -5^2 | i) $(+5)^2$ | j) $(-3)^3$ | k) -3^3 | l) $(+3)^3$ |
| a) 16 | b) -16 | c) 16 | d) -8 | e) -8 | f) 8 |
| g) 25 | h) -25 | i) 25 | j) -27 | k) -27 | l) 27 |

5. Calcula como en el ejemplo y observa la diferencia.

- $(3 - 4)^3 = (-1)^3 = -1$; $3^3 - 4^3 = 27 - 64 = -37$
- | | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $(5 + 3)^2$ | b) $(2 - 4)^3$ | c) $(2 - 3)^4$ |
| $5^2 + 3^2$ | $2^3 - 4^3$ | $2^4 - 3^4$ |
| a) $8^2 = 64$; $25 + 9 = 34$ | b) $(-2)^3 = -8$; $8 - 64 = -56$ | c) $(-1)^4 = 1$; $16 - 81 = -65$ |

6. Observa los ejemplos y calcula aplicando estas propiedades: $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ y $a^m : b^m = (a : b)^m$

- $(-5)^3 \cdot (-2)^3 = [(-5) \cdot (-2)]^3 = (+10)^3 = +1 000$
 - $(-12)^6 : (-6)^6 = [(-12) : (-6)]^6 = (+2)^6 = +64$
- | | | |
|---|---|------------------------|
| a) $(-2)^5 \cdot (+5)^5$ | b) $(+4)^3 \cdot (-5)^3$ | c) $(-6)^4 : (+3)^4$ |
| d) $(-5)^7 : (+5)^7$ | e) $(-15)^4 : (-5)^4$ | f) $(+32)^5 : (-16)^5$ |
| a) $(-2)^5 \cdot (+5)^5 = (-10)^5 = -100 000$ | b) $(+4)^3 \cdot (-5)^3 = (-20)^3 = -8 000$ | |
| c) $(-6)^4 : (+3)^4 = (-2)^4 = 16$ | d) $(-5)^7 : (+5)^7 = (-1)^7 = -1$ | |
| e) $(-15)^4 : (-5)^4 = (+3)^4 = 81$ | f) $(+32)^5 : (-16)^5 = (-2)^5 = -32$ | |

7. Ejercicio resuelto.

Está resuelto en el libro del alumno.

8. Calcula como en el ejercicio resuelto anterior.

a) $(-4)^8 : (-4)^5$

b) $(+6)^7 : (+6)^5$

c) $(+3)^{10} : (-3)^6$

d) $(-8)^5 : (+8)^3$

e) $(-15)^4 : (+15)^4$

f) $(+12)^3 : (-12)^2$

a) $(-4)^8 : (-4)^5 = (-4)^3 = -64$

b) $(+6)^7 : (+6)^5 = (+6)^2 = 36$

c) $(+3)^{10} : (-3)^6 = 3^4 = 81$

d) $(-8)^5 : (+8)^3 = -8^2 = -64$

e) $(-15)^4 : (+15)^4 = 15^0 = 1$

f) $(+12)^3 : (-12)^2 = 12^1 = 12$

9. Resuelve.

a) $[(-2)^4 \cdot (-2)^6] : (+2)^8$

b) $[(+3)^4 \cdot (-3)^3] : (-3)^6$

c) $(+5)^8 : [(-5)^2 \cdot (-5)^4]$

d) $(-7)^7 : [(-7)^4 \cdot (-7)^3]$

a) $[(-2)^4 \cdot (-2)^6] : (+2)^8 = (-2)^{10} : (+2)^8 = 2^2 = 4$

b) $[(+3)^4 \cdot (-3)^3] : (-3)^6 = (-3)^7 : 3^6 = -3$

c) $(+5)^8 : [(-5)^2 \cdot (-5)^4] = 5^8 : 5^6 = 5^2 = 25$

d) $(-7)^7 : [(-7)^4 \cdot (-7)^3] = (-7)^7 : (-7)^7 = (-7)^0 = 1$

10. Escribe las dos soluciones enteras, si existen.

a) $\sqrt{(+1)}$

b) $\sqrt{(-1)}$

c) $\sqrt{(+4)}$

d) $\sqrt{(-4)}$

e) $\sqrt{(+36)}$

f) $\sqrt{(-49)}$

g) $\sqrt{(+64)}$

h) $\sqrt{(-81)}$

i) $\sqrt{(+100)}$

a) +1 y -1

b) Sin solución.

c) +2 y -2

d) Sin solución.

e) +6 y -6

f) Sin solución.

g) +8 y -8

h) Sin solución.

i) +10 y -10

11. Ejercicio resuelto.

Está resuelto en el libro del alumno.

12. Resuelve, si es que existen soluciones.

a) $\sqrt{(+10)}$

b) $\sqrt{(-12)}$

c) $\sqrt{(+70)}$

d) $\sqrt{(-55)}$

e) $\sqrt{(+72)}$

f) $\sqrt{(-110)}$

a) $^*+3 < \sqrt{10} < +4$
 $-4 < \sqrt{10} < -3$

b) Sin solución.

c) $^*+8 < \sqrt{70} < +9$
 $-9 < \sqrt{70} < -8$

d) Sin solución.

e) $^*+8 < \sqrt{72} < +9$
 $-9 < \sqrt{72} < -8$

f) Sin solución.

13. Ejercicio resuelto.

Está resuelto en el libro del alumno.

14. Calcula, si existen, y observa las diferencias.

a) $\sqrt{16+9}$ y $\sqrt{16} + \sqrt{9}$

b) $\sqrt{100-36}$ y $\sqrt{100} - \sqrt{36}$

c) $\sqrt{16-25}$ y $\sqrt{16} - \sqrt{25}$

a) $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$; $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

b) $\sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$; $\sqrt{100} - \sqrt{36} = 10 - 6 = 4$

c) $\sqrt{16-25} = \sqrt{-9}$ No tiene solución; $\sqrt{16} - \sqrt{25} = 4 - 5 = -1$

15. ¿Verdadero o falso?

- a) Si elevas un número impar a una potencia, el resultado es negativo.
 - b) Si elevas un número positivo a una potencia impar, el resultado es positivo.
 - c) La raíz cuadrada de un número que no sea cuadrado perfecto, no es entera.
 - d) La raíz cuadrada de un número negativo existe si el número es par, y no existe si es impar.
- a) Falso. Por ejemplo, 3^2 tiene resultado positivo.
 - b) Verdadero
 - c) Verdadero
 - d) Falso. No existe en ningún caso.

16. Razona si es cierta la siguiente afirmación:


Si elevas un número entero al cuadrado y después haces su raíz cuadrada, obtienes el mismo resultado que si haces primero su raíz cuadrada y luego elevas al cuadrado.

Es falso porque si el número es negativo, no podemos hallar su raíz cuadrada.

Ejercicios y problemas

Página 80

El conjunto Z. Orden y representación

1.  Expresa con la notación de los números enteros, como se hace en el ejemplo:

- Me llega una factura de 84 €. $+(-84) = -84$

a) Cobro 155 € por un trabajo realizado.


b) Le pago a Juana los 10 euros que le debía.

c) Mi hermano me perdona los 10 € que me prestó.


a) $+(+155) = +155$

b) $-(+10) = -10$

c) $-(-10) = +10$

2.  Copia en tu cuaderno y completa.

ANTERIOR	NÚMERO	SIGUIENTE
+4	+5	+6
-4	-3	-2
-1	0	+1
-7	-6	-5

3.  Escribe, en cada caso, todos los números enteros comprendidos entre:

a) $+5$ y -5

b) -10 y -2

c) -8 y 0

a) $-5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5$

b) $-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2$

c) $-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$

4.  Ordena de menor a mayor.

a) $+6, +2, 0, +4, -7, +3$

b) $-7, -2, 0, -1, -5, -9$

c) $-4, 0, +6, -8, +3, -5$

a) $-7 < 0 < +2 < +3 < +4 < +6$

b) $-9 < -7 < -5 < -2 < -1 < 0$

c) $-8 < -5 < -4 < 0 < +3 < +6$

5.  ¿Verdadero o falso?

a) En la recta numérica, ningún número a la izquierda del cero, tiene de valor absoluto 5.

b) El opuesto de (-7) está a la derecha del cero.

c) Dos números enteros distintos nunca tienen el mismo valor absoluto.

d) La suma de un número y su opuesto es cero.

e) El opuesto de la suma de dos números es igual a la suma de sus opuestos.

a) Falso. $|-5| = 5$.

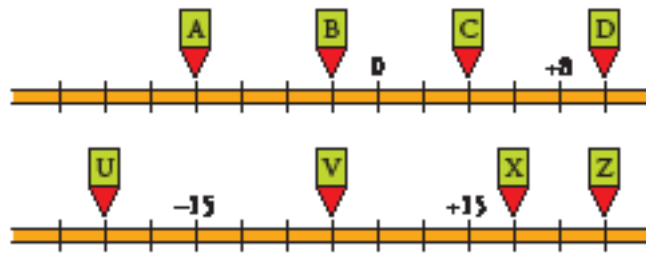
b) Verdadero, es el $+7$.

c) Falso. Cualquier entero y su opuesto son distintos y tienen el mismo valor absoluto.

d) Verdadero

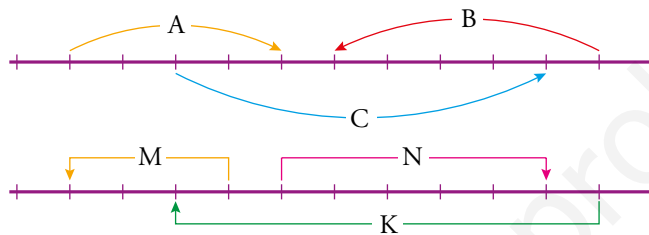
e) Verdadero; $-(a + b) = -a - b = (-a) + (-b)$.

6. ¿Qué número corresponde a cada letra?



A = -8 B = -2 C = +4 D = +10
U = -25 V = 0 X = +20 Z = +30

7. Escribe un número entero para cada movimiento en la recta:



A = +4 B = -5 C = +7 M = -3 N = +5 K = -8

Suma y resta

8. Copia en tu cuaderno, calcula mentalmente y completa.

$(-3) + \square = -4$	$(-7) + \square = -3$
$\square + (-6) = -10$	$\square - (+5) = 0$
$(-7) - \square = -4$	$\square - (-4) = +3$
$\square - (+8) = -12$	$\square - (-7) = -1$
$(-3) + (-1) = -4$	$(-7) + (+10) = 3$
$(+2) + (-6) = -4$	$(+8) - (+5) = 3$
$(-7) - (-3) = -4$	$(-1) - (-4) = 3$
$(+4) - (+8) = -4$	$(-4) - (-7) = 3$

9. Calcula.

- | | |
|--|---|
| a) $13 - 9 + 5 - 7$ | b) $6 - 8 - 6 + 5 + 4 - 6$ |
| c) $-3 - 5 + 2 - 1 - 7 + 4$ | d) $-8 - 7 + 2 + 9 - 10 + 18$ |
| a) $13 - 9 + 5 - 7 = 18 - 16 = +2$ | b) $6 - 8 - 6 + 5 + 4 - 6 = 15 - 20 = -5$ |
| c) $-3 - 5 + 2 - 1 - 7 + 4 = 6 - 16 = -10$ | d) $-8 - 7 + 2 + 9 - 10 + 18 = 29 - 25 = 4$ |

10.  Tiramos los dos dados que ves a continuación y sumamos los resultados obtenidos:



Escribe todos los resultados diferentes que se pueden obtener y pon un ejemplo en cada caso.

Se pueden obtener todos los números comprendidos entre -5 y $+5$.

Por ejemplo: $(-6) + (+1) = -5$; $(+4) + (-4) = 0$...

11.  Quita paréntesis y opera.

a) $(+3) - (+8)$

b) $(-9) + (-6)$

c) $(-7) - (-7) - (+7)$

d) $(-11) + (+8) - (-6)$

e) $(+15) - (-12) - (+11) + (-16)$

f) $(-3) - (-2) - (+4) + (-7) + (+8)$

a) $(+3) - (+8) = 3 - 8 = -5$

b) $(-9) + (-6) = -9 - 6 = -15$

c) $(-7) - (-7) - (+7) = -7 + 7 - 7 = -7$

d) $(-11) + (+8) - (-6) = -11 + 8 + 6 = 14 - 11 = 3$

e) $(+15) - (-12) - (+11) + (-16) = 15 + 12 - 11 - 16 = 27 - 27 = 0$

f) $(-3) - (-2) - (+4) + (-7) + (+8) = -3 + 2 - 4 - 7 + 8 = 10 - 14 = -4$

12.  **Ejercicio resuelto.**

Está resuelto en el libro del alumno.

13.  **Calcula.**

a) $(4 + 8) - (3 - 9)$

b) $10 + (8 - 15 + 2 - 6)$

c) $12 - (7 + 11 - 14 - 8)$

d) $(6 - 12 + 2) - (11 - 4 + 2 - 5)$

a) $(4 + 8) - (3 - 9) = +18$

b) $10 + (8 - 15 + 2 - 6) = -1$

c) $12 - (7 + 11 - 14 - 8) = 16$

d) $(6 - 12 + 2) - (11 - 4 + 2 - 5) = -8$

14.  **Ejercicio resuelto.**

Está resuelto en el libro del alumno.

15.  **Calcula.**

a) $(5 - 7) - [(-3) + (-6)]$

b) $(-8) + [(+7) - (-4) + (-5)]$

c) $(+9) - [(+3) - (3 - 12) - (+8)]$

d) $[(+6) - (-8)] - [(-4) - (-10)]$

e) $[(2 - 8) + (5 - 7)] - [(-9 + 6) - (-5 + 7)]$

a) $(5 - 7) - [(-3) + (-6)] = +7$

b) $(-8) + [(+7) - (-4) + (-5)] = -2$

c) $(+9) - [(+3) - (3 - 12) - (+8)] = +5$

d) $[(+6) - (-8)] - [(-4) - (-10)] = +8$

e) $[(2 - 8) + (5 - 7)] - [(-9 + 6) - (-5 + 7)] = -3$

Multiplicación y división

16.  **Opera como en el ejemplo y compara lo obtenido.**

• $(+48) : [(-6) \cdot (+4)] = (+48) : [-24] = -2$

$[(+48) : (-6)] \cdot (+4) = [-8] \cdot (+4) = -32$

a) $(-18) : [(+6) \cdot (-3)]$

$[(-18) : (+6)] \cdot (-3)$

b) $(+54) : [(-6) : (+3)]$


$[(+54) : (-6)] : (+3)$

a) $(-18) : [(+6) \cdot (-3)] = (-18) : [-18] = +1$

$[(-18) : (+6)] \cdot (-3) = [-3] \cdot (-3) = +9$

b) $(+54) : [(-6) : (+3)] = (+54) : [-2] = -27$

$[(+54) : (-6)] : (+3) = [-9] : (+3) = -3$

17.  **Observa el ejemplo y resuelve.**

• $6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 - 28 : 4 + 36 : 9 = 30 - 28 - 7 + 4 = 34 - 35 = -1$

a) $2 \cdot 7 - 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3$

b) $30 : 6 - 42 : 7 - 27 : 9$

c) $3 \cdot 5 - 4 \cdot 6 + 5 \cdot 4 - 6 \cdot 5$

d) $5 \cdot 4 - 28 : 4 - 3 \cdot 3$

a) $2 \cdot 7 - 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -4$


b) $30 : 6 - 42 : 7 - 27 : 9 = -4$

c) $3 \cdot 5 - 4 \cdot 6 + 5 \cdot 4 - 6 \cdot 5 = -19$

d) $5 \cdot 4 - 28 : 4 - 3 \cdot 3 = 4$

18.  **Ejercicio resuelto.**

Está resuelto en el libro del alumno.

19.  Resuelve como en el ejercicio resuelto anterior.

a) $(-2) \cdot (-5) + (+4) \cdot (-3)$

b) $(-8) \cdot (+2) - (+5) \cdot (-4)$

c) $(-5) - (+4) \cdot (-3) - (-8)$

d) $14 - (+5) \cdot (-4) + (-6) \cdot (+3) + (-8)$

a) $(-2) \cdot (-5) + (+4) \cdot (-3) = (+10) + (-12) = 10 - 12 = -2$

b) $(-8) \cdot (+2) - (+5) \cdot (-4) = (-16) - (-20) = -16 - 20 = +4$

c) $(-5) - (+4) \cdot (-3) - (-8) = (-5) - (-12) - (-8) = -5 + 12 + 8 = 15$

d) $14 - (+5) \cdot (-4) + (-6) \cdot (+3) + (-8) = 14 - (-20) + (-18) + (-8) = 14 + 20 - 18 - 8 = 8$

20.  Calcula como en el ejemplo.

• $(-4) \cdot (2 - 7) = (-4) \cdot (-5) = +20$

a) $3 \cdot (3 - 5)$

b) $(-4) \cdot (6 - 10)$

c) $(-5) \cdot (2 - 9)$

d) $16 : (1 - 5)$

e) $(-35) : (9 - 2)$

f) $(5 + 7) : (-4)$

a) $3 \cdot (3 - 5) = -6$

b) $(-4) \cdot (6 - 10) = +16$

c) $(-5) \cdot (2 - 9) = +35$

d) $16 : (1 - 5) = -4$

e) $(-35) : (9 - 2) = -5$

f) $(5 + 7) : (-4) = -3$

21.  Opera estas expresiones:

a) $35 + 7 \cdot (6 - 11)$

b) $60 : (8 - 14) + 12$

c) $(9 - 13 - 6 + 9) \cdot (5 - 11 + 7 - 4)$

d) $(6 + 2 - 9 - 15) : (7 - 12 + 3 - 6)$

e) $-(8 + 3 - 10) \cdot [(5 - 7) : (13 - 15)]$

a) $35 + 7 \cdot (6 - 11) = 0$

b) $60 : (8 - 14) + 12 = +2$

c) $(9 - 13 - 6 + 9) \cdot (5 - 11 + 7 - 4) = +3$

d) $(6 + 2 - 9 - 15) : (7 - 12 + 3 - 6) = +2$

e) $-(8 + 3 - 10) \cdot [(5 - 7) : (13 - 15)] = -1$

22.  Ejercicio resuelto.

Está resuelto en el libro del alumno.

23.  Calcula.

a) $(-3) \cdot [(-9) - (-7)]$

b) $28 : [(-4) + (-3)]$

c) $[(-9) - (+6)] : (-5)$

d) $(-11) - (-2) \cdot [15 - (+11)]$

a) $(-3) \cdot [(-9) - (-7)] = (-3) \cdot [-2] = +6$

b) $28 : [(-4) + (-3)] = 28 : [-7] = -4$

c) $[(-9) - (+6)] : (-5) = [-15] : (-5) = +3$

d) $(-11) - (-2) \cdot [15 - (+11)] = (-11) - (-2) \cdot [+4] = -11 + 8 = -3$

24.  Opera.

a) $(+5) - (-18) : [(+9) - (+15)]$ b) $(-4) \cdot [(-6) - (-8)] - (+3) \cdot [(-11) + (+7)]$

c) $[(+5) - (+2)] : [(-8) + (-3) - (-10)]$ d) $8 + (4 - 9 + 7) \cdot 2 + 4 \cdot (3 - 8 + 4)$

e) $4 \cdot [(+5) + (-7)] - (-3) \cdot [7 - (+3)]$ f) $(-3) \cdot (+11) - [(-6) + (-8) - (-2)] \cdot (+2)$

g) $(-6) \cdot [(-7) + (+3) - (7 + 6 - 14)] - (+7) \cdot (+3)$

a) $(+5) - (-18) : [(+9) - (+15)] = 5 - (-18) : [-6] = 5 - 3 = 2$

b) $(-4) \cdot [(-6) - (-8)] - (+3) \cdot [(-11) + (+7)] = (-4) \cdot [+2] - (+3) \cdot [-4] = -8 + 12 = 4$

c) $[(+5) - (+2)] : [(-8) + (-3) - (-10)] = [+3] : [-1] = -3$

d) $8 + (4 - 9 + 7) \cdot 2 + 4 \cdot (3 - 8 + 4) = 8 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 8 + 4 - 4 = 8$

e) $4 \cdot [(+5) + (-7)] - (-3) \cdot [7 - (+3)] = 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 4 = -8 + 12 = 4$

f) $(-3) \cdot (+11) - [(-6) + (-8) - (-2)] \cdot (+2) = -33 - (-12) \cdot 2 = -33 + 24 = -9$

g) $(-6) \cdot [(-7) + (+3) - (7 + 6 - 14)] - (+7) \cdot (+3) = (-6) \cdot [(-4) - (-1)] - 21 = (-6) \cdot (-3) - 21 = -3$

Potencias y raíces

25.  Halla las potencias siguientes:


a) $(-1)^7$	b) $(-4)^4$	c) $(-9)^2$	d) $(-10)^7$	e) $(-3)^5$
a) $(-1)^7 = -1$	b) $(-4)^4 = 256$	c) $(-9)^2 = 81$	d) $(-10)^7 = -10\,000\,000$	e) $(-3)^5 = -243$

26.  Calcula.


a) $(-3)^3$	b) $(+3)^3$	c) -3^3
d) $(-3)^4$	e) $(+3)^4$	f) -3^4
a) $(-3)^3 = -27$	b) $(+3)^3 = 27$	c) $-3^3 = -27$
d) $(-3)^4 = 81$	e) $(+3)^4 = 81$	f) $-3^4 = -81$

27.  Calcula, usando las propiedades de las potencias.

a) $(-5)^4 \cdot (-2)^4$	b) $(-4)^4 \cdot (-5)^4$	c) $(-18)^3 : (-6)^3$
d) $(+35)^3 : (-7)^3$	e) $[(-5)^3]^2 : (-5)^5$	f) $[(+8)^4]^3 : (-8)^{10}$
a) $(-5)^4 \cdot (-2)^4 = (-10)^4 = 10\,000$	b) $(-4)^4 \cdot (-5)^4 = 20^4 = 160\,000$	c) $(-18)^3 : (-6)^3 = 3^3 = 27$
d) $(+35)^3 : (-7)^3 = (-5)^3 = -125$	e) $[(-5)^3]^2 : (-5)^5 = (-5)^{6-5} = -5$	f) $[(+8)^4]^3 : (-8)^{10} = 8^2 = 64$

28.  Opera estas expresiones:

a) $(+12)^3 : (-12)^3$	b) $(-8)^9 : (-8)^8$	c) $[(-5)^4 \cdot (-5)^3] : (+5)^5$
d) $(-6)^7 : [(+6)^2 \cdot (+6)^3]$	e) $[(-2)^7 : (-2)^4] : (-2)^3$	f) $(-2)^7 : [(-2)^4 : (-2)^3]$
a) $(+12)^3 : (-12)^3 = -12^0 = -1$	b) $(-8)^9 : (-8)^8 = (-8)^1 = -8$	
c) $[(-5)^4 \cdot (-5)^3] : (+5)^5 = -5^{7-5} = -25$	d) $(-6)^7 : [(+6)^2 \cdot (+6)^3] = -6^{7-5} = -6^2 = -36$	
e) $[(-2)^7 : (-2)^4] : (-2)^3 = (-2)^{3-3} = 1$	f) $(-2)^7 : [(-2)^4 : (-2)^3] = (-2)^{7-1} = 64$	

29.  Halla, si existe, el resultado exacto o aproximado.

a) $\sqrt{(+121)}$

b) $\sqrt{(-121)}$

c) $\sqrt{(+225)}$

d) $\sqrt{(+250)}$

e) $\sqrt{(-250)}$

f) $\sqrt{(+400)}$

g) $\sqrt{(-900)}$

h) $\sqrt{(+1\ 000)}$

i) $\sqrt{(+10\ 000)}$

a) +11 y -11

b) No tiene solución.

c) +15 y -15

d) * $+15 < \sqrt{250} < +16$
 $-16 < \sqrt{250} < -15$

e) No tiene solución.


f) +20 y -20

g) No tiene solución.

h) * $+31 < \sqrt{1\ 000} < +32$
 $-32 < \sqrt{1\ 000} < -31$

i) +100 y -100

Resuelve problemas

30.  Abel y Laura juegan tirando al aire una moneda. Cada vez que sale cara, Abel gana cuatro puntos y Laura pierde dos. Y si sale cruz, al revés.

Después de 12 tiradas, Laura lleva seis puntos negativos. ¿Cuántos lleva Abel?


En cada tirada, Laura gana cuatro puntos (+4) o pierde dos (-2).

Para que tenga -6 puntos, tienen que salir 3 caras.


Por cada cruz que salga, tienen que salir 2 caras para que Laura ni suba ni baje puntos.

Por tanto, tras doce tiradas, habrán salido 3 caras + (3 cruces + 6 caras).

En este caso, Abel lleva 30 puntos.

31.  En una industria de congelados, la nave de envasado está a 12 °C, y el interior del almacén frigorífico, a 15 °C bajo cero. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre la nave y la cámara?

La diferencia es de $12 - (-15) = 12 + 15 = 27$ grados.

32.  Un día de invierno amaneció a dos grados bajo cero. A las doce del mediodía, la temperatura había subido 8 grados, y hasta las cinco de la tarde subió 3 grados más. Desde las cinco a medianoche bajó 5 grados, y de medianoche al alba bajó 6 grados más. ¿A qué temperatura amaneció el segundo día?

$$-2 + 8 + 3 - 5 - 6 = 11 - 13 = -2$$

Amaneció a dos grados bajo cero.

33.  Un buzo se encuentra en la plataforma base a 6 m sobre el nivel del mar y realiza estos desplazamientos:


- Baja 20 metros para dejar material.
- Baja 12 metros más para hacer una soldadura.
- Sube 8 metros para reparar una tubería.
- Finalmente, vuelve a subir a la plataforma.

¿Cuánto ha subido en su último desplazamiento?

$$6 - 20 - 12 + 8 = 14 - 32 = -18$$

$$-18 + 24 = +6$$

En el último desplazamiento sube 24 metros.

34.  Alejandro Magno nació en 356 a. C. y murió en 323 a. C. ¿A qué edad murió? ¿Cuántos años hace?

$$(-323) - (-356) = 356 - 323 = 33$$

Murió a los 33 años.

Para calcular cuánto tiempo hace que murió Alejandro Magno, se suman 323 años al año actual.

35.  Cicerón y Séneca fueron ciudadanos de Roma, cultos, buenos oradores y metidos en política, lo que a ambos les costó la vida. Sin embargo, vivieron en distinta época:


- Cicerón nació en el año 106 a. C. y vivió 63 años.
- Séneca nació 47 años después de la muerte de Cicerón y vivió 61 años.

¿En qué año murió Séneca?

$$-106 + 63 = -43 \quad \text{Cicerón murió en el año 43 a. C.}$$

$$-43 + 47 = 4 \quad \text{Séneca nació en el año 4.}$$

$$4 + 61 = 65 \quad \text{Séneca murió en el año 65.}$$

36.  Una estación de montaña emite este resumen de la evolución de sus finanzas a lo largo de un año:

MARZO-JUNIO: Pérdidas de 5 675 €/mes.

JULIO-AGOSTO: Ganancias de 4 280 €/mes.


SEPTIEMBRE-NOVIEMBRE: Pérdidas de 3 240 €/mes.

DICIEMBRE-FEBRERO: Ganancias de 9 720 €/mes.

¿Cuál fue el balance final del año?

$$4 \cdot (-5\,675) + 2 \cdot 4\,280 + 3 \cdot (-3\,240) + 3 \cdot 9\,720 = 5\,300$$

En el año ganó 5 300 euros.

37.  Un depósito se abastece de agua mediante un grifo que se abre cada día, automáticamente, durante un cuarto de hora, y aporta un caudal de 15 litros por minuto. Después, se conecta, durante hora y media, a un sistema de riego que demanda un caudal de 3 litros por minuto.

a) Calcula cuánta agua gana o pierde el depósito al día.

b) Calcula la cantidad de agua que debe contener hoy, al iniciar el día, para que el riego se mantenga durante un mes.

- a) Cada día recibe $15 \cdot 15 = 225$ litros. $\text{Balance diario: } 225 - 270 = -45$ litros
Cada día suelta $3 \cdot 90 = 270$ litros.

Por tanto, el depósito pierde 45 litros al día.

b) Suponemos que el mes tiene 30 días.

$$45 \cdot 30 = 1\,350$$

El depósito debe contener 1 350 litros a día de hoy.

Problemas “+”


38.  Andrea, con sus tres pesas, puede apartar cualquier cantidad exacta de kilos siempre que sea menor que 12.

¿De cuántos kilos es cada una de las pesas de Andrea?

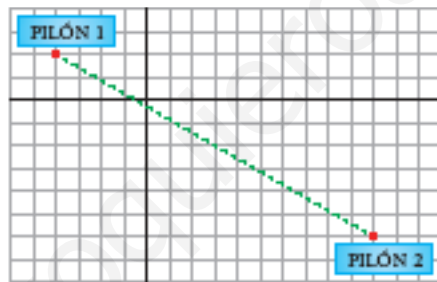


Las pesas de Andrea son de 1, 3 y 7 kilos.

PESO DEL OBJETO	PLATO CON EL OBJETO QUE SE VA A PESAR	PLATO CON SOLO PESAS
1		1
2	1	3
3		3
4		3 + 1
5	3	7 + 1
6	1	7
7		7
8		7 + 1
9	1	7 + 3
10		7 + 3
11		7 + 3 + 1

39.  Dos agricultores acuerdan construir, de forma solidaria, un pozo que esté a la misma distancia de cada uno de sus respectivos pilones de riego.

Escribe las coordenadas de cada uno de los pilones y las del lugar donde se construirá el pozo.



Coordenadas del PILÓN 1 $(-4, 2)$

Coordenadas del PILÓN 2 $(10, -6)$

El pozo se construirá en el punto central del segmento que une los dos pilones. Su primera coordenada estará a una distancia de $14 : 2 = 7$ unidades de las primeras coordenadas de cada pilón; y la segunda, a una distancia de $8 : 2 = 4$ unidades de las segundas coordenadas.

Primera coordenada $-4 + 7 = 10 - 7 = 3$

Segunda coordenada $2 - 4 = -6 - (-4) = -2$

Ese punto central es $(3, -2)$.

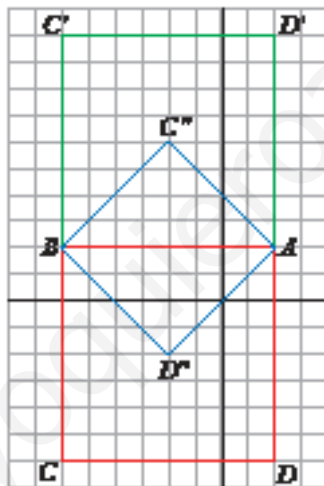
40.  Representa y reflexiona.

- Dibuja unos ejes de coordenadas.
- Representa los puntos $A(2, 2)$ y $B(-6, 2)$.
- Los puntos A y B son vértices de un cuadrado. Dibuja el cuadrado.
- Escribe las coordenadas de los otros dos vértices y las coordenadas del centro.

NOTA: Intenta encontrar las tres soluciones posibles.

Hay tres posibles soluciones:

- Cuadrado rojo: $C(-6, -6)$; $D(2, -6)$
Coordenadas del centro: $(-2, -2)$
- Cuadrado verde: $C'(-6, 10)$; $D'(2, 10)$
Coordenadas del centro: $(-2, 6)$
- Cuadrado azul: $C''(-2, 6)$; $D''(-2, -2)$
Coordenadas del centro: $(-2, 2)$



Taller de Matemáticas

Página 84

Lee e infórmate

Los cuadrados mágicos

- Construye un cuadrado mágico de 3×3 con los números enteros comprendidos entre el -4 y el $+4$.

Ayuda: ¿Cuánto valdrá la suma de cada línea?



En un cuadrado mágico de 3×3 construido con los números comprendidos entre (-4) y $(+4)$, la suma de los elementos de una línea es:

$$(-4 - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4) : 4 = 0 : 4 = 0$$

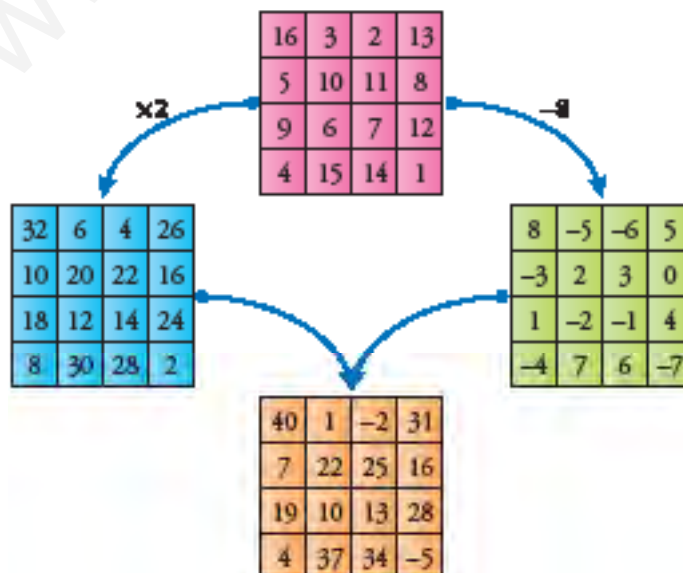
El cuadrado se puede construir así:

+1	-4	+3
+2	0	-2
-3	+4	-1

Exprésate

Nuevos cuadrados mágicos

- Observa la ilustración, comprueba que todos los cuadrados son mágicos y describe cómo se han obtenido.



— Al multiplicar por el mismo número todos los elementos de un cuadrado mágico, se obtiene otro cuadrado mágico.

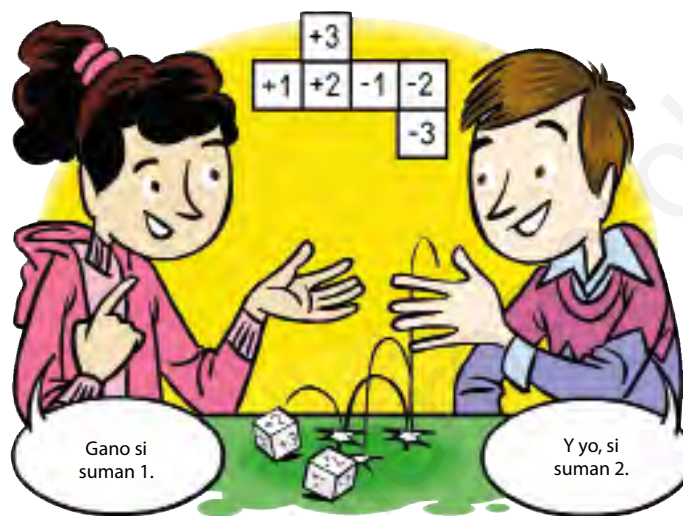
Esta propiedad se deriva de la propiedad distributiva del producto: “Si se multiplican los sumandos por un número, la suma queda multiplicada por el mismo número”.

Así, las filas y las columnas quedarán multiplicadas por el número, pero seguirán sumando lo mismo.

— Al restar el mismo número a todos los elementos de un cuadrado mágico, se obtiene otro cuadrado mágico, ya que todas las líneas disminuyen en la misma cantidad y, por tanto, las sumas siguen siendo iguales.

Dados

- Sara y Abel tiran dos dados idénticos.



¿Cuál de los dos tiene más posibilidades de ganar? Explica por qué.

Sara gana en 4 casos:

DADO A	3	2	-2	-1
DADO B	-2	-1	3	2

Abel gana en 3 casos:

DADO A	3	-1	1
DADO B	-1	3	1

Entrénate resolviendo problemas

Tantea, ponte ejemplos...

- En un examen de 20 preguntas, por cada pregunta acertada dan 3 puntos y por cada pregunta fallada (equivocada o no contestada) quitan 2. ¿Cuántas preguntas ha acertado un alumno que ha obtenido un resultado de 20 puntos?

Un estudiante que contestase bien a las 20 preguntas obtendría $20 \cdot 3 = 60$ puntos.

Sobre esos 60 puntos, por cada pregunta fallada o no contestada se pierden 5 puntos (3 que no suman y 2 que quitan).

El alumno que ha obtenido 20 puntos ha perdido, sobre los 60 de máximo, 40 puntos, lo que supone haber contestado mal a $40 : 5 = 8$ preguntas.

Ha contestado bien, por lo tanto, a 12 preguntas.

- Dispones de:

- Una balanza con dos platillos, A y B.
- Tres pesas: una de 1 kg, otra de 3 kg y otra de 5 kg.
- Un saco de patatas.

Busca todas las cantidades de patatas que podrías pesar, con una sola pesada, usando la balanza y una, dos o las tres pesas.

Por ejemplo: para pesar dos kilos de patatas puedes colocar la pesa de 3 kg en el platillo A, y la de 1 kg, en el platillo B.

Copia la tabla en tu cuaderno y recoge en ella tus resultados.

Por ejemplo:

CÓMO PESAR	PESAS EN A	PESAS EN B
1 kg	1 kg	0 kg
2 kg	3 kg	1 kg
3 kg	3 kg	0 kg
4 kg	5 kg	1 kg
5 kg	5 kg	0 kg
6 kg	1 kg y 5 kg	0 kg
7 kg	5 kg y 3 kg	1 kg
8 kg	5 kg y 3 kg	0 kg
9 kg	5 kg, 3 kg y 1 kg	0 kg

Autoevaluación

1. Escribe un número entero para cada enunciado:

- | | |
|---|--|
| a) Jorge ha gastado 35 euros en el supermercado. | b) Adela ha recibido 6 euros de paga. |
| c) Hace frío. Estamos a dos grados bajo cero. | d) Mi casa está en la cuarta planta. |
| e) La temperatura ha subido de $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $2\text{ }^{\circ}\text{C}$. | f) La fiebre le ha bajado de $39\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $37\text{ }^{\circ}\text{C}$. |
| a) -35 b) $+6$ c) -2 | d) $+4$ e) $+4$ f) -2 |

2. ¿Cuáles de los siguientes números son enteros?:

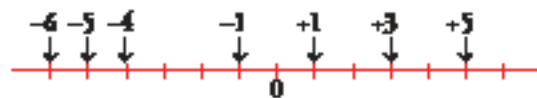
- | | | | | | | |
|--------|--------|-------|----------|--------|----------|--------|
| -3 | $+1/2$ | $0,7$ | $+5$ | 0 | $1\ 000$ | |
| $-0,2$ | $+37$ | -51 | $+15,3$ | $-7/2$ | -538 | |
| -3 | $+5$ | 0 | $1\ 000$ | $+37$ | -51 | -538 |

3. ¿Verdadero o falso?

- Todos los números enteros son naturales.
 - Todos los números naturales son enteros.
 - Algunos números negativos son enteros.
 - Todos los números positivos son enteros.
 - Cualquier número entero es mayor que cero.
- Falso. Por ejemplo, -5 es un número entero y no es natural.
 - Verdadero
 - Verdadero
 - Falso. Por ejemplo, $\frac{1}{2}$ es un número positivo y no es entero.
 - Falso. Por ejemplo, -2 es un número entero y es menor que cero.

4. Representa estos números en una recta numérica:

$(+3), (-4), (+1), (-6), (-1), (+5), (-5)$



5. Ordena de menor a mayor.

$(+4), (-3), (+5), (-5), (+1), (-6), (+2), (-1)$

$-6 < -5 < -3 < -1 < +1 < +2 < +4 < +5$

6. Calcula.

- | | | | |
|------------|----------------|---------------------|---------------------------|
| a) $4 - 9$ | b) $3 - 8 + 1$ | c) $-5 - 7 + 4 + 2$ | d) $10 - 12 + 15 - 9 - 7$ |
| a) -5 | b) -4 | c) -6 | d) -3 |

7. Opera.

a) $(-7) + (+4)$

b) $(+2) - (-3) + (-5)$

c) $(-8) - (5 - 9)$

d) $20 - [(15 - 9) - (7 + 3)]$

a) $(-7) + (+4) = -7 + 4 = -3$

b) $(+2) - (-3) + (-5) = 2 + 3 - 5 = 5 - 5 = 0$

c) $(-8) - (5 - 9) = -8 - (-4) = -8 + 4 = -4$

d) $20 - [(15 - 9) - (7 + 3)] = 20 - [(+6) - (+10)] = 20 - [6 - 10] = 20 - (-4) = 20 + 4 = 24$

8. Resuelve.

a) $5 \cdot (-2)$

b) $(-3) \cdot (-4)$

c) $(-1) \cdot (+3) \cdot (-5)$

d) $15 : (-3)$

e) $(-18) : (-6)$

f) $(-20) : [(+12) : (-3)]$

a) $5 \cdot (-2) = -10$

b) $(-3) \cdot (-4) = +12$

c) $(-1) \cdot (+3) \cdot (-5) = +15$

d) $15 : (-3) = -5$

e) $(-18) : (-6) = +3$

f) $(-20) : [(+12) : (-3)] = (-20) : [-4] = +5$

9. Resuelve.

a) $4 \cdot 5 - 2 \cdot 8 - 3 \cdot 2$

b) $(-2) \cdot (6 - 8)$

c) $(-3) \cdot (+5) - [(8 - 12) - (5 - 2)]$

a) $4 \cdot 5 - 2 \cdot 8 - 3 \cdot 2 = 20 - 16 - 6 = 20 - 22 = -2$

b) $(-2) \cdot (6 - 8) = (-2) \cdot (-2) = +4$

c) $(-3) \cdot (+5) - [(8 - 12) - (5 - 2)] = -15 - [(-4) - (3)] = -15 - [-4 - 3] = -15 - (-7) = -15 + 7 = -8$

10. Calcula.

a) 4^2

b) -4^2

c) $(-4)^2$

d) 2^3

e) -2^3

f) $(-2)^3$

a) 16

b) -16

c) 16

d) 8

e) -8

f) -8

11. Averigua el resultado en cada caso:

a) $\sqrt{+49}$

b) $\sqrt{-25}$

c) $\sqrt{(-2)^6}$

a) -7 y +7

b) No tiene solución.

c) $\sqrt{64} = -8$ y +8

12. Averigua el resultado en cada caso:

a) $(-3)^5 : (-3)^4$

b) $[(+2)^5 \cdot (-2)^5] : (-2)^8$

a) -3

b) $-2^{10-8} = -2^2 = -4$

Medida de unidades incompletas

1. **¿Cuál o cuáles de estas medidas son correctas?:**

127 mm 12,7 cm 1,27 dm 0,127 m

Todas las medidas son correctas: expresan la misma longitud en distintas unidades.

Números y partes de kilo

2. **¿Qué número marcará la balanza digital si pesas media sandía?**

1,5 kilos

3. **¿Qué marcará si pesas una botella de refresco? ¿Y si pesas un bote de miel?
¿Y si pesas un bote de tomate?**

Al pesar una botella de refresco marcará 1,5 kilos.

Al pesar un bote de miel marcará 0,75 kilos.

Al pesar un bote de tomate marcará 0,5 kilos.

Ofertas en el supermercado

4. **¿Cuánto deberá cobrar a Rosa por el paquete de lentejas y a Germán por el de garbanzos?**

Por el paquete de lentejas deberá cobrar a Rosa 1,33 euros, y a Germán, por el de garbanzos, 1,67 euros.

1 Estructura de los números decimales

Página 89

1. Escribe con cifras.

- a) Ocho décimas. b) Dos centésimas. c) Tres milésimas. d) Trece milésimas.
a) 0,8 b) 0,02 c) 0,003 d) 0,013

2. Escribe cómo se leen.

- a) 1,2 b) 12,56 c) 5,184 d) 1,06 e) 5,004 f) 2,018
a) Una unidad y dos décimas. b) Doce unidades y cincuenta y seis centésimas.
c) Cinco unidades y ciento ochenta y cuatro milésimas. d) Una unidad y seis centésimas.
e) Cinco unidades y cuatro milésimas. f) Dos unidades y dieciocho milésimas.

3. Escribe con cifras.

- a) Once unidades y quince centésimas. b) Ocho unidades y ocho centésimas.
c) Una unidad y trescientas once milésimas. d) Cinco unidades y catorce milésimas.
a) 11,15 b) 8,08 c) 1,311 d) 5,014

4. Escribe cómo se leen.

- a) 0,0007 b) 0,0042 c) 0,0583 d) 0,00008 e) 0,00046 f) 0,00853
g) 0,000001 h) 0,000055 i) 0,000856
a) Siete diezmilésimas. b) Cuarenta y dos diezmilésimas.
c) Quinientas ochenta y tres diezmilésimas. d) Ocho cienmilésimas.
e) Cuarenta y seis cienmilésimas. f) Ochocientas cincuenta y tres cienmilésimas.
g) Una millonésima. h) Cincuenta y cinco millonésimas.
i) Ochocientas cincuenta y seis millonésimas.

5. Escribe con cifras.

- a) Quince diezmilésimas. b) Ciento ochenta y tres cienmilésimas.
c) Cincuenta y ocho millonésimas.
a) 0,0015 b) 0,00183 c) 0,000058

6. Observa la tabla y contesta.

U,	d	c	m			
		4	0			
		2	0	0		
			3	0	0	0

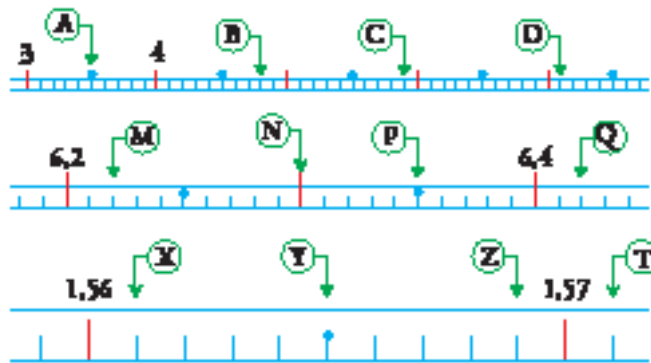
- a) ¿Cuántas centésimas hay en 40 milésimas?
b) ¿Cuántas centésimas hacen 200 diezmilésimas?
c) ¿Cuántas millonésimas hay en 3 milésimas?

a) 4

b) 2

c) 3 000

7. Indica el valor que representa cada letra:



A = 3,5

B = 4,8

C = 5,9

D = 7,1

M = 6,22

N = 6,3

P = 6,35

Q = 6,42

X = 1,561

Y = 1,565

Z = 1,569

T = 1,571

8. Ordena de menor a mayor.

a) 5,83

5,51

5,09

5,511

5,47

b) 0,1

0,09

0,099

0,12

0,029

c) 0,5

-0,8

-0,2

1,03

-1,1

a) $5,09 < 5,47 < 5,51 < 5,511 < 5,83$

b) $0,029 < 0,09 < 0,099 < 0,1 < 0,12$

c) $-1,1 < -0,8 < -0,2 < 0,5 < 1,03$

9. Copia en tu cuaderno y escribe un número en cada casilla.

$2,6 < \square < 2,8$

$7 < \square < 8$

$0,3 < \square < 0,5$

$0,4 < \square < 0,5$

$1,25 < \square < 1,27$

$3,42 < \square < 3,43$

Por ejemplo:

$2,6 < 2,7 < 2,8$

$7 < 7,5 < 8$

$0,3 < 0,4 < 0,5$

$0,4 < 0,45 < 0,5$

$1,25 < 1,26 < 1,27$

$3,42 < 3,425 < 3,43$

10. Intercala un número decimal entre cada par de números:

a) 2,99 y 3

b) 4 y 4,1

c) 3,1 y 3,11

d) 0,5 y 0,51

e) 0,523 y 0,524

f) 1,999 y 2

Por ejemplo:

a) 2,995

b) 4,05

c) 3,105

d) 0,505

e) 0,5235

f) 1,9995

11. Escribe, en cada caso, un número decimal que esté a la misma distancia de los dos números dados:

a) 4 y 5

b) 1,8 y 1,9

c) 2,04 y 2,05

a) 4,5

b) 1,85

c) 2,045

12. En un encuentro internacional de atletismo se disputa la prueba de los 100 metros lisos.

Dos jueces se encargan de tomar el tiempo del ganador, pero obtienen una ligera diferencia en sus mediciones:

- Juez A 9 segundos y 92 centésimas
- Juez B 9 segundos y 93 centésimas

¿Qué tiempo le asignarías al ganador de la prueba?

9 segundos y 925 milésimas.

13. Intercala, a intervalos iguales, tres números entre 2,7 y 2,8.



14. Redondea a las décimas.

a) 6,27

b) 3,84

c) 2,99

d) 0,094

e) 0,341

f) 0,856

a) 6,3

b) 3,8

c) 3,0

d) 0,1

e) 0,3

f) 0,9

15. Redondea a las centésimas.

a) 0,574

b) 1,278

c) 5,099

d) 3,0051

e) 8,0417

f) 2,99

a) 0,57

b) 1,28

c) 5,10

d) 3,01

e) 8,04

f) 3,00

2 Suma, resta y multiplicación de números decimales

Página 93

1. Calcula mentalmente.

a) $0,8 + 0,4$

b) $1 - 0,3$

c) $1,2 + 1,8$

d) $2,4 - 0,6$

e) $3,25 + 1,75$

f) $2,5 - 0,75$

a) 1,2

b) 0,7

c) 3

d) 1,8

e) 5

f) 1,75

2. Recuerda las operaciones con números positivos y negativos y calcula mentalmente.

a) $0,5 - 0,75$

b) $1,2 - 1,5$

c) $0,25 - 1$

d) $2 - 1,95$

e) $0,4 + 0,8 - 1,6$

f) $2,7 - 0,95 - 1,04$

a) $-0,25$

b) $-0,3$

c) $-0,75$

d) 0,05

e) $-0,4$

f) 0,71

3. Añade tres términos a estas series:

a) $3,25 - 4 - 4,75 - 5,5 - \dots$

b) $8,65 - 8,5 - 8,35 - 8,2 - \dots$

c) $1,5 - 1,62 - 1,74 - 1,86 - \dots$

a) $6,25 - 7 - 7,75$

b) $8,05 - 7,9 - 7,75$

c) $1,98 - 2,1 - 2,22$

4. Resuelve en tu cuaderno.

a) $17,28 - 12,54 - 4,665$

b) $17,28 - (12,54 - 4,665)$

c) $12,4 - 18,365 + 7,62$

d) $12,4 - (18,365 + 7,62)$

a) 0,075

b) 9,405

c) 1,655

d) $-13,585$

5. Copia en tu cuaderno y coloca la coma decimal que falta en cada producto:

a) $2,7 \cdot 1,5 \quad 405$

b) $3,8 \cdot 12 \quad 456$

c) $0,3 \cdot 0,02 \quad 0006$

d) $11,7 \cdot 0,45 \quad 5265$

a) 4,05

b) 45,6

c) 0,006

d) 5,265

6. Multiplica.

a) $3,26 \cdot 100$

b) $35,29 \cdot 10$

c) $4,7 \cdot 1000$

d) $9,48 \cdot 1000$

e) $-6,24 \cdot 100$

f) $0,475 \cdot (-10)$

a) 326

b) 352,9

c) 4700

d) 9480

e) -624

f) $-4,75$

7. Calcula en tu cuaderno.

a) $3,25 \cdot 16$

b) $2,6 \cdot 5,8$

c) $27,5 \cdot 10,4$

d) $3,70 \cdot 1,20$

e) $4,03 \cdot 2,7$

f) $5,14 \cdot 0,08$

a) 52

b) 15,08

c) 286

d) 4,44

e) 10,881

f) 0,4112

8. Opera como en el ejemplo.

$$\bullet 5,6 - 2,1 \cdot (0,5 - 1,2) = 5,6 - 2,1 \cdot (-0,7) = 5,6 + 1,47 = 7,07$$

a) $8,3 + 0,5 \cdot (3 - 4,2)$

b) $3,5 - 0,2 \cdot (2,6 - 1,8)$

c) $(5,2 - 6,8) \cdot (3,6 - 4,1)$

d) $(1,5 - 2,25) \cdot (3,6 - 2,8)$

a) $8,3 + 0,5 \cdot (3 - 4,2) = 8,3 + 0,5 \cdot (-1,2) = 8,3 - 0,6 = 7,7$

b) $3,5 - 0,2 \cdot (2,6 - 1,8) = 3,5 - 0,2 \cdot 0,8 = 3,5 - 0,16 = 3,34$

c) $(5,2 - 6,8) \cdot (3,6 - 4,1) = (-1,6) \cdot (-0,5) = 0,8$

d) $(1,5 - 2,25) \cdot (3,6 - 2,8) = (-0,75) \cdot (0,8) = -0,6$

9. ¿Verdadero o falso?

a) Al multiplicar un número por 0,8, aumenta su valor.

b) El resultado de multiplicar un número por 1,1 es mayor que el número original.

c) Para multiplicar por 100, se desplaza la coma dos lugares a la derecha.

d) Desplazar la coma un lugar hacia la izquierda equivale a multiplicar por diez.

a) Falso, el valor disminuye.

b) Verdadero

c) Verdadero

d) Falso, equivale a dividir entre 10.

10. De un listón de 2 m de longitud se corta un trozo de 0,97 m. ¿Cuánto mide el retal que queda?

$$2 - 0,97 = 1,03 \text{ m mide el retal que queda.}$$

11. En la carrera de 200 metros lisos, Jon Dalton ha invertido veintidós segundos y tres décimas, y Bobi García, veintitrés segundos y catorce centésimas. ¿Cuánto tiempo le ha sacado Jon a Bobi?

$$23,14 - 22,3 = 0,84$$

Jon le ha sacado a Bobi 84 centésimas.

12. En la ferretería se vende el cable blanco a 0,80 € el metro, y el negro, más grueso, a 2,25 € el metro. ¿Cuánto pagaremos por 3,5 m del blanco y 2,25 m del negro?

$$3,5 \cdot 0,80 + 2,25 \cdot 2,25 = 2,80 + 5,0625 = 7,8625$$

Pagaremos 7,86 euros.

3 División de números decimales

Página 96

1. Divide mentalmente.

- | | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| a) 1 : 2 | b) 5 : 2 | c) 7 : 2 | d) 1 : 4 | e) 2 : 4 | f) 5 : 4 |
| g) 1,2 : 2 | h) 1,2 : 3 | i) 1,2 : 4 | j) 0,6 : 3 | k) 0,8 : 4 | l) 0,9 : 9 |
| a) 0,5 | b) 2,5 | c) 3,5 | d) 0,25 | e) 0,5 | f) 1,25 |
| g) 0,6 | h) 0,4 | i) 0,3 | j) 0,2 | k) 0,2 | l) 0,1 |

2. Calcula con dos cifras decimales, si las hay.

- | | | | | | |
|-----------|-----------|-------------|------------|-------------|--------------|
| a) 28 : 5 | b) 53 : 4 | c) 35 : 8 | d) 7,5 : 3 | e) 6,2 : 5 | f) 12,5 : 4 |
| g) 47 : 3 | h) 9 : 7 | i) 169 : 11 | j) 7,7 : 6 | k) 14,3 : 9 | l) 96,7 : 22 |
| a) 5,6 | b) 13,25 | c) 4,37 | d) 2,5 | e) 1,24 | f) 3,12 |
| g) 15,66 | h) 1,28 | i) 15,36 | j) 1,28 | k) 1,58 | l) 4,39 |

3. Calcula y aproxima a las décimas, como en el ejemplo.

- $86 : 7 = 12,28... \xrightarrow{\text{REDONDEO}} 12,3$
- | | | | | | |
|---------------------------|--------------------------|---------------------------|------------|--------------|---------------|
| a) 10 : 3 | b) 16 : 9 | c) 25 : 7 | d) 9,2 : 8 | e) 15,9 : 12 | f) 45,52 : 17 |
| a) $3,333... \approx 3,3$ | b) $1,77... \approx 1,8$ | c) $3,571... \approx 3,6$ | | | |
| d) $1,15 \approx 1,2$ | e) $1,325 \approx 1,3$ | f) $2,677... \approx 2,7$ | | | |

4. Divide.

- | | | | | |
|----------------|--------------|----------------|----------------|--------------|
| a) 5 : 10 | b) 8 : 100 | c) 2 : 1 000 | d) 3,6 : 10 | e) 5,7 : 100 |
| f) 2,8 : 1 000 | g) 2,54 : 10 | h) 57,25 : 100 | i) 0,3 : 1 000 | |
| a) 0,5 | b) 0,08 | c) 0,002 | d) 0,36 | e) 0,057 |
| f) 0,0028 | g) 0,254 | h) 0,5725 | i) 0,0003 | |

5. Observa el ejemplo y calcula el cociente con dos cifras decimales.

- $5 : 9$ $5 \overline{)9}$ $5,0 \overline{)9}$ $5,00 \overline{)9}$
- 0 5 0,5 50 0,55
- 5

- | | | | | | |
|----------|----------|-----------|----------|-----------|------------|
| a) 1 : 4 | b) 3 : 5 | c) 30 : 8 | d) 2 : 9 | e) 6 : 11 | f) 5 : 234 |
| a) 0,25 | b) 0,6 | c) 3,75 | d) 0,22 | e) 0,54 | f) 0,02 |

6. Calcula con tres cifras decimales, si las hay.

- | | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|
| a) 0,9 : 5 | b) 0,5 : 4 | c) 0,3 : 9 | d) 1,2 : 7 | e) 0,08 : 2 | f) 0,02 : 5 |
| a) 0,18 | b) 0,125 | c) 0,033 | d) 0,171 | e) 0,04 | f) 0,004 |

7. Copia en tu cuaderno y completa.

- | | | | |
|--------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| a) $8 : 0,9 = \dots : 9$ | b) $15 : 0,35 = \dots : 35$ | c) $2 : 1,37 = \dots : 137$ | d) $7 : 0,009 = \dots : 9$ |
| a) $8 : 0,9 = 80 : 9$ | b) $15 : 0,35 = 1500 : 35$ | c) $2 : 1,37 = 200 : 137$ | d) $7 : 0,009 = 7000 : 9$ |

8. Suprime las comas multiplicando dividendo y divisor por la unidad seguida de ceros y después calcula con dos cifras decimales, si las hay.

- a) $32 : 0,8$ b) $6 : 0,7$ c) $1,82 : 0,7$ d) $18 : 0,24$ e) $0,72 : 0,06$
 f) $1,52 : 0,24$ g) $7 : 0,05$ h) $0,2 : 0,025$ i) $11,1 : 0,444$

- a) $32 : 0,8 = 320 : 8 = 40$ b) $6 : 0,7 = 60 : 7 = 8,57$ c) $1,82 : 0,7 = 18,2 : 7 = 2,6$
 d) $18 : 0,24 = 1800 : 24 = 75$ e) $0,72 : 0,06 = 72 : 6 = 12$ f) $1,52 : 0,24 = 152 : 24 = 6,33$
 g) $7 : 0,05 = 700 : 5 = 140$ h) $0,2 : 0,025 = 200 : 25 = 8$ i) $11,1 : 0,444 = 11100 : 444 = 25$

9. Calcula.

- a) $5 : 0,7$ b) $12 : 0,05$ c) $4 : 1,26$ d) $0,7 : 0,25$ e) $1,60 : 0,12$ f) $2,5 : 0,004$
 a) 7,14 b) 240 c) 3,17 d) 2,8 e) 13,33 f) 625

10. Copia en tu cuaderno, calcula y completa.

- a) $15 \cdot \square = 8,4$ b) $2,84 \cdot \square = 4,26$ c) $\square \cdot 1,6 = 1,44$ d) $\square \cdot 2,08 = 2,075$
 a) 0,56 b) 1,5 c) 0,9 d) 0,9975...

11. Observa que el dividendo es menor que el divisor, analiza el ejemplo y calcula.

$\begin{array}{r} \cdot 100 \\ \hline 0,3 : 1,55 \\ \hline \end{array}$

 $\begin{array}{r} \cdot 100 \\ \hline 30 : 155 \\ \hline \end{array}$

 $\begin{array}{r} 30,00 \\ 14\ 50 \\ \hline 0\ 55 \end{array}$

 $\begin{array}{r} \underline{155} \\ 0,19 \end{array}$

- a) $0,4 : 0,84$ b) $0,7 : 1,4$ c) $0,8 : 1,25$ d) $2 : 5,4$ e) $3,2 : 8,36$ f) $3,654 : 6,3$
 a) 0,47 b) 0,5 c) 0,64 d) 0,37 e) 0,38 f) 0,58

12. Tres botes de refresco hacen un litro. Expresa en litros la capacidad de un bote.

$1 : 3 = 0,33$ litros

13. Una empresa de mantenimiento de carreteras se compromete a señalar 15 kilómetros de una nueva autopista en ocho días. ¿Cuántos kilómetros debe señalar por término medio cada día?

$15 : 8 = 1,875$ km

14. Un paquete con seis yogures pesa 0,678 kg. Expresa en kilos el peso de un yogur.

$0,678 : 6 = 0,113$ kilos

15. ¿Cuántas filas de cajas de $0,2\text{ m} \times 0,2\text{ m} \times 0,2\text{ m}$ se pueden apilar en un contenedor de 1,85 m de altura? ¿Qué hueco quedaría entre la última caja y el techo del contenedor?

$1,85 : 0,2 = 9,25$ Se pueden apilar 9 filas de cajas.

$0,2 \cdot 9 = 1,8$; $1,85 - 1,8 = 0,05$ metros quedan entre la última caja y el techo del contenedor.

16. Los melones se venden a 1,25 €/kg. ¿Cuánto pesa un melón que cuesta 4,40 €?

$4,40 : 1,25 = 3,52$ kilos pesa el melón.

17. Para preparar una dosis de cierta vacuna, se necesitan 0,25 mililitros (0,00025 litros) de principio activo. ¿Cuántas dosis se obtendrán de un litro de principio activo?

$$1 : 0,00025 = 4\,000 \text{ dosis}$$

18. Hemos pagado 16,20 € por una pescadilla de 1,32 kilos. ¿A cómo se vende el kilo de pescadilla?

$$16,20 : 1,32 = 12,27 \text{ euros el kilo es el precio de la pescadilla.}$$

www.yoquieroaprobar.es

4 Raíz cuadrada y números decimales

Página 97

1. Calcula mentalmente.

a) $\sqrt{(0,01)}$

b) $\sqrt{0,09}$

c) $\sqrt{0,25}$

d) $\sqrt{0,64}$

e) $\sqrt{0,0001}$

f) $\sqrt{0,0049}$

a) 0,1

b) 0,3

c) 0,5

d) 0,8

e) 0,01

f) 0,07

2. Aproxima a las décimas y a las centésimas.

a) $\sqrt{58}$

b) $\sqrt{7,2}$

c) $\sqrt{0,5}$

d) $\sqrt{14}$

e) $\sqrt{8,5}$

f) $\sqrt{0,03}$

a) $\sqrt{58} = 7,6157\dots \begin{array}{l} 7,6 \\ 7,62 \end{array}$

b) $\sqrt{7,2} = 2,6832\dots \begin{array}{l} 2,7 \\ 2,68 \end{array}$

c) $\sqrt{0,5} = 0,7071\dots \begin{array}{l} 0,7 \\ 0,71 \end{array}$

d) $\sqrt{14} = 3,7416\dots \begin{array}{l} 3,7 \\ 3,74 \end{array}$


e) $\sqrt{8,5} = 2,9154\dots \begin{array}{l} 2,9 \\ 2,92 \end{array}$

f) $\sqrt{0,03} = 0,1732\dots \begin{array}{l} 0,2 \\ 0,17 \end{array}$

Ejercicios y problemas

Página 98

El sistema de numeración decimal

1.  Escribe cómo se leen.

- a) 13,4 b) 0,23 c) 0,145 d) 0,0017 e) 0,0006 f) 0,000148
- a) Trece unidades y cuatro décimas. b) Veintitrés centésimas.
 c) Ciento cuarenta y cinco milésimas. d) Diecisiete diezmilésimas.
 e) Seis diezmilésimas. f) Ciento cuarenta y ocho millonésimas.

2.  Escribe con cifras.

- a) Ocho unidades y seis décimas. b) Tres centésimas.
 c) Dos unidades y cincuenta y tres milésimas. d) Doscientas trece cienmilésimas.
 e) Ciento ochenta millonésimas.
- a) 8,6 b) 0,03 c) 2,053 d) 0,00213 e) 0,000180

3.  Escribe con cifras.

- a) Media unidad. b) Media décima.
 c) Media centésima. d) Un cuarto de unidad.
- a) 0,5 b) 0,05 c) 0,005 d) 0,25

4.  Expresa en décimas.

- a) 6 decenas. b) 27 unidades. c) 200 centésimas. d) 800 milésimas.
- a) 6 decenas = 600 décimas b) 27 unidades = 270 décimas
 c) 200 centésimas = 20 décimas d) 800 milésimas = 8 décimas

5.  Copia y completa en tu cuaderno.

- a) 8 u = 80 d = ... c = ... m b) ... u = ... d = 30 c = ... m c) ... u = ... d = ... c = 1 700 m
- a) 8 u = 80 d = 800 c = 8 000 m b) 0,3 u = 3 d = 30 c = 300 m c) 1,7 u = 17 d = 170 c = 1 700 m

6.  ¿Verdadero o falso?

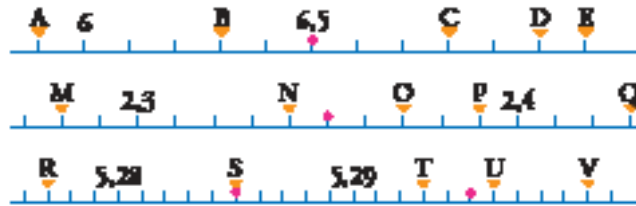
- a) Media centésima equivale a 5 décimas.
 b) 25 centésimas hacen la cuarta parte de una décima.
 c) La cuarta parte de una diezmilésima equivale a 25 millonésimas.
- a) Falso; $0,005 \neq 0,5$
 b) Falso; $0,25 \neq 0,1 : 4 = 0,025$
 c) Verdadero; $0,0001 : 4 = 0,000025$

Orden. Representación. Redondeo

7. Ordena de menor a mayor en cada caso:

- a) 1,4 1,390 1,39¹ 1,399 1,41
 b) -0,6 0,9 -0,8 2,07 -1,03
- a) $1,390 < 1,399 < 1,39^1 < 1,4 < 1,41$ b) $-1,03 < -0,8 < -0,6 < 0,9 < 2,07$

8. Asocia un número a cada letra:

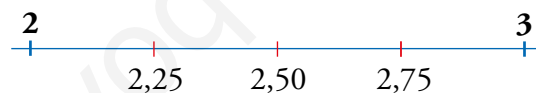


- A = 5,9 B = 6,3 C = 6,8 D = 7 E = 7,1
 M = 2,28 N = 2,34 O = 2,37 P = 2,39 Q = 2,43
 R = 5,277 S = 5,285 T = 5,293 U = 5,296 V = 5,3

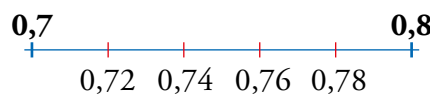
9. Intercala un número decimal entre:

- a) 0,5 y 0,6 b) 1,1 y 1,2 c) 0,24 y 0,25 d) 6,16 y 6,17 e) 1 y 1,1 f) 3,2 y 3,01
- Hay infinitas posibilidades. Por ejemplo:
- a) 0,52 b) 1,15 c) 0,247 d) 6,1604 e) 1,06 f) 3,1

10. ¿Qué números dividen el intervalo 2-3 en cuatro tramos iguales?



11. Escribe los números que dividen el intervalo 0,7-0,8 en cinco partes iguales.




12. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

13. Aproxima, en cada caso, a las unidades, a las décimas y a las centésimas:

- a) 2,499 b) 1,992 c) 0,999
- a) Unidades 2 ; Décimas 2,5 ; Centésimas 2,50
 b) Unidades 2 ; Décimas 2,0 ; Centésimas 1,99
 c) Unidades 1 ; Décimas 1,0 ; Centésimas 1,00

14.  Aproxima a las milésimas.

a) 0,62359

b) $1,7\frac{1}{7}$

c) 0,0999


a) 0,624

b) 1,778

c) 0,100

Operaciones

Sumas y restas

15.  Calcula mentalmente.

a) ¿Cuánto le falta a 4,7 para valer 5?


b) ¿Cuánto le falta a 1,95 para valer 2?

c) ¿Cuánto le falta a 7,999 para llegar a 8?

a) 0,3

b) 0,05

c) 0,001

16.  Realiza estas operaciones:

a) $13,04 + 6,528$

b) $2,75 + 6,028 + 0,157$

c) $4,32 + 0,185 - 1,03$

d) $6 - 2,48 - 1,263$

a) 19,568

b) 8,935

c) 3,475

d) 2,257

17.  Calcula y completa en tu cuaderno.

a) $2,7 + \dots = 5,2$

b) $\dots + 3,08 = 4$

c) $1,25 - \dots = 0,4$

d) $\dots - 2,015 = 3,52$

a) 2,5

b) 0,92

c) 0,85

d) 5,535

18.  Opera las expresiones siguientes:

a) $5 - (0,8 + 0,6)$

b) $2,7 - (1,6 - 0,85)$

c) $(3,21 + 2,4) - (2,8 - 1,75)$

d) $(5,2 - 3,17) - (0,48 + 0,6)$

a) $5 - (0,8 + 0,6) = 5 - 1,4 = 3,6$

b) $2,7 - (1,6 - 0,85) = 2,7 - 0,75 = 1,95$

c) $(3,21 + 2,4) - (2,8 - 1,75) = 5,61 - 1,05 = 4,56$

d) $(5,2 - 3,17) - (0,48 + 0,6) = 2,03 - 1,08 = 0,95$


Multiplicación y división

19.  Multiplica.


- a) $0,6 \cdot 0,4$ b) $0,03 \cdot 0,005$ c) $1,3 \cdot 0,08$ d) $15 \cdot 0,007$ e) $2,65 \cdot 1,24$ f) $0,25 \cdot 0,16$
 a) 0,24 b) 0,00015 c) 0,104 d) 0,105 e) 3,286 f) 0,04

20.  Calcula con dos cifras decimales, si las hay.

- a) $0,8 : 0,3$ b) $1,9 : 0,04$ c) $5,27 : 3,2$ d) $0,024 : 0,015$ e) $2,385 : 6,9$ f) $4,6 : 0,123$
 a) 2,66 b) 47,5 c) 1,64 d) 1,6 e) 0,34 f) 37,39

21.  Multiplica y divide mentalmente.

- a) $0,12 \cdot 10$ b) $0,12 : 10$ c) $0,002 \cdot 100$
 d) $0,002 : 100$ e) $0,125 \cdot 1\,000$ f) $0,125 : 1\,000$
 a) 1,2 b) 0,012 c) 0,2 d) 0,00002 e) 125 f) 0,000125


22.  Copia y completa en tu cuaderno.

- a) $72 : \dots = 7,2$ b) $3,8 : \dots = 0,038$ c) $\dots : 1\,000 = 0,05$ d) $\dots : 100 = 2,3$
 a) 10 b) 100 c) 50 d) 230

23.  Multiplica. ¿Qué observas?

- a) $6 \cdot 0,5$ b) $10 \cdot 0,5$ c) $22 \cdot 0,5$ d) $0,8 \cdot 0,5$ e) $1,4 \cdot 0,5$ f) $4,2 \cdot 0,5$
 a) 3 b) 5 c) 11 d) 0,4 e) 0,7 f) 2,1

Multiplicar por 0,5 es lo mismo que dividir entre 2.

24.  Divide. ¿Qué observas?

- a) $3 : 0,5$ b) $5 : 0,5$ c) $11 : 0,5$ d) $0,4 : 0,5$ e) $0,7 : 0,5$ f) $2,1 : 0,5$
 a) 6 b) 10 c) 22 d) 0,8 e) 1,4 f) 4,2

Dividir entre 0,5 es lo mismo que multiplicar por 2.


25.  Calcula, observa los resultados y responde.

- a) $200 \cdot 0,1$ $30 \cdot 0,1$ $8 \cdot 0,1$
 ¿Qué le ocurre a un número al multiplicarlo por 0,1?
 b) $7 : 0,1$ $35 : 0,1$ $0,5 : 0,1$
 ¿Qué le ocurre a un número al dividirlo por 0,1?
 a) $200 \cdot 0,1 = 20$ $30 \cdot 0,1 = 3$ $8 \cdot 0,1 = 0,8$

Multiplicar un número por 0,1 es lo mismo que dividirlo entre 10.

- b) $7 : 0,1 = 70$ $35 : 0,1 = 350$ $0,5 : 0,1 = 5$

Dividir un número entre 0,1 es lo mismo que multiplicarlo por 10.

26.  Pon ejemplos, investiga, y después completa en tu cuaderno.

a) Multiplicar por 0,2 es igual que dividir entre ...

b) Dividir entre 0,2 es igual que multiplicar por ...

a) Multiplicar por 0,2 es igual que dividir entre 5.

b) Dividir entre 0,2 es igual que multiplicar por 5.

27.  Multiplica mentalmente.

a) $18 \cdot 0,1$

b) $15 \cdot 0,01$

c) $400 \cdot 0,001$

d) $5 \cdot 0,2$

e) $200 \cdot 0,02$

f) $3\,000 \cdot 0,002$

g) $20 \cdot 0,5$

h) $20 \cdot 0,05$

i) $2\,000 \cdot 0,005$

a) 1,8

b) 0,15

c) 0,4

d) 1


e) 4

f) 6

g) 10

h) 1

i) 10

28.  Divide mentalmente.

a) $7 : 0,1$

b) $9 : 0,01$

c) $8 : 0,001$

d) $2 : 0,2$

e) $6 : 0,02$

f) $10 : 0,002$

g) $1 : 0,5$

h) $1 : 0,05$

i) $1 : 0,005$

a) 70

b) 900

c) 8 000

d) 10

e) 300

f) 5 000

g) 2

h) 20

i) 200

Operaciones combinadas

29.  Ejercicio resuelto.

Resuelto en el libro del alumno.

30.  Opera ayudándote del cálculo mental.

a) $5,6 - 0,8 : 0,5 + 6,2 \cdot 0,5$

b) $0,62 : 0,1 - 4,3 - 12 \cdot 0,1$

c) $15 \cdot 0,5 + 0,5 : 0,2 - 9,8$

d) $5,5 \cdot 0,2 + 1,1 + 6,6 : 0,3$

a) 7,1

b) 0,7

c) 0,2

d) 24,2

31.  Ejercicio resuelto.

Resuelto en el libro del alumno.

32.  Calcula.

a) $1,9 + 2 \cdot (1,3 - 2,2)$

b) $0,36 - 1,3 \cdot (0,18 + 0,02)$

c) $2,5 - 1,25 \cdot (2,57 - 0,97)$

d) $6,5 \cdot 0,2 - 0,4 : (2,705 - 3,105)$

e) $12 : 6,4 - 2 \cdot (1 : 8)$

f) $-(3,5 \cdot 1,2) : 2,1 + (0,865 - 3)$

g) $(-5,33 + 1,79) \cdot 3 - (8,75 : 0,5)$

a) 0,1

b) 0,1

c) 0,5

d) 2,3

e) 1,625

f) -4,135

g) -28,12

Raíz cuadrada

33. **Calcula mentalmente.**

- | | | | | | |
|------------------|------------------|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) $\sqrt{0,04}$ | b) $\sqrt{0,16}$ | c) $\sqrt{0,36}$ | d) $\sqrt{0,0009}$ | e) $\sqrt{0,0025}$ | f) $\sqrt{0,0081}$ |
| a) 0,2 | b) 0,4 | c) 0,6 | d) 0,03 | e) 0,05 | f) 0,09 |

34. **Copia y completa en tu cuaderno.**

$\begin{array}{r} \sqrt{38,00} \\ -36 \\ \hline 02 \square\square \\ -121 \\ \hline 0\square\square \end{array}$	\square, \square $12 \square \cdot \square$	$\begin{array}{r} \sqrt{5,70} \\ -4 \\ \hline 1\square\square \\ \square\square\square \\ \hline 0\square\square \end{array}$	\square, \square $4 \square \cdot \square$
$\begin{array}{r} \sqrt{38,00} \\ -36 \\ \hline 02 \square\square \\ -121 \\ \hline 0 \square\square \end{array}$	$\boxed{6}, \boxed{1}$ $12 \boxed{1} \cdot \boxed{1}$	$\begin{array}{r} \sqrt{5,70} \\ -4 \\ \hline 1 \square\square \\ \square\square\square \\ \hline 0 \square\square \end{array}$	$\boxed{2}, \boxed{3}$ $4 \boxed{3} \cdot \boxed{3}$

35. **Calcula con una cifra decimal.**

- | | | |
|------------------|------------------|--------------------|
| a) $\sqrt{5,76}$ | b) $\sqrt{32,8}$ | c) $\sqrt{138,85}$ |
| a) 2,4 | b) 5,7 | c) 11,7 |

Utiliza la calculadora

36. **Observa el ejemplo y resuelve con la calculadora.**

• $1,42 - 2,4 \cdot (2,15 - 1,6)$ $2,15 - 1,6 = * 2,4 \mu 1,42 \leq \tilde{N} \{ \neq \}$
 $1,42 - 2,4 \cdot (2,15 - 1,6) = 0,1$

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $2,75 - 0,5 \cdot (1,69 - 0,38)$ | b) $2,3 \cdot (6,07 - 1,34) - 0,45$ |
| a) 2,095 | b) 10,429 |

37. **Calcula con lápiz y papel, sacando dos cifras decimales, y después comprueba con la calculadora.**

- | | | |
|----------------|-----------------|------------------|
| a) $\sqrt{42}$ | b) $\sqrt{230}$ | c) $\sqrt{1425}$ |
| a) 6,48 | b) 15,16 | c) 37,74 |

38. **Haz con la calculadora y aproxima a las centésimas.**

- | | | |
|---|-----------------|------------------|
| a) $\sqrt{13}$ | b) $\sqrt{217}$ | c) $\sqrt{2829}$ |
| a) $\sqrt{13} = 3,60555... \quad 3,61$ | | |
| b) $\sqrt{217} = 14,7309... \quad 14,73$ | | |
| c) $\sqrt{2829} = 53,1883... \quad 53,19$ | | |

Resuelve problemas

39.  Tras consultar con su dietista, el señor Horondo se ha puesto a régimen. En la tabla ha recogido los resultados de la báscula tomados el primer día de cada uno de los seis últimos meses:

1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º
91,38	90,16	88,815	87,801	86,9	86,15

a) ¿En qué mes ha adelgazado más?

b) ¿Cuánto ha adelgazado en total?

El primer mes adelgazó $91,38 - 90,16 = 1,22$ kilos.

El segundo mes adelgazó $90,16 - 88,815 = 1,345$ kilos.

El tercer mes adelgazó $88,815 - 87,801 = 1,014$ kilos.

El cuarto mes adelgazó $87,801 - 86,9 = 0,901$ kilos.

El quinto mes adelgazó $86,9 - 86,15 = 0,75$ kilos.

a) Ha adelgazado más el segundo mes del régimen.

b) En total ha adelgazado $91,38 - 86,15 = 5,23$ kilos.

40.  Con 15 kilos de miel se han llenado 25 frascos. ¿Cuál es el peso de cada frasco, teniendo en cuenta que el casco y la tapa pesan 0,12 kg?

$15 : 25 = 0,6$ kilos de miel van en cada frasco.

$0,6 + 0,12 = 0,72$ kilos es el peso de cada frasco.

41.  Un coche avanza 2,68 metros por cada vuelta que da la rueda. ¿Cuántas vueltas dará en el trayecto de 620 kilómetros entre Madrid y Barcelona? (Aproxima el resultado a las centenas).


620 kilómetros = 620 000 metros

$620\,000 : 2,68 = 231\,343,2835\dots$ que, aproximando a las centenas, son 231 300 vueltas.

42.  Cuatro tazas pesan lo mismo que cinco vasos. Si cada taza pesa 0,115 kg, ¿cuánto pesa cada vaso?

Cuatro tazas pesan $0,115 \cdot 4 = 0,46$ kg = 460 g.


Un vaso pesa $460 : 5 = 92$ g.

43.  Una empresa de productos lácteos vende los yogures a 1,20 € la unidad. De esa cantidad, la tercera parte corresponde al envase; la mitad, a costes de producción, comercialización y ganancias, y el resto, al contenido. ¿Cuánto cuesta el contenido?

$1,20 : 3 = 0,40$ euros corresponden al envase.


$1,20 : 2 = 0,60$ euros corresponden a costes de producción, comercialización y ganancias.

$1,20 - (0,40 + 0,60) = 0,20$ euros corresponden al contenido.

44.  Raquel ha hecho este trimestre tres exámenes de matemáticas y ha sacado un 5,5, un 7 y un 2,40. ¿Cuál es su nota media?

Nota media: $(5,5 + 7 + 2,40) : 3 = 14,9 : 3 = 4,9666\dots$


La nota media es 4,97 si se aproxima a las centésimas; y es 5 si se aproxima a las décimas o a las unidades.

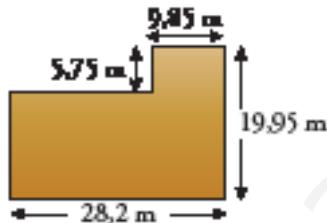
45.  El cesto del panadero, vacío, pesa 8,5 kg; y cargado con barras de 250 gramos pesa 18,750 kg. ¿Cuántas barras hay en el cesto?

Todas las barras de pan, juntas, pesan $18,750 - 8,500 = 10,250$ kg.

Como cada barra pesa 250 g = 0,250 kg, en total hay:

$10,250 : 0,250 = 41$ barras.

46.  Se desea cercar la finca que aparece en la figura con una valla de alambrada que se vende, por rollos de 5 metros, a 12,99 € el rollo. ¿Cuál será el presupuesto para la alambrada?



Calculamos el perímetro de la finca: $2 \cdot 28,2 + 2 \cdot 19,95 = 56,4 + 39,90 = 96,3$ m.

$96,3 : 5 = 19,26$ Nos hacen falta 20 rollos de alambrada, que hacen un total de $20 \cdot 12,99 = 259,80$ euros.

47.  Rosa y Javier compran en el supermercado:

- Cinco litros de leche a 1,05 € el litro.
- Una bolsa de bacalao de 0,92 kg a 13,25 €/kg.
- Un paquete de galletas que cuesta 2,85 €.
- Un cuarto de kilo de jamón a 38,40 €/kg.


¿Cuánto pagan en caja por la compra?

$5 \cdot 1,05 + 0,92 \cdot 13,25 + 2,85 + 38,4 : 4 = 29,89$

Rosa y Javier pagan 29,89 €.

48.  Una merluza de kilo y cuarto ha costado 15,75 €. ¿Cuánto costará otra merluza que pesa 1,4 kilos?

$15,75 : 1,25 = 12,6$ euros cuesta el kilo, por lo que una merluza de 1,4 kilos costará $12,6 \cdot 1,4 = 17,64$ euros.


49.  ¿Cuántas baldas de 0,8 m de longitud y 0,25 m de anchura puede obtener un carpintero, cortando un tablero de 2,40 m × 1,75 m?

$2,40 : 0,8 = 3$

$1,75 : 0,25 = 7$

$7 \cdot 3 = 21$ baldas puede obtener.


Problemas “+”

50.  Una nave de exposiciones mide 20,25 m de ancho por 35,8 m de largo. Para limpiar el suelo, se utiliza la máquina fregadora y enceradora capaz de cubrir una superficie de 1 000 m² a la hora. ¿Dará tiempo a limpiar la nave en tres cuartos de hora?

La nave tiene una superficie de $20,25 \cdot 35,8 = 724,95 \text{ m}^2$.

La máquina, en tres cuartos de hora, es capaz de limpiar $(1\ 000 : 4) \cdot 3 = 759 \text{ m}^2$.

Por tanto, podrá cumplir el trabajo en tres cuartos de hora.

51.  Martina tiene dos teléfonos móviles contratados en dos compañías diferentes, A y B. La compañía telefónica A cobra 30 céntimos por establecimiento de llamada y 20 céntimos al minuto. La compañía B no cobra establecimiento de llamada, pero cobra 25 céntimos por minuto.


Explica brevemente qué teléfono le conviene usar a Martina, dependiendo del tiempo previsto para la llamada.

Precio de una llamada de x minutos con A $30 + 20 \cdot x$ céntimos.

Precio de una llamada de x minutos con B $25 \cdot x$ céntimos.

Probando con llamadas de 1 hasta 7 minutos, vemos que si la llamada dura menos de 6 minutos, le conviene usar la compañía B; si la llamada dura 6 minutos le da igual una compañía u otra, y si dura más de 6 minutos, le conviene usar la A.

DURACIÓN DE LA LLAMADA (min)	1	2	3	4	5	6	7
COMPAÑÍA A	50	70	90	110	130	150	170
COMPAÑÍA B	25	50	75	100	125	150	175

52.  Las tablas siguientes recogen los tiros a canasta y las canastas conseguidas por dos jugadores en los cinco últimos partidos.

JUGADOR A	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
TIROS	4	3	4	2	5
CANASTAS	2	3	3	2	4

JUGADOR B	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
TIROS	5	7	3	8	7
CANASTAS	2	5	2	7	5

¿Cuál de los dos jugadores crees que tiene el tiro más seguro? Justifica tu respuesta.

Hallamos el promedio de canastas de cada jugador.

Jugador A

Número total de tiros a canasta en los 5 partidos $4 + 3 + 4 + 2 + 5 = 18$

Número de aciertos en esos 5 partidos $2 + 3 + 3 + 2 + 4 = 14$

$14 : 18 = 0,777\dots$ Por cada tiro encesta $0,777\dots$ canastas.

Jugador B

Número total de tiros a canasta en los 5 partidos $5 + 7 + 3 + 8 + 7 = 30$

Número de aciertos en esos 5 partidos $2 + 5 + 2 + 7 + 5 = 21$

$21 : 30 = 0,7$ Por cada tiro encesta $0,7$ canastas.

Tiene el tiro un poco más seguro el jugador A.

Taller de Matemáticas

Página 102

Investiga y exprésate

- a) Completa varias filas de esta tabla usando la calculadora:

1 : 9	0,11111...	$0,\overline{1}$
2 : 9	0,22222...	
3 : 9		
...	...	

- b) Ahora, divide entre 9 varios números de esta serie:

1 - 10 - 19 - 28 - 37 - ...

1 : 9	0,1111...	$0,\overline{1}$
10 : 9	1,1111...	
19 : 9		
...	...	

— ¿Qué tienen en común estos números?

— ¿Qué tienen en común los cocientes?

- c) Haz lo mismo con los números de estas series:

2 - 11 - 20 - 29 - 38 - ...

3 - 12 - 21 - 30 - 39 - ...

4 - 13 - 22 - 31 - 40 - ...

...

¿Qué observas?

- d) Continúa haciendo pruebas y anotando ordenadamente los resultados. Después, expresa por escrito tus conclusiones.

a)

1 : 9	0,111...	$0,\overline{1}$
2 : 9	0,222...	$0,\overline{2}$
3 : 9	0,333...	$0,\overline{3}$
4 : 9	0,444...	$0,\overline{4}$
5 : 9	0,555...	$0,\overline{5}$
6 : 9	0,666...	$0,\overline{6}$
7 : 9	0,777...	$0,\overline{7}$
...

b)

1 : 9	0,111...	0, $\overset{\cdot}{1}$
10 : 9	1,111...	1, $\overset{\cdot}{1}$
19 : 9	2,111...	2, $\overset{\cdot}{1}$
28 : 9	3,111...	3, $\overset{\cdot}{1}$
37 : 9	4,111...	4, $\overset{\cdot}{1}$
46 : 9	5,111...	5, $\overset{\cdot}{1}$
...

— Los números 1 - 10 - 19 - 28... dejan de resto 1 al dividirlos entre 9.

— Los cocientes tienen en común la parte decimal: $0,111... = 0, \overset{\cdot}{1}$.

c)

2 : 9	0,222...	0, $\overset{\cdot}{2}$
11 : 9	1,222...	1, $\overset{\cdot}{2}$
20 : 9	2,222...	2, $\overset{\cdot}{2}$
29 : 9	3,222...	3, $\overset{\cdot}{2}$
38 : 9	4,222...	4, $\overset{\cdot}{2}$
...

3 : 9	0,333...	0, $\overset{\cdot}{3}$
12 : 9	1,333...	1, $\overset{\cdot}{3}$
21 : 9	2,333...	2, $\overset{\cdot}{3}$
30 : 9	3,333...	3, $\overset{\cdot}{3}$
39 : 9	4,333...	4, $\overset{\cdot}{3}$
...

4 : 9	0,444...	0, $\overset{\cdot}{4}$
13 : 9	1,444...	1, $\overset{\cdot}{4}$
22 : 9	2,444...	2, $\overset{\cdot}{4}$
31 : 9	3,444...	3, $\overset{\cdot}{4}$
40 : 9	4,444...	4, $\overset{\cdot}{4}$
...

Todos estos dejan de resto 2 al dividirlos entre 9.

Todos estos dejan de resto 3 al dividirlos entre 9.

Todos estos dejan de resto 4 al dividirlos entre 9.

d) Conclusiones:

- La división entera de un número entre 9 deja un resto, r , comprendido entre 0 y 8, ambos inclusive.
- Si continuamos la división, sacando cifras decimales, vemos que la parte decimal del cociente está formada por la cifra “ r ” (resto de la división entera), repetida indefinidamente.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 5 \ 1 \overline{) 9} \\ 6 \ 5 \end{array}$$

$$51 : 9 = 5,666... = 5, \overset{\cdot}{6}$$

Entrénate resolviendo problemas

Echa cuentas... y un poco de ingenio

- **Tengo en el bolsillo 25 monedas. Todas son de 0,50 € o de 0,20 €. En total tengo 8 €.**
¿Cuántas monedas tengo de cada clase?

Si todas las monedas fuesen de 0,50 €, tendría $25 \cdot 0,50 = 12,50$ €.

Pero solo tengo 8 €. La diferencia es $12,50 - 8 = 4,50$ €.

Al considerar que todas las monedas son de 0,50 €, he contabilizado 0,30 € más por cada moneda de 0,20 €.

¿Cuántas veces he contabilizado 0,30 para conseguir 4,50? $4,50 : 0,30 = 15$

Hay, por tanto, 15 monedas de 0,20 € y 10 monedas de 0,50 €.

- **Tengo 3,45 € en monedas de 1 €; 0,50 €; 0,20 € y 0,05 €. Hay menos de diez monedas.**
¿Cuántas hay de cada tipo? (Encuentra más de una solución).

Como mínimo tengo una moneda de cada tipo.

En total: $1 + 0,5 + 0,20 + 0,05 = 1,75$ €.

Quedan $3,45 - 1,75 = 1,70$ €, que tengo que conseguir con, como máximo, cinco monedas (nos dicen que, en total, hay menos de diez).

Probando, conseguimos los 1,70 € de dos formas distintas:

1 moneda de 1 € + 1 moneda de 0,50 € + 1 moneda de 0,20 €

3 monedas de 0,50 € + 1 moneda de 0,20 €

Por tanto, hay dos formas de conseguir los 3,45 €:

Solución 1 2 de 1 € + 2 de 0,50 € + 2 de 0,20 € + 1 de 0,05 €

Solución 2 1 de 1 € + 4 de 0,50 € + 2 de 0,20 € + 1 de 0,05 €

- **Consigue el número 10 multiplicando tres números diferentes. (Encuentra más de una solución).**

Por ejemplo, $10 = 1,25 \cdot 4 \cdot 2$; $10 = 0,25 \cdot 20 \cdot 2$.

- **Tres amigos motoristas, Roberto Rojo, Bartolomé Blanco y Genaro Gris, se disponen a salir de paseo:**

—¿Os habéis fijado —dice Roberto— que una de nuestras motos es roja, otra blanca y otra gris, pero en ningún caso el color coincide con el apellido del dueño?

—Pues no me había fijado —dice el de la moto blanca—, pero tienes razón.

¿De qué color es la moto de cada uno?

El de la moto blanca no puede ser Bartolomé Blanco y, con seguridad, no es Roberto. Por tanto, el de la moto blanca es Genaro Gris.

La moto roja no puede ser de Roberto Rojo. La moto roja es de Bartolomé Blanco.

Y, finalmente, la moto gris es de Roberto Rojo.

ROBERTO ROJO	BARTOLOMÉ BLANCO	GENARO GRIS
Moto gris	Moto roja	Moto blanca

Autoevaluación

1. Escribe con cifras.

- | | |
|--|-------------------------------------|
| a) Veintiocho milésimas. | b) Dos unidades y siete centésimas. |
| c) Ciento treinta y dos diezmilésimas. | d) Nueve millonésimas. |

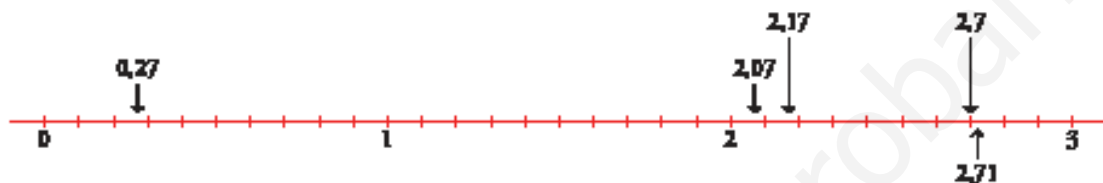
- | | | | |
|----------|---------|-----------|-------------|
| a) 0,028 | b) 2,07 | c) 0,0132 | d) 0,000009 |
|----------|---------|-----------|-------------|

2. Piensa y contesta.

- | | |
|---|---|
| a) ¿Cuántas milésimas hacen una décima? | b) ¿Cuántas millonésimas hay en una milésima? |
| a) 100 | b) 1 000 |

3. Ordena de menor a mayor y representa en la recta.

$$2,07 - 0,27 - 2,71 - 2,7 - 2,17$$



$$0,27 < 2,07 < 2,17 < 2,7 < 2,71$$

4. Copia y completa con un número decimal.

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| a) $4,5 < \dots < 4,6$ | b) $0,1 < \dots < 0,11$ |
| a) $4,5 < 4,55 < 4,6$ | b) $0,1 < 0,105 < 0,11$ |

5. Redondea a las décimas y a las centésimas.

- | | |
|---------------------------|---------------------|
| a) 2,726 | b) 5,6 ¹ |
| A las décimas: a) 2,7 | b) 5,7 |
| A las centésimas: a) 2,73 | b) 5,67 |

6. ¿Qué número señala cada letra?:



- | | | | |
|--------|--------|---------|-----|
| A 2,78 | B 2,85 | C 2,925 | D 3 |
|--------|--------|---------|-----|

7. Calcula.

- | | | | |
|-------------------------|---------------------|--------------------|----------------|
| a) $2,8 - 3,75 + 1,245$ | b) $2,8 \cdot 3,75$ | c) $6,8 \cdot 100$ | d) $2,6 : 100$ |
| a) 0,295 | b) 10,5 | c) 680 | d) 0,026 |

8. Calcula.

- | | | | |
|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| a) $4,2 - 0,2 \cdot 5 - 0,6$ | b) $4,2 - 0,2 \cdot (5 - 0,6)$ | c) $(4,2 - 0,2) \cdot 5 - 0,6$ | d) $4,2 - (0,2 \cdot 5 - 0,6)$ |
| a) 2,6 | b) 3,32 | c) 19,4 | d) 3,8 |

9. Calcula con dos cifras decimales.

a) $7 : 13$

b) $54,5 : 12$

c) $8,34 : 15,25$

a) $0,53$

b) $4,54$

c) $0,54$

10. El melón se vende a 1,75 €/kg. ¿Cuánto costará un melón de 2,800 kilos?

El melón costará $2,8 \cdot 1,75 = 4,90$ €.

11. Manuel trabaja de forma eventual, en una tienda, envolviendo paquetes de regalo. Por cada paquete le dan ochenta céntimos. Ayer hizo 30 paquetes. ¿Cuánto ganó?

$30 \cdot 0,80 = 24$ euros.

12. Para hacer un regalo a Rosa, debemos poner 33 € entre 10 amigos. Para hacer un regalo a mi madre, debemos poner 10 euros entre sus 3 hijos. ¿Cuál de los dos regalos me sale más caro?

En el regalo de Rosa, cada amigo debe poner $33 : 10 = 3,30$ €.

En el de la madre, cada hijo debe poner $10 : 3 = 3,33$ €, excepto uno que debe poner 3,34 €.

Por tanto, le sale más caro el regalo de la madre.

Algunos sistemas de medidas anteriores al S.M.D.

1. Expresa...

a) ... una yarda en metros.

b) ... un paso en centímetros.

c) ... un palmo en pies castellanos.

d) ... un kilómetro en millas terrestres.

a) 1 yarda = 3 pies anglosajones = $3 \cdot 12$ pulgadas = 36 pulgadas = $36 \cdot 2,54$ cm = 91,44 cm = 0,9144 m

b) 1 paso = 5 pies castellanos = $5 \cdot 27,9$ cm = 139,5 cm

c) 1 palmo = $3 : 4$ pies castellanos = 0,75 pies castellanos

d) 1 km = 1 : 1,609 millas terrestres \approx 0,622 millas terrestres

2. ¿Qué es más grande, un pie castellano o un pie inglés? ¿Cuál es la diferencia en centímetros?

1 pie castellano = 27,9 cm

1 pie inglés = 12 pulgadas = $12 \cdot 2,54$ cm = 30,48 cm

El pie inglés es $30,48 - 27,9 = 2,58$ cm más grande que el pie castellano.

3. Una tableta de chocolate pesaba media libra y se dividía en ocho pastillas. ¿Cuántas onzas pesaba cada pastilla?

Como 1 libra = 16 onzas, media libra son 8 onzas, que es lo que pesaba la tableta. Al dividirla entre 8 pastillas, cada pastilla pesaba una onza.

Medidas y cuentos

4. En algunos cuentos y leyendas aparecen “las botas de siete leguas”. Eran mágicas y con ellas se podían recorrer grandes distancias. Expresa siete leguas en kilómetros.

1 legua = 4 millas

4 millas = $4 \cdot 8$ estadios = 32 estadios

32 estadios = $32 \cdot 25$ cuerdas = 800 cuerdas

800 cuerdas = $800 \cdot 5$ pasos = 4 000 pasos

4 000 pasos = $4 000 \cdot 5$ pies = 20 000 pies

20 000 pies = $20 000 \cdot 27,9$ cm = 558 000 cm = 5,58 km

7 leguas = $7 \cdot 5,58$ km = 39,06 km

5. ¿Conoces el libro de Julio Verne “Veinte mil leguas de viaje submarino”?

¿Cuál era la longitud de ese viaje en kilómetros?

20 000 leguas = $20 000 \cdot 5,58$ km = 111 600 km

Medidas y dichos populares

6. Explica el significado de la expresión “Meterse en camisas de once varas”.

🗨️ ¿Cuántos metros son 11 varas?

$$11 \text{ varas} = 11 \cdot 3 \text{ pies} = 33 \text{ pies} = 33 \cdot 27,9 \text{ cm} = 920,7 \text{ cm} = 9,207 \text{ m}$$

Una camisa de 11 varas es una camisa enorme para cualquier persona. “Meterse en camisa de 11 varas” significa involucrarse en situaciones complicadas.

7. Explica el significado de la expresión “Más vale onza de talento que libra de ciencia”.

La libra es mayor que la onza. La expresión significa que vale más la inteligencia viva que la acumulación del saber de libro.

1 Las magnitudes y su medida

Página 106

1. ¿Verdadero o falso?

- a) El kilómetro es una magnitud.
- b) El palmo es una unidad de longitud.
- c) La capacidad de memoria de un ordenador es una magnitud.
- d) La cinta métrica es una unidad de medida.
- e) La balanza es un instrumento de medida.
- f) El decibelio es una unidad que se utiliza para medir la intensidad del sonido.

- a) Falso. El kilómetro es una unidad de medida de longitud.
- b) Verdadero
- c) Verdadero
- d) Falso. La cinta métrica es un instrumento para medir.
- e) Verdadero
- f) Verdadero

2. El color y la forma son cualidades, pero no magnitudes. ¿Por qué?

Porque no se pueden medir y cuantificar de forma numérica.

3. Expresa el peso de la caja, tomando como unidad:



a) Un cubito verde.

a) 1 caja = 3 cubitos verdes

b) Un cubito rojo.

b) 1 cubito verde = 3 cubitos rojos

1 caja = 3 · 3 cubitos rojos = 9 cubitos rojos

4. ¿Qué magnitudes se miden con estas unidades?:

a) Segundo.

b) Bit.

c) Grado centígrado.

d) Gramo.

e) Voltio.

f) Metro cuadrado.

a) Tiempo

b) Memoria de un ordenador

c) Temperatura

d) Masa

e) Tensión eléctrica

f) Superficie

2 El Sistema Métrico Decimal

Página 107

1. Investiga.

La arroba es una antigua unidad de peso que se usaba en muchas regiones de España. Desafortunadamente, no valía lo mismo en todas.

a) Averigua el valor, en kilos, de una arroba castellana y una arroba aragonesa.

b) Describe alguno de los inconvenientes que ocasionaban esas diferencias.

a) Una arroba castellana equivalía a 11,5 kilos, y una arroba aragonesa a 12,5 kilos.

b) Malentendidos y confusiones al hacer transacciones comerciales, pues las unidades de medida, aunque de igual nombre, tenían distinto valor.

2. Nombra:

a) Los múltiplos del metro.

b) Los múltiplos del gramo.

c) Los submúltiplos del litro.

d) Los submúltiplos del gramo.

a) decámetro, hectómetro, kilómetro

b) decagramo, hectogramo, kilogramo

c) decilitro, centilitro, mililitro

d) decigramo, centigramo, miligramo

3. Teniendo en cuenta que un cuadrante del meridiano terrestre es la cuarta parte del mismo:

a) ¿Cuántos metros mide un cuadrante de meridiano?

b) ¿Cuántos metros mide el meridiano completo?

a) Meridiano terrestre = 40 000 km

1 cuadrante de meridiano = $40\,000 : 4 = 10\,000$ km = 10 000 000 m

b) $10\,000\,000 \cdot 4 = 40\,000\,000$ m

3 Unidades de medida en las magnitudes básicas

Página 108

1. **¿Verdadero o falso?**

- a) **La distancia de la Tierra al Sol es de 1 UA.**
- b) **La distancia de Marte al Sol es mayor que un año luz.**
- c) **El radio de un átomo se mide en ángstroms.**
- d) **Diez mil micras hacen un milímetro.**

- a) Verdadero
- b) Falso. La distancia de Marte al Sol es 225 300 000 km aproximadamente, mientras que un año luz \approx 9,5 billones de kilómetros.
- c) Verdadero
- d) Falso; $10\,000\ \mu = 10\ \text{mm}$.

2. **¿Con qué unidad medirías estas longitudes?:**

- a) **La anchura de una carretera.**
- b) **La longitud de un río.**
- c) **El grosor de un tablero de madera.**
- d) **El diámetro de un tornillo.**
- e) **El diámetro del Sistema Solar.**

- a) Metros
- b) Kilómetros
- c) Centímetros
- d) Milímetros
- e) Unidades astronómicas

3. ¿Verdadero o falso?

- a) Diez centilitros hacen un mililitro.
- b) Diez decagramos hacen un hectogramo.
- c) Un kilo de aceite pesa menos que un kilo de agua.
- d) Un kilo de aceite ocupa más que un kilo de agua.
- e) Un metro cúbico de agua pesa una tonelada.
- f) Un cuarto de litro de agua pesa 500 gramos.

- a) Falso; $10 \text{ cl} = 100 \text{ ml}$.
- b) Verdadero
- c) Falso. Tanto el aceite como el agua pesan un kilo.
- d) Verdadero
- e) Verdadero
- f) Falso; $\frac{1}{4} \text{ l} = 0,25 \text{ l}$ de agua, que pesa $0,25 \text{ kg} = 250 \text{ g}$.

4. ¿Con qué unidad medirías en cada caso?:

- a) La capacidad de un bote de champú.
 - b) El peso de una bolsa de naranjas.
 - c) El agua de un embalse.
 - d) La producción anual de mejillón en Galicia.
 - e) La cantidad de azafrán que se echa a la paella.
 - f) La cantidad de perfume en una muestra publicitaria.
- a) Mililitros
 - b) Kilos
 - c) Millones de litros o billones de litros
 - d) Toneladas
 - e) Centigramos
 - f) Mililitros

4 Cambios de unidad

Página 110

1. La altura del canguro está en la tabla. Exprésala...

m	dm	cm	mm
1	2	7	

- a) ... en metros. b) ... en decímetros. c) ... en centímetros. d) ... en milímetros.
 a) 1,27 m b) 12,7 dm c) 127 cm d) 1 270 mm

2. Copia y completa en tu cuaderno.

- a) 0,2 kg $0,2 \cdot 1\,000 = \dots$ g b) 5,3 hg $5,3 \cdot \dots = \dots$ g
 c) 3,7 dg $3,7 : 10 = \dots$ g d) 280 cg $280 : \dots = \dots$ g
 a) 0,2 kg $0,2 \cdot 1\,000 = 200$ g b) 5,3 hg $5,3 \cdot 100 = 530$ g
 c) 3,7 dg $3,7 : 10 = 0,37$ g d) 280 cg $280 : 100 = 2,8$ g

3. Expresa en litros.

- a) 2,75 kl b) 42,6 dl c) 74,86 hl d) 350 cl e) 1,46 dal f) 3 800 ml
 a) 2 750 l b) 4,26 l c) 7 486 l d) 3,5 l e) 14,6 l f) 3,8 l

4. Pasa a hectómetros.

- a) 6 km b) 0,54 km c) 80 dam d) 28 m
 a) 60 hm b) 5,4 hm c) 8 hm d) 0,28 hm

5. Convierte a miligramos.

- a) 1,4 g b) 0,6 g c) 5 dg d) 62 cg
 a) 1 400 mg b) 600 mg c) 500 mg d) 620 mg

6. Copia y completa en tu cuaderno.

- a) 3 kg = ... g b) 420 g = ... kg c) 1,4 hg = ... dag
 d) 28,7 dg = ... g e) 39 dg = ... mg f) 470 mg = ... cg
 a) 3 kg = 3000 g b) 420 g = 0,42 kg c) 1,4 hg = 14 dag
 d) 28,7 dg = 2,87 g e) 39 dg = 3 900 mg f) 470 mg = 47 cg

7. Expresa el peso del elefante en kilos, en gramos y en toneladas.

t	q	kg	hg	dag	g
4	6	0	0	0	0

¿Cuáles son las unidades más adecuadas para expresar el peso del elefante?

El elefante pesa 4 600 kg = 4 600 000 g = 4,6 t.

Para expresar el peso del elefante, las unidades más adecuadas son las toneladas métricas.

8. Copia y completa en tu cuaderno.

a) $4 \text{ q} = \dots \text{ kg}$

b) $280 \text{ kg} = \dots \text{ q}$

c) $3,7 \text{ t} = \dots \text{ kg}$

d) $9700 \text{ kg} = \dots \text{ t}$

a) $4 \text{ q} = 400 \text{ kg}$

b) $280 \text{ kg} = 2,8 \text{ q}$

c) $3,7 \text{ t} = 3700 \text{ kg}$

d) $9700 \text{ kg} = 9,7 \text{ t}$

www.yoquieroaprobar.es

5 Cantidades complejas e incomplejas

Página 111

1. Expresa en metros.

- | | | | |
|--------------------|------------------|------------------|--------------------|
| a) 6 km 4 hm 8 dam | b) 5 hm 3 m 6 dm | c) 5 m 4 dm 7 cm | d) 3 dam 7 cm 1 mm |
| a) 6 480 m | b) 503,6 m | c) 5,47 m | d) 30,071 m |

2. Expresa en forma compleja.

- | | | |
|--------------------|------------------------|------------------------|
| a) 3,68 kl | b) 7,42 dl | c) 22,36 hl |
| d) 365 cl | e) 2 364 l | f) 2 408 ml |
| a) 3 kl 6 hl 8 dal | b) 7 dl 4 cl 2 ml | c) 2 kl 2 hl 3 dal 6 l |
| d) 3 l 6 dl 5 cl | e) 2 kl 3 hl 6 dal 4 l | f) 2 l 4 dl 8 ml |

3. Fernando compra un pollo de 2 kg 200 g y un conejo de 0,760 kg.

¿Cuánto pesa la compra de Fernando?

La compra de Fernando pesa 2 kg 960 g = 2,960 kg.

4. Marta ha ido al supermercado a por cinco garrafas de aceite de dos litros. Pero se ha encontrado que cada garrafa llevaba 20 cl extra de regalo.

¿Cuánto aceite se lleva Marta en las cinco garrafas?

$$5 \cdot 2 = 10 \text{ l}$$

$$5 \cdot 20 = 100 \text{ cl} = 1 \text{ l}$$

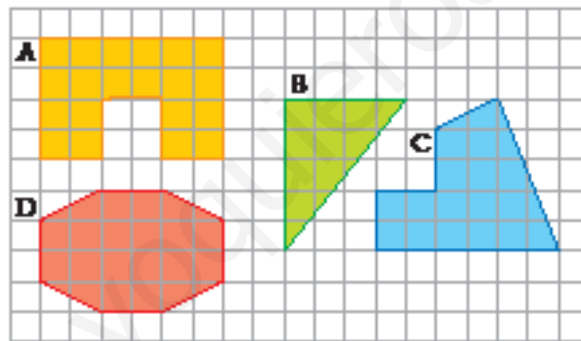
En total se lleva $10 + 1 = 11$ litros de aceite.

6 Medida de la superficie

Página 113

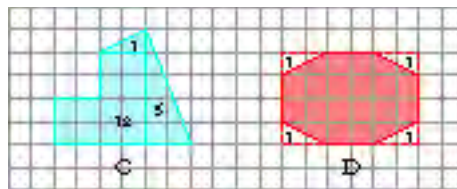
- Una fanega de simiente de trigo pesa 47 kg.
 - ¿Cuántos kilos de trigo se necesitan para sembrar un campo de 10 fanegas?
 - ¿Cuántas fanegas de tierra se pueden sembrar con 1 000 kg de trigo?

a) Para sembrar un campo de 10 fanegas se necesitan $10 \cdot 47 = 470$ kilos de trigo.
 b) Con 1 000 kilos de simiente se pueden sembrar $1\ 000 : 47 = 21,276 \approx 21,3$ fanegas de tierra.
- ¿Cuánto tiempo tardarían tres parejas de bueyes en arar un campo que tiene una superficie de 48 yugadas?
 $48 : 3 = 16$ días.
- Sabemos que un tractor ara el campo del ejercicio anterior en dos días. ¿A cuántas parejas de bueyes sustituye el tractor?
 El tractor hace el trabajo de $48 : 2 = 24$ parejas de bueyes.
- Calcula la superficie de estas figuras tomando como unidad el cuadrado de la cuadrícula:



A 20 u.c.

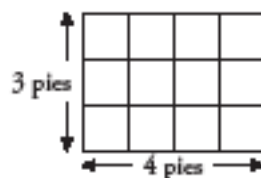
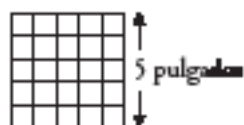
B $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ u.c.



C $12 + 1 + 5 = 18$ u.c.

D $24 - 4 = 20$ u.c.

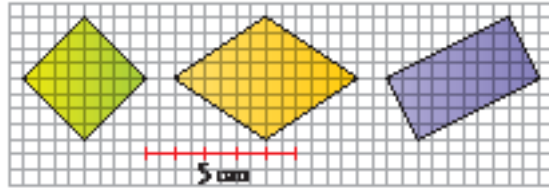
- ¿Cuántas pulgadas cuadradas tiene un cuadrado que mide cinco pulgadas de lado?
 ¿Cuántos pies cuadrados ocupa un rectángulo de tres pies de alto por cuatro de largo?



El cuadrado tiene $5 \cdot 5 = 25$ pulgadas cuadradas.

El rectángulo ocupa $3 \cdot 4 = 12$ pies cuadrados.

6. **Calcula, en centímetros cuadrados, la superficie del cuadrado, la del rombo y la del rectángulo.**

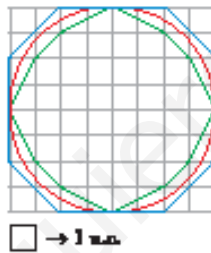


Cuadrado $4 \cdot 4 - 4 \cdot \frac{2 \cdot 2}{2} = 16 - 4 \cdot 2 = 16 - 8 = 8$ centímetros cuadrados

Rombo $6 \cdot 4 - 4 \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} = 24 - 4 \cdot 3 = 24 - 12 = 12$ centímetros cuadrados

Rectángulo $4 \cdot 5 - 2 \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} - 2 \cdot \frac{4 \cdot 2}{2} = 20 - 2 - 8 = 10$ centímetros cuadrados

7. **Calcula la superficie del polígono azul y la del polígono verde. Después, haz una estimación de la superficie del círculo.**



P. azul $64 - 2 \cdot 4 = 56$ u.c.

P. verde $64 - 5,5 \cdot 4 = 42$ u.c.

Círculo $\frac{56 + 42}{2} \approx 49$ u.c.

8. Indica la unidad más apropiada para expresar las superficies siguientes:

a) La extensión de Portugal.

b) La extensión de un pantano.

c) La superficie de una vivienda.

d) La superficie de una hoja de papel.

a) Kilómetro cuadrado

b) Hectárea

c) Metro cuadrado

d) Centímetro cuadrado

9. Expresa en metros cuadrados.

a) 0,006 km²

b) 5,2 hm²

c) 38 dam²

d) 70 dm²

e) 12 800 cm²

f) 8 530 000 mm²

a) $0,006 \cdot 1\,000\,000 = 6\,000 \text{ m}^2$

b) $5,2 \cdot 10\,000 = 52\,000 \text{ m}^2$

c) $38 \cdot 100 = 3\,800 \text{ m}^2$

d) $70 : 100 = 0,7 \text{ m}^2$

e) $12\,800 : 10\,000 = 1,28 \text{ m}^2$

f) $8\,530\,000 : 1\,000\,000 = 8,53 \text{ m}^2$

10. Expresa en centímetros cuadrados.

a) 0,06 dam²

b) 5,2 m²

c) 0,47 dm²

d) 8 mm²

a) $0,06 \cdot 1\,000\,000 = 60\,000 \text{ cm}^2$

b) $5,2 \cdot 10\,000 = 52\,000 \text{ cm}^2$

c) $0,47 \cdot 100 = 47 \text{ cm}^2$

d) $8 : 100 = 0,08 \text{ cm}^2$

11. Copia y completa en tu cuaderno.

a) $5,1 \text{ km}^2 = \dots \text{ hm}^2$

b) $825 \text{ hm}^2 = \dots \text{ km}^2$

c) $0,03 \text{ hm}^2 = \dots \text{ m}^2$

d) $53\,000 \text{ m}^2 = \dots \text{ dam}^2$

e) $420 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$

f) $52\,800 \text{ mm}^2 = \dots \text{ dm}^2$

a) $5,1 \text{ km}^2 = 510 \text{ hm}^2$

b) $825 \text{ hm}^2 = 8,25 \text{ km}^2$

c) $0,03 \text{ hm}^2 = 300 \text{ m}^2$

d) $53\,000 \text{ m}^2 = 530 \text{ dam}^2$

e) $420 \text{ cm}^2 = 42\,000 \text{ mm}^2$

f) $52\,800 \text{ mm}^2 = 5,28 \text{ dm}^2$

12. Expresa en metros cuadrados.

a) 5 km² 48 hm² 25 dam²

b) 6 dam² 58 m² 46 dm²

c) 5 m² 4 dm² 7 cm²

a) 5 482 500 m²

b) 658,46 m²

c) 5,0407 m²

13. Pasa a forma compleja.

a) 587,24 hm²

b) 587 209,5 m²

c) 7 042,674 dm²

a) 5 km² 87 hm² 24 dam²

b) 58 hm² 72 dam² 9 m² 50 dm²

c) 70 m² 42 dm² 67 cm² 40 mm²

14. Calcula.

a) $(6 \text{ dam}^2 \ 52 \text{ m}^2 \ 27 \text{ cm}^2) - 142,384 \text{ m}^2$

b) $5\,246,9 \text{ cm}^2 + (18 \text{ dm}^2 \ 13 \text{ cm}^2 \ 27 \text{ mm}^2)$

c) $(15 \text{ hm}^2 \ 14 \text{ dam}^2 \ 25 \text{ m}^2) \cdot 4$

d) $(7 \text{ dm}^2 \ 28 \text{ cm}^2 \ 64 \text{ mm}^2) \cdot 25$

a) $652,0027 \text{ m}^2 - 142,384 \text{ m}^2 = 509,6187 \text{ m}^2$

b) $5\,246,9 \text{ cm}^2 + 1813,27 \text{ cm}^2 = 7\,060,17 \text{ cm}^2$

c) $(151\,425 \text{ m}^2) \cdot 4 = 605\,700 \text{ m}^2$

d) $(7,2864 \text{ dm}^2) \cdot 25 = 182,16 \text{ dm}^2$

15. Un finca de 17,56 hm² tiene 13,45 ha de secano plantadas de cereal y 11 850 m² de huerta, en regadío. El resto es terreno baldío. ¿Cuál es la superficie baldía?

$17,56 - (13,45 + 1,1850) = 17,56 - 14,635 = 2,925 \text{ ha}$

Ejercicios y problemas

Página 116

Magnitudes y unidades

1.  ¿Verdadero o falso?

- a) El radio de la Luna se mide en unidades astronómicas.
- b) El radio de una célula se expresa en micras.
- c) La cantidad de aire de una habitación se mide en metros cuadrados.
- d) Para expresar el peso de una locomotora, lo adecuado es usar las toneladas.
- e) La cantidad de gasoil que transporta un camión se puede expresar en litros y en kilos.

NOTA: en caso de “falso”, escribe la opción verdadera.

- a) Falso. Se mide en kilómetros.
- b) Verdadero
- c) Falso. Se mide en litros.
- d) Verdadero
- e) Falso. Se mide en litros.

2.  Asocia cada enunciado con su medida:

- a) Una zancada.
- b) La altura de un edificio.
- c) Una cucharadita de jarabe.
- d) El gasoil que transporta un camión cisterna.
- e) El peso de un gato.
- f) La cosecha de maíz de una finca.
- g) La lona de una tienda de campaña.
- h) La superficie de una finca.

27 m	6,8 m ²	6,7 t	8 ml
95 hl	80 cm	3,4 ha	2 500 g

- a) 80 cm
- b) 27 m
- c) 8 ml
- d) 95 hl
- e) 2 500 g
- f) 6,7 t
- g) 6,8 m²
- h) 3,4 ha

Cambios de unidades

3.  Completa en tu cuaderno, como en el ejemplo.

- Para pasar de kilómetros a metros, se multiplica por mil.

a) Para transformar decalitros en decilitros, ...

b) Para pasar de miligramos a gramos, ...

c) Para transformar decámetros en hectómetros, ...


a) Para transformar decalitros en decilitros, se multiplica por 100.

b) Para pasar de miligramos a gramos, se divide entre 1 000.

c) Para transformar decámetros en hectómetros, se divide entre 10.

4.  Copia y completa en tu cuaderno.

- a) $2,7 \text{ hm} = \dots \text{ km} = \dots \text{ dam} = \dots \text{ dm}$ b) $2 \text{ 380 m} = \dots \text{ km} = \dots \text{ hm} = \dots \text{ cm}$
 c) $47 \text{ m} = \dots \text{ dam} = \dots \text{ dm} = \dots \text{ hm}$ d) $382 \text{ cm} = \dots \text{ m} = \dots \text{ dm} = \dots \text{ mm}$
 a) $2,7 \text{ hm} = 0,27 \text{ km} = 27 \text{ dam} = 2\,700 \text{ dm}$ b) $2 \text{ 380 m} = 2,38 \text{ km} = 23,8 \text{ hm} = 238\,000 \text{ cm}$
 c) $47 \text{ m} = 4,7 \text{ dam} = 470 \text{ dm} = 0,47 \text{ hm}$ d) $382 \text{ cm} = 3,82 \text{ m} = 38,2 \text{ dm} = 3\,820 \text{ mm}$


5.  Pasa a gramos.

- a) $1,37 \text{ kg}$ b) $0,7 \text{ kg}$ c) $0,57 \text{ hg}$
 d) $1,8 \text{ dag}$ e) $0,63 \text{ dag}$ f) 5 dg
 g) $18,9 \text{ dg}$ h) 480 cg i) $2\,500 \text{ mg}$
 a) $1,37 \text{ kg} = 1\,370 \text{ g}$ b) $0,7 \text{ kg} = 700 \text{ g}$ c) $0,57 \text{ hg} = 57 \text{ g}$
 d) $1,8 \text{ dag} = 18 \text{ g}$ e) $0,63 \text{ dag} = 6,3 \text{ g}$ f) $5 \text{ dg} = 0,5 \text{ g}$
 g) $18,9 \text{ dg} = 1,89 \text{ g}$ h) $480 \text{ cg} = 4,8 \text{ g}$ i) $2\,500 \text{ mg} = 2,5 \text{ g}$

6.  Expresa, primero en kilogramos y después en miligramos, el peso de la barra de pan.




$320 \text{ g} = 0,32 \text{ kg} = 320\,000 \text{ mg}$

7.  Expresa en toneladas.


- a) $15\,000 \text{ kg}$ b) $8\,200 \text{ kg}$ c) 400 kg d) 1 kg
 a) $15\,000 \text{ kg} = 15 \text{ t}$ b) $8\,200 \text{ kg} = 8,2 \text{ t}$ c) $400 \text{ kg} = 0,4 \text{ t}$ d) $1 \text{ kg} = 0,001 \text{ t}$

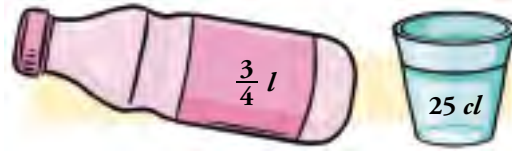
8.  Copia y completa en tu cuaderno.

- a) $5,4 \text{ t} = \dots \text{ kg} = \dots \text{ hg} = \dots \text{ dag}$ b) $0,005 \text{ kg} = \dots \text{ g} = \dots \text{ mg} = \dots \text{ dag}$
 c) $7 \text{ hg} = \dots \text{ dag} = \dots \text{ g} = \dots \text{ dg}$ d) $42 \text{ g} = \dots \text{ dag} = \dots \text{ cg} = \dots \text{ mg}$
 a) $5,4 \text{ t} = 5\,400 \text{ kg} = 54\,000 \text{ hg} = 540\,000 \text{ dag}$ b) $0,005 \text{ kg} = 5 \text{ g} = 5\,000 \text{ mg} = 0,5 \text{ dag}$
 c) $7 \text{ hg} = 70 \text{ dag} = 700 \text{ g} = 7\,000 \text{ dg}$ d) $42 \text{ g} = 4,2 \text{ dag} = 4\,200 \text{ cg} = 42\,000 \text{ mg}$

9.  Expresa en centilitros.

- a) $0,15 \text{ hl}$ b) $0,86 \text{ dal}$ c) $0,7 \text{ l}$
 d) $1,3 \text{ l}$ e) 26 dl f) 580 ml
 a) $0,15 \cdot 10\,000 = 1\,500 \text{ cl}$ b) $0,86 \cdot 1\,000 = 860 \text{ cl}$ c) $0,7 \cdot 100 = 70 \text{ cl}$
 d) $1,3 \cdot 100 = 130 \text{ cl}$ e) $26 \cdot 10 = 260 \text{ cl}$ f) $580 : 10 = 58 \text{ cl}$

10.  Expresa en decilitros la capacidad de la botella, y con una fracción de litro, la capacidad del vaso.



Botella $\frac{3}{4} l = 0,75 l = 7,5 dl$

Vaso $25 cl = 0,25 l = \frac{1}{4} l$

11.  Copia y completa en tu cuaderno.

a) $4,52 kl = \dots hl$

b) $0,57 hl = \dots dal$

c) $15 dal = \dots l$

d) $0,6 l = \dots cl$

e) $850 ml = \dots dl$

f) $1200 cl = \dots l$

g) $2000 ml = \dots dl$

h) $380 dal = \dots kl$

a) $4,52 kl = 45,2 hl$

b) $0,57 hl = 5,7 dal$

c) $15 dal = 150 l$

d) $0,6 l = 60 cl$

e) $850 ml = 8,5 dl$

f) $1200 cl = 12 l$

g) $2000 ml = 20 dl$

h) $380 dal = 3,8 kl$

12.  Expresa en metros.

a) **3 km 8 hm 5 dam**

b) **8 dam 5 m 7 cm**

c) **1 m 4 dm 6 cm 7 mm**

a) $3 km \ 8 hm \ 5 dam = 3000 m + 800 m + 50 m = 3850 m$

b) $8 dam \ 5 m \ 7 cm = 80 m + 5 m + 0,07 m = 85,07 m$

c) $1 m \ 4 dm \ 6 cm \ 7 mm = 1 m + 0,4 m + 0,06 m + 0,007 m = 1,467 m$

13.  Expresa en gramos.

a) **4 kg 5 hg 2 dag 3 g**

b) **9 hg 8 dag 5 g 4 dg**

c) **6 dag 8 g 6 dg 8 cg**

d) **7 dg 6 mg**

a) $4 kg \ 5 hg \ 2 dag \ 3 g = 4000 g + 500 g + 20 g + 3 g = 4523 g$

b) $9 hg \ 8 dag \ 5 g \ 4 dg = 900 g + 80 g + 5 g + 0,4 g = 985,4 g$

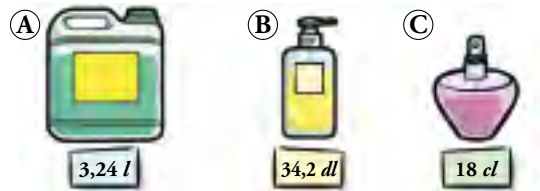
c) $6 dag \ 8 g \ 6 dg \ 8 cg = 60 g + 8 g + 0,6 g + 0,08 g = 68,68 g$

d) $7 dg \ 6 mg = 0,7 g + 0,006 g = 0,706 g$

14. Pasa a forma compleja.

- a) 4,225 kg b) 38,7 g c) 1 230 cg d) 4 623 mg
 a) 4,225 kg = 4 kg 2 hg 2 dag 5 g b) 38,7 g = 3 dag 8 g 7 dg
 c) 1 230 cg = 1 dag 2 g 3 dg d) 4 623 mg = 4 g 6 dg 2 cg 3 mg

15. Expresa en forma compleja el contenido de cada recipiente:



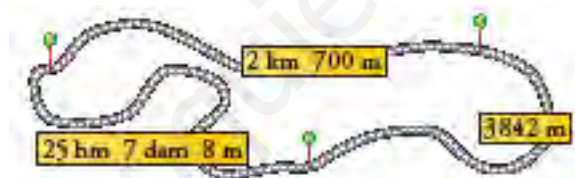
- A 3 l 2 dl 4 cl B 3 l 4 dl 2 cl C 1 dl 8 cl

16. Traduce a litros.

- a) 8 kl 6 hl 3 l b) 5 hl 2 dal 7 l 2 dl c) 1 dal 9 l 6 dl 3 cl d) 4 l 2 dl 5 cl 7 ml
 a) 8 603 l b) 527,2 l c) 19,63 l d) 4,257 l

Operaciones con cantidades complejas

17. Calcula, en metros, la longitud total del circuito.



$$2 \text{ km } 700 \text{ m} + 3 842 \text{ m} + 25 \text{ hm } 7 \text{ dam } 8 \text{ m} = 2 700 \text{ m} + 3 842 \text{ m} + 2 578 \text{ m} = 9 120 \text{ m}$$

18. Calcula y expresa en la unidad indicada.

- a) 27,46 dam + 436,9 dm m b) 0,83 hm + 9,4 dam + 3 500 cm m
 c) 0,092 km + 3,06 dam + 300 mm cm d) 0,000624 km - 0,38 m cm
 a) 27,46 dam + 436,9 dm = 274,6 m + 43,69 m = 318,29 m
 b) 0,83 hm + 9,4 dam + 3 500 cm = 83 m + 94 m + 35 m = 212 m
 c) 0,092 km + 3,06 dam + 300 mm = 9 200 cm + 3 060 cm + 30 cm = 12 290 cm
 d) 0,000624 km - 0,38 m = 62,4 cm - 38 cm = 24,4 cm

19. ¿Cuánto pesa la caja de galletas?



La caja de galletas pesa $0,53 \text{ kg} + 220 \text{ g} = 530 \text{ g} + 220 \text{ g} = 750 \text{ g} = 0,750 \text{ kg}$.

20. **Calcula y expresa en forma compleja.**

- a) $57,28 \text{ g} + 462 \text{ cg}$ b) $0,147 \text{ t} - 83,28 \text{ kg}$ c) $0,472 \text{ kg} \cdot 15$ d) $324,83 \text{ hg} : 11$
- a) $57,28 \text{ g} + 462 \text{ cg} = 57,28 \text{ g} + 4,62 \text{ g} = 61,9 \text{ g} = 6 \text{ dag } 1 \text{ g } 9 \text{ dg}$
 b) $0,147 \text{ t} - 83,28 \text{ kg} = 147 \text{ kg} - 83,28 \text{ kg} = 63,72 \text{ kg} = 63 \text{ kg } 7 \text{ hg } 2 \text{ dag}$
 c) $0,472 \text{ kg} \cdot 15 = 7,08 \text{ kg} = 7 \text{ kg } 8 \text{ dag}$
 d) $324,83 \text{ hg} : 11 = 29,53 \text{ hg} = 2 \text{ kg } 9 \text{ hg } 5 \text{ dag } 3 \text{ g}$

21. **Calcula y expresa el resultado en litros.**

- a) $0,05 \text{ kl} + 1,2 \text{ hl} + 4,7 \text{ dal}$ b) $42 \text{ dl} + 320 \text{ cl} + 2 \text{ 600 ml}$ c) $7,8 \text{ dal} - 52,4 \text{ l}$
- a) $50 \text{ l} + 120 \text{ l} + 47 \text{ l} = 217 \text{ l}$ b) $4,2 \text{ l} + 3,2 \text{ l} + 2,6 \text{ l} = 10 \text{ l}$ c) $78 \text{ l} - 52,4 \text{ l} = 25,6 \text{ l}$

Unidades de superficie

22. **Reflexiona, representa y explica la diferencia entre medio metro cuadrado y la superficie de un cuadrado de medio metro de lado.**

Medio metro cuadrado es la mitad de la superficie de un cuadrado de 1 metro de lado, mientras que, la superficie de un cuadrado de medio metro de lado es $0,5 \cdot 0,5 = 0,25$ metros cuadrados.



23. **Copia y completa en tu cuaderno.**

- a) $1 \text{ km}^2 = \dots \text{ m}^2$ b) $1 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2$ c) $1 \text{ hm}^2 = \dots \text{ m}^2$
- d) $1 \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2$ e) $1 \text{ dam}^2 = \dots \text{ m}^2$ f) $1 \text{ m}^2 = \dots \text{ mm}^2$
- a) $1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$ b) $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$ c) $1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2$
- d) $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$ e) $1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$ f) $1 \text{ m}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$

24. **Copia y completa en tu cuaderno.**

- a) $4 \text{ km}^2 = \dots \text{ dam}^2$ b) $54,7 \text{ hm}^2 = \dots \text{ m}^2$ c) $0,005 \text{ dam}^2 = \dots \text{ dm}^2$
- d) $0,7 \text{ dm}^2 = \dots \text{ mm}^2$ e) $5\,400 \text{ m}^2 = \dots \text{ hm}^2$ f) $174 \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2$
- a) $4 \text{ km}^2 = 40\,000 \text{ dam}^2$ b) $54,7 \text{ hm}^2 = 547\,000 \text{ m}^2$ c) $0,005 \text{ dam}^2 = 50 \text{ dm}^2$
- d) $0,7 \text{ dm}^2 = 7\,000 \text{ mm}^2$ e) $5\,400 \text{ m}^2 = 0,54 \text{ hm}^2$ f) $174 \text{ cm}^2 = 1,74 \text{ dm}^2$

25. **Pasa a decímetros cuadrados.**


- a) $0,146 \text{ dam}^2$ b) $1,4 \text{ m}^2$ c) $0,36 \text{ m}^2$
- d) $1\,800 \text{ cm}^2$ e) 544 cm^2 f) $65\,000 \text{ mm}^2$
- a) $1\,460 \text{ dm}^2$ b) 140 dm^2 c) 36 dm^2
- d) 18 dm^2 e) $5,44 \text{ dm}^2$ f) $6,5 \text{ dm}^2$

26.  Expresa en hectáreas.

- | | | | |
|--------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| a) 572 800 a | b) 50 700 m ² | c) 25,87 hm ² | d) 6,42 km ² |
| a) 5 728 ha | b) 5,07 ha | c) 25,87 ha | d) 642 ha |

27.  Expresa en forma compleja.

- | | | | |
|--|--|---------------------------|-----------------------------|
| a) 248 750 dam ² | b) 67 425 m ² | c) 83 545 cm ² | d) 2745 600 mm ² |
| a) 24 km ² 87 hm ² 50 dam ² | b) 6 hm ² 74 dam ² 25 m ² | | |
| c) 8 m ² 35 dm ² 45 cm ² | d) 2 m ² 74 dm ² 56 cm ² | | |

28.  Observa y calcula la superficie total de la finca.



$2 \text{ hm}^2 5 \text{ dam}^2 9 \text{ m}^2 + 3,25 \text{ ha} = 2,0509 \text{ hm}^2 + 3,25 \text{ hm}^2 = 5,3009 \text{ hm}^2 = 5,3009 \text{ ha}$
La superficie total de la finca son 5,3009 ha.


29.  Opera y expresa en metros cuadrados.

- | | |
|--|---|
| a) $0,00375 \text{ km}^2 + 2 500 \text{ cm}^2$ | b) $0,045 \text{ hm}^2 - 29,5 \text{ m}^2$ |
| c) $520 \text{ mm}^2 \cdot 1 500$ | d) $6,96 \text{ hm}^2 : 24$ |
| a) $3 750 \text{ m}^2 + 0,25 \text{ m}^2 = 3 750,25 \text{ m}^2$ | b) $450 \text{ m}^2 - 29,5 \text{ m}^2 = 420,5 \text{ m}^2$ |
| c) $0,00052 \text{ m}^2 \cdot 1 500 = 0,78 \text{ m}^2$ | d) $69 600 \text{ m}^2 : 24 = 2 900 \text{ m}^2$ |


30.  Calcula y expresa en forma compleja.

- | | |
|--|---|
| a) $725,93 \text{ m}^2 - 0,985 \text{ dam}^2$ | b) $0,03592 \text{ km}^2 + 27,14 \text{ ha} + 3 000 \text{ a}$ |
| c) $467 108,23 \text{ dam}^2 : 30$ | d) $(15 \text{ hm}^2 16 \text{ dam}^2 38 \text{ m}^2) \cdot 30$ |
| a) $725,93 \text{ m}^2 - 98,5 \text{ m}^2 = 627,43 \text{ m}^2 = 6 \text{ dam}^2 27 \text{ m}^2 43 \text{ dm}^2$ | |
| b) $3,592 \text{ hm}^2 + 27,14 \text{ hm}^2 + 30 \text{ hm}^2 = 60,732 \text{ hm}^2 = 60 \text{ hm}^2 73 \text{ dam}^2 20 \text{ m}^2$ | |
| c) $467 108,23 \text{ dam}^2 : 30 = 15 570,274 \text{ dam}^2 = 1 \text{ km}^2 55 \text{ hm}^2 70 \text{ dam}^2 27 \text{ m}^2 40 \text{ dm}^2$ | |
| d) $151 638 \text{ m}^2 \cdot 30 = 4 549 140 \text{ m}^2 = 4 \text{ km}^2 54 \text{ hm}^2 91 \text{ dam}^2 40 \text{ m}^2$ | |

Resuelve problemas


31.  Cada cápsula de cierto medicamento contiene 20 mg de principio activo. ¿Qué cantidad de principio activo se necesita para fabricar 100 000 cápsulas?

Se necesitan $20 \text{ mg} \cdot 100\,000 = 2\,000\,000 \text{ mg} = 2 \text{ kg}$ de principio activo.

32.  ¿Cuántas zancadas necesita un corredor de maratón para completar la prueba (42,192 km) si avanza, por término medio, 1,25 m en cada zancada?

$42,192 \text{ km} = 42\,192 \text{ m}$


Necesita $42\,192 : 1,25 = 33\,753,6$ zancadas.

33.  Sabiendo que un litro de agua pesa 1 kg, expresa en toneladas el peso del agua que cabe en una cisterna de 52,4 hl de capacidad.

$52,4 \text{ hl} = 5\,240 \text{ l} = 5\,240 \text{ kg}$

$5\,240 \text{ kg} = 5,24 \text{ t}$

El agua que cabe en la cisterna pesa 5,24 toneladas.

34.  Si una cucharada de arroz pesa 22 dg y contiene 66 granos, ¿cuántos granos hay en un kilo?


Como 66 granos de arroz pesan 22 dg, cada grano pesa $22 : 66 = 0,333333 \text{ dg}$.

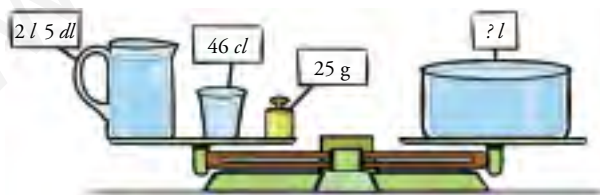
En un kilo de arroz hay 10 000 dg; por tanto, habrá $10\,000 : 0,333333 = 30\,000$ granos de arroz.

35.  Un metro cúbico es un cubo de un metro de arista. Teniendo eso en cuenta, ¿cuánto pesa un metro cúbico de agua?

$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ l}$


Como cada litro de agua pesa 1 kg, 1 m^3 de agua pesa 1 000 kg.

36.  ¿Cuánta agua hay en el recipiente que ocupa el platillo derecho de la balanza?



$25 \text{ g} = 0,025 \text{ l}$

En el recipiente hay $2 \text{ l } 5 \text{ dl} + 46 \text{ dl} + 0,025 \text{ l} = 2,5 \text{ l} + 4,6 \text{ l} + 0,025 \text{ l} = 7,125 \text{ l} = 7,125 \text{ kg}$ de agua.

37.  Un campo urbanizable de 3,5 ha se divide en parcelas de 700 m² que se ponen a la venta a 20 000 € cada una. ¿Qué cantidad se espera obtener por la venta?

$$3,5 \text{ ha} = 3,5 \cdot 10\,000 \text{ m}^2 = 35\,000 \text{ m}^2$$

Se urbanizan $35\,000 : 700 = 50$ parcelas.


Por tanto, por la venta se espera obtener $50 \cdot 20\,000 = 1\,000\,000$ €.

38.  En una huerta de 1,4 ha se han plantado 15 eras de remolacha con una superficie de 2 dam² cada una.

¿Cuántos metros cuadrados quedan libres para otros cultivos?


$$\text{Hay plantadas } 15 \cdot 2 \text{ dam}^2 = 30 \text{ dam}^2 = 0,3 \text{ hm}^2 = 0,3 \text{ ha.}$$

Por tanto, quedan libres para otros cultivos $1,4 - 0,3 = 1,1 \text{ ha} = 1,1 \text{ hm}^2 = 11\,000 \text{ m}^2$.

39.  Se ha llenado una tinaja con 15 bidones iguales de aceite. Sabiendo que la capacidad de cada bidón es de 4 l 6 dl 4 cl, ¿cuántos litros caben en la tinaja?

$$4 \text{ l } 6 \text{ dl } 4 \text{ cl} = 4,64 \text{ l}$$


En la tinaja caben $4,64 \text{ l} \cdot 15 = 69,6 \text{ l}$.

40.  En una carretera se están instalando indicadores numerados para los kilómetros, y postes rayados, para los hectómetros.

¿Cuántos indicadores y cuántos postes se necesitan para la señalización desde el kilómetro 20 hasta el kilómetro 30, ambos incluidos?

- Se necesitan indicadores para los kilómetros 20, 21, 22, ..., 29 y 30. Por tanto, se necesitan 11 indicadores.
- Entre los indicadores de los kilómetros 20 y 21 hay que poner 9 postes (20,1 km; 20,2 km; ...; 20,9 km). Entre los kilómetros 21 y 22, otros 9. Y así sucesivamente.

Por tanto, en total hay que poner 90 postes.


41.  Hemos calculado que para pintar un metro cuadrado de madera se necesitan 200 g de pintura roja.

¿Será suficiente un bote de pintura de dos kilos para pintar un cubo de madera de un metro de arista?

Las 6 caras del cubo hacen una superficie total de 6 m².

Para pintar las 6 caras, necesitamos $6 \cdot 200 = 1\,200 \text{ g} = 1,2 \text{ kg}$.

Por tanto, con un bote de 2 kg se pintan las 6 caras y aún sobran 800 g de pintura.

42.  En una zona de regadío se calcula que hay 12,8 ha dedicadas a la producción de tomate. Según las estadísticas de años anteriores, de cada metro cuadrado se obtienen 5,27 kilos de producto. ¿Cuántas toneladas de tomate se espera recolectar?

$$12,8 \text{ ha} = 12,8 \text{ hm}^2 = 128\,000 \text{ m}^2$$

Se espera recolectar $128\,000 \cdot 5,27 = 674\,560 \text{ kg} = 674,560$ toneladas de tomate.

43.  Recuerda que una unidad astronómica de longitud equivale a 150 millones de kilómetros. Y que un año luz equivale a 9,5 billones de kilómetros.

¿Cuántas UA recorre la luz en un año?

Tenemos que calcular cuántas UA equivalen a 1 año luz.

$$1 \text{ año luz} = 9\,500\,000\,000\,000 \text{ km}$$

$$1 \text{ UA} = 150\,000\,000 \text{ km}$$

$$9\,500\,000\,000\,000 : 150\,000\,000 = 950\,000 : 15 = 63\,333,33$$

Por tanto, 1 año luz equivale a 63 333,33 UA.

44.  Un grano de polen tiene un diámetro aproximado de 25 micras. ¿Cuántos granos de polen habría que alinear para hacer una fila de un metro?

$$1 \text{ m} = 1\,000 \text{ mm} = 1\,000\,000 \text{ }\mu\text{m}$$

$$1\,000\,000 : 25 = 40\,000$$

Habría que alinear 40 000 granos de polen.

45.  En un campo de cultivo con una extensión de 2,4 hectáreas hay 5 800 metros cuadrados sembrados de trigo, y el resto, mitad por mitad, de cebada y avena.

¿Qué superficie está sembrada de avena?

$$2,4 \text{ ha} = 2,4 \text{ hm}^2 = 24\,000 \text{ m}^2$$

Hay $24\,000 \text{ m}^2 - 5\,800 \text{ m}^2 = 18\,200 \text{ m}^2$ sembrados de cebada y avena.

Por tanto, $18\,200 \text{ m}^2 : 2 = 9\,100 \text{ m}^2$ están sembrados de avena.


46.  Para entarimar el suelo de un salón, se han necesitado 140 tablas de 80 cm \times 20 cm.

a) ¿Cuántos centímetros cuadrados ocupa cada tabla?

b) ¿Cuál es la superficie de la habitación?

a) La tabla ocupa $20 \text{ cm} \cdot 80 \text{ cm} = 1\,600 \text{ cm}^2 (= 0,16 \text{ m}^2)$.

b) La superficie de la habitación es $140 \cdot 0,16 \text{ m}^2 = 22,4 \text{ m}^2$.


47.  Una ciudad se abastece de agua desde cuatro depósitos con una capacidad de $1,2 \cdot 10^8$ litros cada uno. Si el consumo es de 4 800 kl al día, ¿para cuántos días hay reservas si los depósitos están llenos?

En total hay una capacidad de $4 \cdot 1,2 \cdot 10^8 = 4,8 \cdot 10^8 = 480\,000\,000 \text{ l}$ en la ciudad.

Al día se consumen $4\,800 \text{ kl} = 4\,800\,000 \text{ l}$.

$$480\,000\,000 : 4\,800\,000 = 100$$

Por tanto, con los cuatro depósitos llenos se puede abastecer a la ciudad durante 100 días.

48.  Un club de senderismo ha organizado un recorrido de orientación. Para ello, ha delimitado sobre el mapa un terreno rectangular de 40,56 ha y lo ha dividido, mediante un sistema de coordenadas, en sectores cuadrados, como indica la figura:



- a) ¿Cuánto mide el lado de cada sector?
b) ¿Cuáles son las dimensiones del terreno delimitado?

$$40,56 \text{ ha} = 40,56 \text{ hm}^2 = 405\,600 \text{ m}^2$$

La superficie de cada sector cuadrado son $405\,600 \text{ m}^2 : 24 = 16\,900 \text{ m}^2$.

a) Cada lado del sector mide $\sqrt{16\,900} = 130 \text{ m}$.

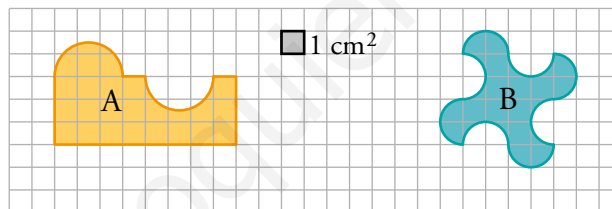
b) $4 \cdot 16\,900 \text{ m} = 67\,600 \text{ m}$


$6 \cdot 16\,900 \text{ m} = 101\,400 \text{ m}$

Por tanto, el terreno tiene 67,6 km de ancho y 101,4 km de largo.

Problemas “+”

49.  Calcula, en centímetros cuadrados, la superficie de estas figuras:



- La figura A, cortando y pegando, se puede transformar en un rectángulo de $8 \times 3 \text{ cm}$. Por tanto, su superficie es 24 cm^2 .
 - De la misma forma, la figura B se puede transformar en un cuadrado de $4 \times 4 \text{ cm}$. Por tanto, su superficie es 16 cm^2 .
50.  Un jardinero va a abonar una pradera de césped con un fertilizante que se vende concentrado, para diluir en agua en una proporción de 10 ml por litro.

- a) Si cada bote contiene 2 litros de fertilizante, ¿en cuántos litros de agua debe disolver cada bote?

Después, ya diluido, se administra en una proporción de 5 litros para 100 m^2 de césped.

- b) ¿Cuántos botes necesita para abonar una pradera de una hectárea?


a) $2 \text{ l} = 2\,000 \text{ ml}$

Cada bote de fertilizante hay que disolverlo en $2\,000 : 10 = 200 \text{ l}$ de agua.

b) $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$

Por el apartado anterior, cada bote se convierte en 200 l . Por tanto, con un bote se abonan $(200 : 5) \cdot 100 = 4\,000 \text{ m}^2$.

Para abonar 1 ha necesita $10\,000 : 4\,000 = 2,5$ botes de fertilizante.

51.  En un supermercado se vende el agua en botellas de un litro, de dos litros y de cinco litros. ¿De cuántas formas distintas, en cuanto a las botellas elegidas, puede un cliente comprar 8 litros?

Una botella de 5 l, una de 2 l y una de 1 l.

Una botella de 5 l y tres de 1 l.


Cuatro botellas de 2 l.

Tres de 2 l y dos de 1 l.

Dos de 2 l y cuatro de 1 l.

Una de 2 l y seis de 1 l.

Ocho botellas de 1 l.

52.  Estamos junto a una fuente y tenemos dos cántaros, uno de 7 litros y el otro de 5 litros. ¿Qué haremos para medir 4 litros?

7 l	5 l	ACCIÓN
7	0	Llenamos el cántaro de 7 litros.
2	5	Pasamos 5 l del grande al pequeño.
2	0	Vaciamos el de 5 litros.
0	2	Pasamos los 2 litros que quedan en el grande al pequeño.
7	2	Volvemos a llenar el de 7 litros.
4	5	Completamos el pequeño con el grande. Pasan 3 litros.
4	0	Conseguido. Hay 4 litros en el cántaro grande.

Taller de Matemáticas

Página 121

Entrénate resolviendo problemas

Reflexiona y sé organizado

- Don Aquilino dice que con sus tres pesas y la balanza puede apartar los kilos de lentejas que quieras, si no pasan de 13. Compruébalo.

(Observa, por ejemplo, cómo pesa 2 kilos).



PLATILLO A	PLATILLO B	KILOS DE LENTEJAS
1	0	1
3	1	$3 - 1 = 2$
3	0	3
$3 + 1$	0	$3 + 1 = 4$
9	$3 + 1$	$9 - 4 = 5$
9	3	$9 - 3 = 6$
$9 + 1$	3	$10 - 3 = 7$
9	1	$9 - 1 = 8$
9	0	9
$9 + 1$	0	$9 + 1 = 10$
$9 + 3$	1	$12 - 1 = 11$
$9 + 3$	0	$9 + 3 = 12$
$9 + 3 + 1$	0	$9 + 3 + 1 = 13$

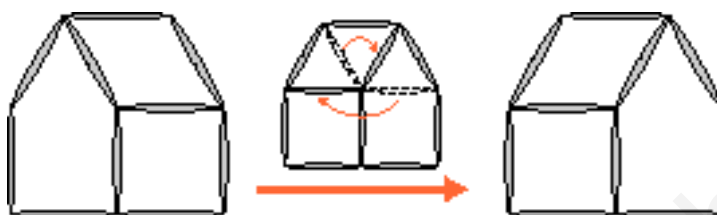
- Don Aquilino dice, también, que con una pesa más puede apartar cualquier cantidad exacta de kilos, siempre que no pases de 40. ¿Qué pesa será esa? Justifica tu respuesta.

A	B	PESADA KG
Para pesar de 1 a 13 kilos actuaremos con las tres pesas menores, como se ha visto. Y además ...		
27	$9 + 3 + 1$	$27 - 13 = 14$
27	$9 + 3$	$27 - 12 = 15$
$27 + 1$	$9 + 3$	$28 - 12 = 16$
27	$9 + 1$	$27 - 10 = 17$
27	9	$27 - 9 = 18$
$27 + 1$	9	$28 - 9 = 19$
$27 + 3$	$9 + 1$	$30 - 10 = 20$
$27 + 3$	9	$30 - 9 = 21$
$27 + 3 + 1$	9	$31 - 9 = 22$
27	$3 + 1$	$27 - 4 = 23$
27	3	$27 - 3 = 24$
$27 + 1$	3	$28 - 3 = 25$
27	1	$27 - 1 = 26$
27	0	27
$27 + 1$	0	$27 + 1 = 28$
$27 + 3$	1	$30 - 1 = 29$
$27 + 3$	0	$27 + 3 = 30$
$27 + 3 + 1$	0	$27 + 3 + 1 = 31$
$27 + 9$	$3 + 1$	$36 - 4 = 32$
$27 + 9$	3	$36 - 3 = 33$
$27 + 9 + 1$	3	$37 - 3 = 34$
$27 + 9$	1	$36 - 1 = 35$
$27 + 9$	0	36
$27 + 9 + 1$	0	$27 + 9 + 1 = 37$
$27 + 9 + 3$	1	$39 - 1 = 38$
$27 + 9 + 3$	0	$27 + 9 + 3 = 39$
$27 + 9 + 3 + 1$	0	$27 + 9 + 3 + 1 = 40$

- Usando 10 palillos, se ha construido una casa con la fachada mirando hacia la izquierda, como muestra la figura.



Cambiando de posición dos palillos, ¿podrías conseguir que la fachada quedara mirando a la derecha?



www.yoquieroaprobar.es

Autoevaluación

1. Explica las circunstancias que hicieron necesario el Sistema Métrico Decimal.

La expansión del comercio y de las comunicaciones entre las distintas regiones del planeta hizo necesario el uso de un sistema de medidas común para todos.

2. Indica la unidad adecuada, en cada caso, para medir estas magnitudes:

- a) La anchura de un campo de fútbol. b) El grosor de un folio.
c) La capacidad de un frasco de perfume. d) El peso de la carga de un camión.

a) Metro b) Micra c) Mililitro d) Tonelada

3. Copia y completa en tu cuaderno.

- a) $5,2 \text{ km} = \dots \text{ hm}$ b) $18 \text{ hm} = \dots \text{ m}$ c) $0,07 \text{ m} = \dots \text{ cm}$ d) $345 \text{ mm} = \dots \text{ cm}$
a) $5,2 \text{ km} = 52 \text{ hm}$ b) $18 \text{ hm} = 1800 \text{ m}$ c) $0,07 \text{ m} = 7 \text{ cm}$ d) $345 \text{ mm} = 34,5 \text{ cm}$

4. Expresa en forma compleja.

- a) 2 537 m b) $35,42 \text{ dal}$ c) $0,856 \text{ kg}$ d) 2 348 mm
a) $2 \text{ km } 5 \text{ hm } 3 \text{ dam } 7 \text{ m}$ b) $3 \text{ hl } 5 \text{ dal } 4 \text{ l } 2 \text{ dl}$
c) $8 \text{ hg } 5 \text{ dag } 6 \text{ g}$ d) $2 \text{ m } 3 \text{ dm } 4 \text{ cm } 8 \text{ mm}$

5. Expresa en forma incompleja.

- a) $3 \text{ hm } 8 \text{ dam } 4 \text{ m } 5 \text{ dm}$ b) $5 \text{ l } 6 \text{ dl } 7 \text{ cl}$ c) $5 \text{ kg } 7 \text{ dag } 8 \text{ g}$
a) $3845 \text{ dm} = 384,5 \text{ m}$ b) $567 \text{ cl} = 5,67 \text{ l}$ c) $5078 \text{ g} = 5,078 \text{ kg}$

6. Copia y completa en tu cuaderno.

- a) $5 \text{ hm}^2 = \dots \text{ ha}$ b) $3,5 \text{ hm}^2 = \dots \text{ m}^2$ c) $3450 \text{ mm}^2 = \dots \text{ cm}^2$
a) $5 \text{ hm}^2 = 5 \text{ ha}$ b) $3,5 \text{ hm}^2 = 35000 \text{ m}^2$ c) $3450 \text{ mm}^2 = 34,5 \text{ cm}^2$

7. Pasa a forma incompleja.

- a) $2 \text{ km}^2 \text{ 15 hm}^2 \text{ 23 dam}^2 = \dots \text{ m}^2$ b) $35 \text{ m}^2 \text{ 12 dm}^2 \text{ 9 cm}^2 = \dots \text{ dm}^2$
a) $2 \text{ km}^2 \text{ 15 hm}^2 \text{ 23 dam}^2 = 2152300 \text{ m}^2$ b) $35 \text{ m}^2 \text{ 12 dm}^2 \text{ 9 cm}^2 = 3512,09 \text{ dm}^2$

8. Calcula.

- a) $(3 \text{ hm } 5 \text{ dam } 6 \text{ m}) + (2 \text{ dam } 5 \text{ m } 8 \text{ dm})$ b) $(3 \text{ l } 4 \text{ dl } 5 \text{ cl}) - (8 \text{ dl } 5 \text{ cl } 3 \text{ ml})$
a) $(3 \text{ hm } 5 \text{ dam } 6 \text{ m}) + (2 \text{ dam } 5 \text{ m } 8 \text{ dm}) = 356 \text{ m} + 25,8 \text{ m} = 381,8 \text{ m}$
b) $(3 \text{ l } 4 \text{ dl } 5 \text{ cl}) - (8 \text{ dl } 5 \text{ cl } 3 \text{ ml}) = 3450 \text{ ml} - 853 \text{ ml} = 2597 \text{ ml}$

9. Opera.

- a) $(3 \text{ km } 8 \text{ hm } 5 \text{ m}) \cdot 4$ b) $(5 \text{ m}^2 \text{ 14 dm}^2 \text{ 25 cm}^2) \cdot 8$
a) $(3 \text{ km } 8 \text{ hm } 5 \text{ m}) \cdot 4 = (3,805 \cdot 4) \text{ km} = 15,22 \text{ km}$
b) $(5 \text{ m}^2 \text{ 14 dm}^2 \text{ 25 cm}^2) \cdot 8 = (5,1425 \cdot 8) \text{ m}^2 = 41,14 \text{ m}^2$

10. Un camión transporta 8 palés de café. Cada palé lleva 60 cajas, y cada caja, 75 paquetes de café de 250 gramos. ¿Cuántas toneladas de café transporta el camión?

$$250 \text{ g} = 0,250 \text{ kg}$$

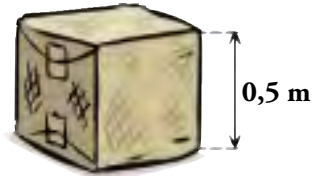
El camión transporta $8 \cdot 60 \cdot 75 \cdot 0,250 = 9000 \text{ kg} = 9 \text{ t}$ de café.

11. Un grifo averiado pierde una gota de agua por segundo. Si estimamos que el volumen de una gota es de $0,05 \text{ ml}$, ¿cuánta agua pierde el grifo en un día?

Un día tiene $60 \cdot 60 \cdot 24 = 86\,400$ segundos

En un día, el grifo pierde $0,05 \cdot 86\,400 = 4\,320 \text{ ml} = 4,32$ litros.

12. Se ha embalado con tela de saco un fardo con forma de cubo de medio metro de arista.



¿Cuánta tela se ha necesitado, teniendo en cuenta que las solapas y los sobrecosidos se llevan un 50% más de lo que queda a la vista?

Superficie del cubo: $6 \cdot 0,25 \text{ m}^2 = 1,5 \text{ m}^2$

El 50% de $1,5 \text{ m}^2$ son $0,75 \text{ m}^2$.

Por tanto, para embalar el fardo se necesitan $1,5 + 0,75 = 2,25 \text{ m}^2$ de tela de saco.

Las fracciones en el antiguo Egipto

1. ¿Qué fracciones se han representado en estas losas?:



Las fracciones representadas son:

a) $\frac{1}{7}$

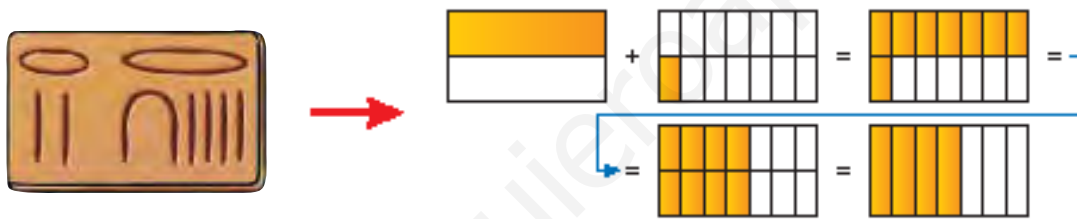
b) $\frac{1}{14}$

c) $\frac{1}{210}$

d) $\frac{1}{123}$

El reparto de los cuatro panes

2. Traduce a fracciones las igualdades que muestra el gráfico y comprueba que, efectivamente, en la tabla se ha escrito $\frac{4}{7}$ al modo egipcio.

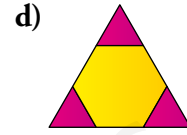
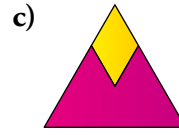
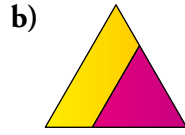
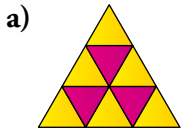


$$\frac{4}{7} = \frac{8}{14} = \frac{7}{14} + \frac{1}{14} = \frac{1}{2} + \frac{1}{14}$$

1 El significado de las fracciones

Página 125

1. Escribe la fracción que ocupa la parte amarilla en cada figura:



a) $\frac{6}{9}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{2}{9}$

d) $\frac{6}{9}$

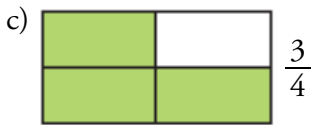
2. Representa las fracciones siguientes:

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{5}{8}$



3. Indica, para cada fracción, si es menor, igual o mayor que la unidad:

a) $\frac{2}{7}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{6}{6}$

d) $\frac{8}{5}$

e) $\frac{3}{3}$

f) $\frac{5}{6}$

a) $\frac{2}{7} < 1$

b) $\frac{3}{2} > 1$

c) $\frac{6}{6} = 1$

d) $\frac{8}{5} > 1$

e) $\frac{3}{3} = 1$

f) $\frac{5}{6} < 1$

4. ¿Verdadero o falso?

a) Una fracción es un número.

b) Una fracción nunca expresa un número exacto de unidades.

c) Si el denominador es mayor que el numerador, la fracción es mayor que uno.

d) Entre dos fracciones con el mismo numerador, es mayor la que tenga menor denominador.

a) Verdadero

b) Falso. Por ejemplo, $\frac{6}{3} = 2$.

c) Falso. Si el denominador es mayor que el numerador, la fracción siempre es menor que uno.

Por ejemplo, $\frac{4}{9} = 0,4$.

d) Verdadero

5. Reflexiona y contesta.

- a) ¿Qué fracción del año es un trimestre? b) ¿Qué fracción del día son dos horas?
c) ¿Qué fracción de hora son diez minutos? d) ¿Qué fracción de minuto son 15 segundos?

a) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ c) $\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ d) $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$

6. Las siete décimas partes de los clientes de una tienda de discos tienen menos de 25 años. ¿Qué fracción de los clientes tienen 25 años o más?

Las siete décimas partes tienen menos de 25 años:



El resto, las $\frac{3}{10}$ partes, tienen 25 años o más.

7. Calcula mentalmente.

- a) $\frac{1}{4}$ de 8 b) $\frac{1}{3}$ de 12 c) $\frac{1}{5}$ de 20 d) $\frac{1}{6}$ de 18 e) $\frac{1}{7}$ de 14 f) $\frac{1}{8}$ de 40
 $\frac{3}{4}$ de 8 $\frac{2}{3}$ de 12 $\frac{3}{5}$ de 20 $\frac{5}{6}$ de 18 $\frac{2}{7}$ de 14 $\frac{5}{8}$ de 40
a) $\frac{1}{4}$ de 8 = 2 b) $\frac{1}{3}$ de 12 = 4 c) $\frac{1}{5}$ de 20 = 4 d) $\frac{1}{6}$ de 18 = 3 e) $\frac{1}{7}$ de 14 = 2 f) $\frac{1}{8}$ de 40 = 5
 $\frac{3}{4}$ de 8 = 6 $\frac{2}{3}$ de 12 = 8 $\frac{3}{5}$ de 20 = 12 $\frac{5}{6}$ de 18 = 15 $\frac{2}{7}$ de 14 = 4 $\frac{5}{8}$ de 40 = 25

8. Calcula.

- a) $\frac{2}{5}$ de 15 b) $\frac{3}{4}$ de 12 c) $\frac{3}{7}$ de 21 d) $\frac{2}{3}$ de 30 e) $\frac{4}{5}$ de 30
f) $\frac{3}{8}$ de 24 g) $\frac{3}{4}$ de 48 h) $\frac{2}{3}$ de 72 i) $\frac{3}{5}$ de 85
a) $(15 : 5) \cdot 2 = 6$ b) $(12 : 4) \cdot 3 = 9$ c) $(21 : 7) \cdot 3 = 9$ d) $(30 : 3) \cdot 2 = 20$ e) $(30 : 5) \cdot 4 = 24$
f) $(24 : 8) \cdot 3 = 9$ g) $(48 : 4) \cdot 3 = 36$ h) $(72 : 3) \cdot 2 = 48$ i) $(85 : 5) \cdot 3 = 51$

9. Opera.

- a) $\frac{1}{4}$ de 384 b) $\frac{3}{5}$ de 715 c) $\frac{5}{7}$ de 483
a) $384 : 4 = 96$ b) $(715 : 5) \cdot 3 = 429$ c) $(483 : 7) \cdot 5 = 345$

10. En mi clase, entre chicos y chicas, somos 27. Las chicas representan los $\frac{4}{9}$ del total. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en clase?

Chicas $\frac{4}{9}$ de 27 = $(27 : 9) \cdot 4 = 12$

Chicos $27 - 12 = 15$

11. En un campamento internacional de verano hay 280 campistas, de los que $\frac{3}{7}$ son españoles. ¿Cuántos españoles hay en el campamento?

$\frac{3}{7}$ de 280 = $(280 : 7) \cdot 3 = 120$

Hay 120 españoles.

12. El pollo está hoy en el mercado a 5 € el kilo. ¿Cuánto cuesta un pollo de un kilo y tres cuartos?

$$\frac{3}{4} \text{ de } 5 = (5 : 4) \cdot 3 = 1,25 \cdot 3 = 3,75$$

$$3,75 + 5 = 8,75$$

Un pollo de un kilo y tres cuartos cuesta 8,75 euros.

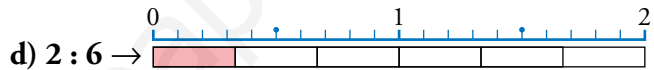
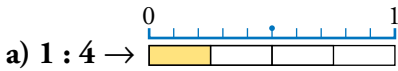
13. Según una encuesta, de cada 100 personas con empleo, solo cuatro trabajan en domingo, y del resto, las dos terceras partes tampoco trabajan en sábado. ¿Qué fracción de las personas empleadas no trabaja ni sábados ni domingos?

De cada 100, 4 trabajan en domingo, por lo que 96 no trabajan en domingo.

$$\text{De estas, } \frac{2}{3} \text{ tampoco trabajan en sábado} \quad \frac{2}{3} \text{ de } 96 = (96 : 3) \cdot 2 = 64$$

Es decir, 64 personas no trabajan ni sábado ni domingo, que puesto en forma de fracción son $\frac{64}{100}$.

14. Expresa cada división con una fracción que represente el mismo valor:



a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{2}{5}$

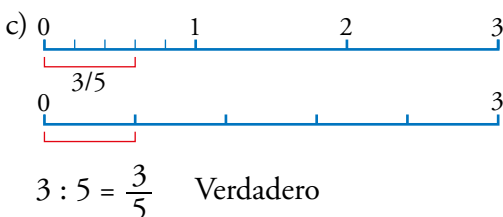
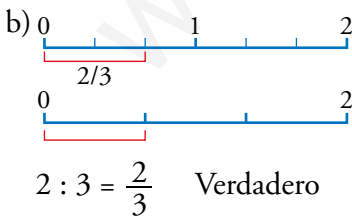
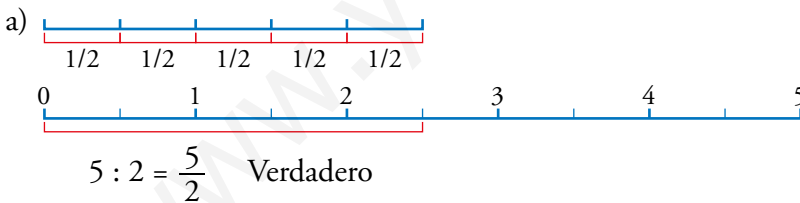
d) $\frac{2}{6}$

15. Representa, reflexiona y di si estos enunciados son verdaderos o falsos:

a) La mitad de cinco es tanto como cinco mitades.

b) La tercera parte de dos vale lo mismo que los dos tercios.

c) La quinta parte de tres es lo mismo que tres quintos de uno.



2 Relación entre fracciones y decimales

Página 126

1. Divide y expresa en forma decimal.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{2}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{4}{2}$ e) $\frac{3}{8}$ f) $\frac{5}{4}$ g) $\frac{7}{10}$ h) $\frac{5}{2}$ i) $\frac{9}{15}$

a) $\frac{1}{2} = 1 : 2 = 0,5$ b) $\frac{2}{2} = 2 : 2 = 1$ c) $\frac{3}{2} = 3 : 2 = 1,5$

d) $\frac{4}{2} = 4 : 2 = 2$ e) $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$ f) $\frac{5}{4} = 5 : 4 = 1,25$

g) $\frac{7}{10} = 7 : 10 = 0,7$ h) $\frac{5}{2} = 5 : 2 = 2,5$ i) $\frac{9}{15} = 9 : 15 = 0,6$

2. Expresa en forma de fracción.

a) 0,1 b) 0,3 c) 0,5
d) 1,4 e) 1,5 f) 1,9
g) 0,01 h) 0,23 i) 1,11

a) $0,1 = \frac{1}{10}$ b) $0,3 = \frac{3}{10}$ c) $0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

d) $1,4 = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$ e) $1,5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$ f) $1,9 = \frac{19}{10}$

g) $0,01 = \frac{1}{100}$ h) $0,23 = \frac{23}{100}$ i) $1,11 = \frac{111}{100}$

3. Transforma en número decimal y compara.

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{5}{9}$ b) $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{7}$ c) $\frac{2}{3}$ y $\frac{6}{9}$

d) $\frac{6}{11}$ y $\frac{7}{13}$ e) $\frac{8}{10}$ y $\frac{9}{11}$ f) $\frac{6}{13}$ y $\frac{4}{9}$

a) $\frac{1}{2} = 0,5\overline{0}$ b) $\frac{3}{4} = 0,75$ c) $\frac{2}{3} = 0,6\overline{6}$
 $\frac{5}{9} = 0,5\overline{5}$ $\frac{5}{7} = 0,714\overline{2857}$ $\frac{6}{9} = 0,6\overline{6}$
 $\frac{5}{9} > \frac{1}{2}$ $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$ $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

d) $\frac{6}{11} = 0,54\overline{54}$ e) $\frac{8}{10} = 0,8$ f) $\frac{6}{13} = 0,461\overline{538461}$
 $\frac{7}{13} = 0,538\overline{461538}$ $\frac{9}{11} = 0,81\overline{81}$ $\frac{6}{13} > \frac{4}{9}$
 $\frac{6}{11} > \frac{7}{13}$ $\frac{9}{11} > \frac{8}{10}$ $\frac{6}{13} > \frac{4}{9}$

4. Ordena de menor a mayor en cada caso:

a) $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{7}$ b) $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{3}{11}$

a) $\frac{2}{7} < \frac{2}{5} < \frac{3}{7} < \frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{11} < \frac{2}{7} < \frac{1}{3} < \frac{4}{10}$

3 Fracciones equivalentes

Página 128

1. Copia en tu cuaderno, completa y observa que se obtiene siempre el mismo resultado.

$$\frac{3}{2} = 3 : 2 = \square$$

$$\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{\square}{\square} = \square : \square = \square \quad \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{\square}{\square} = \square : \square = \square$$

$$\frac{3}{2} = 3 : 2 = 1,5 \quad \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{6}{4} = 6 : 4 = 1,5 \quad \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{9}{6} = 9 : 6 = 1,5$$

2. Copia en tu cuaderno y completa para obtener fracciones equivalentes.

a) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$

b) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot \square}{5 \cdot 3} = \frac{\square}{\square}$

c) $\frac{18}{30} = \frac{18 : 2}{30 : \square} = \frac{\square}{\square}$

d) $\frac{18}{30} = \frac{18 : \square}{30 : 3} = \frac{\square}{\square}$

a) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10}$

b) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{3}{15}$

c) $\frac{18}{30} = \frac{18 : 2}{30 : 2} = \frac{9}{15}$

d) $\frac{18}{30} = \frac{18 : 3}{30 : 3} = \frac{6}{10}$

3. Busca, entre las siguientes, tres pares de fracciones equivalentes:



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

4. Escribe, en cada caso, dos fracciones equivalentes:

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{15}{20}$

d) $\frac{18}{24}$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{10}{40}$

b) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{20}{30}$

c) $\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{30}{40}$

d) $\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

5. Simplifica.

a) $\frac{15}{20}$ dividiendo entre 5.

b) $\frac{20}{30}$ dividiendo entre 2 y, después, entre 5.

a) $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{20}{30} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

6. Simplifica estas fracciones:

a) $\frac{6}{8}$ b) $\frac{3}{6}$ c) $\frac{5}{10}$ d) $\frac{9}{12}$ e) $\frac{10}{18}$ f) $\frac{21}{28}$ g) $\frac{33}{22}$ h) $\frac{13}{26}$

a) $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ d) $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

e) $\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$ f) $\frac{21}{28} = \frac{3}{4}$ g) $\frac{33}{22} = \frac{3}{2}$ h) $\frac{13}{26} = \frac{1}{2}$

7. Simplifica, paso a paso.

a) $\frac{12}{30}$ b) $\frac{18}{27}$ c) $\frac{16}{24}$ d) $\frac{30}{75}$

a) $\frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{18}{27} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ c) $\frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ d) $\frac{30}{75} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

8. Simplifica, dividiendo el numerador y el denominador por el máximo común divisor de ambos.

a) $\frac{9}{18}$ b) $\frac{30}{40}$ c) $\frac{30}{18}$ d) $\frac{16}{80}$

a) máx.c.d. (9, 18) = 9 $\frac{9}{18} = \frac{9:9}{18:9} = \frac{1}{2}$

b) máx.c.d. (30, 40) = 10 $\frac{30}{40} = \frac{30:10}{40:10} = \frac{3}{4}$

c) máx.c.d. (30, 18) = 6 $\frac{30}{18} = \frac{30:6}{18:6} = \frac{5}{3}$

d) máx.c.d. (16, 80) = 16 $\frac{16}{80} = \frac{16:16}{80:16} = \frac{1}{5}$

9. Calcula, en cada caso, la fracción irreducible:

a) $\frac{8}{20}$ b) $\frac{36}{24}$ c) $\frac{42}{70}$ d) $\frac{90}{108}$

a) $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{36}{24} = \frac{3}{2}$ c) $\frac{42}{70} = \frac{3}{5}$ d) $\frac{90}{108} = \frac{5}{6}$

10. Comprueba si son equivalentes, teniendo en cuenta que los productos cruzados deben ser iguales.

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ b) $\frac{2}{5}$ y $\frac{6}{15}$ c) $\frac{4}{6}$ y $\frac{6}{9}$ d) $\frac{6}{8}$ y $\frac{9}{11}$ e) $\frac{2}{12}$ y $\frac{3}{20}$ f) $\frac{20}{24}$ y $\frac{30}{36}$

a) $\frac{1}{2} \neq \frac{3}{4}$, porque $1 \cdot 4 \neq 3 \cdot 2$

b) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$, porque $2 \cdot 15 = 30 = 6 \cdot 5$

c) $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$, porque $4 \cdot 9 = 36 = 6 \cdot 6$

d) $\frac{6}{8} \neq \frac{9}{11}$, porque $6 \cdot 11 \neq 8 \cdot 9$

e) $\frac{2}{12} \neq \frac{3}{20}$, porque $2 \cdot 20 \neq 3 \cdot 12$

f) $\frac{20}{24} = \frac{30}{36}$, porque $20 \cdot 36 = 720 = 30 \cdot 24$

11. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

12. Calcula el término desconocido en cada caso:

a) $\frac{5}{10} = \frac{3}{x}$ b) $\frac{4}{5} = \frac{8}{x}$ c) $\frac{4}{x} = \frac{8}{12}$ d) $\frac{x}{15} = \frac{4}{20}$ e) $\frac{2}{12} = \frac{x}{18}$ f) $\frac{10}{x} = \frac{5}{6}$

g) $\frac{x}{12} = \frac{20}{24}$ h) $\frac{2}{x} = \frac{10}{35}$ i) $\frac{6}{30} = \frac{7}{x}$ j) $\frac{12}{x} = \frac{16}{20}$ k) $\frac{x}{40} = \frac{9}{24}$ l) $\frac{3}{21} = \frac{20}{x}$

a) $x = \frac{10 \cdot 3}{5} = 6$

b) $x = \frac{5 \cdot 8}{4} = 10$

c) $x = \frac{4 \cdot 12}{8} = 6$

d) $x = \frac{15 \cdot 4}{20} = 3$

e) $x = \frac{2 \cdot 18}{12} = 3$

f) $x = \frac{6 \cdot 10}{5} = 12$

g) $x = \frac{12 \cdot 20}{24} = 10$

h) $x = \frac{2 \cdot 35}{10} = 7$

i) $x = \frac{7 \cdot 30}{6} = 35$

j) $x = \frac{12 \cdot 20}{16} = 15$

k) $x = \frac{9 \cdot 40}{24} = 15$

l) $x = \frac{21 \cdot 20}{3} = 140$

4 Algunos problemas con fracciones

Página 130

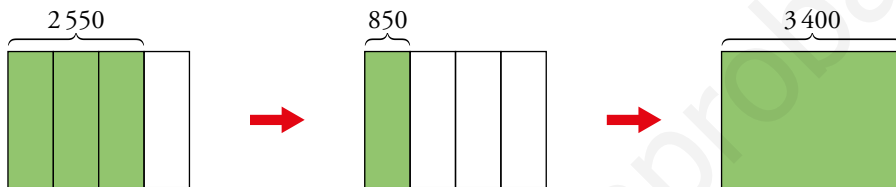
1. De un pinar destinado a la producción de madera, con una población estimada de 3 400 árboles, se van a talar las tres cuartas partes.

¿Cuántos árboles se van a talar?

Se van a talar $\frac{3}{4}$ de 3 400 = $(3\,400 : 4) \cdot 3 = 2\,550$ árboles.

2. Se van a talar 2 550 árboles en un pinar destinado a la producción de madera, lo que supone las tres cuartas partes del total.

¿Cuántos árboles hay en total?



$$\frac{3}{4} \text{ del total} = 2\,550 \quad \frac{1}{4} \text{ del total} = 2\,550 : 3 = 850 \quad \frac{4}{4} \text{ del total} = 850 \cdot 4 = 3\,400$$

Ejercicios y problemas

Página 131

Significado de las fracciones

1.  Observa y representa con una fracción.




- a) La parte de las cartas que están del revés.
 b) La parte de la huevera que se ha usado ya.
 c) La parte ocupada del depósito.
 d) La parte que le falta al cubo.

a) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{7}{12}$

c) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

d) $\frac{8}{64} = \frac{1}{8}$

2.  La tabla siguiente muestra datos de mi clase:

	APRUEBAN TODO	NO APRUEBAN TODO
CHICOS	8	5
CHICAS	11	5

- a) ¿Qué fracción de la clase ocupan las chicas?
 b) ¿Qué fracción de la clase aprueba todo?
 c) ¿Qué fracción de la clase abarca a los chicos que aprueban todo?
 d) ¿Qué fracción de las chicas no aprueban todo?
 e) ¿Qué grupo, en conjunto, obtiene mejores resultados, el de los chicos o el de las chicas?

a) $\frac{16}{29}$

b) $\frac{19}{29}$

c) $\frac{8}{29}$

d) $\frac{5}{16}$

- e) El grupo de las chicas obtiene mejores resultados, ya que su proporción de aprobados es mayor: $\frac{11}{16} > \frac{8}{13}$

3.  ¿Verdadero o falso? De los números naturales...

- a) ... la mitad son pares.
 b) ... la décima parte son múltiplos de 10.
 c) ... un quinto terminan en 5.
 d) ... las dos terceras partes no son divisibles entre tres.

a) Verdadero

b) Verdadero

c) Verdadero

d) Verdadero

La fracción de un número

4. **Calcula mentalmente.**

- a) $\frac{2}{3}$ de 9 b) $\frac{4}{5}$ de 20 c) $\frac{3}{4}$ de 80 d) $\frac{2}{7}$ de 14 e) $\frac{5}{6}$ de 60 f) $\frac{5}{8}$ de 400
- a) $3 \cdot 2 = 6$ b) $4 \cdot 4 = 16$ c) $20 \cdot 3 = 60$ d) $2 \cdot 2 = 4$ e) $10 \cdot 5 = 50$ f) $50 \cdot 5 = 250$

5. **Calcula.**

- a) $\frac{2}{3}$ de 192 b) $\frac{4}{5}$ de 375 c) $\frac{3}{7}$ de 749 d) $\frac{3}{4}$ de 332 e) $\frac{5}{8}$ de 1096 f) $\frac{4}{9}$ de 153
- a) $(192 : 3) \cdot 2 = 64 \cdot 2 = 128$ b) $(375 : 5) \cdot 4 = 75 \cdot 4 = 300$ c) $(749 : 7) \cdot 3 = 107 \cdot 3 = 321$
- d) $(332 : 4) \cdot 3 = 83 \cdot 3 = 249$ e) $(1096 : 8) \cdot 5 = 137 \cdot 5 = 685$ f) $(153 : 9) \cdot 4 = 17 \cdot 4 = 68$

6. **Copia, calcula mentalmente y completa.**

- a) Los $\frac{3}{4}$ de ... valen 15. b) Los $\frac{2}{3}$ de ... valen 40.
- c) Los $\frac{4}{5}$ de ... valen 20. d) Los $\frac{3}{5}$ de ... valen 9.
- a) Los $\frac{3}{4}$ de 20 valen 15. b) Los $\frac{2}{3}$ de 60 valen 40.
- c) Los $\frac{4}{5}$ de 25 valen 20. d) Los $\frac{3}{5}$ de 15 valen 9.

Fracciones y números decimales

7. **Transforma cada fracción en número decimal:**

- a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{9}{10}$ c) $\frac{17}{10}$ d) $\frac{7}{2}$ e) $\frac{5}{4}$ f) $\frac{5}{8}$
- a) $1 : 10 = 0,1$ b) $9 : 10 = 0,9$ c) $17 : 10 = 1,7$
- d) $7 : 2 = 3,5$ e) $5 : 4 = 1,25$ f) $5 : 8 = 0,625$


8. **Expresa cada decimal en forma de fracción:**

- a) 0,6 b) 1,7 c) 2,5 d) 0,04 e) 0,21
- a) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ b) $\frac{17}{10}$ c) $\frac{25}{10} = \frac{5}{2}$ d) $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ e) $\frac{21}{100}$

9. **Asocia las cantidades correspondientes.**

La cuarta parte de un euro.	0,75 €
Tres cuartos de euro.	0,25 €
La quinta parte de un euro.	0,05 €
Un veinteavo de euro.	0,01 €
Un céntimo de euro.	0,20 €

- La cuarta parte de un euro 0,25 € Tres cuartos de euro 0,75 €
- La quinta parte de un euro 0,20 € Un veinteavo de euro 0,05 €
- Un céntimo de euro 0,01 €

10.  La tabla recoge los tiros y las canastas conseguidas por tres jugadores en un partido de baloncesto.

	A	B	C
TIROS	7	14	4
CANASTAS	4	7	2

a) Indica con una fracción y con un número decimal la eficacia en el tiro de cada jugador.

b) ¿Cuál de los tres tiene el tiro más seguro?

a) Jugador A $\frac{4}{7} = 0,57$ Jugador B $\frac{7}{14} = \frac{1}{2} = 0,5$ Jugador C $\frac{2}{4} = 0,5$

b) El jugador A tiene el tiro más seguro.

11.  ¿Verdadero o falso?

a) Una fracción equivale a una división indicada.

b) Toda fracción tiene un número decimal asociado.

c) Dos fracciones con términos diferentes no pueden tener el mismo decimal asociado.

d) Un decimal periódico se expresa con mayor exactitud mediante una fracción.

a) Verdadero

b) Verdadero

c) Falso. Por ejemplo $\frac{3}{6} = 0,5 = \frac{1}{2}$.

d) Verdadero

12.  Expresa en forma decimal $\frac{1}{9}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{4}{9}$; ...

¿Sabrías escribir ahora, en forma de fracción, el decimal periódico $0,5\dot{5}$? ¿Y el decimal $1,5\dot{5}$?

$$\frac{1}{9} = 0,1\dot{1}$$

$$\frac{2}{9} = 0,2\dot{2}$$

$$\frac{3}{9} = 0,3\dot{3}$$

$$\frac{4}{9} = 0,4\dot{4}$$

$$0,5\dot{5} = \frac{5}{9}$$

$$1,5\dot{5} = \frac{14}{9}$$

Fracciones equivalentes

13. Busca pares de fracciones equivalentes.

$$\frac{1}{4} \quad \frac{12}{15} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{3}{12} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{12}{28} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{15}{20}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} \qquad \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} \qquad \frac{3}{7} = \frac{12}{28}$$

14. Escribe tres fracciones equivalentes a $\frac{7}{21}$ que tengan por denominador 3, 6 y 30, respectivamente.

$$\frac{7}{21} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{10}{30}$$

15. Obtén la fracción irreducible.

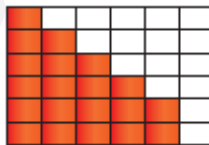
a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{10}{14}$ c) $\frac{5}{15}$ d) $\frac{18}{22}$ e) $\frac{5}{25}$ f) $\frac{6}{27}$

g) $\frac{21}{28}$ h) $\frac{22}{33}$ i) $\frac{30}{45}$ j) $\frac{20}{60}$ k) $\frac{56}{80}$ l) $\frac{165}{330}$

a) $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ b) $\frac{10}{14} = \frac{5}{7}$ c) $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ d) $\frac{18}{22} = \frac{9}{11}$ e) $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ f) $\frac{6}{27} = \frac{2}{9}$

g) $\frac{21}{28} = \frac{3}{4}$ h) $\frac{22}{33} = \frac{2}{3}$ i) $\frac{30}{45} = \frac{2}{3}$ j) $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ k) $\frac{56}{80} = \frac{7}{10}$ l) $\frac{165}{330} = \frac{1}{2}$

16. ¿Qué fracciones expresan la parte coloreada?



a) $\frac{10}{18}$ b) $\frac{15}{30}$ c) $\frac{20}{36}$ d) $\frac{5}{9}$ e) $\frac{12}{25}$ f) $\frac{36}{20}$

$\frac{20}{36}$ a), c) y d), pues son equivalentes.

17. ¿Qué parte del día ha transcurrido a las ocho en punto de la mañana? ¿Y a las ocho en punto de la tarde? Responde con fracciones irreducibles.

A las ocho en punto de la mañana, han transcurrido 8 horas, que son $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ del día.

A las ocho en punto de la tarde han transcurrido 20 horas, que son $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$ del día.

18.  ¿Verdadero o falso?

- a) Tres hacen un tercio de docena.
- b) Setenta y cinco centésimas hacen tres cuartos de unidad.
- c) Tres décimas hacen seis veinteavos de unidad.
- d) Diez minutos hacen un quinto de hora.
- e) Doce segundos hacen un quinto de minuto.

a) Falso; $\frac{1}{3}$ de 12 = 4.

b) Verdadero

c) Verdadero

d) Falso; $\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ de hora.

e) Verdadero

19.  Estas son las notas de los 25 estudiantes de una clase en un control de Ciencias Sociales:

6,25; 5; 8; 7,5; 5,25; 5; 1,75; 6,75; 4,5; 5,5; 5,5; 6; 6,25; 8,25; 3,75; 3,25; 9,75;
6,75; 6; 5; 7,75; 8,25; 10; 4,25; 6,25

a) ¿Qué fracción de la clase ha aprobado?







b) ¿Qué fracción ha suspendido?


Responde con fracciones irreducibles.

a) Han aprobado 20 de los 25 alumnos $\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$


b) Han suspendido 5 de los 25 alumnos $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

Resuelve problemas

20.  Laura tiene, amontonadas, 10 bolas rojas y 6 bolas verdes.
- a) ¿Cuántas bolas rojas habría que añadir al montón para que fueran los tres cuartos del conjunto?
- b) ¿Cuántas habría que quitar para que fueran solo la cuarta parte?
- a) Añadiendo 8 bolas rojas, tendría 18 rojas de un total de $18 + 6 = 24$ bolas, de esta manera, serían los tres cuartos del conjunto, pues $\frac{3}{4}$ de $24 = (24 : 4) \cdot 3 = 18$.
- b) Quitando 8 bolas rojas, tendría 2 rojas de un total de $2 + 6 = 8$, así las rojas serían un cuarto del conjunto, pues $\frac{1}{4}$ de $8 = 8 : 4 = 2$.
21.  Un cliente compra la cuarta parte de un queso que pesa dos kilos.
- a) ¿Qué fracción de queso queda? b) ¿Cuánto pesa el trozo que queda?
- a) Quedan $\frac{3}{4}$ de queso.
- b) $2 \text{ kg} = 2000 \text{ g}$
- $\frac{3}{4}$ de $2000 = (2000 : 4) \cdot 3 = 500 \cdot 3 = 1500$
- El trozo que queda pesa $1500 \text{ g} = 1,5 \text{ kg}$.
22.  Con un bidón de 20 litros, se llenan 30 botellas de agua. ¿Qué fracción de litro entra en cada botella?
- En cada botella entran $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ de litro.
23.  Un hotel tiene 80 habitaciones, de las que el 20% están vacías. ¿Qué fracción de las habitaciones están vacías? ¿Cuántas están vacías?
- El hotel tiene $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ de las habitaciones vacías.
- Por tanto, están vacías $\frac{1}{5}$ de $80 = 16$ habitaciones.
24.  Un empleado gana 1 200 € mensuales, de los que aparta 180 € para una cuenta de ahorro. ¿Qué fracción de su sueldo ahorra?
- Cada mes ahorra $\frac{180}{1200} = \frac{3}{20}$ del sueldo.
25.  Una familia gasta $\frac{1}{3}$ de sus ingresos en pagar la hipoteca del piso y $\frac{7}{20}$ en la cesta de la compra. ¿En cuál de las dos partidas gasta más?
- $\frac{1}{3} = 0,3\bar{3}$ $\frac{7}{20} = 0,35$
- Gasta más en la cesta de la compra.

26.  Una caja de galletas pesa tres cuartos de kilo, y un frasco de mermelada, 0,8 kg. ¿Cuál pesa más?


$$\frac{3}{4} = 0,75 \text{ kg, por lo que pesa más el frasco de mermelada.}$$

27.  Un kilo de fresas cuesta 2,80 €. ¿Cuánto pagarás por tres cuartos de kilo?

$$\text{Pagaré } \frac{3}{4} \text{ de } 2,80 = (2,80 : 4) \cdot 3 = 0,70 \cdot 3 = 2,10 \text{ euros.}$$


28.  Las dos quintas partes de las 460 ovejas de un rebaño han tenido esta primavera un corderito. ¿Cuántos corderos ha dado el rebaño esta primavera?

$$\text{El rebaño ha dado } \frac{2}{5} \text{ de } 460 = (460 : 5) \cdot 2 = 92 \cdot 2 = 184 \text{ corderos.}$$


29.  En una parcela de 800 m², se ha construido una casa que ocupa 2/5 del terreno y el resto se ha ajardinado. ¿Qué superficie ocupa la casa? ¿Y el jardín?

$$\text{Casa } \frac{2}{5} \text{ de } 800 = 320 \text{ m}^2$$


$$\text{Jardín } \frac{3}{5} \text{ de } 800 = 480 \text{ m}^2$$

30.  Julia compró un queso de 2 kilos y 800 gramos, pero ya ha consumido dos quintos. ¿Cuánto pesa el trozo que queda?

$$\text{Pesa } \frac{3}{5} \text{ de } 2\,800 \text{ gramos} = (2\,800 : 5) \cdot 3 = 1\,680 \text{ gramos} = 1,68 \text{ kg.}$$

31.  Un empleado, que gana 1 200 € al mes, ingresa tres veinteavos del sueldo en una cuenta de ahorro. ¿Cuánto ahorra cada mes?

$$\text{Al mes ahorra } \frac{3}{20} \text{ de } 1\,200 = (1\,200 : 20) \cdot 3 = 180 \text{ euros.}$$

32.  Un barco pesquero regresa al puerto con 8 550 kilos de pescado en la bodega. Los 5/6 de la captura son sardinas, que vende en la lonja a 1,80 €/kg. ¿Cuánto obtiene por la venta de las sardinas?

$$\text{Captura } \frac{5}{6} \text{ de } 8\,550 = (8\,550 : 6) \cdot 5 = 7\,125 \text{ kilos de sardinas.}$$

$$\text{Por la venta de las sardinas obtiene } 7\,125 \cdot 1,80 = 12\,825 \text{ euros.}$$


33.  De una huerta de 3,5 hectáreas, se han regado por la mañana 3/7 de total, y por la tarde, 2/5 de lo que quedaba. ¿Qué superficie queda aún sin regar?

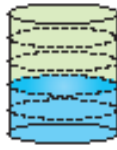
$$\text{Por la mañana se riegan } \frac{3}{7} \text{ de } 3,5 = (3,5 : 7) \cdot 3 = 1,5 \text{ hectáreas.}$$

$$\text{Quedan sin regar } 3,5 - 1,5 = 2 \text{ hectáreas.}$$

$$\text{Por la tarde se riegan } \frac{2}{5} \text{ de } 2 = (2 : 5) \cdot 2 = 0,8 \text{ hectáreas.}$$


$$\text{Por tanto, queda sin regar } 2 - 0,8 = 1,2 \text{ hectáreas.}$$

34.  En este bidón hay 12 litros de agua. ¿Cuántos litros caben en total en el bidón?



$$\frac{2}{5} \text{ del total} = 12 \quad (12 : 2) \cdot 5 = 30 \text{ litros}$$

En el bidón caben 30 litros.

35.  He comprado $\frac{2}{5}$ de una empanada que han pesado 300 gramos. ¿Cuánto pesaba la empanada completa?



La empanada completa pesaba $(300 : 2) \cdot 5 = 750$ gramos.


36.  Piensa y responde.

- a) Un cuarto de kilo de aceitunas cuesta 1,50 euros. ¿Cuánto cuesta un kilo?
 b) Tres cuartos de kilo de almendras cuestan 9 euros. ¿A cómo está el kilo?
 c) Doscientos gramos de nueces cuestan 2 euros. ¿A cómo está el kilo?


- a) Un kilo de aceitunas cuesta $4 \cdot 1,50 = 6$ €.
 b) Un kilo de almendras cuesta $(9 \cdot 4) : 3 = 36 : 3 = 12$ €.
 c) Un kilo de nueces cuesta $5 \cdot 2 = 10$ €.

37.  Una bolsa de madalenas de tres cuartos de kilo cuesta 2,25 €. ¿A cómo sale el kilo?

El kilo sale a $(2,25 : 3) \cdot 4 = 3$ euros.


38.  Se han sembrado de alfalfa los $\frac{4}{5}$ de la superficie de una finca, y aún quedan 600 metros cuadrados sin sembrar. ¿Cuál es la superficie total de la finca?

La superficie total son $600 \cdot 5 = 3\,000$ m².

39.  He sacado $\frac{3}{5}$ del dinero que tenía en la hucha y aún quedan 14 euros. ¿Cuánto había antes de abrirla?


$$\frac{2}{5} \text{ del total} = 14 \quad (14 : 2) \cdot 5 = 35$$

En la hucha había 35 euros antes de abrirla.

40.  Un empleado aparta todos los meses 180 €, que son los tres veinteavos de su sueldo, para su cuenta de ahorro. ¿Cuánto gana al mes?


$$\frac{3}{20} \text{ del total} = 180 \quad (180 : 3) \cdot 20 = 1\,200$$

Al mes gana 1 200 euros.

41.  En una biblioteca hay en este momento 945 libros, lo que supone los $\frac{3}{5}$ del total. El resto están en situación de préstamo. ¿Cuántos libros hay prestados?

$$\frac{3}{5} \text{ del total} = 945 \quad (945 : 3) \cdot 5 = 1\,575$$

Hay prestados $\frac{2}{5}$ de 1 575 = $(1\,575 : 5) \cdot 2 = 630$ libros.

42.  Un comerciante compró, a principio de temporada, una partida de camisetas por 3 600 € y las puso a la venta a 12 € la unidad. Al cabo de un mes, había vendido las tres quintas partes del género, con lo que cubrió su inversión. ¿Cuánto habrá ganado cuando termine de vender las que le quedan?

Para recuperar su inversión tiene que vender $3\,600 : 12 = 300$ camisetas.

$$\text{Puso a la venta } \frac{3}{5} \text{ del total} = 300 \quad (300 : 3) \cdot 5 = 500 \text{ camisetas.}$$

Cuando termine de vender todas habrá ganado $200 \cdot 12 = 2\,400$ euros.

Taller de Matemáticas

Página 135

Entrénate resolviendo problemas

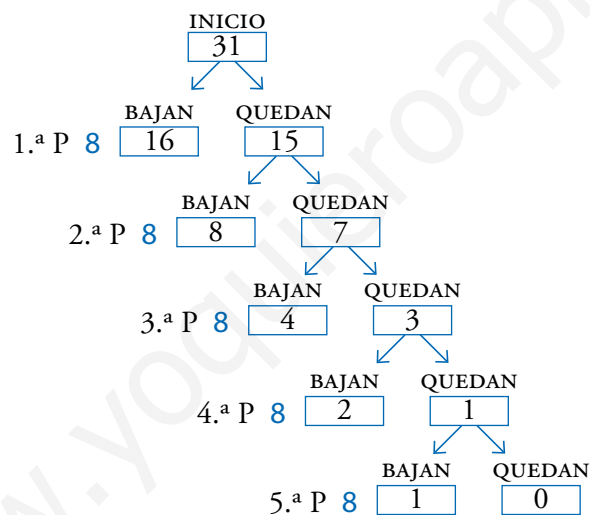
Utiliza tu ingenio

- Un autobús escolar sale del colegio cargado de estudiantes.
 - En la primera parada descarga a la mitad de los colegiales, más medio.
 - En la segunda ocurre lo mismo: baja la mitad más medio.
 - Y lo mismo ocurre en la tercera parada, en la cuarta y en la quinta.
 - Después, el autobús vuelve al garaje porque se ha quedado vacío.

¿Cuántos escolares subieron al autobús?

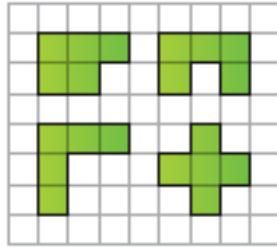
Explica la solución detallando, en cada parada, cuántos bajan y cuántos quedan.

Completamos este esquema de abajo a arriba.



El autobús inició el viaje con 31 escolares.

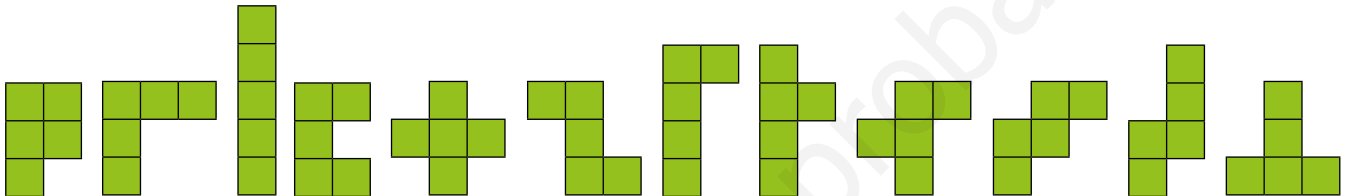
- Llamamos pentominós a las distintas figuras planas que se pueden formar con cinco cuadrados de una cuadrícula. (Los cuadrados han de estar en contacto por uno de sus lados). Aquí tienes algunos de ellos:



Consideramos que estas dos piezas son la misma:



Dibuja todos los pentominós diferentes que puedas.

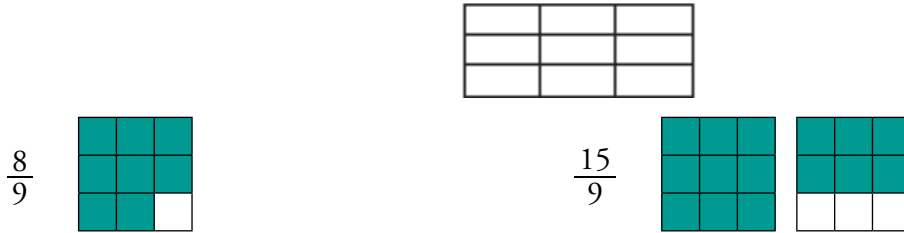


Autoevaluación

1. ¿Qué fracción de hora son 12 minutos?

$$\frac{12}{60} = \frac{1}{5} \text{ de hora}$$

2. Representa en tu cuaderno, en gráficos como el que tienes a continuación o en otros que tú decidas, las fracciones $\frac{8}{9}$ y $\frac{15}{9}$.



3. En un concurso oposición aprueban 15 candidatos y suspenden 35. ¿Qué fracción de los opositores ha aprobado?

En total hay $35 + 15 = 50$ candidatos.

La fracción de candidatos que ha aprobado es $\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$.

4. Calcula.

- a) Tres cuartos de 240 b) $\frac{2}{5}$ de 80 c) $\frac{3}{5}$ de 35 d) Tres medios de 10
- a) $(240 : 4) \cdot 3 = 180$ b) $(80 : 5) \cdot 2 = 32$ c) 35 d) $(10 : 2) \cdot 3 = 15$

5. Reflexiona y completa en tu cuaderno.

- a) $\frac{3}{4}$ de ... = 15 b) $\frac{2}{7}$ de ... = 10 c) $\frac{5}{5}$ de ... = 25 d) $\frac{11}{10}$ de ... = 11
- a) 20 b) 35 c) 25 d) 10

6. Expresa en forma decimal.

- a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{1}{8}$
- a) 0,3 b) 0,8 c) 0,125

7. Expresa con una fracción.

- a) 0,2 b) 1,2 c) 0,24
- a) $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ b) $1,2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ c) $0,24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$

8. Escribe.

- a) Una fracción equivalente a $\frac{6}{21}$ que tenga por denominador 14.
- b) Una fracción equivalente a $\frac{9}{15}$ que tenga por denominador 10.
- a) $\frac{4}{14}$ b) $\frac{6}{10}$

9. Simplifica.

a) $\frac{14}{28}$

b) $\frac{36}{48}$

c) $\frac{40}{60}$

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{2}{3}$

10. Ana y Rosa han comprado un bolígrafo cada una. Ana ha gastado $\frac{4}{5}$ de euro, y Rosa, 75 céntimos. ¿Cuál de los dos bolígrafos ha salido más caro?

Ana ha gastado $\frac{4}{5}$ de 100 céntimos; es decir; $(100 : 5) \cdot 4 = 80$ céntimos.

Por tanto, ha salido más caro el bolígrafo de Ana.

11. Un pueblo costero tiene 4 500 habitantes. La tercera parte vive de la pesca; dos quintos, de la agricultura, y el resto, del sector servicios.

a) ¿Cuántos viven del sector servicios?

b) ¿Qué fracción de la población vive del sector servicios?

a) La tercera parte de 4 500 es $4\ 500 : 3 = 1\ 500$. Entonces, de la pesca viven 1 500 personas.

Los dos quintos de 4 500 son $(4\ 500 : 5) \cdot 2 = 1\ 800$. De la agricultura viven 1 800 personas.

Por tanto, del sector servicios viven $4\ 500 - (1\ 500 + 1\ 800) = 1\ 200$ personas.

b) Del sector servicios viven $\frac{1\ 200}{4\ 500} = \frac{4}{15}$ de la población.

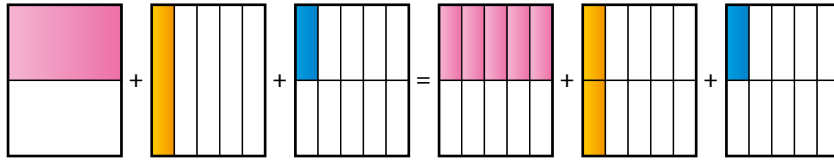
12. Una caja de galletas de tres cuartos de kilo cuesta 2,25 €. ¿A cómo sale el kilo de galletas?

Los $\frac{3}{4}$ del total = 2,25.

Por tanto, el kilo de galletas sale a $(2,25 : 3) \cdot 4 = 3$ euros.

Suma de fracciones unitarias

1. a) Observa el siguiente gráfico y expresa la misma cantidad con una sola fracción ordinaria e irreducible:



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \boxed{?}$$

- b) ¿Qué transformación se ha hecho para poder obtener la suma?

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

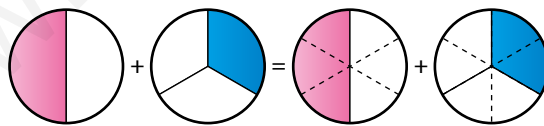
- b) Para hacer la suma, se han sustituido las fracciones por otras equivalentes con el mismo denominador.

Sumas y restas de cabeza

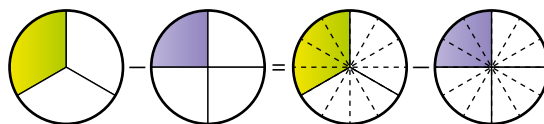
2. a) Observa los gráficos y calcula directamente cada resultado:



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \boxed{?}$$



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \boxed{?}$$



$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \boxed{?}$$

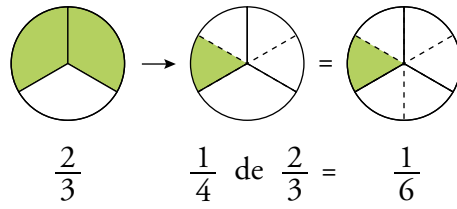
- b) ¿Qué transformación se realiza en todos los casos?

a) $\frac{3}{4}; \frac{5}{6}; \frac{1}{12}$

- b) Se han sustituido las fracciones por otras equivalentes con el mismo denominador.

Fracción de otra fracción

3. Expresa, con una única fracción, $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$.



1 Reducción a común denominador

Página 139

1. Reducir a común denominador $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{6}$, poniendo de denominador común 12.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

2. Reduce al denominador común que se indica.

- | | |
|--|---|
| a) $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{6}$ (denominador común 6) | b) $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{5}$ (denominador común 10) |
| c) $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ (denominador común 12) | d) $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{8}$ (denominador común 8) |
| e) $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$ (denominador común 15) | f) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ (denominador común 12) |
| g) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{8}$ (denominador común 8) | h) $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{5}{6}$ (denominador común 60) |

- | | | |
|--|--|---|
| a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; $\frac{1}{6}$ | b) $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$; $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ | c) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ |
| d) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$; $\frac{5}{8}$ | e) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$; $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ | f) $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$; $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$; $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ |
| g) $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$; $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$; $\frac{5}{8}$ | h) $\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$; $\frac{1}{5} = \frac{12}{60}$; $\frac{5}{6} = \frac{50}{60}$ | |

3. Sustituye las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$ por...

a) ... otras equivalentes con denominador común 6.

b) ... otras equivalentes con denominador común 12.

- | | |
|--|--|
| a) $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ | b) $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$; $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ |
|--|--|

4. Reduce a denominador común.

- | | | |
|--|--|---|
| a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{5}$ | b) $\frac{5}{6}$ y $\frac{4}{9}$ | c) $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{10}$ |
| d) $\frac{3}{7}$ y $\frac{5}{14}$ | e) $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$ | f) $\frac{3}{10}$ y $\frac{4}{15}$ |
| g) $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{6}$ | h) $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{10}$ y $\frac{7}{20}$ | i) $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{10}$ y $\frac{3}{5}$ |
| j) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$ y $\frac{4}{9}$ | k) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{15}$ | l) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{12}$ |
| a) $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$; $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ | b) $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$; $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$ | c) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$; $\frac{3}{10}$ |
| d) $\frac{3}{7} = \frac{6}{14}$; $\frac{5}{14}$ | e) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$; $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ | f) $\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$; $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$ |
| g) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$; $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ | h) $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$; $\frac{3}{10} = \frac{6}{20}$; $\frac{7}{20}$ | i) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$; $\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$; $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$ |

j) $\frac{5}{6} = \frac{30}{36}$; $\frac{7}{12} = \frac{21}{36}$; $\frac{4}{9} = \frac{16}{36}$ k) $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$; $\frac{1}{10} = \frac{3}{30}$; $\frac{1}{15} = \frac{2}{30}$ l) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$; $\frac{7}{12}$

5. ¿Verdadero o falso?

- a) Al reducir a común denominador, las fracciones se sustituyen por otras equivalentes.
- b) El denominador común debe ser múltiplo de todos los denominadores.
- c) El denominador común depende, en parte, de los numeradores.
- d) El menor denominador común es el mínimo común múltiplo de los denominadores.
- e) Al reducir a común denominador, los numeradores no varían.
- f) El denominador común puede ser distinto del mínimo común múltiplo de los denominadores.

- a) Verdadero
- b) Verdadero
- c) Falso. El denominador común es un múltiplo de los denominadores.
- d) Verdadero
- e) Falso. Por ejemplo, si reducimos a común denominador 6 las fracciones $\frac{5}{6}$ y $\frac{1}{2}$ nos quedan $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{6}$.
- f) Verdadero

6. Comparar las fracciones $\frac{3}{10}$ y $\frac{4}{15}$.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

7. Reduce a común denominador y compara las fracciones de cada pareja:

a) $\frac{4}{5}$ y $\frac{7}{6}$ b) $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{8}$ c) $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{5}$ d) $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{12}$ e) $\frac{7}{10}$ y $\frac{11}{15}$ f) $\frac{5}{12}$ y $\frac{7}{18}$

a) $\frac{4}{5} = \frac{24}{30}$ $\frac{7}{6} = \frac{35}{30}$ $\frac{4}{5} < \frac{7}{6}$

b) $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$ $\frac{2}{3} < \frac{5}{8}$

c) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$ $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$

d) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ $\frac{7}{12} = \frac{7}{12}$ $\frac{3}{4} < \frac{7}{12}$

e) $\frac{7}{10} = \frac{21}{30}$ $\frac{11}{15} = \frac{22}{30}$ $\frac{7}{10} < \frac{11}{15}$

f) $\frac{5}{12} = \frac{15}{36}$ $\frac{7}{18} = \frac{14}{36}$ $\frac{5}{12} < \frac{7}{18}$

8. Reduce a común denominador y ordena de menor a mayor.

a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}$

b) $\frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{13}{20}$

c) $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$

d) $\frac{5}{4}, \frac{7}{6}, \frac{9}{8}$

e) $\frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{7}{10}, \frac{13}{16}$

f) $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{13}{16}$

$$\frac{1}{2} = \frac{15}{30} \frac{b}{b}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{20} \frac{b}{b}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{12}{8} \frac{b}{b}$$

a) $\frac{2}{3} = \frac{20}{30} \frac{b}{b}, \frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

b) $\frac{7}{10} = \frac{14}{20} \frac{b}{b}, \frac{3}{5} < \frac{13}{20} < \frac{7}{10}$

c) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \frac{b}{b}, \frac{5}{8} < \frac{3}{4} < \frac{3}{2}$

$$\frac{3}{5} = \frac{18}{30} \frac{b}{b}$$

$$\frac{13}{20} \frac{b}{b}$$

$$\frac{5}{8} \frac{b}{b}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{30}{24} \frac{b}{b}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{48}{80} \frac{b}{b}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{24}{16} \frac{b}{b}$$

d) $\frac{7}{6} = \frac{28}{24} \frac{b}{b}, \frac{9}{8} < \frac{7}{6} < \frac{5}{4}$

e) $\frac{5}{8} = \frac{50}{80} \frac{b}{b}, \frac{3}{5} < \frac{5}{8} < \frac{7}{10} < \frac{13}{16}$

f) $\frac{3}{4} = \frac{12}{16} \frac{b}{b}, \frac{3}{4} < \frac{13}{16} < \frac{7}{8} < \frac{3}{2}$

$$\frac{9}{8} = \frac{27}{24} \frac{b}{b}$$

$$\frac{7}{10} = \frac{56}{80} \frac{b}{b}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{14}{16} \frac{b}{b}$$

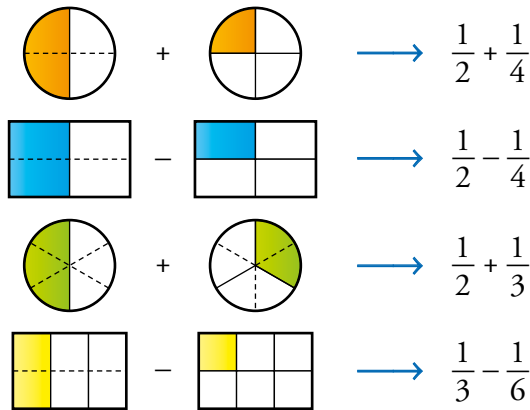
$$\frac{13}{16} = \frac{65}{80} \frac{b}{b}$$

$$\frac{13}{16} \frac{b}{b}$$

2 Suma y resta de fracciones

Página 141

1. Observa y calcula mentalmente.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

2. Calcula, reduciendo primero a común denominador.

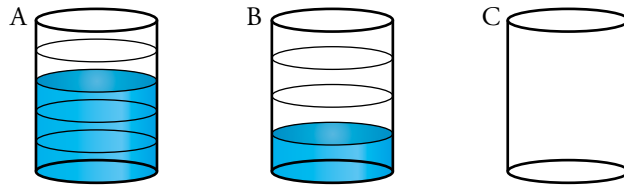
a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{3} + \frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$ e) $\frac{1}{6} + \frac{7}{8}$
 f) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$ g) $\frac{3}{10} + \frac{2}{15}$ h) $\frac{3}{8} - \frac{1}{6}$ i) $\frac{5}{12} + \frac{1}{6}$ j) $\frac{2}{5} - \frac{1}{4}$

a) $\frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$ b) $\frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$ c) $\frac{10}{6} + \frac{1}{6} = \frac{11}{6}$ d) $\frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$
 e) $\frac{4}{24} + \frac{21}{24} = \frac{25}{24}$ f) $\frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$ g) $\frac{9}{30} + \frac{4}{30} = \frac{13}{30}$ h) $\frac{9}{24} - \frac{4}{24} = \frac{5}{24}$
 i) $\frac{5}{12} + \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$ j) $\frac{8}{20} - \frac{5}{20} = \frac{3}{20}$

3. Opera y simplifica los resultados.

a) $\frac{2}{9} + \frac{5}{18}$ b) $\frac{1}{4} - \frac{1}{12}$ c) $\frac{3}{10} + \frac{8}{15}$ d) $\frac{3}{5} - \frac{1}{10}$ e) $\frac{2}{5} + \frac{7}{20}$
 f) $\frac{5}{6} - \frac{3}{10}$ g) $\frac{1}{10} + \frac{1}{6}$ h) $\frac{13}{18} - \frac{1}{6}$ i) $\frac{5}{8} + \frac{1}{24}$ j) $\frac{13}{15} - \frac{7}{10}$
 a) $\frac{4}{18} + \frac{5}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ c) $\frac{9}{30} + \frac{16}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{10} - \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
 e) $\frac{8}{20} + \frac{7}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ f) $\frac{25}{30} - \frac{9}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$ g) $\frac{3}{30} + \frac{5}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ h) $\frac{13}{18} - \frac{3}{18} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$
 i) $\frac{15}{24} + \frac{1}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ j) $\frac{26}{30} - \frac{21}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

4. Los recipientes A, B y C son iguales.



- a) ¿Qué fracción de C se ocuparía al verter sobre él los contenidos de A y B?
b) ¿Qué fracción le faltaría para estar completo?

$$a) \frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$$

$$b) 1 - \frac{17}{20} = \frac{20}{20} - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}$$

5. Transforma cada entero en una fracción de denominador la unidad y opera:

a) $1 + \frac{1}{5}$

b) $1 - \frac{3}{5}$

c) $2 + \frac{2}{7}$

d) $2 - \frac{5}{3}$

a) $\frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$

b) $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

c) $\frac{14}{7} + \frac{2}{7} = \frac{16}{7}$

d) $\frac{6}{3} - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$

6. Calcula.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$

c) $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{5}$

d) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} - 1$

e) $\frac{7}{4} - \frac{5}{8} - \frac{2}{3}$

f) $\frac{4}{3} + \frac{3}{2} - 2$

g) $\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$

h) $\frac{3}{5} - \frac{5}{8} + \frac{7}{20}$

a) $\frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

b) $\frac{5}{20} + \frac{4}{20} + \frac{2}{20} = \frac{11}{20}$

c) $\frac{10}{10} - \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$

d) $\frac{10}{15} + \frac{9}{15} - \frac{15}{15} = \frac{4}{15}$

e) $\frac{42}{24} - \frac{15}{24} - \frac{16}{24} = \frac{11}{24}$

f) $\frac{8}{6} + \frac{9}{6} - \frac{12}{6} = \frac{5}{6}$

g) $\frac{9}{36} + \frac{4}{36} + \frac{6}{36} = \frac{19}{36}$

h) $\frac{24}{40} - \frac{25}{40} + \frac{14}{40} = \frac{13}{40}$

7. Calcula y simplifica los resultados.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{2} - \frac{5}{6} + \frac{4}{5}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{5}$

d) $\frac{1}{4} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20}$

e) $1 - \frac{3}{10} - \frac{8}{15}$

f) $1 - \frac{4}{15} - \frac{2}{5}$

g) $\frac{5}{2} - 2 + \frac{1}{10}$

h) $\frac{1}{4} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20}$

i) $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{7}{12} - \frac{1}{3}$

j) $\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18}$

a) $\frac{3+2+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

b) $\frac{15-25+24}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$

c) $\frac{20+25-18}{30} = \frac{27}{30} = \frac{9}{10}$

d) $\frac{5+6-1}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

e) $\frac{30-9-16}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

f) $\frac{15-4-6}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

g) $\frac{25-20+1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

h) $\frac{5+6-1}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

i) $\frac{10+9-7-4}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

j) $\frac{9+4+3+2}{36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

8. La cuarta parte de la producción de un viñedo es uva de mesa, los $\frac{5}{8}$ se destinan a la producción de vino y el resto se envía a la fábrica de zumos. ¿Qué parte de la producción va a la fábrica de zumos?

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}; 1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

A la fábrica de zumos se envía un octavo de la producción.

9. Una emisora de radio dedica hoy la tercera parte del tiempo de programación musical al pop; la cuarta parte, al rock; la sexta parte, al hip-hop, y el resto, al jazz. ¿Qué música se emitirá durante más tiempo, el pop o el jazz?

$$\text{POP} \quad \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

$$\text{ROCK} \quad \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

$$\text{HIP-HOP} \quad \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$$

$$\text{JAZZ} \quad 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = 1 - \frac{9}{12} = \frac{3}{12}$$

El pop se emitirá durante más tiempo que el jazz.

10. Con una botella que contiene dos litros de agua, se llenan dos vasos de cuarto de litro y un botellín de un tercio de litro. ¿Qué fracción de litro queda en la botella?

$$2 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{24}{12} - \frac{3}{12} - \frac{3}{12} - \frac{4}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

En la botella quedan $\frac{7}{6}$ de litro.

11. Un embalse estaba lleno a finales de primavera. Durante el verano pierde $\frac{7}{8}$ de su capacidad, y durante el otoño recupera $\frac{2}{5}$ de la misma. ¿Qué fracción del embalse está llena cuando empieza el invierno?

$$1 - \frac{7}{8} + \frac{2}{5} = \frac{40}{40} - \frac{35}{40} + \frac{16}{40} = \frac{21}{40}$$

Cuando empieza el invierno, está lleno $\frac{21}{40}$ del embalse.

3 Multiplicación de fracciones

Página 142

1. Calcula y, si es posible, simplifica.

a) $5 \cdot \frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{4} \cdot 2$

c) $(-5) \cdot \frac{3}{10}$

d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

e) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$

f) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$

g) $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5}$

h) $\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{5}$

i) $\frac{12}{5} \cdot \frac{5}{18}$

a) $\frac{10}{3}$

b) $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{-15}{10} = \frac{-3}{2}$

d) $\frac{1}{6}$

e) $\frac{2}{15}$

f) $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

g) $\frac{35}{35} = 1$

h) $\frac{30}{15} = 2$

i) $\frac{60}{90} = \frac{2}{3}$

2. Un bote de refresco contiene un tercio de litro. ¿Cuántos litros contiene un paquete de 12 botes?

$$12 \cdot \frac{1}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

Un paquete de 12 botes contiene 4 litros.

3. Adela compra medio kilo de almendras y emplea las dos quintas partes en hacer una tarta. ¿Qué fracción de kilo de almendras lleva la tarta?

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

La tarta lleva $\frac{1}{5}$ de kilo de almendras.

4. ¿Verdadero o falso?

a) La mitad de la mitad es un cuarto.

b) La mitad de un cuarto es un medio.

c) La cuarta parte de un tercio es un séptimo.

d) Un tercio de tres cuartos es un cuarto.

e) El triple de dos novenos son dos tercios.

a) Verdadero; $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

b) Falso. Por ejemplo, $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

c) Falso. Por ejemplo, $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$.

d) Verdadero; $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

e) Verdadero; $3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$.

5. Calcula.

a) $d\frac{2}{3}n^2$

b) $d\frac{1}{2}n^3$

c) $d\frac{1}{3}n^2$

d) $2^3 \cdot d\frac{1}{2}n^5$

e) $3^2 \cdot d\frac{1}{3}n^3$

f) $d\frac{5}{3}n^2 \cdot d\frac{3}{5}n^3$

a) $\frac{4}{9}$

b) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{1}{9}$

d) $8 \cdot \frac{1}{32} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

e) $9 \cdot c\frac{1}{27}m = \frac{-9}{27} = \frac{-1}{3}$

f) $\frac{25}{9} \cdot \frac{27}{125} = \frac{3}{5}$

www.yoquieroaprobar.es

4 División de fracciones

Página 143

1. Divide y, si es posible, simplifica.

- a) $5 : \frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2} : 5$ c) $\frac{3}{2} : 6$ d) $7 : \frac{14}{3}$ e) $\frac{2}{5} : 3$ f) $5 : \frac{10}{3}$
 a) 10 b) $\frac{1}{10}$ c) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ d) $\frac{21}{24} = \frac{3}{2}$ e) $\frac{2}{15}$ f) $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

2. Divide.

- a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{5} : \frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{7} : \frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{7} : \frac{5}{2}$ e) $\frac{2}{11} : \frac{1}{5}$ f) $\frac{7}{4} : \frac{5}{3}$
 a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{8}{21}$ d) $\frac{6}{35}$ e) $\frac{10}{11}$ f) $\frac{21}{20}$

3. Divide y simplifica.

- a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{2} : \frac{5}{6}$ d) $\frac{4}{3} : \frac{1}{3}$ e) $\frac{2}{5} : \frac{4}{10}$ f) $\frac{5}{9} : \frac{5}{12}$
 a) $\frac{4}{2} = 2$ b) $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{18}{10} = \frac{9}{5}$ d) $\frac{12}{3} = 4$ e) $\frac{20}{20} = 1$ f) $\frac{60}{45} = \frac{4}{3}$

4. Un clavo penetra $\frac{3}{4}$ de centímetro con cada martillazo. ¿Cuántos golpes de martillo se necesitan para que penetre 6 centímetros?

Se necesitan $6 : \frac{3}{4} = \frac{24}{3} = 8$ golpes.

5. Un paquete de 6 barras de mantequilla pesa tres cuartos de kilo.



¿Cuál o cuáles de estas fracciones expresan el peso de cada barra, en kilos?

$$\frac{3}{24} \quad \frac{3}{18} \quad \frac{18}{4} \quad \frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{4} : 6 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

6. ¿Cuántos vasos de capacidad de $\frac{1}{6}$ de litro se llenan con diez botes de $\frac{1}{3}$ de litro?

$$10 \cdot \frac{1}{3} : \frac{1}{6} = \frac{10}{3} : \frac{1}{6} = \frac{60}{3} = 20$$

Se llenan 20 vasos.

7. Copia en tu cuaderno, calcula y completa.

- a) $\frac{2}{7} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$ b) $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{12}$ c) $\frac{3}{8} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{7}{8}$ d) $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{4}$
 a) $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{4} = \frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{12}$ c) $\frac{3}{8} \cdot \frac{7}{3} = \frac{7}{8}$ d) $\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{4}$

5 Operaciones combinadas

Página 144

1. Calcula.

$$a) 1 - d\frac{1}{3} + \frac{1}{4}n$$

$$b) \frac{3}{5} - d1 - \frac{2}{3}n$$

$$c) d\frac{2}{3} - \frac{1}{2}n - \frac{5}{6}$$

$$d) d\frac{2}{3} - \frac{1}{5}n + \frac{8}{15}$$

$$e) d1 + \frac{2}{7}n + d2 - \frac{10}{7}n$$

$$f) d\frac{5}{12} - \frac{1}{6}n + d\frac{1}{2} - \frac{1}{5}n$$

$$g) d3 - \frac{7}{2}n - d\frac{5}{4} - 1n$$

$$h) d\frac{4}{5} - \frac{5}{6}n - d\frac{3}{10} + \frac{1}{6}n$$

$$a) 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

$$b) \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

$$c) \frac{1}{6} - \frac{5}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$d) \frac{7}{15} + \frac{8}{15} = \frac{15}{15} = 1$$

$$e) \frac{9}{7} + \frac{4}{7} = \frac{13}{7}$$

$$f) \frac{3}{12} + \frac{3}{10} = \frac{33}{60} = \frac{11}{20}$$

$$g) -\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$h) -\frac{1}{30} - \frac{14}{30} = -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2}$$

2. Opera.

$$a) \frac{2}{3} \cdot 2 - \frac{5}{6}$$

$$b) \frac{2}{3} \cdot d2 - \frac{5}{6}n$$

$$c) \frac{1}{6} : \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$$

$$d) \frac{1}{6} : d\frac{1}{2} - \frac{1}{6}n$$

$$e) \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5}$$

$$f) d\frac{1}{2} + \frac{1}{6}n \cdot \frac{3}{5}$$

$$g) \frac{3}{5} - \frac{1}{6} : \frac{1}{2}$$

$$h) d\frac{5}{3} - \frac{1}{6}n : \frac{1}{2}$$

$$a) \frac{4}{3} - \frac{5}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{6} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$$

$$c) \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$d) \frac{1}{6} : \frac{2}{6} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$e) \frac{2}{3} + \frac{3}{30} = \frac{20}{30} + \frac{3}{30} = \frac{23}{30}$$

$$f) \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

$$g) \frac{3}{5} - \frac{2}{6} = \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

$$h) \frac{9}{6} : \frac{1}{2} = \frac{18}{6} = 3$$

6 Algunos problemas con fracciones

Página 145

1. Un hortelano vende $\frac{2}{3}$ de su producción de tomate a una conservera y $\frac{1}{5}$ a una tienda de verduras. ¿Qué parte de la producción de tomate ha vendido?



Ha vendido $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$ de su producción de tomate.

2. El mismo hortelano vende $\frac{2}{3}$ de sus melones a un supermercado y $\frac{1}{5}$ del resto a un vendedor ambulante. ¿Qué fracción de los melones ha vendido?



El hortelano vende $\frac{2}{3}$ de sus melones a un supermercado, por tanto, le quedan $\frac{1}{3}$ de melones sin vender.

A un vendedor ambulante le vende $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{3} = \frac{1}{15}$ de sus melones.

En total el hortelano ha vendido $\frac{2}{3} + \frac{1}{15} = \frac{11}{15}$ de sus melones.

Ejercicios y problemas

Página 146

Operaciones con fracciones


Suma y resta

1.  ¿Verdadero o falso?

- a) Para sumar fracciones, se suman los numeradores y se suman los denominadores.
- b) Para restar fracciones del mismo denominador, se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.
- c) Para sumar o restar fracciones, se reducen primero a común denominador.
- d) Para sumar o restar un número a una fracción, se le trata como una fracción con denominador la unidad.

a) Falso. Por ejemplo, $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$.

- b) Verdadero
- c) Verdadero
- d) Verdadero

2.  Calcula mentalmente.


- | | | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| a) $1 - \frac{1}{2}$ | b) $1 - \frac{1}{4}$ | c) $1 - \frac{3}{4}$ | d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ | e) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ | f) $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ |
| a) $\frac{1}{2}$ | b) $\frac{3}{4}$ | c) $\frac{1}{4}$ | d) 1 | e) $\frac{1}{4}$ | f) $\frac{1}{8}$ |

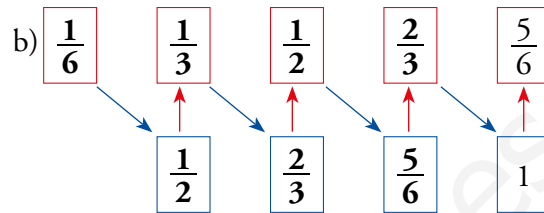
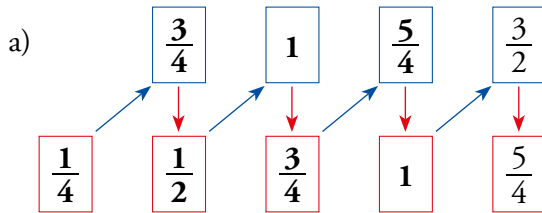
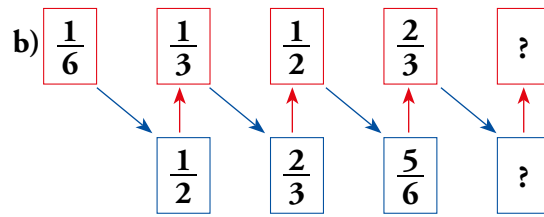
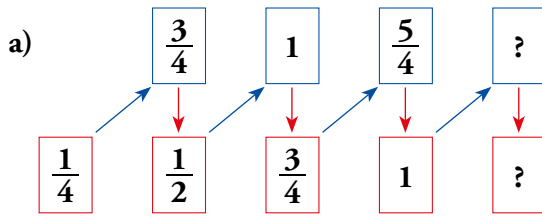
3.  Realiza estas sumas y restas:


- | | | | | | |
|---|---|---|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| a) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ | b) $\frac{1}{8} + \frac{3}{7}$ | c) $\frac{2}{7} + \frac{1}{3}$ | d) $\frac{3}{8} + \frac{1}{2}$ | e) $\frac{5}{8} - \frac{1}{4}$ | f) $\frac{1}{2} - \frac{3}{14}$ |
| a) $\frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$ | b) $\frac{7}{56} + \frac{24}{56} = \frac{31}{56}$ | c) $\frac{6}{21} + \frac{7}{21} = \frac{13}{21}$ | | | |
| d) $\frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$ | e) $\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$ | f) $\frac{7}{14} - \frac{3}{14} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$ | | | |

4.  Calcula el término desconocido en cada igualdad:

- | | | | |
|------------------------------|--|---|---|
| a) $1 + \dots = \frac{5}{4}$ | b) $\dots + \frac{1}{6} = \frac{4}{3}$ | c) $\frac{2}{9} + \dots = \frac{1}{3}$ | d) $\dots + \frac{3}{5} = \frac{7}{10}$ |
| e) $2 - \dots = \frac{3}{5}$ | f) $\dots - \frac{2}{9} = \frac{1}{6}$ | g) $\frac{7}{10} - \dots = \frac{2}{5}$ | h) $\dots - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ |
| a) $\frac{1}{4}$ | b) $\frac{7}{6}$ | c) $\frac{1}{9}$ | d) $\frac{1}{10}$ |
| e) $\frac{7}{5}$ | f) $\frac{7}{18}$ | g) $\frac{3}{10}$ | h) $\frac{3}{8}$ |

5.  ¿Qué número falta en cada casilla?



6.  Opera.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{8}{9} - \frac{25}{27}$

c) $2 - \frac{3}{2} + \frac{1}{6}$

d) $\frac{3}{4} - \frac{7}{5} + \frac{3}{10}$

e) $\frac{2}{5} + \frac{7}{10} - \frac{11}{15}$

f) $\frac{8}{5} - 1 + \frac{13}{15}$

g) $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8}$

h) $\frac{5}{9} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12}$

a) $\frac{4 - 2 + 3}{8} = \frac{5}{8}$

b) $\frac{9 + 24 - 25}{27} = \frac{8}{27}$

c) $\frac{12 - 9 + 1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{15 - 28 + 6}{20} = \frac{-7}{20}$

e) $\frac{12 + 21 - 22}{30} = \frac{11}{30}$

f) $\frac{24 - 15 + 13}{15} = \frac{22}{15}$

g) $\frac{4 + 18 - 15}{24} = \frac{7}{24}$

h) $\frac{20 + 9 - 30 + 21}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

Multiplicación y división

7.  ¿Verdadero o falso?

- a) Para multiplicar o dividir fracciones, se reducen primero a común denominador.
- b) Para multiplicar fracciones, se multiplican los numeradores y se multiplican los denominadores.
- c) Para multiplicar o dividir un número por una fracción, se le trata como una fracción de denominador la unidad.
- d) Para multiplicar una fracción por un número, se multiplica el número por el numerador.
- e) Para dividir una fracción por un número, se multiplica el número por el denominador.


a) Falso. Por ejemplo, $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$.

b) Verdadero

c) Verdadero

d) Falso. Por ejemplo, $\frac{5}{7} \cdot 2 = \frac{10}{7}$.

e) Falso. Por ejemplo, $\frac{8}{3} : 2 = \frac{6}{8}$.

8.  Calcula y simplifica.

a) $4 \cdot \frac{1}{8}$

b) $6 \cdot \frac{5}{12}$

c) $\frac{4}{3} \cdot 9$

d) $3 \cdot \frac{2}{15}$

e) $\frac{5}{6} \cdot 12$

f) $\frac{4}{9} \cdot 3$

a) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{30}{12} = \frac{5}{2}$

c) $\frac{36}{3} = 12$

d) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

e) $\frac{60}{6} = 10$

f) $\frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

9.  Multiplica y reduce.

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6}$

b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}$

c) $\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{8}$

d) $\frac{8}{9} \cdot \frac{9}{8}$

e) $\frac{12}{5} \cdot \frac{7}{12}$

f) $\frac{10}{7} \cdot \frac{7}{15}$

g) $\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{14}$

h) $\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{16}$

a) $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

c) $\frac{20}{120} = \frac{1}{6}$

d) 1

e) $\frac{7}{5}$

f) $\frac{10}{15}$

g) $\frac{1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$

h) $\frac{3}{8}$

10.  Calcula y reduce.

a) $1 : \frac{5}{6}$

b) $1 : \frac{3}{8}$

c) $\frac{1}{3} : 3$

d) $5 : \frac{3}{4}$

e) $3 : \frac{6}{5}$

f) $\frac{4}{5} : 8$

a) $\frac{6}{5}$

b) $\frac{8}{3}$

c) $\frac{1}{9}$

d) $\frac{20}{3}$

e) $\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

f) $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

11.  Divide y simplifica.

a) $\frac{2}{5} : \frac{2}{5}$

b) $\frac{1}{3} : \frac{2}{6}$

c) $\frac{1}{3} : \frac{1}{7}$

d) $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$

e) $\frac{1}{2} : \frac{4}{5}$

f) $\frac{15}{12} : \frac{3}{10}$

g) $\frac{5}{3} : \frac{1}{6}$

h) $\frac{2}{7} : \frac{6}{14}$

a) 1

b) $\frac{6}{6} = 1$

c) $\frac{7}{3}$

d) $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

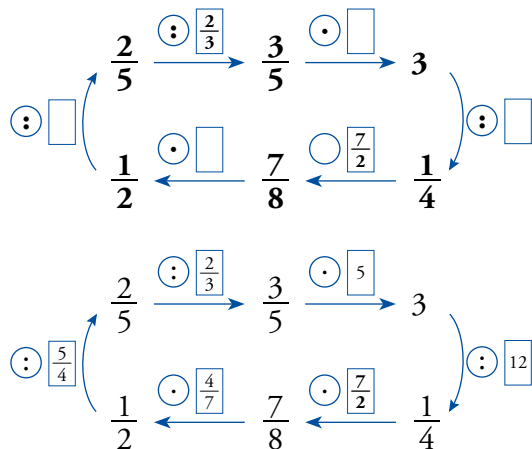
e) $\frac{5}{8}$

f) $\frac{150}{36} = \frac{25}{6}$

g) $\frac{30}{3} = 10$

h) $\frac{28}{42} = \frac{2}{3}$

12.  Copia y completa en tu cuaderno.



13.  Calcula el término desconocido en cada igualdad:

a) $3 \cdot \square = \frac{2}{5}$

b) $\square \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{1}{7} \cdot \square = \frac{1}{5}$

d) $\square \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{10}$

e) $\square : 12 = \frac{1}{8}$

f) $\square : \frac{5}{3} = 6$

g) $\frac{1}{7} : \square = \frac{3}{7}$

h) $\square : \frac{6}{5} = \frac{1}{4}$

i) $\frac{5}{6} : \square = \frac{1}{6}$

a) $\frac{2}{15}$

b) 4

c) $\frac{7}{5}$

d) $\frac{7}{6}$

e) $\frac{3}{2}$

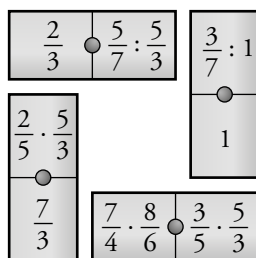
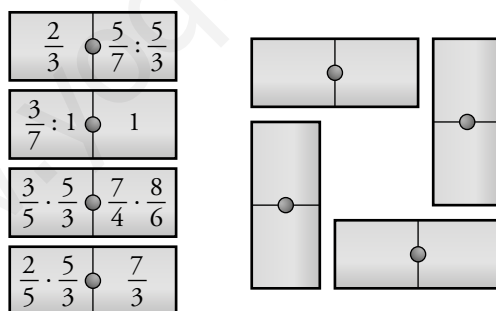
f) 10

g) $\frac{1}{3}$

h) $\frac{3}{10}$

i) 5

14.  Busca la manera de acoplar estas cuatro piezas de dominó formando un cuadrado:



Operaciones combinadas

15.  Opera y compara los resultados de cada apartado:

a) $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$ $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{5} : \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}$ $\frac{2}{5} : 2 \cdot \frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} : \frac{7}{5}$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} : \frac{7}{5}$ d) $2 \cdot \frac{3}{8} : \frac{3}{4}$ $\frac{2}{8} \cdot \frac{3}{8} : \frac{3}{4}$

a) $\frac{3}{4} : \frac{3}{10} = \frac{5}{2}$; $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{10}$ Los resultados son distintos.

b) $\frac{2}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$; $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$ Los resultados son distintos.

c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$; $\frac{1}{5} : \frac{7}{5} = \frac{1}{7}$ Los resultados son iguales.

d) $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$; $\frac{3}{4} : \frac{3}{4} = 1$ Los resultados son iguales.

16.  Calcula.

a) $\frac{5}{4} - \frac{1}{2} + \frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{5} - \frac{1}{10} - \frac{7}{10}$ c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{3} - \frac{2}{3}$

e) $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{5}$ f) $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$ g) $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} - \frac{7}{5}$ h) $\frac{5}{3} - \frac{5}{3} - \frac{2}{5} - \frac{7}{5}$

a) $\frac{5}{4} - \frac{4+3}{8} = \frac{10-7}{8} = \frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{5} - \frac{3}{10} = \frac{6-3}{10} = \frac{3}{10}$ c) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{12-5}{15} = \frac{7}{15}$ e) $\frac{2}{3} - \frac{3}{10} = \frac{20-9}{30} = \frac{11}{30}$ f) $\frac{8}{6} - \frac{11}{12} = \frac{16-11}{12} = \frac{5}{12}$

g) $\frac{17}{20} - \frac{1}{10} = \frac{17-2}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ h) $\frac{4}{3} - \frac{3}{5} = \frac{20-9}{15} = \frac{11}{15}$

17.  Calcula.

a) $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4} : \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ c) $2 \cdot \frac{4}{3} - \frac{5}{6}$


d) $\frac{1}{10} : \frac{2}{3} - \frac{3}{5}$ e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{9}$ f) $\frac{7}{9} : \frac{1}{6} + \frac{2}{9}$

a) $\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{4} : \frac{1}{4} = 1$ c) $2 \cdot \frac{3}{6} = \frac{6}{6} = 1$

d) $\frac{1}{10} : \frac{1}{15} = \frac{3}{2}$ e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{6}$ f) $\frac{7}{9} : \frac{7}{18} = 2$

18.  Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

19.  **Calcula.**

a) $d1 - \frac{1}{5}n; d1 + \frac{1}{5}n$ b) $d1 - \frac{2}{5}n; d\frac{2}{3} - \frac{1}{2}n$ c) $d1 - \frac{3}{2}n; d1 - \frac{4}{3}n$ d) $d1 + \frac{1}{8}n; d2 - \frac{16}{9}n$

e) $d\frac{3}{4} - \frac{2}{3}n; d2 - \frac{2}{7}n$ f) $d\frac{1}{2} - \frac{1}{3}n; d1 - \frac{5}{6}n$ g) $d\frac{4}{3} - \frac{2}{5}n; d\frac{4}{5} - \frac{1}{2}n$ h) $d\frac{2}{3} - \frac{1}{2}n; d\frac{1}{3} - \frac{1}{5}n$

a) $\frac{4}{5} : \frac{6}{5} = \frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{10}$ c) $\frac{(-1)}{2} : \frac{(-1)}{3} = \frac{3}{2}$ d) $\frac{9}{8} \cdot \frac{2}{18} = \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{8}$

e) $\frac{1}{12} \cdot \frac{12}{7} = \frac{1}{7}$ f) $\frac{1}{6} : \frac{1}{6} = 1$ g) $\frac{14}{15} : \frac{3}{10} = \frac{140}{45} = \frac{28}{9}$ h) $\frac{1}{6} : \frac{2}{15} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

20.  **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.


21.  **Calcula.**

a) $1 - \frac{1}{3} \cdot d\frac{1}{2} - \frac{1}{6}n$ b) $\frac{9}{10} - \frac{2}{5} : d\frac{1}{2} + \frac{1}{6}n$ c) $\frac{1}{6} - \frac{5}{3} \cdot d\frac{1}{2} - \frac{2}{5}n$ d) $2 - \frac{5}{6} : d\frac{1}{2} + \frac{1}{3}n$

a) $1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{6} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ b) $\frac{9}{10} - \frac{2}{5} : \frac{2}{3} = \frac{9}{10} - \frac{6}{10} = \frac{3}{10}$

c) $\frac{1}{6} - \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = 0$ d) $2 - \frac{5}{6} : \frac{5}{6} = 2 - 1 = 1$


Reflexiona y resuelve

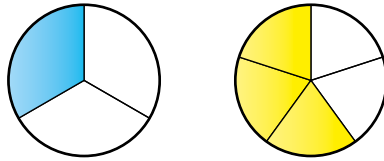
22.  **Observa estos rectángulos:**



Si recortas la parte coloreada de los dos primeros y las colocas sobre el tercero, ¿qué parte del rectángulo quedará cubierta?

Quedará cubierta una parte igual a $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{11}{15}$ del rectángulo.

23.  Si recortas en el primer círculo la porción coloreada de azul y la colocas en el segundo, sobre la parte amarilla, ¿qué porción de círculo se verá en amarillo?



Se verá en amarillo una parte igual a $\frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$ del círculo.

24.  Resuelve, una tras otra, cada par de cuestiones:

- a) • Un gigante avanza dos metros por paso. ¿Cuánto avanza en 50 pasos?
 • Julia avanza $\frac{3}{4}$ de metro por paso. ¿Cuánto avanza en 50 pasos?
- b) • ¿Cuántas botellas de dos litros se llenan con un bidón de 30 litros?
 • ¿Cuántas botellas de cuarto de litro se llenan con una garrafa de cinco litros?
- a) • En 50 pasos avanza $50 \cdot 2 = 100$ metros.
 • En 50 pasos avanza $50 \cdot \frac{3}{4} = \frac{150}{4} = 37,5$ metros.
- b) • Se llenan $30 : 2 = 15$ botellas.
 • Se llenan $5 : \frac{1}{4} = 20$ botellas.

25.  ¿Verdadero o falso?


- a) La fracción inversa de un número entero es siempre una fracción.
 b) La suma de una fracción y su inversa es cero.
 c) El producto de una fracción por su inversa es 1.
 d) La inversa de la inversa de una fracción es la fracción.

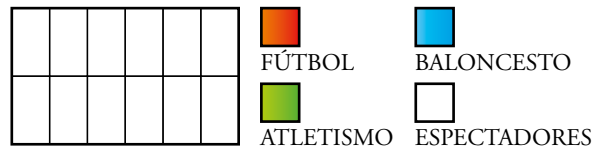
a) Verdadero; $a \cdot \frac{1}{a}$.

b) Falso. Por ejemplo, $\frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{25}{12}$.

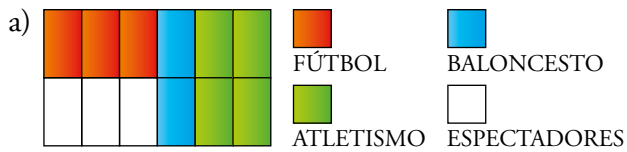
c) Verdadero; $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$.

d) Verdadero. La inversa de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$, y la inversa de esta última, $\frac{a}{b}$.

26.  La cuarta parte de las personas que hay en el polideportivo practican fútbol; la tercera parte, atletismo; la sexta parte, baloncesto, y el resto son espectadores.




- a) Haz en tu cuaderno un gráfico como este y representa los datos.
 b) ¿Qué fracción suponen los espectadores?
 c) Escribe una expresión que dé respuesta a la pregunta anterior.



- b) La cuarta parte de las personas que hay en el polideportivo son espectadores.


c) $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1 - \frac{9}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Resuelve problemas

27.  Arancha abre una botella de aceite de $\frac{3}{4}$ de litro y retira un vaso de $\frac{2}{5}$ de litro para la receta de un gazpacho. ¿Cuánto aceite queda en la botella?


$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15 - 8}{20} = \frac{7}{20}$$

En la botella quedan $\frac{7}{20}$ de litro.

28.  Un barco pesquero entra a puerto con la bodega llena. Los dos tercios de la carga son de merluza; la cuarta parte, de boquerón, y el resto, de calamar. ¿Qué fracción de la carga corresponde al calamar?


$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12} \text{ de la carga son de merluza y boquerón.}$$

Por tanto, al calamar le corresponde $\frac{1}{12}$ de la carga.

29.  Una vuelta ciclista consta de cuatro etapas. La primera abarca la sexta parte del recorrido; la segunda, la tercera parte, y la tercera, los dos novenos. ¿Qué parte del recorrido abarca la última etapa?

$$\text{Las tres primeras etapas abarcan } \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{13}{18} \text{ del recorrido.}$$

La última etapa abarca $\frac{5}{18}$ del recorrido.

30.  Ana, Loli y Mar han comprado un queso por 32 €. Ana se queda con la mitad; Loli, con la cuarta parte, y Mar, con el resto.

a) ¿Qué fracción de queso se lleva Mar?

b) ¿Cuánto debe pagar Mar por su parte?

$$\text{a) } \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}. \text{ Mar se lleva } \frac{1}{4} \text{ del queso.}$$

$$\text{b) } \frac{1}{4} \text{ de } 32 = 32 : 4 = 8$$

Mar debe pagar 8 €.

31.  ¿Cuántos kilos de mermelada se necesitan para llenar 2500 botes de $\frac{3}{5}$ de kilo?


$$\text{Se necesitan } \frac{3}{5} \cdot 2500 = 1500 \text{ kilos.}$$

32.  Una industria conservera envasa 1500 kilos de mermelada de frambuesa en botes de $\frac{3}{5}$ de kilo. ¿Cuántos botes se llenan?


$$\text{Se llenan } 1500 : \frac{3}{5} = 2500 \text{ botes.}$$

33.  ¿Cuántos litros de perfume se necesitan para llenar 100 frasquitos de $\frac{3}{20}$ de litro?

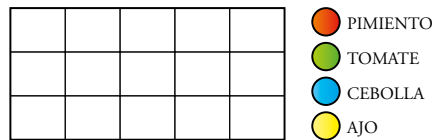
$$\text{Se necesitan } 100 \cdot \frac{3}{20} = 15 \text{ litros.}$$

34.  ¿Cuántos frascos de perfume de $\frac{3}{20}$ de litro se llenan con un bidón de 15 litros?

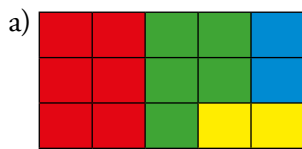
Se llenan $15 : \frac{3}{20} = 100$ frasquitos.

35.  Un hortelano ha plantado $\frac{2}{5}$ de su terreno de pimientos; $\frac{1}{3}$, de tomates, y el resto, mitad por mitad, de cebollas y ajos.


a) Representa en tu cuaderno el terreno y diferencia con colores las partes que ocupan los cultivos.

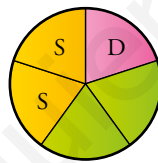


b) ¿Qué fracción del terreno ocupan los ajos?




b) Los ajos ocupan los $\frac{2}{15}$ del terreno.

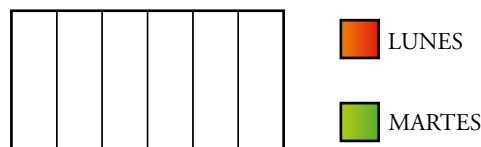
36.  Alberto gastó el sábado los $\frac{2}{5}$ de su asignación semanal, y el domingo, $\frac{1}{3}$ de lo que le quedaba. Expresa con una fracción lo que le queda.



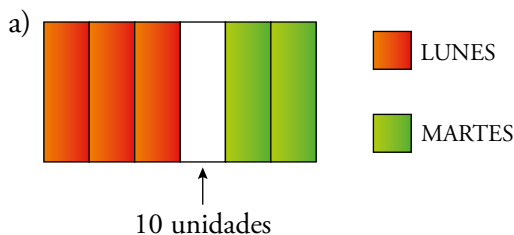
Le quedan $\frac{2}{5}$ de su asignación semanal.

37.  Un puesto de sandías vendió el lunes la mitad y el martes la tercera parte de las existencias con las que empezó la semana. Entonces pidieron más género al mayorista porque solo quedaban diez unidades.


a) Representa en tu cuaderno la situación descrita.



b) ¿Cuántas sandías había al empezar la semana?




b) Había $10 \cdot 6 = 60$ sandías.

38.  Ana, Loli y Mar han comprado un queso. Ana se queda con la mitad; Loli, con la cuarta parte, y Mar, con el resto. Sabiendo que Mar, por su porción, ha puesto 8 euros, ¿cuánto costó el queso?

$$\text{Ana y Loli} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Mar} \quad \frac{1}{4}$$

$$\text{El queso costó } 8 \cdot 4 = 32 \text{ €.}$$


39.  El panadero saca una hornada de magdalenas. Envasa en bolsas los $\frac{2}{3}$ para un supermercado. Una cafetería se lleva $\frac{1}{2}$ de las que quedaban. Por último, pone a la venta, en el escaparate, las 20 restantes. ¿Cuántas magdalenas salieron del horno?

Envasa $\frac{2}{3}$ para un supermercado y le quedan $\frac{1}{3}$ de magdalenas.

Para una cafetería son $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Quedan $1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$, que son 20 magdalenas.


Del horno salieron $20 \cdot 6 = 120$ magdalenas.

40.  Un sastre utiliza $\frac{1}{3}$ de un corte de tela para confeccionar la americana de un traje; $\frac{1}{4}$ para el pantalón, y $\frac{1}{6}$ para el chaleco. Si aún le ha sobrado un metro, ¿cuál era la longitud del corte?

$$\text{Ha utilizado: } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Queda $\frac{1}{4}$, que mide 1 m.

La pieza entera $\frac{4}{4}\pi$ mide 4 m.


41.  Juan compró ayer una tarta y comió $\frac{2}{5}$. Hoy ha comido la mitad del resto. Si el trozo que queda pesa 300 gramos, ¿cuál era el peso de la tarta entera?

Ayer quedaban $1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ de la tarta.

Hoy ha comido $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$ de la tarta.

Hoy quedan $1 - \frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{10}{10} - \frac{4}{10} - \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$ de la tarta.

Si $\frac{3}{10}$ de la tarta pesan 300 gramos, $\frac{1}{10}$ pesa 100 gramos, y la tarta entera $\frac{10}{10}\pi$ pesaba $10 \cdot 100 = 1\,000 \text{ g} = 1 \text{ kg}$.

42.  Un mayorista vende a un supermercado 1000 botellas de aceite de $\frac{3}{4}$ de litro. Por otro lado, debe pagar urgentemente una factura de 2700 €. Si vende el aceite a 3,50 €/litro, ¿tendrá suficiente con lo que ingrese para saldar la deuda?

Vende $1\,000 \cdot \frac{3}{4} = 750$ litros de aceite.

Ingresará $750 \cdot 3,50 = 2\,625 \text{ €}$.

Con lo que ingresa no tiene suficiente para saldar la deuda.

Le faltan $2\,700 - 2\,625 = 75 \text{ €}$.

Problemas “+”

43. **Javier y Susana han compartido una pizza. Si Javier hubiera comido $\frac{1}{5}$ menos de lo que ha comido, la parte de Susana habría aumentado en $\frac{1}{3}$, y el reparto habría sido a partes iguales. ¿Qué fracción de pizza ha comido cada uno?**

Si Javier hubiera comido $\frac{1}{5}$ menos de pizza, se habría comido $\frac{4}{5}$ de su parte.

$\frac{4}{5}$ que se ha comido Javier es $\frac{1}{2}$ pizza.

Por tanto, Javier se ha comido $\frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{5}{8}$ de la pizza y Susana se ha comido $\frac{3}{8}$ de pizza.

44. **Si Rubén perdiera un quinto de su peso y su hermana pequeña, Linda, ganara un quinto del suyo, ambos pesarían lo mismo. ¿Cuál es el peso de cada uno, si Rubén está entre los 40 y 50 kilos?**

Peso de Rubén 

Peso de Linda 

$\frac{4}{5}$ del peso de Rubén = $\frac{6}{5}$ del peso de Linda.

Peso de Rubén 

Peso de Linda 

Esto último es equivalente a decir que: edad de Rubén = $\frac{3}{2}$ edad de Linda (es decir, el peso de Rubén es 1,5 veces el peso de Linda).

Suponiendo que los pesos son enteros, el de Rubén tiene que ser divisible entre 3, y entre 40 y 50 solo están las opciones de 42, 45 y 48 kilos. En cada caso, el peso correspondiente de Linda sería 28, 30 y 32 kilos.

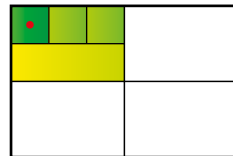
Taller de Matemáticas

Página 150

Reflexiona con el apoyo de gráficos

• Ahora, compara. ¿Qué cantidad es mayor?

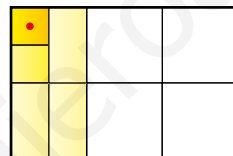
a) La tercera parte de medio cuarto.



b) La cuarta parte de medio tercio.



c) La mitad de un cuarto de tercio.



Justifica tu respuesta mediante operaciones con fracciones.

a) La tercera parte de medio cuarto es $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{3}$ de $\frac{1}{8} = \frac{1}{24}$

b) La cuarta parte de medio tercio es $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6} = \frac{1}{24}$

c) La mitad de un cuarto de tercio es $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3} = \frac{1}{2}$ de $\frac{1}{12} = \frac{1}{24}$

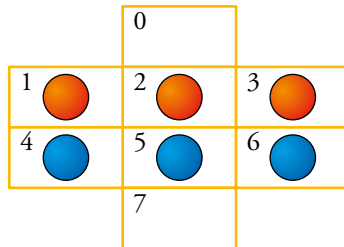
Las tres cantidades son iguales.

Experimenta y expresa tus conclusiones

- ¿Cómo intercambiar las fichas rojas y las azules con el mínimo número de movimientos?

Reglas:

- Una ficha solo se puede mover a una casilla contigua si está vacía.
- Los desplazamientos se realizan en horizontal o en vertical, pero no en diagonal.



El intercambio de fichas se logra con 16 movimientos. Por ejemplo:

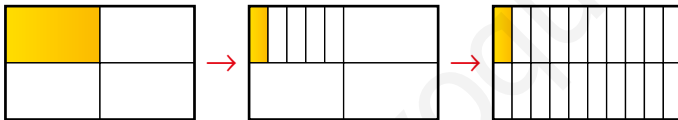
$$(2, 0) - (5, 2) - (4, 5) - (1, 4) - (2, 1) - (3, 2) - (6, 3) - (5, 6) - (2, 5) - (5, 7) - (0, 2) - (2, 5) - (3, 2) - (6, 3) - (5, 6) - (7, 5)$$

Observa, valora y exprésate

- Describe cómo ha resuelto el problema cada uno, e indica los aciertos y lo que se puede mejorar en cada caso. Por último, redacta tu propia resolución.

Problema: Con un trozo de queso que pesa un cuarto de kilo se hacen cinco bocadillos iguales. ¿Cuánto queso entra en cada bocadillo?

MIRIAM



Cada bocadillo llevará $\frac{1}{20}$ de kilo de queso.

PABLO

$$\frac{1}{4} \text{ de kg} : 5 = \frac{1}{4} : \frac{5}{1} = \frac{1}{20} \text{ kg} \quad \frac{1}{20} \text{ kg} = 1000 \text{ g} : 20 = 50 \text{ g}$$

Cada bocadillo llevará 50 gramos de queso.

ANIA

$$1000 : 4 = 250 \quad 250 : 5 = 50$$

Cada bocadillo llevará 50 gramos.

Entrénate resolviendo problemas

Prueba, descarta, relaciona

- Aquí hay cuatro parejas de hermanos.



Has de saber que:

- Los Ribeiro practican el mismo deporte.
- Los Ferrer llevan el mismo número en la camiseta.
- En la familia Urrutia no hay hijos varones.
- A los García les gusta el cine.

¿Puedes emparejarlos?

Los hermanos Ribeiro que practican el mismo deporte son Carlos y Andrés.

Los hermanos Ferrer que llevan el mismo número en la camiseta son Rafa y Jara.

Las hermanas Urrutia son Aitana y Cuca.

Los García son los dos que quedan, Rober y Poli.

- Un transportista carga en su furgoneta 4 televisores y 3 minicadenas musicales. Si cada televisor pesa como 3 minicadenas y en total ha cargado 75 kg, ¿cuánto pesa cada televisor?



Cuatro televisores pesan como $4 \cdot 3 = 12$ minicadenas.

Por tanto, el peso de la carga de la furgoneta son $12 + 3 = 15$ minicadenas.

Cada minicadena pesa $75 : 15 = 5$ kg.

Así, cada televisor pesa $3 \cdot 5 = 15$ kilos.

- Expresa el número 10 utilizando solo cinco nueves y las operaciones que necesites. Busca varias soluciones.

$$\frac{99}{9} - \frac{9}{9}$$

$$\frac{99}{9} - 9 : 9$$

$$9 \cdot \frac{9}{9} + \frac{9}{9}$$

www.yoquieroaprobar.es

Autoevaluación

1. Reduce a común denominador: $\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{9}, \frac{13}{18}$.

$$\frac{1}{2} = \frac{9}{18}; \frac{5}{6} = \frac{15}{18}; \frac{7}{9} = \frac{14}{18}; \frac{13}{18}$$

2. Ordena de menor a mayor las fracciones del ejercicio anterior.

$$\frac{1}{2} \leq \frac{13}{18} \leq \frac{7}{9} \leq \frac{5}{6}$$

3. Calcula.

a) $\frac{1}{2} - \frac{13}{18} + \frac{5}{6}$

b) $\frac{5}{6} + \frac{7}{9} - 1$

a) $\frac{9}{18} - \frac{13}{18} + \frac{15}{18} = \frac{11}{18}$

b) $\frac{15}{18} + \frac{14}{18} - \frac{18}{18} = \frac{11}{18}$

4. Calcula y simplifica.

a) $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$

b) $\frac{7}{15} : \frac{7}{9}$

a) $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{7}{15} : \frac{7}{9} = \frac{63}{105} = \frac{3}{5}$

5. Resuelve y da cada resultado con una fracción irreducible:

a) $\frac{2}{3} : \frac{3}{10} \cdot 5n$

b) $10 : \frac{2}{3} : \frac{1}{5}n$

a) $\frac{2}{3} : \frac{3}{10} \cdot 5m = \frac{2}{3} : \frac{15}{10} = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$

b) $10 : \frac{2}{3} : \frac{1}{5}m = 10 : \frac{10}{3} = \frac{30}{10} = 3$

6. Resuelve:

a) $d1 - \frac{5}{7}n \cdot d2 + \frac{1}{3}n$

b) $d\frac{1}{2} + \frac{1}{3}n : d1 - \frac{5}{6}n$

a) $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{6} : \frac{1}{6} = 5$

7. Un embalse estaba lleno a finales del mes de mayo. En el mes de junio se consumieron $\frac{3}{10}$ de sus reservas y a finales de julio solo quedaba la mitad. ¿Qué fracción del embalse se consumió durante el mes de julio?

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{10} = \frac{2}{10} \text{ del embalse se consumieron durante el mes de julio.}$$

8. Una furgoneta de reparto carga en el almacén 40 cajas de aceite. Cada caja contiene 12 botellas de tres cuartos de litro. ¿Cuántos litros de aceite van en la furgoneta?

$$\text{En la furgoneta van } 40 \cdot 12 \cdot \frac{3}{4} = 360 \text{ litros de aceite.}$$

9. Un frasco de agua de colonia tiene una capacidad de tres quinceavos de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con un bidón de diez litros?

$$10 : \frac{3}{15} = \frac{150}{3} = 50 \quad \text{Se llenan 50 frascos.}$$

10. Un empleado de mantenimiento utiliza $\frac{2}{3}$ de un bote de pintura para pintar la valla de un chalé, y $\frac{2}{5}$ de lo que le quedaba para pintar el cobertizo del jardín. Finalizada la tarea, aún le quedan 2 kilos de pintura. ¿Cuánto pesaba el bote antes de empezar?

Para pintar la valla utiliza $\frac{2}{3}$ de un bote de pintura. Por tanto, le queda $\frac{1}{3}$ del bote.

Para pintar el cobertizo utiliza $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3} = \frac{2}{15}$.

Le quedan $\frac{1}{3} - \frac{2}{15} = \frac{3}{15}$ del bote.

$\frac{3}{15}$ del peso del bote = 2 kg $(2 : 3) \cdot 15 = 10$.

Antes de empezar, el bote de pintura pesaba 10 kg.

Armonías

1. ¿Qué longitud deberían tener las cuerdas para producir la misma secuencia en otras octavas?

Copia la tabla en tu cuaderno, completa los datos y construye con ellos fracciones equivalentes.

LONGITUD DE LAS CUERDAS EN DISTINTAS OCTAVAS			
A	5	10	
B	3	6	
C		8	16

AGUDA → ACTUAL → GRAVE →

LONGITUD DE LAS CUERDAS EN DISTINTAS OCTAVAS			
A	5	10	20
B	3	6	12
C	4	8	16

Proporciones

2. ¿Cuánto pesan tres pelotas de trapo?



Si dos pelotas de trapo pesan 60 gramos, cada una pesa $60 : 2 = 30$ gramos.

Por tanto, tres pelotas de trapo pesan $30 \cdot 3 = 90$ gramos.

3. ¿Cuánto tarda en llenarse el segundo bidón?



Si dos grifos llenan el primer bidón en 60 segundos, un grifo solo lo haría en 120 segundos.
Como el segundo bidón es llenado por tres grifos, tardará en llenarse 40 segundos.

Porcentajes

4. ¿Cuántas pastillas hay en el segundo bote? ¿Y en el tercero?



En el segundo bote hay la mitad de las que hay en el primero, esto es, 250 pastillas.

En el tercer bote hay la cuarta parte de las que hay en el primero, que son 125 pastillas (también son la mitad de las que hay en el segundo).

1 Relación de proporcionalidad entre magnitudes

Página 154

1. Copia y completa la tabla que relaciona el tiempo que está abierto un grifo con la cantidad de agua que arroja.

SEGUNDOS	1	2	3	4	5	10	20
LITROS	0,2						

¿Es de proporcionalidad directa? En caso afirmativo, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?

SEGUNDOS	1	2	3	4	5	10	20
LITROS	0,2	0,4	0,6	0,8	1	2	4

Sí, es de proporcionalidad directa.

La constante de proporcionalidad es 0,2.

2. Di si las magnitudes son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o no proporcionales:

- a) Volumen de una cantidad de aceite y su peso.
- b) El precio de la entrada y el tiempo que dura la película.
- c) El precio de las manzanas y los kilos que puedo comprar con el dinero que llevo.
- d) La edad de una persona y su altura.
- e) La distancia que recorre un coche y el número de vueltas que da una rueda.
- f) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en cubrir cierta distancia.

- a) Directamente proporcional.
- b) No proporcional.
- c) Inversamente proporcional.
- d) No proporcional.
- e) Directamente proporcional.
- f) Inversamente proporcional.

3. Una cuadrilla de limpieza, de cuatro operarios, limpia un edificio de oficinas en cinco horas.

Copia y completa en tu cuaderno la tabla con los tiempos que tardaría la cuadrilla en hacer el mismo trabajo si tuviera distintos números de trabajadores.

N.º DE OPERARIOS	1	2	4	5	10
TIEMPO (HORAS)	20		5		

$\leftarrow : 4$
 $\leftarrow \cdot 4$

¿Qué relación existe entre las dos magnitudes consideradas? Justifica tu respuesta.

N.º DE OPERARIOS	1	2	4	5	10
TIEMPO (HORAS)	20	10	5	4	2

Las magnitudes son inversamente proporcionales porque al multiplicar una de las magnitudes por un número, la otra se divide por el mismo número.

2 Problemas de proporcionalidad directa

Página 157

1. Tres chocolatinas pesan 90 gramos. ¿Cuánto pesan 2 chocolatinas?



<u>N.º CHOCOLATINAS</u>	→	<u>PESO (g)</u>
3	→	90
1	→	?
2	→	?

<u>N.º CHOCOLATINAS</u>	→	<u>PESO (g)</u>
3	→	90
1	→	$90 : 3 = 30$
2	→	$30 \cdot 2 = 60$

Dos chocolatinas pesan 60 gramos.

2. Resuelve por reducción a la unidad.

Un canguro avanza 12 metros en cuatro saltos. ¿Cuánto avanzará en 10 saltos?

<u>SALTOS</u>	→	<u>METROS</u>
4	→	12
1	→	$12 : 4 = 3$
10	→	$3 \cdot 10 = 30$

En 10 saltos avanzará 30 metros.

3. ¿Verdadero o falso?

a) Tres barras de pan pesan 600 gramos. Dos barras pesarán 400 gramos.

b) Dos kilos de patatas han costado 0,80 €. Tres kilos costarán 1,30 €.

c) Por aparcar dos horas pago 3 €. Por aparcar media hora pago 0,75 €.

a) Verdadero

b) Falso, si 2 kg de patatas cuestan 0,80 €, entonces 1 kg cuesta 0,40 €, por tanto, 3 kg de patatas cuestan 1,20 euros.

c) Verdadero

4. Calcula x en cada caso:

a) $\frac{1}{3} = \frac{5}{x}$

b) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x}$

c) $\frac{5}{6} = \frac{7}{x}$

d) $\frac{10}{12} = \frac{4}{x}$

e) $\frac{5}{3} = \frac{1}{x}$

f) $\frac{4}{6} = \frac{14}{x}$

g) $\frac{1,2}{3} = \frac{0,6}{x}$

h) $\frac{1,6}{0,8} = \frac{1}{x}$

i) $\frac{0,5}{0,6} = \frac{7,5}{x}$

a) $\frac{1}{3} = \frac{5}{x} \quad x = \frac{3 \cdot 5}{1} = 15$

b) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x} \quad x = \frac{9 \cdot 10}{6} = 15$

c) $\frac{5}{6} = \frac{7}{x} \quad x = \frac{6 \cdot 7}{5} = 8,4$

d) $\frac{10}{12} = \frac{4}{x} \quad x = \frac{12 \cdot 4}{10} = 4,8$

e) $\frac{5}{3} = \frac{1}{x} \quad x = \frac{3 \cdot 1}{5} = 0,6$

f) $\frac{4}{6} = \frac{14}{x} \quad x = \frac{14 \cdot 6}{4} = 21$

g) $\frac{1,2}{3} = \frac{0,6}{x} \quad x = \frac{3 \cdot 0,6}{1,2} = 1,5$

h) $\frac{1,6}{0,8} = \frac{1}{x} \quad x = \frac{0,8}{1,6} = 0,5$

i) $\frac{0,5}{0,6} = \frac{7,5}{x} \quad x = \frac{0,6 \cdot 7,5}{0,5} = 9$

5. Resuelve con una regla de tres.

He pagado 9,20 € al comprar cuatro chokolatinas. ¿Cuánto habría pagado si hubiera comprado tres?

$$\frac{4}{3} = \frac{9,20}{x} \quad 4 \cdot x = 3 \cdot 9,20 \quad x = \frac{3 \cdot 9,20}{4} = 6,90$$

Si hubiera comprado tres chokolatinas, habría pagado 6,90 euros.

6. Si 100 g de salmón ahumado cuestan 2,40 €, ¿cuánto costarán 260 g?

$$\frac{100}{260} = \frac{2,40}{x} \quad x = \frac{260 \cdot 2,40}{100} = 6,24$$

Los 260 g de salmón costarán 6,24 €.

7. Por un gasto de 20 € te dan 3 cupones-descuento. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad? ¿Cuántos cupones te darán por un gasto de 140 €?

La constante de proporcionalidad es $20 : 3 = 6,7$.

Resolvemos el problema aplicando la regla de tres directa.

$$\frac{20}{140} = \frac{3}{x} \quad 20 \cdot x = 140 \cdot 3 \quad x = \frac{140 \cdot 3}{20} = 21$$

Por un gasto de 140 € me darán 21 cupones.

3 Problemas de proporcionalidad inversa

Página 159

1. Dos pintores de brocha pintan una pared en 9 horas. ¿Cuánto tardarían en hacer el mismo trabajo tres pintores?

<u>PINTORES</u>		<u>HORAS</u>
2	→	9
1	→	?
3	→	?

<u>PINTORES</u>		<u>HORAS</u>
2	→	9
1	→	$9 \cdot 2 = 18$
3	→	$18 : 3 = 6$

En hacer el mismo trabajo, tres pintores tardarían 6 horas.

2. Tres albañiles enfoscan una pared en 8 horas.
- ¿Cuánto tardaría un solo albañil?
 - Y si hubiese dos albañiles?
 - Y si fueran cuatro?
- Un solo albañil tardaría $8 \cdot 3 = 24$ horas.
 - Dos albañiles tardarían $24 : 2 = 12$ horas.
 - Cuatro albañiles tardarían $24 : 4 = 6$ horas.
3. Con una carga de heno se alimenta a tres caballos durante seis días. Teniendo eso en cuenta, contesta: ¿Verdadero o falso?
- Un caballo consumiría ese heno en dos días.
 - A un solo caballo le duraría 18 días.
 - Dos caballos consumirían la carga en 9 días.
 - Para consumir la carga en 2 días, harían falta 8 caballos.
 - Si hubiera 6 caballos, la carga de heno duraría 3 días.
- Falso, un caballo consumirá ese heno en $6 \cdot 3 = 18$ días.
 - Verdadero
 - Verdadero
 - Falso, $18 : 9 = 2$, por tanto, harían falta 9 caballos.
 - Verdadero

4. Resuelve por reducción a la unidad.

Un paseante que camina a una velocidad de 4 km/h tarda en hacer un recorrido 30 minutos.

¿Cuánto tardará un ciclista que avanza a una velocidad de 15 km/h?

<u>KM/H</u>	<u>MINUTOS</u>
4	30
1	$30 \cdot 4 = 120$
15	$120 : 15 = 8$

El ciclista tardará 8 minutos.

5. Un grifo, que tiene un caudal de 2,5 litros por minuto, tarda 40 minutos en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría si el caudal fuera de 4 litros por minuto?

<u>CAUDAL</u> (litros/minuto)	<u>TIEMPO</u> (minutos)
2,5	40
4	x

$$\frac{2,5}{4} = \frac{x}{40} \quad 2,5 \cdot 40 = 4 \cdot x \quad x = \frac{2,5 \cdot 40}{4} = 25$$

Tardaría 25 minutos.

6. Resuelve con una regla de tres.

Un granjero tiene pienso en su almacén para alimentar a 25 vacas durante 18 días.

¿Durante cuánto tiempo podría alimentar con ese pienso a 45 vacas?

$$\frac{25}{45} = \frac{x}{18} \quad x = \frac{25 \cdot 18}{45} = 10$$

Podrá alimentarlas durante 10 días.

7. Un coche ha cubierto el recorrido de la ciudad A hasta la ciudad B en 39 minutos, a una velocidad media de 95 km/h. ¿Cuánto tardará en ese mismo recorrido un camión a una velocidad media de 65 km/h?

Las magnitudes de tiempo y velocidad son inversamente proporcionales, por tanto, aplicando la regla de tres inversa:

$$\frac{95}{65} = \frac{x}{39} \quad 95 \cdot 39 = 65 \cdot x \quad x = \frac{95 \cdot 39}{65} = 57$$

El camión tardará 57 minutos.

4 Porcentajes

Página 161

1. Reflexiona y contesta.

- a) El 70 % de las cabezas de un rebaño son ovejas, y el resto, cabras. ¿Cuál es el porcentaje de cabras?
 b) El 92 % de los alumnos han aprobado un examen. ¿Qué porcentaje no ha aprobado?
 c) El 15 % de los alumnos y alumnas del colegio están en el patio. ¿Qué porcentaje no está en el patio?
 d) Si al comprar un abrigo me rebajan un 10 %, ¿qué porcentaje pago?

a) 30 % b) 8 % c) 85 % d) 90 %

2. Calcula mentalmente en el orden en que aparecen.

- | | | | |
|----------------|---------------|----------------|----------------|
| a) 30 % de 100 | b) 8 % de 100 | c) 40 % de 100 | d) 12 % de 100 |
| 30 % de 200 | 8 % de 200 | 40 % de 50 | 12 % de 50 |
| 30 % de 300 | 8 % de 300 | 40 % de 25 | 12 % de 25 |
| a) 30, 60, 90 | b) 8, 16, 24 | c) 40, 20, 10 | d) 12, 6, 3 |

3. Calcula mentalmente.

- | | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a) 7 % de 300 | b) 25 % de 400 | c) 12 % de 200 |
| d) 6 % de 800 | e) 40 % de 200 | f) 10 % de 500 |
| a) 21 b) 100 | c) 24 d) 48 | e) 80 f) 50 |

4. Calcula.

- | | | | | |
|------------------|-----------------|-------------------|----------------|----------------|
| a) 4 % de 175 | b) 9 % de 1 200 | c) 10 % de 820 | d) 12 % de 425 | e) 17 % de 560 |
| f) 25 % de 1 480 | g) 32 % de 625 | h) 44 % de 10 000 | i) 63 % de 830 | j) 90 % de 451 |
| a) 7 | b) 108 | c) 82 | d) 51 | e) 95,2 |
| f) 370 | g) 200 | h) 4 400 | i) 522,9 | j) 405,9 |

5. Copia en tu cuaderno, reflexiona y completa las casillas vacías.

- | | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| a) 20 % de <input type="text"/> = 80 | b) 8 % de <input type="text"/> = 24 | c) 15 % de <input type="text"/> = 30 | d) 25 % de <input type="text"/> = 75 |
| e) 10 % de <input type="text"/> = 40 | f) 40 % de <input type="text"/> = 80 | g) 6 % de <input type="text"/> = 30 | h) 70 % de <input type="text"/> = 280 |
| a) 20 % de 400 = 80 | b) 8 % de 300 = 24 | c) 15 % de 200 = 30 | d) 25 % de 300 = 75 |
| e) 10 % de 400 = 40 | f) 40 % de 200 = 80 | g) 6 % de 500 = 30 | h) 70 % de 400 = 280 |

6. Copia en tu cuaderno y completa.

- | | | |
|--|--|--|
| a) <input type="text"/> % de 200 = 16 | b) <input type="text"/> % de 300 = 60 | c) <input type="text"/> % de 400 = 120 |
| d) <input type="text"/> % de 200 = 160 | e) <input type="text"/> % de 500 = 250 | f) <input type="text"/> % de 300 = 75 |
| a) 8 % de 200 = 16 | b) 20 % de 300 = 60 | c) 30 % de 400 = 120 |
| d) 80 % de 200 = 160 | e) 50 % de 500 = 250 | f) 25 % de 300 = 75 |

7. Copia en tu cuaderno, reflexiona y completa.

- a) El % de 200 es 60. b) El % de 200 es 24.
 c) El % de 300 es 15. d) El % de 300 es 45.
 a) El 30 % de 200 = 60 b) El 12 % de 200 = 24
 c) El 5 % de 300 = 15 d) El 15 % de 300 = 45

8. En mi clase hay 30 alumnos. El 40 % se queda al comedor. ¿Cuántos comen en el colegio?

$$40\% \text{ de } 30 = \frac{30}{100} \cdot 40 = 12$$

En el colegio comen 12 niños.

9. El Ayuntamiento impone un recargo del 15 % a las multas pagadas con retraso. ¿Cuál será el recargo para una multa de 75 €?

$$15\% \text{ de } 75 = \frac{75}{100} \cdot 15 = 11,25$$

El recargo para una multa de 75 euros es de 11,25 euros.

10. Una urbanización de 24 000 m² tiene un 35 % de su superficie ajardinada. ¿Cuántos metros cuadrados ocupan los jardines?

$$35\% \text{ de } 24\,000 = \frac{24\,000}{100} \cdot 35 = 8\,400$$

Los jardines ocupan una superficie de 8 400 metros cuadrados.

11. El 35 % de una población de 20 000 habitantes vive en casas de alquiler. ¿Cuántas personas viven en casa propia?

$$65\% \text{ de } 20\,000 = 13\,000 \text{ habitantes tienen casa propia.}$$

12. Una fábrica de confituras de fruta sirve a un supermercado un pedido de 3 000 botes de mermelada. El 25 % son de fresa; el 45 %, de ciruela; el 20 %, de melocotón, y el resto, de naranja. ¿Cuántos botes van de cada clase?

$$25\% \text{ de } 3\,000 = \frac{3\,000}{100} \cdot 25 = 750 \text{ botes de mermelada de fresa.}$$

$$45\% \text{ de } 3\,000 = \frac{3\,000}{100} \cdot 45 = 1\,350 \text{ botes de mermelada de ciruela.}$$

$$20\% \text{ de } 3\,000 = \frac{3\,000}{100} \cdot 20 = 600 \text{ botes de mermelada de melocotón.}$$

$$3\,000 - (750 + 1\,350 + 600) = 300 \text{ botes de mermelada de naranja.}$$

13. Un agricultor recoge 8 400 kilos de manzanas. Vende el 80 % a una cadena de supermercados y el 15 % a una frutería. El resto las desecha por defectuosas. ¿Cuántos kilos desecha?

$$80\% \text{ de } 8\,400 = \frac{8\,400}{100} \cdot 80 = 6\,720 \text{ kg vende a la cadena de supermercados.}$$

$$15\% \text{ de } 8\,400 = \frac{8\,400}{100} \cdot 15 = 1\,260 \text{ kg vende a una frutería.}$$

$$\text{Por tanto, desecha } 8\,400 - (6\,720 + 1\,260) = 420 \text{ kilos.}$$

14. En un rebaño de 480 ovejas se han esquilado ya 120. ¿Qué tanto por ciento de las ovejas están ya esquiladas?

$$x = \frac{100 \cdot 120}{480} = 25$$

Un 25 % de las ovejas están ya esquiladas.

15. Un apicultor ha extraído la miel de 54 de sus colmenas, lo que supone el 30 % del colmenar. ¿Cuántas colmenas tiene en total?

$$x = \frac{100 \cdot 54}{30} = 180$$

En total tiene 180 colmenas.

www.yoquieroaprobar.es

16. Copia en tu cuaderno y completa.

PORCENTAJE	FRACCIÓN	N.º DECIMAL
30 %		
	$\frac{3}{4}$	
		0,07

PORCENTAJE	FRACCIÓN	N.º DECIMAL
30 %	$\frac{3}{10}$	0,3
75 %	$\frac{3}{4}$	0,75
7 %	$\frac{7}{100}$	0,07

17. Calcula mentalmente.

- a) 50 % de 18 b) 25 % de 180 c) 10 % de 390 d) 20 % de 55
 a) 9 b) 45 c) 39 d) 11

18. ¿Verdadero o falso?

- a) Para calcular el 5 %, se divide entre 10 y después entre 2.
 b) Para calcular el 30 %, se divide entre 10 y se multiplica por 3.
 a) Verdadero
 b) Verdadero

19. Calcula, como en el ejemplo.

- 15 % de 80 = $80 \cdot 0,15 = 12$
- a) 12 % de 350 b) 5 % de 380 c) 22 % de 1 300 d) 8 % de 475
 a) 12 % de 350 = $350 \cdot 0,12 = 42$ b) 5 % de 380 = $380 \cdot 0,05 = 19$
 c) 22 % de 1 300 = $1\,300 \cdot 0,22 = 286$ d) 8 % de 475 = $475 \cdot 0,08 = 38$

5 Aumentos y disminuciones porcentuales

Página 163

1. **El billete de avión a Tenerife costaba el lunes 140 € pero el miércoles salía un 15 % más caro. ¿Cuál era el precio del billete el miércoles?**

$$15\% \text{ de } 140 = 21$$

Por tanto, el miércoles el precio del billete era de $140 + 21 = 161$ euros.

2. **Una tienda de confección anuncia una rebaja del 15 % en todos sus artículos. ¿En cuánto se queda un vestido que costaba 140 €?**

El vestido cuesta, con la rebaja, $\frac{140 \cdot 85}{100} = 119$ euros.

Ejercicios y problemas

Página 164

Las relaciones de proporcionalidad

1. Indica los pares de magnitudes que son directamente proporcionales (D), los que son inversamente proporcionales (I) y los que no guardan proporcionalidad (X).

a) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en ir de Palencia a Valladolid.

b) El tiempo que funciona el aspirador y la cantidad de energía que gasta.

c) El peso de un besugo y su coste.

d) El caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un cubo.

e) La edad de una persona y el número de veces que va al médico.

f) Las veces que un jugador de baloncesto lanza a canasta y los puntos que consigue.

a) I

b) D

c) D

d) I

e) X

f) X

2. Copia estas tablas en tu cuaderno y complétalas según el tipo de proporcionalidad de cada una:

DIRECTA	
1	
2	6
3	
4	12
6	

INVERSA	
1	
2	6
3	
4	3
6	

Escribe tres pares de fracciones equivalentes con los valores de cada tabla.

DIRECTA	
1	3
2	6
3	9
4	12
6	18

INVERSA	
1	12
2	6
3	4
4	3
6	2

Tres pares de fracciones equivalentes pueden ser:

$$\frac{2}{3} \text{ y } \frac{6}{9}; \frac{1}{4} \text{ y } \frac{3}{12}; \frac{1}{3} \text{ y } \frac{4}{12}$$

3. Calcula en cada caso el término desconocido:

a) $\frac{6}{10} = \frac{30}{x}$

b) $\frac{21}{24} = \frac{28}{x}$

c) $\frac{17}{24} = \frac{51}{x}$

d) $\frac{14}{21} = \frac{x}{69}$

e) $\frac{x}{63} = \frac{65}{91}$

f) $\frac{39}{x} = \frac{13}{17}$

g) $\frac{x}{18} = \frac{18}{81}$

h) $\frac{5}{9} = \frac{1}{x}$

i) $\frac{3}{2,4} = \frac{35}{x}$

a) 50

b) 32

c) 72

d) 46

e) 45

f) 51

g) 4


h) 1,8

i) 28

Problemas de proporcionalidad

4.  Resuelve mentalmente.

- a) Rosa ha pagado 3,60 € por un trozo de queso de 300 gramos. ¿Cuánto pagará por 150 gramos?
 - b) Tres cosechadoras recogen un campo de trigo en 3 horas. ¿Cuánto tardaría una cosechadora? ¿Y dos?
 - c) Dos bolsas de arroz cuestan 2,10 €. ¿Cuánto cuestan tres bolsas?
 - d) Un caminante que avanza a 4 km/h cubre cierto recorrido en 1 hora 40 minutos. ¿Cuánto tardará en hacer el mismo recorrido un ciclista a 20 km/h?
- a) Pagará 1,80 euros.
 b) Una cosechadora tardaría 9 horas, y dos cosechadoras, cuatro horas y media.
 c) Tres bolsas cuestan 3,15 euros.
 d) El ciclista tardará 20 minutos.

5.  Resuelve por reducción a la unidad.

- a) Un empleado recibió la semana pasada 60 € por 5 horas extraordinarias de trabajo. ¿Cuánto recibirá esta semana por solo 3 horas?
 - b) Un grifo que aporta un caudal de 5 litros por minuto llena un depósito en 12 minutos. ¿Cuánto tardará en llenar el mismo depósito otro grifo que aporta solamente 3 litros por minuto?
- a) Las magnitudes son directamente proporcionales.


<u>HORAS EXTRA</u>	→	<u>EUROS</u>
5	→	60
1	→	$60 : 5 = 12$
3	→	$12 \cdot 3 = 36$

Por tres horas recibirá 36 euros.


- b) Las magnitudes son inversamente proporcionales.

<u>LITROS/MIN</u>	→	<u>MINUTOS</u>
5	→	12
1	→	$12 \cdot 5 = 60$
3	→	$60 : 3 = 20$

El mismo depósito tardará en llenarse 20 minutos.


6.  Un grifo llena un cubo de 20 litros en 5 minutos. ¿Cuánto tardará en llenar una garrafa de 12 litros?

Tardará $\frac{5 \cdot 12}{20} = 3$ minutos en llenar la garrafa.

7.  Hay tres grifos iguales para llenar un depósito. Si abro uno, el depósito se llena en 12 minutos. ¿Cuánto tardará en llenarse si abro dos? ¿Y si abro tres?

Son magnitudes inversamente proporcionales:

- 2 grifos son el doble; por tanto, tardarán en llenarlo $12 : 2 = 6$ minutos.
- 3 grifos son el triple; por tanto, tardarán en llenarlo $12 : 3 = 4$ minutos.

8.  Una fábrica ha sacado 2 280 coches en los últimos 15 días. Si sigue con el mismo ritmo de producción, ¿cuántos sacará en los próximos veinte días?


<u>COCHES</u>	<u>DÍAS</u>
2 280	15
x	20

Las magnitudes son directamente proporcionales, por tanto, en los próximos 20 días sacará

$$x = \frac{2\,280 \cdot 20}{15} = 3\,040 \text{ coches.}$$

9.  Un autobús de línea, a 80 km/h, tarda 20 minutos en cubrir la distancia entre dos pueblos. ¿Cuánto tardaría si fuera a 100 km/h?


La velocidad y el tiempo empleado en recorrer una distancia fija son magnitudes inversamente proporcionales, por tanto, el autobús yendo a 100 km/h tardaría $x = \frac{20 \cdot 80}{100} = 16$ minutos.

10.  Una bomba de riego, que saca agua de un pozo, ha llenado un pilón de 15 000 litros en hora y media. ¿Cuánto tardará otra bomba igual en llenar un depósito de 25 000 litros?

<u>LITROS</u>	<u>HORAS</u>
15 000	1,5
25 000	x

Las magnitudes son directamente proporcionales, por lo que otra bomba igual tardará

$$x = \frac{25\,000 \cdot 1,5}{15\,000} = 2,5 \text{ horas en llenar el depósito.}$$

11.  Cuatro segadores cortan un campo de heno en tres horas y veinte minutos. ¿Cuánto tardará un solo segador? ¿Y cinco segadores?

Son magnitudes inversamente proporcionales. Por tanto, teniendo en cuenta que 3 horas y 20 minutos son 200 minutos:

- Un segador tardará $4 \cdot 200 = 800$ minutos, que son 13 horas y 20 minutos.
- Cinco segadores tardarán $800 : 5 = 160$ minutos, que son 2 horas y 40 minutos.


12.  Dos ciudades A y B, separadas 85 km en la realidad, están a 34 cm de distancia en un plano. ¿Cuál será la distancia real entre otras dos ciudades M y N separadas 12 cm en el plano?

<u>PLANO (cm)</u>	<u>REALIDAD (cm)</u>
34	8 500 000
12	x

Son directamente proporcionales:

$$\frac{34}{12} = \frac{8\,500\,000}{x} \quad x = \frac{12 \cdot 8\,500\,000}{34} = 3\,000\,000$$

Están a 3 000 000 cm = 30 km.


13.  Un jardinero, con su máquina cortacésped, tarda 18 minutos en segar una parcela de 200 m². ¿Qué superficie puede segar en hora y media?

<u>MINUTOS</u>	→	<u>METROS CUADRADOS</u>
18	→	200
90	→	x

Son directamente proporcionales:

$$\frac{18}{90} = \frac{200}{x} \quad x = \frac{90 \cdot 200}{18} = 1\,000$$

Podrá segar 1 000 m².


14.  Cinco mecanógrafos tardan dos horas en transcribir una conferencia grabada en audio. ¿Cuánto tardarían en realizar ese trabajo tres mecanógrafos?

<u>MECANÓGRAFOS</u>	→	<u>MINUTOS</u>
5	→	120
3	→	x

Las magnitudes son inversamente proporcionales.

$$\frac{5}{3} = \frac{x}{120} \quad x = \frac{120 \cdot 5}{3} = 200$$

Por tanto, 3 mecanógrafos tardarán en transcribir la conferencia 200 minutos, que son 3 horas y 20 minutos.


15.  Un tren ha tardado 8 horas en ir desde la ciudad A hasta la ciudad B, con una velocidad media de 54 km/h. ¿Cuánto tardará, en el mismo recorrido, otro tren a una velocidad media de 180 km/h?

<u>KM/H</u>	→	<u>HORAS</u>
54	→	8
180	→	x

Las magnitudes son inversamente proporcionales.

$$\frac{54}{180} = \frac{x}{8} \quad x = \frac{8 \cdot 54}{180} = 2,4$$

Tardará 2,4 horas.

16.  Un tornillo de paso de rosca de 3/4 de pulgada atraviesa una placa metálica en 8 vueltas. ¿Cuántas vueltas necesita para atravesar la misma placa otro tornillo de 2/5 de pulgada?

<u>PASO DE ROSCA (PULGADAS)</u>	→	<u>VUeltas</u>
3/4	→	8
2/5	→	x


Las magnitudes son inversamente proporcionales.

$$\frac{0,75}{0,4} = \frac{x}{8} \quad x = \frac{8 \cdot 0,75}{0,4} = 15$$

Para atravesar la misma placa necesita 15 vueltas.

17.  **Problema resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

18.  **Gorka, Merche y Rodrigo se reparten una bolsa de bombones de 100 gramos. Gorka se lleva 2 bombones; Merche, 3, y Rodrigo, los 5 restantes. ¿Cuántos gramos de bombones se lleva cada uno?**


En la bolsa hay 10 bombones, por tanto, cada bombón pesa $\frac{100}{10} = 10$ g.

Entonces, los gramos de bombones que se lleva cada uno son:

Gorka $2 \cdot 10 = 20$ g

Merche $3 \cdot 10 = 30$ g

Rodrigo $5 \cdot 10 = 50$ g

19.  **En un concurso, se han de repartir 11 000 € entre tres concursantes, A, B y C, en partes inversamente proporcionales al número de respuestas falladas. Si A falló una; B, dos, y C, tres, ¿cuánto corresponde a cada uno?**

Llamamos x, y, z a las cantidades que corresponden con el número de respuestas falladas, 1, 2 y 3 respectivamente:


$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = \frac{x + y + z}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{11000}{\frac{11}{6}} = 6000$$

$\frac{x}{1} = 6000$ Al concursante A le corresponde 6 000 euros.

$\frac{y}{2} = 6000$ Al concursante B le corresponde $\frac{1}{2} \cdot 6000 = 3000$ euros.

$\frac{z}{3} = 6000$ Al concursante C le corresponde $\frac{1}{3} \cdot 6000 = 2000$ euros.

Problemas “+”

20.  **En un comedor escolar de 75 comensales, se ha consumido un total de 230 kilos de pescado en dos meses.**

¿Cuántos kilos de pescado consumirán 150 comensales en un mes? ¿Y en tres meses?

COMENSALES	→	MESES	→	KILOS
75	→	2	→	230
75	→	1	→	$230 : 2 = 115$
150	→	1	→	$115 \cdot 2 = 230$
150	→	3	→	$230 \cdot 3 = 690$

150 comensales consumirán 230 kg en un mes.

Y en tres meses consumirán 690 kg.

Porcentajes

21.  ¿Verdadero o falso?

- a) Para calcular el 25 %, se divide entre cuatro.
- b) Para calcular el 30 %, se divide entre 3.
- c) La cuarta parte de un número es su 40 %.
- d) El diez por ciento es la décima parte.
- e) Calcular el 75 % es lo mismo que calcular las tres cuartas partes.

- a) Verdadero
- b) Falso, el 30 % de 60 es 18.
- c) Falso, el 40 % de 80 es 32.
- d) Verdadero
- e) Verdadero

22.  Calcula mentalmente.

- | | | | | |
|------------------|------------------|----------------|----------------|---------------|
| a) 10 % de 340 | b) 10 % de 4 800 | c) 50 % de 68 | d) 50 % de 850 | e) 25 % de 40 |
| f) 25 % de 2 000 | g) 20 % de 45 | h) 20 % de 500 | i) 32 % de 50 | j) 80 % de 50 |
| a) 34 | b) 480 | c) 34 | d) 425 | e) 10 |
| f) 500 | g) 9 | h) 100 | i) 16 | j) 40 |


23.  Calcula mentalmente.

- a) El 50 % de un número es 16. ¿Cuál es el número?
- b) El 25 % de un número es 9. ¿Cuál es el número?
- c) El 75 % de un número es 15. ¿Cuál es el número?
- d) El 20 % de un número es 7. ¿Cuál es el número?
- e) El 10 % de un número es 12. ¿Cuál es el número?

- a) $16 \cdot 2 = 32$
- b) $9 \cdot 4 = 36$
- c) $(15 : 3) \cdot 4 = 20$
- d) $7 \cdot 5 = 35$
- e) $12 \cdot 10 = 120$

24.  Calcula con lápiz y papel y, después, comprueba con la calculadora.

- | | | | | |
|------------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|
| a) 15 % de 360 | b) 11 % de 3 400 | c) 8 % de 175 | d) 60 % de 1 370 | e) 45 % de 18 |
| f) 84 % de 5 000 | g) 150 % de 80 | h) 120 % de 350 | i) 200 % de 45 | j) 250 % de 250 |
| a) 54 | b) 374 | c) 14 | d) 822 | e) 8,1 |
| f) 4 200 | g) 120 | h) 420 | i) 90 | j) 625 |


25.  Calcula y, si el resultado no es exacto, redondea a las unidades.

- | | | | |
|----------------------|----------------------------|-------------------------|------------------------|
| a) 16 % de 470 | b) 14 % de 288 | c) 57 % de 1 522 | d) 7 % de 3 640 |
| e) 6 % de 895 | f) 92 % de 2 630 | g) 115 % de 94 | h) 120 % de 751 |
| a) $75,2 \approx 75$ | b) $40,32 \approx 40$ | c) $867,54 \approx 868$ | d) $254,8 \approx 255$ |
| e) $53,7 \approx 54$ | f) $2 419,6 \approx 2 420$ | g) $108,1 \approx 108$ | h) $901,2 \approx 901$ |


26.  **Copia y completa en tu cuaderno.**

PARA CALCULAR EL...	20 %	15 %	43 %	65 %	5 %	2 %
SE MULTIPLICA POR...	0,20					

PARA CALCULAR EL...	20 %	15 %	43 %	65 %	5 %	2 %
SE MULTIPLICA POR...	0,20	0,15	0,43	0,65	0,05	0,02

27.  **Copia y completa cada casilla con un número decimal y, después, calcula el resultado:**

- a) 20 % de 560 = $\cdot 560 = \dots$ b) 16 % de 1250 = $\cdot 1250 = \dots$ c) 72 % de 925 = $\cdot 925 = \dots$
 d) 9 % de 700 = $\cdot 700 = \dots$ e) 2 % de 650 = $\cdot 650 = \dots$
 a) $0,2 \cdot 560 = 112$ b) $0,16 \cdot 1250 = 200$ c) $0,72 \cdot 925 = 666$
 d) $0,09 \cdot 700 = 63$ e) $0,02 \cdot 650 = 13$

28.  **Calcula con una regla de tres en cada caso:**

- a) El número cuyo 30 % es 222.
 b) El tanto por ciento que hay que tomar de 390 para obtener 156.

a) $\frac{222 \cdot 100}{30} = 740$


b) $\frac{156 \cdot 100}{390} = 40 \%$

Problemas de porcentajes

29.  **Reflexiona y contesta.**


- a) En una caja de bombones, el 25 % está envuelto. ¿Qué tanto por ciento está sin envolver?
 b) Un 35 % de los empleados de cierta fábrica trabajan en turno de mañana; otro 35 %, en el de tarde, y el resto lo hacen en el turno de noche. ¿Qué porcentaje trabaja en el turno de noche?
 c) El 59 % de la leche que se vende en un supermercado es entera; el 16 %, semidesnatada, y el resto, desnatada. ¿Qué porcentaje de la leche que vende ese supermercado es desnatada?
 d) Un informe de sanidad anuncia que este año ha pasado la gripe el 2,7 % de la población. ¿Qué porcentaje no ha pasado la gripe?

- a) El 75 % b) Un 30 % c) El 25 % d) 97,3 %


30.  **En mi clase somos 28 y el 25 % nos hemos apuntado a atletismo. ¿Cuántos nos hemos apuntado?**

El 25 % de 28 es la cuarta parte de 28, esto es, $28 : 4 = 7$.


Por tanto, se han apuntado a atletismo 7 personas.

31.  **En la granja hay 40 vacas y el 30 % ha tenido este año un ternero. ¿Cuántos terneros han nacido?**


Han nacido $\frac{40}{100} \cdot 30 = 12$ terneros.

32.  Este año, en abril, ha llovido el 40 % de los días. ¿Cuántos días de lluvia ha tenido abril?

Abril ha tenido $\frac{30}{100} \cdot 40 = 12$ días de lluvia.


33.  La familia Rodríguez ingresa 2 400 € al mes y destina el 35 % a pagar la hipoteca del piso. ¿A cuánto asciende la mensualidad de la hipoteca?

La mensualidad de la hipoteca asciende a $\frac{2\,400}{100} \cdot 35 = 840$ euros.

34.  Solo el 12 % de los 25 asistentes a la clase de baile son chicos. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas son?


$$25\% \text{ de } 12 = \frac{25}{100} \cdot 12 = 3$$

Por tanto, en la clase de baile son 3 chicos y $25 - 3 = 22$ chicas.

35.  Un pueblo tiene 1 800 habitantes y el 2,5 % ha pasado la gripe este año. ¿Cuántas personas han tenido la gripe en el pueblo este año?

$$2,5 \% \text{ de } 1\,800 = \frac{1\,800}{100} \cdot 2,5 = 45$$


En el pueblo, este año, han tenido gripe 45 personas.

36.  En mi clase nos hemos apuntado siete al equipo de atletismo, es decir, el 25 % del total. ¿Cuántos somos en clase?

$$\text{En la clase somos } \frac{100 \cdot 7}{25} = 28 \text{ alumnos.}$$


37.  Este año, el 30 % de la vacas de la granja ha tenido un ternero. ¿Cuántas vacas hay en la granja, sabiendo que han nacido 12 terneros?

$$\text{En la granja hay } \frac{100 \cdot 12}{30} = 40 \text{ vacas.}$$

38.  En una residencia de mayores, se han vacunado contra la gripe 243 personas, lo que supone el 90 % del total. ¿Cuántos no se han vacunado?


$$\text{En la residencia hay } \frac{100 \cdot 243}{90} = 270 \text{ personas mayores.}$$

Por tanto, hay $270 - 243 = 27$ personas que no se han vacunado.


39.  Acaba de terminar la liga de fútbol infantil. Este año hemos ganado doce partidos y hemos empatado cuatro, lo que quiere decir que hemos perdido el 20 % de los encuentros. ¿Cuántos partidos hemos disputado en total?

Si hemos perdido el 20 %, el 80 % restante son los partidos ganados más los empatados, que son, $12 + 4 = 16$.


$$\text{Por tanto, hemos disputado } \frac{100 \cdot 16}{80} = 20 \text{ partidos.}$$

40.  En mi clase somos 28 y nos hemos apuntado 7 al equipo de atletismo. ¿Qué tanto por ciento de la clase nos hemos apuntado a atletismo?

$$\text{Nos hemos apuntado a atletismo un } \frac{100 \cdot 7}{28} = 25 \% \text{ de la clase.}$$

41.  En la granja hay 40 vacas y 12 de ellas han tenido este año un ternero. ¿Qué tanto por ciento han tenido un ternero este año?

$$\text{Este año han tenido un ternero el } \frac{100 \cdot 12}{40} = 30 \% \text{ de las vacas.}$$

42.  Un agricultor estaba a punto de recoger una cosecha de melocotones estimada en 20 000 kilos, pero después de una tormenta de granizo solo ha podido aprovechar 4 000 kilos. ¿Qué tanto por ciento de la cosecha ha perdido?

$$\text{Ha perdido el } \frac{100 \cdot 16\,000}{20\,000} = 80 \% \text{ de la cosecha.}$$

43.  Por una falda que costaba 50 €, Adela ha pagado, en las rebajas, cuarenta y cinco. ¿Qué tanto por ciento de rebaja tenía la falda?

$$50 - 45 = 5$$


La falda tenía una rebaja de $\frac{100 \cdot 5}{50} = 10\%$.

44.  Un televisor que costaba 450 € está rebajado un 15 %. ¿Cuánto cuesta tras la rebaja?


Tras la rebaja, el televisor cuesta $\frac{450 \cdot 85}{100} = 382,50$ euros.

45.  ¿A cuánto asciende una factura de 85 € después de cargarle el 21 % de IVA?

La factura asciende a $\frac{85 \cdot 121}{100} = 102,85$ euros.

46.  El Ayuntamiento rebaja un 20 % en las multas si se pagan en las primeras 48 horas. ¿En cuánto se queda una multa de 75 € pagada con rapidez?


La multa se queda en $\frac{75 \cdot 80}{100} = 60$ euros.

47.  El 20 % de las familias que residen en un bloque de viviendas están en régimen de alquiler. El resto son propietarios, de los cuales el 75 % está pagando la hipoteca. ¿Qué tanto por ciento de los residentes en el bloque están libres de hipoteca?

El 80 % de las familias que residen en el bloque, son propietarios. De estas familias, el 25 % están libres de hipoteca, lo que supone la cuarta parte del 80 %, es decir, un 20 %.

48.  Por un equipo de música que estaba rebajado un 25 % he pagado 150 €. ¿Cuánto costaba sin rebajar?


El equipo de música costaba sin rebajar $\frac{100 \cdot 150}{75} = 200$ euros.

49.  Un mayorista compra una producción de naranjas. Las selecciona y separa el 10 % para una fábrica de zumos. Del resto, envasa el 60 % en bolsas, pedidas por un supermercado, y pone las demás en cajas destinadas la venta a granel en fruterías. ¿Qué porcentaje del total se destina a la venta a granel?

Para la venta a granel quedan el 40 % del 90 % que no se lleva la fábrica de zumos, que es el

$$\frac{40}{100} \text{ del } \frac{90}{100} = \frac{3600}{10000} = \frac{36}{100} = 36\%$$

Interpreta, describe y exprésate

50.  Estudia el problema y explica las dos resoluciones que se presentan debajo.

Problema

Una familia compra un frigorífico que cuesta 640 € pagando el 40% al contado y el resto en 6 plazos mensuales sin recargo. ¿Cuál es el importe de cada plazo?

Resolución 1

$$40\% \text{ de } 640 = 640 \cdot 0,40 = 256 \text{ €}$$

$$640 - 256 = 384$$

$$384 : 6 = 64$$

Solución: El importe de cada plazo es de 64 €.

Resolución 2




$$10\% \text{ de } 640 = 640 : 10 = 64$$

Solución: El importe de cada plazo es de 64 €.

- En la primera solución, calcula el dinero que le queda para pagar a plazos después de haber pagado una parte al contado, y eso lo divide entre el número de plazos.
- En la segunda solución, divide el 60% del precio que le queda por pagar entre 6 plazos, y obtiene que tiene que pagar un 10% del precio en cada plazo, y luego calcula cuánto es ese 10%.

Problemas "+"

51.  La siguiente tabla recoge las respuestas de los veinticinco alumnos de una clase a la pregunta "¿cuántos hermanos tienes?":

0	3	1	1	1
2	2	1	2	1
1	0	0	2	2
4	1	0	1	0
2	0	1	1	2

Calcula, para el conjunto de esas familias, el tanto por ciento de las que tienen:

a) Un solo hijo.

b) Dos hijos.

c) Más de dos hijos.

a) $\frac{6}{25} \cdot 100 = 24$ El 24% de las familias tienen un solo hijo.

b) $\frac{10}{25} \cdot 100 = 40$ El 40% de las familias tienen dos hijos.

c) $100 - (24 + 40) = 36$ El 36% de las familias tienen más de dos hijos.

Taller de Matemáticas

Página 168

Investiga y exprésate

- Cuando hay rebajas en las tiendas, los dependientes calculan los descuentos con gran rapidez mediante una sola operación. Explica cómo lo hacen.



$$70 \cdot 0,80 = 56 \text{ €}$$



$$24 \cdot 0,65 = 15,6 \text{ €}$$



$$175 \cdot 0,94 = 164,5 \text{ €}$$

Analiza

- Mi hermana Rosa ha pagado 40 € por un jersey que estaba rebajado un 20%, y nos preguntamos cuánto costaba sin rebajar. Pero no nos ponemos de acuerdo:

mi solución la solución de rosa

$20\% \text{ de } 40 = 8$ $40 + 8 = 8$ EL JERSEY COSTABA 48 €.	<table border="1"> <thead> <tr> <th>PRECIO ANTIGUO</th> <th></th> <th>PRECIO NUEVO</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100</td> <td>→</td> <td>80</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>→</td> <td>40</td> </tr> </tbody> </table> EL JERSEY COSTABA 50 €.	PRECIO ANTIGUO		PRECIO NUEVO	100	→	80	x	→	40
PRECIO ANTIGUO		PRECIO NUEVO								
100	→	80								
x	→	40								

¿Cuál de los dos tiene razón?

- Tiene razón Rosa: el jersey costaba 50 €.
 - Rebaja: $20\% \text{ de } 50 = 10 \text{ €}$
 - Coste rebajado: $50 - 10 = 40 \text{ €}$
- El chico no tiene razón. Su solución no se corresponde con los datos.
 - Rebaja: $20\% \text{ de } 48 = 9,6 \text{ €}$
 - Coste rebajado: $48 - 9,6 = 38,4 \text{ €}$
- El fallo está en que la rebaja es el 20% del precio inicial, no del precio rebajado:
 - $20\% \text{ de } 50 \neq 20\% \text{ de } 40$

Sé sistemático

- ¿Cuántos cuadrados se pueden construir sobre una trama de 4×4 puntos?



En una trama de 4×4 puntos se pueden construir $9 + 4 + 1 + 4 + 2 = 20$ cuadrados.

<p>Como este hay 9.</p> <p>8 9</p>	<p>Como este hay cuatro.</p> <p>8 4</p>
<p>8 1</p>	<p>8 4</p>
<p>8 2</p>	<p>TOTAL:</p> <p>$9 + 4 + 1 + 4 + 2 = 20$</p>

- ¿Cuántos cuadrados se pueden construir sobre una trama de 5×5 puntos?

En total, en una trama de 5×5 puntos, se pueden construir:

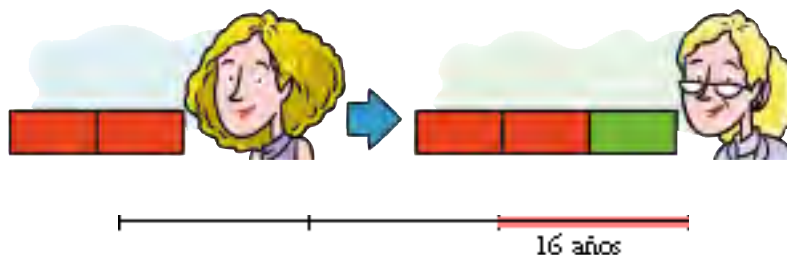
$$16 + 9 + 4 + 1 + 9 + 1 + 8 + 2 = 50 \text{ cuadrados}$$

<p>Como este hay 16.</p>	<p>Como este hay 9.</p>	<p>Como este hay 4.</p>	<p>Como este hay 1.</p>
<p>Como este hay 9.</p>	<p>Como este hay 1.</p>	<p>Como este hay 8.</p>	<p>Como este hay 2.</p>

Entrénate resolviendo problemas

Razona con ayuda de gráficos

- Marta tenía, hace 16 años, $\frac{2}{3}$ de su edad actual. ¿Cuántos años tiene ahora?

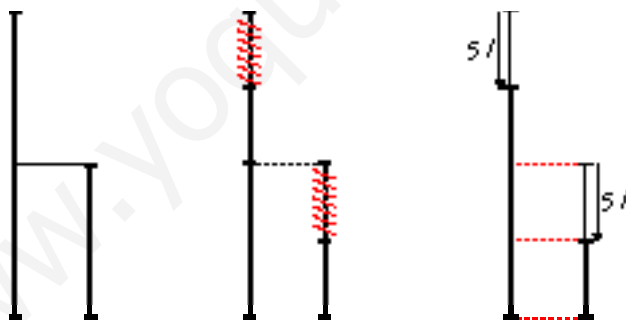


Su edad es, evidentemente, $16 \cdot 3 = 48$ años.

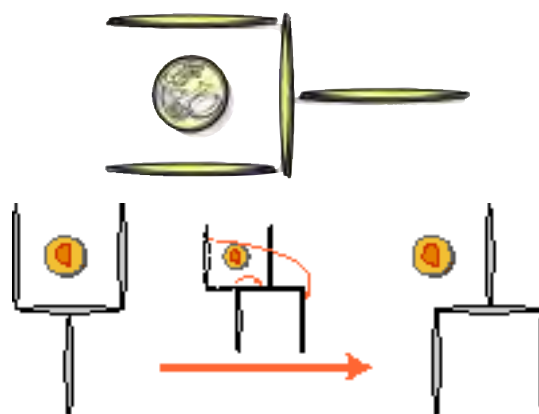
- En una garrafa hay doble cantidad de agua que en otra. Si sacáramos 5 litros de cada una, la primera quedaría con el triple de agua que la segunda. ¿Cuántos litros hay en cada garrafa?



Con un esquema como este es evidente que una garrafa tiene 20 litros y la otra, 10 litros.



- Moviendo solo dos palillos, haz que la moneda quede fuera de la cuchara (la cuchara final tiene que ser idéntica a la inicial).



Autoevaluación

1. Indica si hay relación de proporcionalidad directa o inversa en los siguientes pares de magnitudes:

- a) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en llegar a su destino.
- b) El peso de un libro y su precio.
- c) El número de horas trabajadas y el pago recibido.
- d) El número de caballos que tiene un granjero y el tiempo que tardan en consumir una carga de heno.
- e) El número de folios de un paquete y su peso.

En los apartados c) y e) existe proporcionalidad directa.

En los apartados a) y d) existe proporcionalidad inversa.

En el apartado b) no existe relación de proporcionalidad.

2. Completa estas tablas en tu cuaderno:

PROPORCIONALIDAD DIRECTA			
1	2	3	4
	30		

PROPORCIONALIDAD INVERSA			
1	2	3	4
	30		

PROPORCIONALIDAD DIRECTA			
1	2	3	4
15	30	45	60

PROPORCIONALIDAD INVERSA			
1	2	3	4
60	30	20	15

3. Resuelve por reducción a la unidad.

- a) Tres operarios descargan una furgoneta en 20 minutos. ¿Cuánto tardarían en hacer el mismo trabajo dos operarios?
- b) Una piscina dispone de tres desagües iguales. Si se abren dos, la piscina se vacía en 90 minutos. ¿Cuánto tardará en vaciarse si se abren los tres?

a)

<u>N.º DE OPERARIOS</u>	<u>TIEMPO (minutos)</u>
3	→ 20 minutos
1	→ $20 \cdot 3 = 60$ minutos
2	→ $60 : 2 = 30$ minutos

Dos operarios tardarían 30 minutos.

b)

<u>DESAGÜES</u>	<u>MINUTOS</u>
2	→ 90
1	→ $90 \cdot 2 = 180$
3	→ $180 : 3 = 60$

Si se abren tres desagües tardará una hora en vaciarse.

4. Resuelve con ayuda de la regla de tres.

Un trozo de queso de 375 gramos ha costado 4,50 €. ¿Cuánto costará otro trozo de 200 gramos?

<u>GRAMOS</u>	→	<u>EUROS</u>
375	→	4,50
200	→	x

$$\frac{375}{200} = \frac{4,50}{x} \quad x = \frac{200 \cdot 4,50}{375} = 2,4$$

El trozo de queso de 200 gramos cuesta 2,40 €.

5. Resuelve con ayuda de la regla de tres.

Un taxi, a 85 km/h, ha tardado 12 minutos en cubrir cierto recorrido. ¿Cuánto habría tardado a 60 km/h?

<u>KM/H</u>	→	<u>MINUTOS</u>
85	→	12
60	→	x

La proporcionalidad es inversa, por tanto $x = \frac{12 \cdot 85}{60} = 17$.

Un taxi a 60 km/h habría tardado 17 minutos.

6. Completa la tabla siguiente:

%	30 %		20 %		
FRACCIÓN	3/10	7/10		1/2	
N.º DECIMAL		0,7			0,25

%	30 %	70 %	20 %	50 %	25 %
FRACCIÓN	3/10	7/10	1/5	1/2	1/4
N.º DECIMAL	0,3	0,7	0,2	0,5	0,25

7. Calcula.

- | | | |
|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) 10 % de 48 | b) 30 % de 350 | c) 65 % de 520 |
| a) $48 \cdot 0,10 = 4,8$ | b) $350 \cdot 0,30 = 105$ | c) $520 \cdot 0,65 = 338$ |

8. Un colegio tiene 585 estudiantes. El 60 % se queda al comedor. ¿Cuántos estudiantes usan ese servicio?

$585 \cdot 0,60 = 351$ Usan el servicio de comedor 351 estudiantes.

9. Marta ha comprado una blusa que costaba 35 €, pero estaba rebajada un 20 %. ¿Cuánto ha pagado finalmente por la blusa?

Si le han rebajado un 20 %, le han cobrado un 80 %.

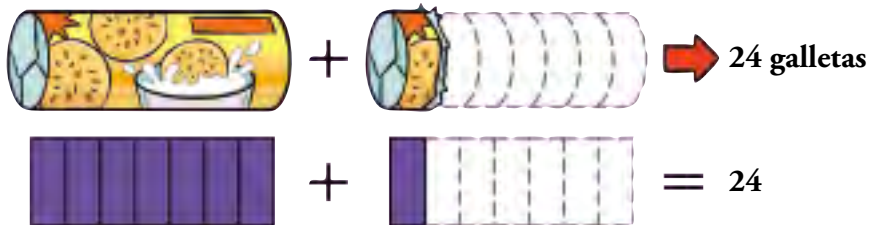
$35 \cdot 0,80 = 28$ Marta ha pagado 28 € por la blusa.

10. En un rebaño hay 22 ovejas negras, lo que supone el 10 % del total. ¿Cuántas ovejas hay en el rebaño?

En el rebaño hay $22 \cdot 10 = 220$ ovejas.

Resuelve con lo que ya sabes

1. ¿Cuántas galletas lleva un paquete?



Según el gráfico, 8 porciones iguales del paquete de galletas son 24 galletas.

Por tanto, cada porción contiene $24 : 8 = 3$ galletas.

El paquete completo contiene 7 de estas porciones; es decir, el paquete lleva $7 \cdot 3 = 21$ galletas.

2. Calcula, por tanteo, el valor de x en la igualdad $x + \frac{x}{7} = 24$.

Probando, vemos que $x = 21$ verifica la igualdad:

$$x + \frac{x}{7} = 24 \quad 21 + \frac{21}{7} = 24$$

$$x = 21$$

Traduce a una igualdad

3. Si llamamos x al peso de una botella de agua, ¿cuál de las siguientes igualdades expresa el equilibrio entre los platillos de la balanza?:



$$3 + x = 4 + x$$

$$3x + 1 = 4 + x$$

$$3(x + 1) = 4 + 1$$

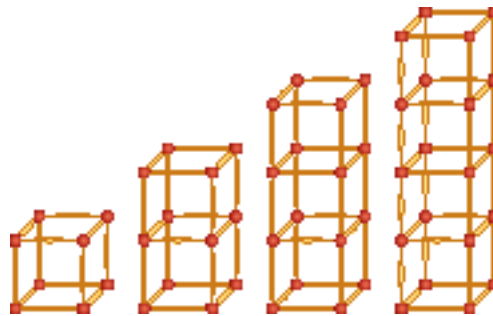
La igualdad buscada es $3x + 1 = 4 + x$.

$$3x + 1 = 4 + x \quad 2x = 3 \quad x = 1,5$$

La botella pesa 1,5 kg.

Comprueba la fórmula

4. Completa en tu cuaderno las casillas vacías de la tabla.



N.º DE PISOS	1	2	3	4	5	...	10	...	25
N.º DE BOLAS	8	12	16						
N.º DE PALILLOS	12	20							

N.º DE PISOS	1	2	3	4	5	...	10	...	25
N.º DE BOLAS	8	12	16	20	24	...	44	...	104
N.º DE PALILLOS	12	20	28	36	44	...	84	...	204

5. Comprueba que las siguientes formulas permiten calcular el número de bolas y de palillos para una torre con el número de pisos que desees (n):

N.º DE PISOS	n
N.º DE BOLAS	$4 \cdot n + 4$
N.º DE PALILLOS	$8 \cdot n + 4$

Se comprueba que efectivamente las fórmulas nos proporcionan el número de bolas y palillos dado el número de pisos.

1 Letras en vez de números

Página 172

Hazlo tú.

Expresa con una fórmula el área del siguiente rectángulo:



$$A = b \cdot a$$

1. Copia en tu cuaderno y completa, sabiendo que $a = 5$.

⑬	$2 \cdot a + 3$	○	$2 \cdot a - 3$
⑮		○	$10 \cdot a + 7$
⑬	$2 \cdot a + 3$	⑦	$2 \cdot a - 3$
⑮	$3 \cdot a + 1$	⑤⑦	$10 \cdot a + 7$

2. Escribe una expresión para el valor asociado a n .

a)

2	5
6	13
10	21
...	...
n	?

b)

2	0
6	2
10	4
...	...
n	?

c)

2	2
6	30
10	90
...	...
n	?

a) $n \quad 2n + 1$

b) $n \quad \frac{n}{2} - 1$

c) $n \quad n \cdot (n - 1)$

3. Llamando x a un número natural, escribe:

a) El doble del número.

b) El siguiente del número.

c) La suma del número, su doble y su siguiente.

a) $2x$

b) $x + 1$

c) $x + 2x + x + 1$

4. Codifica en una igualdad matemática el siguiente enunciado:

La suma de un número, x , su doble y su siguiente es 21.

$$x + 2x + x + 1 = 21$$

5. Llamando x a la edad de Ana, escribe una expresión matemática para cada apartado:

a) La edad que tendrá dentro de ocho años.

b) La edad que tenía hace dos años.

c) El doble de la edad que tenía hace dos años.

a) $x + 8$

b) $x - 2$

c) $2(x - 2)$

6. Codifica en una igualdad matemática el siguiente enunciado:

La edad de Ana, dentro de ocho años, será igual al doble de la que tenía hace dos años.

$$x + 8 = 2(x - 2)$$

2 Expresiones algebraicas

Página 175

1. Calcula el valor numérico de la expresión $x^2 + xy - 12$ cuando $x = 3$ e $y = -1$.

$$3^2 + 3 \cdot (-1) - 12 = 9 - 3 - 12 = -6$$

2. Indica cuáles de las expresiones siguientes son monomios:

$a + b$

$5x^3$

a^2b^2

$2x^3 - x$

$-2xy$

$2a - 3a^2$

$\frac{1}{2}(x - 1)$

$\frac{5a}{2b}$

Son monomios:

$5x^3 \quad a^2b^2 \quad -2xy$

3. Para cada uno de los monomios siguientes, indica su coeficiente, su parte literal y su grado:

a) $2a$

b) x^2

c) $-3ab$

d) $\frac{1}{2}xy^3$

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	GRADO
$2a$	2	a	1
x^2	1	x^2	2
$-3ab$	-3	ab	2
$\frac{1}{2}xy^3$	$\frac{1}{2}$	xy^3	4

4. Reduce las expresiones siguientes:

a) $a + a + a + a$

b) $m + m + m - m$

c) $a + a + b + b$

d) $x + x + y + y + y$

e) $2x + 5x$

f) $6a + 2a - 5a$

g) $4a - 3a + a$

h) $10x - 3x - x$

a) $4a$

b) $2m$

c) $2a + 2b$

d) $2x + 3y$

e) $7x$

f) $3a$

g) $2a$

h) $6x$

5. Iguala cada expresión con su reducida:

$$x + x + 1$$

$$2x^2 + 2x + 3$$

$$x^2 + x^2 + x$$

$$x^2 + 5$$

$$3x^2 - 2x^2 + 5$$

$$4x^2 + x + 4$$

$$x^2 + x^2 + x + x$$

$$2x^2 + x$$

$$2x^2 + 4x - 2x + 3$$

$$2x^2 + 2x$$

$$9x^2 - 5x^2 + 3 + x + 1$$

$$2x + 1$$

$$x + x + 1 = 2x + 1$$

$$x^2 + x^2 + x = 2x^2 + x$$

$$3x^2 - 2x^2 + 5 = x^2 + 5$$

$$x^2 + x^2 + x + x = 2x^2 + 2x$$

$$2x^2 + 4x - 2x + 3 = 2x^2 + 2x + 3$$

$$9x^2 - 5x^2 + 3 + x + 1 = 4x^2 + x + 4$$

6. Simplifica.

a) $x^2 + 2x^2 + x + 2x$

b) $3x^2 + 2x^2 + 5x - 4x$

c) $6x^2 - 2x^2 + 7x - 4x$

d) $8x^2 - 3x^2 + 2x + x$

e) $x + 3x^2 + x^2 - 4x$

f) $2x^2 - 6x + 2x^2 - x$

a) $3x^2 + 3x$

b) $5x^2 + x$

c) $4x^2 + 3x$

d) $5x^2 + 3x$

e) $4x^2 - 3x$

f) $4x^2 - x$

7. Reduce.

a) $3x - (4x - 3x)$

b) $5x - (2x + 1)$

c) $8x - (3x + 2x)$

d) $2x - (4 - x)$

e) $(x + 4x) - (5x - 3x)$

f) $(6x - 4) - (2x - 1)$

a) $3x - x = 2x$

b) $5x - 2x - 1 = 3x - 1$

c) $8x - 5x = 3x$

d) $2x - 4 + x = 3x - 4$

e) $5x - 2x = 3x$

f) $6x - 4 - 2x + 1 = 4x - 3$

8. Elimina los paréntesis y simplifica.

a) $5x^2 - (2x + x^2)$

b) $3x - (x - x^2)$

c) $x^2 - (3x - x^2)$

d) $5x - (2x - 3x^2)$

e) $(5x^2 - 4x) - (2x^2 + 2x)$

f) $(7x^2 + 3) - (5x^2 - 2)$

g) $(x^2 + x) + (3x + 1)$

h) $(4x^2 - 5) - (2x^2 + 2)$

a) $5x^2 - 2x - x^2 = 4x^2 - 2x$

b) $3x - x + x^2 = x^2 + 2x$

c) $x^2 - 3x + x^2 = 2x^2 - 3x$

d) $5x - 2x + 3x^2 = 3x^2 + 3x$

e) $5x^2 - 4x - 2x^2 - 2x = 3x^2 - 6x$

f) $7x^2 + 3 - 5x^2 + 2 = 2x^2 + 5$

g) $x^2 + x + 3x + 1 = x^2 + 4x + 1$

h) $4x^2 - 5 - 2x^2 - 2 = 2x^2 - 7$

9. ¿Verdadero o falso?

- a) La suma de dos monomios es otro monomio.
- b) La suma o la diferencia de dos monomios semejantes es otro monomio semejante a los sumandos.
- c) El grado de la suma de dos monomios es la suma de los grados de los sumandos.
- d) El grado de la suma de dos monomios semejantes es el mismo que el de los sumandos.
- a) Falso. Por ejemplo, $7x + 8y$ no es un monomio.
- b) Verdadero. Por ejemplo, $6xy + 4xy = 10xy$.
- c) Falso, el grado de la suma de dos monomios es el mismo que el de los sumandos. Por ejemplo, $2x + 8x = 10x$.
- d) Verdadero. Por ejemplo, $8b + 6b = 14b$.

10. Multiplica el número por el monomio.

a) $3 \cdot 2x$

b) $5 \cdot 3a$

c) $2 \cdot 4m$

d) $(-3) \cdot 5x$

e) $2 \cdot (-2a)$

f) $(-3) \cdot (-4m)$

g) $\frac{1}{2} \cdot 6x$

h) $4 \cdot \frac{1}{6}a$

i) $(-2) \cdot \frac{6}{8}m$

a) $6x$

b) $15a$

c) $8m$

d) $-15x$

e) $-4a$

f) $12m$

g) $3x$

h) $\frac{2}{3}a$

i) $\frac{-3}{2}m$

11. Halla los productos siguientes:

a) $x \cdot x^2$

b) $a^2 \cdot a^2$

c) $m^3 \cdot m$

d) $x^2 \cdot x^3$

e) $x^3 \cdot x^3$

f) $m^2 \cdot m^4$

a) x^3

b) a^4

c) m^4

d) x^5

e) x^6

f) m^6

12. Multiplica los monomios siguientes.

a) $x \cdot 2x$

b) $5a \cdot a$

c) $m \cdot 2m^2$

d) $2x \cdot 5x$

e) $3a \cdot 4a^2$

f) $2m^2 \cdot 5m^2$

g) $3x^2 \cdot 2x^3$

h) $4a \cdot 2a^4$

i) $2m^2 \cdot 2m^4$

j) $x^3 \cdot (-2x)$

k) $(-5a^2) \cdot 3a^3$

l) $2m^3 \cdot (-4m^3)$

a) $2x^2$

b) $5a^2$

c) $2m^3$

d) $10x^2$

e) $12a^3$

f) $10m^4$

g) $6x^5$

h) $8a^5$

i) $4m^6$

j) $-2x^4$

k) $-15a^5$

l) $-8m^6$

13. Reduce.

a) $(4xy) \cdot (5xy)$

b) $(3xy) \cdot 2x$

c) $(2a) \cdot (-4ab)$

d) $5a^2 \cdot (2ab)$

e) $(-xy^2) \cdot (3x^2y)$

f) $(3a^2b^3) \cdot (a^2b)$

a) $20x^2y^2$

b) $6x^2y$

c) $-8a^2b$

d) $10a^3b$

e) $-3x^3y^3$

f) $3a^4b^4$

14. Copia y completa cada paréntesis con un monomio:

a) $x \cdot (\dots) = x^3$

b) $2x^2 \cdot (\dots) = 4x^4$

c) $3a \cdot (\dots) = 6a^2$

d) $2a^2 \cdot (\dots) = -8a^5$

e) $(\dots) \cdot 2x = 6xy$

f) $(\dots) \cdot xy = 3x^2y^3$

a) $x \cdot (x^2) = x^3$

b) $2x^2 \cdot (2x^2) = 4x^4$

c) $3a \cdot (2a) = 6a^2$

d) $2a^2 \cdot (-4a^3) = -8a^5$

e) $(3y) \cdot 2x = 6xy$

f) $(3xy^2) \cdot xy = 3x^2y^3$

15. Divide el monomio entre el número.

- | | | | | | |
|-------------------|-----------------|----------------------|------------|----------|-----------|
| a) $6x : 3$ | b) $12a^2 : 4$ | c) $9m^3 : 9$ | | | |
| d) $(-18x^2) : 6$ | e) $15a : (-5)$ | f) $(-20m^2) : (-4)$ | | | |
| a) $2x$ | b) $3a^2$ | c) m^3 | d) $-3x^2$ | e) $-3a$ | f) $5m^2$ |

16. Recuerda las propiedades de las potencias y divide.

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) $x^2 : x$ | b) $a^3 : a$ | c) $m^3 : m^2$ |
| d) $x^5 : x^5$ | e) $a^6 : a^2$ | f) $m^7 : m^3$ |
| g) $x^7 : x$ | h) $a^4 : a^4$ | i) $m^6 : m^5$ |
| a) x | b) a^2 | c) m |
| d) 1 | e) a^4 | f) m^4 |
| g) x^6 | h) 1 | i) m |

17. Expresa cada resultado con una fracción algebraica, como en el ejemplo:

• $a^2 : a^4 = \frac{a^2}{a^4} = \frac{\cancel{a} \cdot \cancel{a}}{\cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a^2}$

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) $x : x^2$ | b) $a : a^3$ | c) $m : m^4$ |
| d) $x^2 : x^3$ | e) $a^3 : a^6$ | f) $m^2 : m^5$ |
| g) $x : x^5$ | h) $a^3 : a^4$ | i) $m^3 : m^7$ |
| a) $\frac{1}{x}$ | b) $\frac{1}{a^2}$ | c) $\frac{1}{m^3}$ |
| d) $\frac{1}{x}$ | e) $\frac{1}{a^3}$ | f) $\frac{1}{m^3}$ |
| g) $\frac{1}{x^4}$ | h) $\frac{1}{a}$ | i) $\frac{1}{m^4}$ |

18. Divide.

- | | | | | | |
|-------------------|----------------------|-------------------|---------------------|-------------------|---------------------|
| a) $8x : 2x$ | b) $12x^2 : (-4x^2)$ | c) $a : 3a$ | | | |
| d) $2a^2 : 3a^2$ | e) $10x^4 : 5x$ | f) $15x^4 : 3x^2$ | | | |
| g) $4a^3 : 6a^2$ | h) $10a^5 : 15a$ | i) $6x : 3x^2$ | | | |
| j) $2x : 6x^3$ | k) $4a^3 : 10a^4$ | l) $6a^2 : 9a^5$ | | | |
| a) 4 | b) -3 | c) $\frac{1}{3}$ | d) $\frac{2}{3}$ | e) $2x^3$ | f) $5x^2$ |
| g) $\frac{2}{3}a$ | h) $\frac{2}{3}a^4$ | i) $\frac{2}{x}$ | j) $\frac{1}{3x^2}$ | k) $\frac{2}{5a}$ | l) $\frac{2}{3a^3}$ |

19. Simplifica estas fracciones algebraicas:

- | | | | | | |
|------------------------|--------------------------|---------------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| a) $\frac{4x^3}{8x^2}$ | b) $\frac{10x}{5x^3}$ | c) $\frac{6x^4}{2x^2}$ | | | |
| d) $\frac{3ab}{9a^2}$ | e) $\frac{4a^2b}{8ab^2}$ | f) $\frac{2ab}{10a^2b^2}$ | | | |
| a) $\frac{1}{2}x$ | b) $\frac{2}{x^2}$ | c) $3x^2$ | d) $\frac{b}{3a}$ | e) $\frac{a}{2b}$ | f) $\frac{1}{5ab}$ |

20. Multiplica y expresa sin paréntesis.

a) $2(x + 1)$

b) $5 \cdot (a - b)$

c) $a \cdot (3 - a)$

d) $x^2 \cdot (x^2 + x)$

e) $3x \cdot (x + 5)$

f) $5a \cdot (2a - a^2)$

a) $2x + 2$

b) $5a - 5b$

c) $3a - a^2$

d) $x^4 + x^3$

e) $3x^2 + 15x$

f) $10a^2 - 5a^3$

21. Copia en tu cuaderno y completa.

a) $5 \cdot (\dots + \dots) = 5a + 10$

b) $4 \cdot (\dots + \dots) = 8a + 4b$

c) $x \cdot (\dots + \dots) = x^2 + 3x$

d) $2x \cdot (\dots + \dots) = 4x + 6x^2$

a) $5 \cdot (a + 2) = 5a + 10$

b) $4 \cdot (2a + b) = 8a + 4b$

c) $x \cdot (x + 3) = x^2 + 3x$

d) $2x \cdot (2 + 3x) = 4x + 6x^2$

22. Copia y completa las casillas vacías.

a) $\square \cdot (x + 3) = 5x + 15$

b) $\square \cdot (3 + 2x) = 9 + 6x$

c) $\square \cdot (a - 1) = a^3 - a^2$

d) $\square \cdot (a + a^2) = a^2 + a^3$

a) $5 \cdot (x + 3) = 5x + 15$

b) $3 \cdot (3 + 2x) = 9 + 6x$

c) $a^2 \cdot (a - 1) = a^3 - a^2$

d) $a \cdot (a + a^2) = a^2 + a^3$

23. Multiplica y simplifica, como en el ejemplo.

• $5a \cdot a \frac{a}{5} + \frac{1}{a}n = \frac{5a^2}{5} + \frac{5a}{a} = a^2 + 5$

a) $6x \cdot a \frac{1}{6} + \frac{1}{x}n$

b) $xy \cdot e \frac{1}{x} - \frac{1}{y}c$

c) $\frac{1}{a} \cdot (a + a^2)$

d) $\frac{2}{a^2} \cdot b \frac{a}{4} + a^2 1$

a) $\frac{6x}{6} + \frac{6x}{x} = x + 6$

b) $\frac{xy}{x} - \frac{xy}{y} = y - x$

c) $\frac{a}{a} + \frac{a^2}{a} = 1 + a$

d) $\frac{2a}{4a^2} + \frac{2a^2}{a^2} = \frac{1}{2a} + 2$

24. ¿Verdadero o falso?

a) El producto de dos monomios es siempre otro monomio.

b) El grado del producto de varios monomios es el producto de los grados de los factores.

c) El grado del producto de varios monomios es la suma de los grados de los factores.

d) Al dividir dos monomios se obtiene otro monomio.

e) Si el cociente de dos monomios es otro monomio, el grado del dividendo es mayor o igual que el grado del divisor.

a) Verdadero. Por ejemplo, $14x \cdot 2x = 28x^2$

b) Falso. Por ejemplo, $7x^2 \cdot 3x = 21x^3$

c) Verdadero

d) Falso. Por ejemplo, $4x : 2x = \frac{4x}{2x} = 2$.

e) Verdadero

3 Ecuaciones

Página 179

1. Comprueba en cada caso cuál o cuáles de los valores de x son soluciones de la ecuación:

$$\begin{array}{l} x = 1 \\ \text{a) } 5x - 7 = 13 \quad *x = 3 \\ x = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = 2 \\ \text{b) } 3x - 6 = x \quad *x = 3 \\ x = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = 1 \\ \text{c) } \frac{x+5}{6} = 1 \quad *x = -2 \\ x = 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = -3 \\ \text{d) } \sqrt{x} + 3 = 5 \quad *x = 0 \\ x = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = -2 \\ \text{e) } x^2 - 6 = x \quad *x = 1 \\ x = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = 2 \\ \text{f) } \frac{x^2+5}{7} = x - 1 \quad *x = 3 \\ x = 4 \end{array}$$

a) $x = 4$

b) $x = 3$

c) $x = 1$

d) $x = 4$

e) $x = -2; x = 3$

f) $x = 3; x = 4$

2. Indica cuál es el grado de cada ecuación:

a) $3x - 4 = 5x + 2$

b) $6x - x^2 = 7 - x$

c) $4x^3 + 2x = 5x^2 + 1$

d) $\frac{5x-1}{4} = \frac{2x+3}{7}$

a) Primer grado

b) Segundo grado

c) Tercer grado

d) Primer grado

3. Razona y encuentra una solución para cada una de estas ecuaciones:

a) $5x = 20$

b) $5x - 2 = 18$

c) $\frac{5x-2}{3} = 6$

d) $\frac{5x+4}{8} = 3$

a) $x = 4$

b) $x = 4$

c) $x = 4$

d) $x = 4$

4. Busca, por tanteo, una solución para cada ecuación:

a) $5x - 8 = 7$

b) $2x + 3 = 5x - 3$

c) $2(x - 1) = 8$

d) $10 - (x - 3) = 6$

e) $\frac{3-x}{2} = 1$

f) $\frac{5+x}{6} = 2$

g) $\frac{x-1}{4} = 5$

h) $\frac{x+2}{3} = 1$

i) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$

j) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 7$

k) $x + x^2 + x^3 = 3$

l) $\sqrt{x+5} = 3$

a) $x = 3$

b) $x = 2$

c) $x = 5$

d) $x = 7$

e) $x = 1$

f) $x = 7$

g) $x = 21$

h) $x = 1$

i) $x = 6$

j) $x = 8$

k) $x = 1$

l) $x = 4$

4 Primeras técnicas para la resolución de ecuaciones

Página 180

1. Resuelve aplicando las técnicas recién aprendidas.

a) $x + 3 = 4$

b) $x - 1 = 8$

c) $x + 5 = 11$

d) $x - 7 = 3$

e) $x + 4 = 1$

f) $x - 2 = -6$

g) $9 = x + 5$

h) $5 = x - 4$

i) $2 = x + 6$

a) $x = 1$

b) $x = 9$

c) $x = 6$

d) $x = 10$

e) $x = -3$

f) $x = -4$

g) $x = 4$

h) $x = 9$

i) $x = -4$

2. Resuelve aplicando las técnicas anteriores.

a) $x + 6 = 9$

b) $x - 4 = 5$

c) $2 - x = 4$

d) $5 + x = 4$

e) $3 + x = 3$

f) $6 = x + 8$

g) $0 = x + 6$

h) $1 = 9 - x$

i) $4 = x - 8$

a) $x = 3$

b) $x = 9$

c) $x = -2$

d) $x = -1$

e) $x = 0$

f) $x = -2$

g) $x = -6$

h) $x = 8$

i) $x = 12$

3. Resuelve con las técnicas que acabas de aprender.

a) $4x = 20$

b) $\frac{x}{2} = 1$

c) $3x = 12$

d) $\frac{x}{5} = 2$

e) $8 = 4x$

f) $4 = \frac{x}{2}$

a) $x = 5$

b) $x = 2$

c) $x = 4$

d) $x = 10$

e) $x = 2$

f) $x = 8$

4. Resuelve combinando las técnicas anteriores.

a) $3x - 2 = 0$

b) $4x + 5 = 13$

c) $2x - 5 = 9$

d) $8 - 3x = 2$

e) $\frac{x}{2} + 4 = 7$

f) $\frac{x}{3} - 2 = 3$

a) $x = \frac{2}{3}$

b) $x = 2$

c) $x = 7$

d) $x = 2$

e) $x = 6$

f) $x = 15$

5 Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita

Página 183

1. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $x + 1 = 6$

b) $x + 8 = 3$

c) $7 = x + 3$

d) $5 = 11 + x$

e) $x + 1 = -2$

f) $x + 5 = -2$

g) $5 + x = 7$

h) $4 + x = 4$

i) $8 + x = 1$

Soluciones: a) 5; b) -5; c) 4; d) -6; e) -3; f) -7; g) 2; h) 0; i) -7

a) $x + 1 = 6$ $x = 6 - 1$ $x = 5$

b) $x + 8 = 3$ $x = 3 - 8$ $x = -5$

c) $7 = x + 3$ $7 - 3 = x$ $x = 4$

d) $5 = 11 + x$ $5 - 11 = x$ $x = -6$

e) $x + 1 = -2$ $x = -2 - 1$ $x = -3$

f) $x + 5 = -2$ $x = -2 - 5$ $x = -7$

g) $5 + x = 7$ $x = 7 - 5$ $x = 2$

h) $4 + x = 4$ $x = 4 - 4$ $x = 0$

i) $8 + x = 1$ $x = 1 - 8$ $x = -7$

2. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

3. Resuelve estas ecuaciones:

a) $x - 6 = 7$

b) $5 = x - 1$

c) $x - 5 = -3$

d) $-4 = x - 2$

e) $-8 = x - 1$

f) $4 - x = 1$

g) $5 - x = 6$

h) $8 = 13 - x$

i) $15 = 6 - x$

Soluciones: a) 13; b) 6; c) 2; d) -2; e) -7; f) 3; g) -1; h) 5; i) -9

a) $x - 6 = 7$ $x = 7 + 6$ $x = 13$

b) $5 = x - 1$ $5 + 1 = x$ $x = 6$

c) $x - 5 = -3$ $x = -3 + 5$ $x = 2$

d) $-4 = x - 2$ $-4 + 2 = x$ $x = -2$

e) $-8 = x - 1$ $-8 + 1 = x$ $x = -7$

f) $4 - x = 1$ $4 - 1 = x$ $x = 3$

g) $5 - x = 6$ $5 - 6 = x$ $x = -1$

h) $8 = 13 - x$ $x = 13 - 8$ $x = 5$

i) $15 = 6 - x$ $x = 6 - 15$ $x = -9$

4. Resuelve.

a) $4x = 12$

b) $4x = 20$

c) $5x = 3$

d) $5 = 10x$

e) $3 = 7x$

f) $4 = 6x$

g) $-2x = 10$

h) $15 = -5x$

i) $-6x = -9$

Soluciones: a) 3; b) 5; c) 3/5; d) 1/2; e) 3/7; f) 2/3; g) -5; h) -3; i) 3/2

a) $4x = 12$ $x = \frac{12}{4}$ $x = 3$

b) $4x = 20$ $x = \frac{20}{4}$ $x = 5$

c) $5x = 3$ $x = \frac{3}{5}$

d) $5 = 10x$ $x = \frac{5}{10}$ $x = \frac{1}{2}$

e) $3 = 7x \quad x = \frac{3}{7}$

f) $4 = 6x \quad x = \frac{4}{6} \quad x = \frac{2}{3}$

g) $-2x = 10 \quad x = \frac{10}{-2} \quad x = -5$

h) $15 = -5x \quad x = \frac{15}{-5} \quad x = -3$

i) $-6x = -9 \quad x = \frac{-9}{-6} \quad x = \frac{3}{2}$

5. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $5x - 4x = 9$

b) $7x - 2x = 15$

c) $x - 2x = 7$

d) $2x - 6x = 12$

e) $2x - 5x = -3$

f) $4x - 6x = -8$

g) $1 = 6x - 4x$

h) $2 = 11x - 5x$

i) $4 = 2x - 7x$

Soluciones: a) 9; b) 3; c) -7; d) -3; e) 1; f) 4; g) 1/2; h) 1/3; i) -4/5

a) $5x - 4x = 9 \quad x = 9$

b) $7x - 2x = 15 \quad 5x = 15 \quad x = \frac{15}{5} \quad x = 3$

c) $x - 2x = 7 \quad -x = 7 \quad x = -7$

d) $2x - 6x = 12 \quad -4x = 12 \quad x = \frac{12}{-4} \quad x = -3$

e) $2x - 5x = -3 \quad -3x = -3 \quad x = \frac{-3}{-3} \quad x = 1$

f) $4x - 6x = -8 \quad -2x = -8 \quad x = \frac{-8}{-2} \quad x = 4$

g) $1 = 6x - 4x \quad 1 = 2x \quad x = \frac{1}{2}$

h) $2 = 11x - 5x \quad 2 = 6x \quad x = \frac{2}{6} \quad x = \frac{1}{3}$

i) $4 = 2x - 7x \quad 4 = -5x \quad x = \frac{4}{-5} \quad x = -\frac{4}{5}$

6. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

7. Halla x en cada caso:

a) $4x = 3x + 5$

b) $5x = 7x - 4$

c) $2x = 7x - 5$

d) $3x = 9x + 12$

e) $8x = 5x + 2$

f) $3x = 9x - 5$

g) $4 - 2x = 3x$

h) $2 + 6x = 9x$

i) $5 - 6x = -x$

Soluciones: a) 5; b) 2; c) 1; d) -2; e) 2/3; f) 5/6; g) 4/5; h) 2/3; i) 1

a) $4x = 3x + 5 \quad 4x - 3x = 5 \quad x = 5$

b) $5x = 7x - 4 \quad 4 = 7x - 5x \quad 4 = 2x \quad x = 2$

c) $2x = 7x - 5 \quad 5 = 7x - 2x \quad 5 = 5x \quad x = 1$

d) $3x = 9x + 12 \quad -12 = 9x - 3x \quad -12 = 6x \quad \frac{-12}{6} = x \quad x = -2$

e) $8x = 5x + 2 \quad 8x - 5x = 2 \quad 3x = 2 \quad x = \frac{2}{3}$

f) $3x = 9x - 5$ $5 = 9x - 3x$ $5 = 6x$ $x = \frac{5}{6}$

g) $4 - 2x = 3x$ $4 = 3x + 2x$ $4 = 5x$ $x = \frac{4}{5}$

h) $2 + 6x = 9x$ $2 = 9x - 6x$ $2 = 3x$ $x = \frac{2}{3}$

i) $5 - 6x = -x$ $5 = -x + 6x$ $5 = 5x$ $x = 1$

8. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $8x - 5x = x + 8$

b) $3x + 6 = 2x + 13$

c) $5x - 7 = 2 - 4x$

d) $3x + x + 4 = 2x + 10$

e) $4x + 7 - x = 5 + 2x$

f) $8 - x = 3x + 2x + 5$

Soluciones: a) 4; b) 7; c) 1; d) 3; e) -2; f) 1/2

a) $8x - 5x = x + 8$ $8x - 5x - x = 8$ $2x = 8$ $x = 4$

b) $3x + 6 = 2x + 13$ $3x - 2x = 13 - 6$ $x = 7$

c) $5x - 7 = 2 - 4x$ $5x + 4x = 2 + 7$ $9x = 9$ $x = 1$

d) $3x + x + 4 = 2x + 10$ $3x + x - 2x = 10 - 4$ $2x = 6$ $x = 3$

e) $4x + 7 - x = 5 + 2x$ $4x - x - 2x = 5 - 7$ $x = -2$

f) $8 - x = 3x + 2x + 5$ $8 - 5 = 3x + 2x + x$ $3 = 6x$ $\frac{3}{6} = x$ $x = \frac{1}{2}$

9. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

10. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $6x = 6x + 3$

b) $13 - 2x = 6 - 2x$

c) $5x - 1 = 2x - 4 + 3x$

d) $x + 1 = x + 1$

e) $7 - 3x = 4 - 3x + 3$

f) $3x + 4 = 2x + 4 + x$

Soluciones: a), b) y c) no tienen solución; d), e) y f) son identidades.

a) $6x = 6x + 3$ $0x = 3$ No tiene solución.

b) $13 - 2x = 6 - 2x$ $2x - 2x = 6 - 13$ $0x = -7$ No tiene solución.

c) $5x - 1 = 2x - 4 + 3x$ $5x - 2x - 3x = -4 + 1$ $0x = -3$ No tiene solución.

d) $x + 1 = x + 1$ $x - x = 1 - 1$ $0x = 0$ Es una identidad.

e) $7 - 3x = 4 - 3x + 3$ $3x - 3x = 4 + 3 - 7$ $0x = 0$ Es una identidad.

f) $3x + 4 = 2x + 4 + x$ $3x - 2x - x = 4 - 4$ $0x = 0$ Es una identidad.

11. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

12. Resuelve como en el ejercicio anterior.

a) $12x - 7 + x - 5 = 11x - 10 + x$

b) $18x + 15 + 5x - 9 - 7x = 9x - 8$

c) $7x - 3 + 5x - 4 = 8x - 5 - x$

Soluciones: a) 2; b) -2; c) 2/5

a) $12x - 7 + x - 5 = 11x - 10 + x$

b) $18x + 15 + 5x - 9 - 7x = 9x - 8$

$13x - 12 = 12x - 10$

$16x + 6 = 9x - 8$

$13x - 12x = -10 + 12$

$16x - 9x = -8 - 6$

$x = 2$

$7x = -14$

$x = \frac{-14}{7} = -2$

c) $7x - 3 + 5x - 4 = 8x - 5 - x$

$12x - 7 = 7x - 5$

$12x - 7x = -5 + 7$

$5x = 2$

$x = \frac{2}{5}$

13. Calcula el valor que debe tener x para que se verifique cada igualdad:

a) $10x + 1 - 7x = 5x - 5 + 4x$

b) $2x - 5 - 7x + 1 = 4x - 6x + 11$

c) $2 - 13x = 6x + 1 + x - 9$

Soluciones: a) 1; b) -5; c) 1/2

a) $3x + 1 = 9x - 5$

b) $-5x - 4 = -2x + 11$

$1 + 5 = 9x - 3x$

$-4 - 11 = -2x + 5x$

$6 = 6x$

$-15 = 3x$

$x = \frac{6}{6} = 1$

$x = \frac{-15}{3} = -5$

c) $2 - 13x = 6x + 1 + x - 9$

$2 + 8 = 7x + 13x$

$10 = 20x$

$x = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

14. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

15. Resuelve las ecuaciones e indica la que no tiene solución y la que tiene infinitas soluciones.

a) $6 - 11x + 7 + 12x = x - 13 - 8x + 2$

b) $16x - 5 - 15x + 8 + 2x = 4x + 3 - x$

c) $3 + x = 9x - 6 + 7x - 4 - x - 1$

d) $7 - 5x = 9x + 2 - 13x + 7 - x$

Soluciones: a) -3; b) Infinitas soluciones; c) 1; d) Sin solución

$$\begin{aligned} \text{a) } x + 13 &= -7x - 11 \\ x + 7x &= -11 - 13 \\ 8x &= -24 \\ x &= \frac{-24}{8} = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3 + x &= 15x - 11 \\ 3 + 11 &= 15x - x \\ 14 &= 14x \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3x + 3 &= 3x + 3 \\ 0x &= 0 \end{aligned} \quad \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} \quad \text{Infinitas soluciones.}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 7 - 5x &= -5x + 9 \\ 5x - 5x &= 9 - 7 \\ 0x &= 2 \end{aligned} \quad \begin{matrix} 9 \\ 7 \\ 2 \end{matrix} \quad \text{No tiene solución.}$$

16. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

17. Resuelve estas ecuaciones:

a) $5 - (4x + 6) = 2x$

c) $2x - (5 - 4x) + 1 = x + (3x - 5)$

Soluciones: a) $-1/6$; b) 2; c) $-1/2$; d) 4

$$\begin{aligned} \text{a) } 5 - 4x - 6 &= 2x \\ -1 &= 6x \\ x &= \frac{-1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 2x - 5 + 4x + 1 &= x + 3x - 5 \\ 2x &= -1 \\ x &= \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

b) $x + 1 = 5x - (2x + 3)$

d) $5 - (x + 1) - 3 = 3x - (2x + 3) - x$

$$\begin{aligned} \text{b) } x + 1 &= 5x - 2x - 3 \\ 4 &= 2x \\ x &= \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 5 - x - 1 - 3 &= 3x - 2x - 3 - x \\ x &= 4 \end{aligned}$$

18. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

19. Resuelve.

a) $x - 2(x - 2) = 3x$

c) $x - 4(x + 2) = x + 5 - 3x$

Soluciones: a) 1; b) -1; c) -13; d) 0

$$\begin{aligned} \text{a) } x - 2x + 4 &= 3x \\ 4 &= 4x \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } x - 4x - 8 &= x + 5 - 3x \\ -13 &= x \end{aligned}$$

b) $11 - x = 3x - 5(2x - 1)$

d) $4(x - 2) + 3 = 1 - 3(2 - x)$

$$\begin{aligned} \text{b) } 11 - x &= 3x - 10x + 5 \\ 6x &= -6 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 4x - 8 + 3 &= 1 - 6 + 3x \\ x &= 0 \end{aligned}$$

20. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $2x - 8 = 1 - 3(x - 2)$

b) $4x - (2 + x) = 3(x - 1)$

c) $2x + 3(x + 1) = 5 - 2(2x - 5)$

Soluciones: a) 3; b) Sin solución; c) 4/3

a) $2x - 8 = 1 - 3x + 6$

$5x = 15$

$x = \frac{15}{5} = 3$

b) $4x - 2 - x = 3x - 3$

$0x = -1$

No hay solución.

c) $2x + 3x + 3 = 5 - 4x + 10$

$9x = 12$

$x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

21. Halla x en cada caso:

a) $2x - 3(5x + 6) + 10 = 5(x - 3) - 4x$

b) $3(1 - 4x) + 7 = 5 - (8x + 7)$

c) $12 - 5(3 - 2x) = 8x - 3(x + 1) + 5x$

Soluciones: a) 1/2; b) 3; c) Infinitas soluciones

a) $2x - 15x - 18 + 10 = 5x - 15 - 4x$

$7 = 14x$

$x = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

b) $3 - 12x + 7 = 5 - 8x - 7$

$12 = 4x$

$x = \frac{12}{4} = 3$

c) $12 - 15 + 10x = 8x - 3x - 3 + 5x$

$0x = 0$

Infinitas soluciones.

22. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

23. Resuelve estas ecuaciones:

a) $2x = \frac{1}{2}$

b) $-4x = 1 - \frac{1}{3}$

c) $\frac{7x}{3} = 2$

d) $\frac{15x}{2} - 1 = 5$

e) $\frac{x}{5} = \frac{1}{7}$

f) $\frac{3x}{2} + 1 = \frac{2}{5}$

Soluciones: a) $\frac{1}{4}$; b) $-\frac{1}{6}$; c) $\frac{6}{7}$; d) $\frac{4}{5}$; e) $\frac{5}{7}$; f) $-\frac{2}{5}$

a) $x = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$

b) $-4x = \frac{2}{3} \quad x = \frac{2}{-4 \cdot 3} = \frac{-2}{12} = \frac{-1}{6}$

c) $7x = 3 \cdot 2 = 6 \quad x = \frac{6}{7}$

d) $\frac{15x-2}{2} = 5 \quad 15x-2 = 10 \quad 15x = 12 \quad x = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

e) $x = \frac{5}{7}$

f) $\frac{3x+2}{2} = \frac{2}{5} \quad 3x+2 = \frac{4}{5} \quad 3x = \frac{4}{5} - 2 = \frac{-6}{5} \quad x = \frac{-6}{15} = \frac{-2}{5}$

24. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

25. Resuelve.

a) $-5x = \frac{10}{3}$

b) $-6x = -\frac{3}{4}$

c) $-\frac{x}{3} = 2$

d) $-\frac{2}{5}x = 6$

e) $-\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}$

f) $-\frac{6}{5}x = \frac{3}{10}$

Soluciones: a) $-\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{8}$; c) -6 ; d) -15 ; e) $-\frac{3}{5}$; f) $-\frac{1}{4}$

a) $x = \frac{10}{(-5) \cdot 3} \quad x = -\frac{2}{3}$

b) $x = -\frac{3}{(-6) \cdot 4} \quad x = \frac{1}{8}$

c) $x = 2 \cdot (-3) = -6$

d) $-2x = 6 \cdot 5 \quad x = -\frac{30}{2} = -15$

e) $-x = \frac{3}{5} \quad x = -\frac{3}{5}$

f) $-6x = \frac{5 \cdot 3}{10} \quad x = -\frac{15}{60} = -\frac{1}{4}$

26. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

27. Resuelve.

a) $x - \frac{x}{6} = 1$

b) $x + \frac{2x}{5} = 7$

c) $2x - \frac{3x}{4} = 5$

d) $\frac{5x}{8} = 2 - \frac{3x}{8}$

e) $\frac{3x}{7} = 1 - x$

f) $3 - \frac{x}{5} = 2 + x$

Soluciones: a) 6/5; b) 5; c) 4; d) 2; e) 7/10; f) 5/6

a) $\frac{6x}{6} - \frac{x}{6} = 1 \quad \frac{5x}{6} = 1 \quad 5x = 6 \quad x = \frac{6}{5}$

b) $\frac{5x}{5} + \frac{2x}{5} = 7 \quad \frac{7x}{5} = 7 \quad 7x = 35 \quad x = \frac{35}{7} = 5$

c) $\frac{8x}{4} - \frac{3x}{4} = 5 \quad \frac{5x}{4} = 5 \quad 5x = 20 \quad x = \frac{20}{5} = 4$

d) $\frac{5x}{8} = \frac{16}{8} - \frac{3x}{8} \quad 5x = 16 - 3x \quad 8x = 16 \quad x = \frac{16}{8} = 2$

e) $3x = 7(1 - x) \quad 3x = 7 - 7x \quad 10x = 7 \quad x = \frac{7}{10}$

f) $\frac{15}{5} - \frac{x}{5} = 2 + x \quad 15 - x = 5(2 + x) \quad 15 - x = 10 + 5x \quad 5 = 6x \quad x = \frac{5}{6}$

28. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

29. Halla x en cada caso:

a) $1 - \frac{x}{4} = \frac{x}{2}$ (Multiplica los dos miembros por 4).

b) $\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x}{2}$ (Multiplica los dos miembros por 6).

c) $\frac{x}{2} - 6 = \frac{x}{5}$ (Multiplica los dos miembros por 10).

Soluciones: a) 4/3; b) 3; c) 20

a) $4 - x = 2x \quad 4 = 3x \quad x = \frac{4}{3}$

b) $4x - 3 = 3x \quad x = 3$

c) $5x - 60 = 2x \quad 3x = 60 \quad x = 20$

30. Resuelve siguiendo el método anterior.

a) $x + \frac{2}{7} = 1 - \frac{2x}{7}$

b) $\frac{x}{3} + 1 = x + \frac{5}{6}$

c) $\frac{x}{2} - \frac{2}{5} = \frac{x}{5} + \frac{1}{2}$

d) $\frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{5} - \frac{2}{3}$

Soluciones: a) 5/9; b) 1/4; c) 3; d) 5/2

a) Multiplica ambos miembros por 7.

$7x + 2 = 7 - 2x \quad 9x = 5 \quad x = \frac{5}{9}$

b) Multiplica ambos miembros por 6.

$2x + 6 = 6x + 5 \quad 1 = 4x \quad x = \frac{1}{4}$

c) Multiplica ambos miembros por 10.

$5x - 4 = 2x + 5 \quad 3x = 9 \quad x = \frac{9}{3} = 3$

d) Multiplica ambos miembros por 15.

$5x - 15 = 3x - 10 \quad 2x = 5 \quad x = \frac{5}{2}$

6 Resolución de problemas mediante ecuaciones

Página 187

1. Si a un número le sumas su anterior, obtienes 37. ¿De qué número hablamos?

EL NÚMERO x

SU ANTERIOR $x - 1$

$$\boxed{\text{EL NÚMERO}} + \boxed{\text{EL ANTERIOR}} = 37$$

$$x + (x - 1) = 37 \quad 2x - 1 = 37 \quad 2x = 38 \quad x = \frac{38}{2} = 19$$

El número buscado es 19.

2. Al sumarle a un número trece, obtienes el doble que si le restas 5. ¿Qué número es?

EL NÚMERO x

EL NÚMERO MÁS TRECE $x + 13$

EL NÚMERO MENOS CINCO $x - 5$

$$\boxed{\text{EL NÚMERO MÁS 13}} = 2 \cdot \boxed{\text{EL NÚMERO MENOS 5}}$$

$$x + 13 = 2(x - 5) \quad x + 13 = 2x - 10 \quad 23 = x$$

Es el número 23.

3. En una cafetería hay 13 sillas más que taburetes, y en total se pueden sentar 45 clientes. ¿Cuántas sillas y cuántos taburetes hay?

TABURETES x

SILLAS $x + 13$

$$\boxed{\text{SILLAS}} + \boxed{\text{TABURETES}} = 45$$

$$x + (x + 13) = 45 \quad 2x + 13 = 45 \quad 2x = 32 \quad x = \frac{32}{2} = 16$$

Hay 16 taburetes y $16 + 13 = 29$ sillas.



4. Una canica de cristal pesa ocho gramos menos que una de acero. Si tres canicas de acero pesan lo mismo que cinco de cristal, ¿cuánto pesa una de cada clase?



$$3x = 5(x - 8) \quad 3x = 5x - 40 \quad 40 = 2x \quad x = \frac{40}{2} = 20$$

La canica de acero pesa 20 gramos y la canica de cristal $20 - 8 = 12$ gramos.

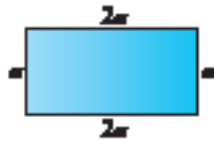
5. Hemos pagado 7,50 € por tres cafés y dos cruasanes. Sabiendo que un cruasán cuesta medio euro más que un café, ¿cuál es el precio del café?

CAFÉ (€)	x	CRUASÁN (€)	$x + 0,50$	
	+		=	7,50 €

$$3x + 2(x + 0,50) = 7,50 \quad 3x + 2x + 1 = 7,50 \quad 5x = 6,50 \quad x = \frac{6,50}{5} = 1,30$$

El café cuesta 1,30 euros.

6. La base de un rectángulo es doble que la altura, y el perímetro mide 48 cm.



¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

$$x + 2x + x + 2x = 48 \quad x = 8$$

Altura 8 cm

Base 16 cm

Ejercicios y problemas

Página 188

Lenguaje algebraico

1.  Asocia la edad de cada personaje con una de las expresiones que hay debajo:

- Jorge tiene x años.
- Pilar, su esposa, tiene 3 años menos.
- Manuel, su padre, le dobla la edad.
- Lola, su madre, tiene 5 años menos que su padre.
- Gema, su hija, nació cuando Jorge tenía 26 años.
- Javi, el pequeño, tiene la mitad de años que la niña.

$x - 3$	$x - 26$	$2x$
$2x - 5$	x	$(x - 26) : 2$

Jorge tiene x años. x

Pilar, su esposa, tiene 3 años menos. $x - 3$

Manuel, su padre, le dobla la edad. $2x$

Lola, su madre, tiene 5 años menos que su padre. $2x - 5$

Gema, su hija, nació cuando Jorge tenía 26 años. $x - 26$

Javi, el pequeño, tiene la mitad de años que la niña. $(x - 26) : 2$

2.  Llamando x a un número natural, escribe la expresión algebraica que corresponde a cada enunciado:

- a) El siguiente de ese número.
- b) Su doble.
- c) El doble de su anterior.
- d) La mitad del número que resulta al sumarle cinco.
- e) El número que resulta al restarle cinco a su mitad.

a) $x + 1$

b) $2x$

c) $2(x - 1)$


d) $(x + 5) : 2$

e) $(x : 2) - 5$

3.  Asigna una expresión algebraica al sueldo de cada uno de los siguientes empleados:


- El sueldo de un informático en cierta empresa es de x euros mensuales.
- Un contable gana un 10% menos.
- El jefe de su sección gana 700 € más.
- Un operario manual gana 400 euros menos que un informático.
- El gerente gana el doble que un jefe de sección.
- El director gana 800 euros más que el gerente.
- El sueldo de un peón sobrepasa en 200 euros la de un operario manual.

Informático	x	Contable	$0,9x$
Jefe de sección	$x + 700$	Operario manual	$x - 400$
Gerente	$2(x + 700)$	Director	$2(x + 700) + 800$
Peón	$x - 200$		


4.  ¿Cuál de las siguientes expresiones representa un número de dos cifras ab ?:

- a) $a + b$ b) $a \cdot b$ c) $a + 10 \cdot b$ d) $10 \cdot a + b$

La expresión d) $10 \cdot a + b$.


5.  Siguiendo el criterio que da la solución del ejercicio anterior, ¿cómo expresarías algebraicamente un número de tres cifras abc ?

Usaríamos la siguiente expresión: $100 \cdot a + 10 \cdot b + c$.

6.  Una empresa de ventas online anuncia una promoción de discos, a 4,50 € el álbum, más un fijo de 3,50 € por los gastos de envío. ¿Cuál de las siguientes igualdades relaciona el importe (I) del envío, con el número de discos (d) pedidos?:

- a) $I = (3,5 + 4,5) \cdot d$ b) $I = 3,5 - 4,5 \cdot d$
 c) $I = 3,5 + 4,5 \cdot d$ d) $I = (3,5 + 4,5) : d$

La igualdad c) $I = 3,5 + 4,5 \cdot d$.

7.  Copia y completa cada tabla en tu cuaderno:

n	1	2	3	5	10	50
$3n - 2$	1			13		


n	1	2	3	5	10	50
$\frac{n+3}{2}$		$\frac{5}{2}$				

n	1	2	3	5	10	50
$n^2 - 1$		3				

n	1	2	3	5	10	50
$3n - 2$	1	4	7	13	28	148

n	1	2	3	5	10	50
$\frac{n+3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	4	$\frac{13}{2}$	$\frac{53}{2}$

n	1	2	3	5	10	50
$n^2 - 1$	0	3	8	24	99	2499

8.  Reflexiona y completa en tu cuaderno.

1	2	3	4	5	10	a	n
2	7	12	17	22			

1	2	3	4	5	10	a	n
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$			


1	2	3	4	5	10	a	n
0	3	8	15	24			

1	2	3	4	5	10	a	n
2	7	12	17	22	47	$5 \cdot a - 3$	$5 \cdot n - 3$

1	2	3	4	5	10	a	n
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{a}{6}$	$\frac{n}{6}$

1	2	3	4	5	10	a	n
0	3	8	15	24	99	$a^2 - 1$	$n^2 - 1$

Monomios y operaciones

9.  Opera.

a) $3x + 2x + x$

d) $a - 5a + 2a$

a) $6x$

d) $-2a$

b) $10x - 6x + 2x$

e) $-2x + 9x - x$

b) $6x$


e) $6x$

c) $5a - 7a + 3a$

f) $-5x - 2x + 4x$

c) a

f) $-3x$

10.  Reduce todo lo posible.

a) $x + x + y$

c) $5a + b - 3a + b$

e) $2 + 3x + 3$

g) $2x - 5 + x$

i) $x - 2y + 3y + x$

a) $2x + y$

c) $2a + 2b$

e) $3x + 5$

g) $3x - 5$

i) $2x + y$

b) $2x - y - x$

d) $3a + 2b + a - 3b$

f) $5 + x - 4$

h) $3x + 4 - 4x$

j) $2x + y - x - 2y$


b) $x - y$

d) $4a - b$

f) $x + 1$

h) $4 - x$

j) $x - y$

11.  Reduce, cuando sea posible.

a) $x^2 + 2x^2$

b) $x^2 + x$

c) $3a^2 - a - 2a^2$

d) $a^2 - a - 1$

e) $x^2 - 5x + 2x$

f) $4 + 2a^2 - 5$

g) $2a^2 + a - a^2 - 3a + 1$

h) $a^2 + a - 7 + 2a + 5$

a) $3x^2$

b) $x^2 + x$

c) $a^2 - a$


d) $a^2 - a - 1$

e) $x^2 - 3x$

f) $2a^2 - 1$

g) $a^2 - 2a + 1$

h) $a^2 + 3a - 2$

12.  Suprime los paréntesis y reduce.

a) $3x - (x + 1)$

b) $x + (2 - 5x)$

c) $4a - (3a - 2)$

d) $2a + (1 - 3a)$

e) $(x - 4) + (3x - 1)$

f) $(6x - 3) - (2x - 7)$

a) $3x - x - 1 = 2x - 1$

b) $x + 2 - 5x = 2 - 4x$

c) $4a - 3a + 2 = a + 2$

d) $2a + 1 - 3a = 1 - a$

e) $x - 4 + 3x - 1 = 4x - 5$

f) $6x - 3 - 2x + 7 = 4x + 4$

13.  Multiplica.

a) $2 \cdot (5a)$

b) $(-4) \cdot (3x)$

c) $(-2a) \cdot a^2$

d) $(5x) \cdot (-x)$

e) $(2a) \cdot (3a)$

f) $(-2x) \cdot (-3x^2)$

g) $(2a) \cdot (-5ab)$

h) $(6a) \cdot \frac{1}{3}bn$

i) $\frac{2}{3}xn \cdot (3x)$

a) $10a$

b) $-12x$

c) $-2a^3$

d) $-5x^2$

e) $6a^2$

f) $6x^3$

g) $-10a^2b$

h) $2ab$

i) $2x^2$

14.  Divide.

a) $(6x) : 3$

b) $(-8) : (2a)$

c) $(-15a) : (-3)$

d) $(2x) : (2x)$

e) $(6a) : (-3a)$

f) $(-2x) : (-4x)$

g) $(15a^2) : (3a)$

h) $(-8x) : (4x^2)$

i) $(10a) : (5a^3)$

a) $2x$

b) $\frac{-4}{a}$

c) $5a$

d) 1

e) -2

f) $\frac{1}{2}$

g) $5a$

h) $\frac{-2}{x}$

i) $\frac{2}{a^2}$

15.  Quita paréntesis.

a) $(-5) \cdot (1 + x)$

b) $4 \cdot (2 - 3a)$

c) $3a \cdot (1 + 2a)$

d) $x^2 \cdot (2x - 3)$

e) $x^2 \cdot (x + x^2)$

f) $2a \cdot (a^2 - a)$

a) $-5 - 5x$

b) $8 - 12a$

c) $3a + 6a^2$

d) $2x^3 - 3x^2$

e) $x^3 + x^4$

f) $2a^3 - 2a^2$

16. Quita paréntesis y reduce.

a) $x + 2(x + 3)$

b) $7x - 3(2x - 1)$

c) $4 \cdot (a + 2) - 8$

d) $3 \cdot (2a - 1) - 5a$

e) $2(x + 1) + 3(x - 1)$

f) $5(2x - 3) - 4(x - 4)$

a) $x + 2x + 6 = 3x + 6$

b) $7x - 6x + 3 = x + 3$

c) $4a + 8 - 8 = 4a$

d) $6a - 3 - 5a = a - 3$

e) $2x + 2 + 3x - 3 = 5x - 1$

f) $10x - 15 - 4x + 16 = 6x + 1$

Ecuaciones sencillas

17. Resuelve.

a) $2x + 5 - 3x = x + 19$

b) $7x - 2x = 2x + 1 + 3x$

c) $11 + 2x = 6x - 3 + 3x$

d) $7 + 5x - 2 = x - 3 + 2x$

e) $x - 1 - 4x = 5 - 3x - 6$

f) $5x = 4 - 3x + 5 - x$

a) $x = -7$

b) No tiene solución.

c) $x = 2$

d) $x = -4$

e) Es una identidad.

f) $x = 1$

18. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $3x - x + 7x + 12 = 3x + 9$

b) $6x - 7 - 4x = 2x - 11 - 5x$

c) $7x + 3 - 8x = 2x + 4 - 6x$

d) $5x - 7 + 2x = 3x - 3 + 4x - 5$

a) $x = -\frac{1}{2}$

b) $x = -\frac{4}{5}$

c) $x = \frac{1}{3}$

d) No tiene solución.

Ecuaciones con paréntesis

19. Resuelve estas ecuaciones:

a) $4 - (5x - 4) = 3x$

b) $7x + 10 = 5 - (2 - 6x)$

c) $5x - (4 - 2x) = 2 - 2x$

d) $1 - 6x = 4x - (3 - 2x)$

a) $4 - (5x - 4) = 3x$ $4 - 5x + 4 = 3x$ $8 = 8x$ $x = 1$

b) $7x + 10 = 5 - (2 - 6x)$ $7x + 10 = 5 - 2 + 6x$ $x = -7$

c) $5x - (4 - 2x) = 2 - 2x$ $5x - 4 + 2x = 2 - 2x$ $9x = 6$ $x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

d) $1 - 6x = 4x - (3 - 2x)$ $1 - 6x = 4x - 3 + 2x$ $4 = 12x$ $x = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

20. Resuelve.

a) $x - (3 - x) = 7 - (x - 2)$

b) $3x - (1 + 5x) = 9 - (2x + 7) - x$

c) $(2x - 5) - (5x + 1) = 8x - (2 + 7x)$

d) $9x + (x - 7) = (5x + 4) - (8 - 3x)$


a) $x - (3 - x) = 7 - (x - 2)$ $x - 3 + x = 7 - x + 2$ $3x = 12$ $x = \frac{12}{3} = 4$

b) $3x - (1 + 5x) = 9 - (2x + 7) - x$ $3x - 1 - 5x = 9 - 2x - 7 - x$ $x = 3$

c) $(2x - 5) - (5x + 1) = 8x - (2 + 7x)$ $2x - 5 - 5x - 1 = 8x - 2 - 7x$
 $-4 = 4x$ $x = -1$

$$d) 9x + (x - 7) = (5x + 4) - (8 - 3x) \quad 9x + x - 7 = 5x + 4 - 8 + 3x$$

$$2x = 3 \quad x = \frac{3}{2}$$

21.  **Halla x en cada caso:**

a) $2(x + 5) = 16$

b) $5 = 3 \cdot (1 - 2x)$

c) $5(x - 1) = 3x - 4$

d) $5x - 3 = 3 - 2(x - 4)$

e) $10x - (4x - 1) = 5 \cdot (x - 1) + 7$

f) $6(x - 2) - x = 5(x - 1)$

g) $7(x - 1) - 4x - 4(x - 2) = 2$

h) $3(3x - 2) - 7x = 6(2x - 1) - 10x$

i) $4x + 2(x + 3) = 2(x + 2)$

a) $2(x + 5) = 16 \quad 2x + 10 = 16 \quad 2x = 6 \quad x = 3$

b) $5 = 3 \cdot (1 - 2x) \quad 5 = 3 - 6x \quad 2 = -6x \quad x = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$

c) $5(x - 1) = 3x - 4 \quad 5x - 5 = 3x - 4 \quad 2x = 1 \quad x = \frac{1}{2}$

d) $5x - 3 = 3 - 2(x - 4) \quad 5x - 3 = 3 - 2x + 8 \quad 7x = 14 \quad x = 2$

e) $10x - (4x - 1) = 5 \cdot (x - 1) + 7 \quad 10x - 4x + 1 = 5x - 5 + 7 \quad x = 1$


f) $6(x - 2) - x = 5(x - 1) \quad 6x - 12 - x = 5x - 5 \quad 0x = 7$ No tiene solución.

g) $7(x - 1) - 4x - 4(x - 2) = 2 \quad 7x - 7 - 4x - 4x + 8 = 2 \quad -x = 1 \quad x = -1$

h) $3(3x - 2) - 7x = 6(2x - 1) - 10x \quad 9x - 6 - 7x = 12x - 6 - 10x \quad 0x = 0$ Es una identidad.

i) $4x + 2(x + 3) = 2(x + 2) \quad 4x + 2x + 6 = 2x + 4 \quad 4x = -2 \quad x = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

Ecuaciones con denominadores

22.  **Resuelve estas ecuaciones:**

a) $2x = \frac{1}{2}$

b) $2x = -\frac{4}{3}$

c) $3x - 1 = \frac{1}{2}$

d) $5x - 1 = x - \frac{1}{3}$

a) $x = \frac{1}{4}$

b) $x = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$

c) $3x = \frac{1}{2} + 1 \quad 3x = \frac{3}{2} \quad x = \frac{1}{2}$

d) $5x - x = 1 - \frac{1}{3} \quad 4x = \frac{2}{3} \quad x = \frac{1}{6}$

23.  **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $\frac{x}{5} - 1 = \frac{3x}{5} - 3$

b) $\frac{7x}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3x}{4} + \frac{1}{2}$

c) $3x = \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$

d) $\frac{x}{5} - 2 = x - \frac{1}{3}$

a) $x - 5 = 3x - 15 \quad 10 = 2x \quad x = \frac{10}{2} = 5$

b) $7x - 2 = 3x + 2 \quad 7x - 3x = 2 + 2 \quad 4x = 4 \quad x = 1$

c) $9x = x + 4 \quad 9x - x = 4 \quad 8x = 4 \quad x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

d) $3x - 30 = 15x - 5 \quad 5 - 30 = 15x - 3x \quad 12x = -25 \quad x = -\frac{25}{12}$

24.  Resuelve siguiendo las indicaciones.

a) $\frac{x}{2} + \frac{4}{6} = \frac{1}{3}$ Multiplica los dos términos por 6.

b) $\frac{2x}{3} - \frac{3x}{4} = 1$ Multiplica los dos términos por 12.

c) $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} = \frac{x}{5} + 1$ Multiplica los dos términos por 10.

d) $\frac{x}{3} + 1 = \frac{2x}{5} - \frac{1}{3}$ Multiplica los dos términos por 15.

a) $3x + 4 = 2$ $3x = 2 - 4 = -2$ $x = -\frac{2}{3}$

b) $8x - 9x = 1$ $-x = 1$ $x = -1$

c) $5x - 5 = 2x + 10$ $5x - 2x = 10 + 5$ $3x = 15$ $x = 5$


d) $5x + 15 = 6x - 5$ $20 = x$

Resuelve problemas

25.  La suma de tres números consecutivos es 57. ¿Qué números son?


$$x + x + 1 + x + 2 = 57 \quad 3x = 57 - 3 \quad 3x = 54 \quad x = \frac{54}{3} = 18$$

Los números son 18, 19 y 20.

26.  Si a un número le sumas su mitad y le restas 7, obtienes 17. ¿Qué número es?


$$x + \frac{x}{2} - 7 = 17 \quad 2x + x - 14 = 34 \quad 3x = 34 + 14 = 48 \quad x = \frac{48}{3} = 16$$

El número buscado es 16.

27.  Si a un número le sumas 20 obtienes el triple que si le restas 8. ¿De qué número se trata?


$$x + 20 = 3(x - 8) \quad x + 20 = 3x - 24 \quad 20 + 24 = 3x - x \quad 44 = 2x \quad x = \frac{44}{2} = 22$$

El número buscado es 22.

28.  Al sumarle a un número 30 unidades se obtiene el mismo resultado que al multiplicarlo por cuatro. ¿Cuál es el número?


$$x + 30 = 4x \quad 30 = 4x - x = 3x \quad x = \frac{30}{3} = 10$$

El número buscado es 10.

29.  Si añadieras 20 botes de ketchup a la estantería, habría el cuádruple que si retiraras 10. ¿Cuántos botes hay en la estantería?

$$x + 20 = 4(x - 10) \quad x + 20 = 4x - 40 \quad 60 = 3x \quad x = \frac{60}{3} = 20$$

En la estantería hay 20 botes.


30.  Un pastor tiene, entre ovejas y cabras, 231 cabezas. El número de ovejas supera en 83 al de cabras. ¿Cuántas cabras y cuantas ovejas hay en el rebaño?

Cabras x

Ovejas $x + 83$

$$x + x + 83 = 231 \quad 2x = 231 - 83 = 148 \quad x = \frac{148}{2} = 74$$


Por tanto, en el rebaño hay 74 cabras y $231 - 74 = 157$ ovejas.

31.  En un garaje hay 12 coches más que motos, y en total contamos 60 ruedas. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay en el garaje?

	MOTOS	COCHES
VEHÍCULOS	x	$x + 12$
RUEDAS	$2x$	$4(x + 12)$

$$2x + 4(x + 12) = 60 \quad 2x + 4x + 48 = 60 \quad 6x = 12 \quad x = \frac{12}{6} = 2$$

En el garaje hay 2 motos y 14 coches.

32.  Amaya ha encontrado en un cajón 13 monedas, unas de diez céntimos y otras de 20 céntimos, que valen en total 1,70 €. ¿Cuántas hay de cada clase?



x monedas




$(13 - x)$ monedas

$$10x + 20(13 - x) = 170 \quad 10x + 260 - 20x = 170 \quad 260 - 170 = 20x - 10x$$

$$90 = 10x \quad x = 9$$

Hay 9 monedas de 10 céntimos y 4 monedas de 20 céntimos.

33.  Alfredo tiene 36 cromos más que Iván, y si comprara 10 más, tendría el triple. ¿Cuántos cromos tiene cada uno?

Iván x Alfredo $x + 36$


$$\boxed{\text{CROMOS DE ALFREDO}} + 10 = 3 \cdot \boxed{3\text{CROMOS DE IVÁN}}$$

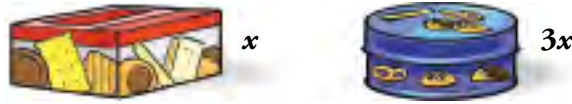
Iván x

Alfredo $x + 36$

$$x + 36 + 10 = 3x \quad 46 = 2x \quad x = \frac{46}{2} = 23$$

Por tanto, Iván tiene 23 cromos y Alfredo tiene $23 + 36 = 59$ cromos.

34.  Una caja de pastas cuesta lo mismo que tres cajas de galletas. Por dos cajas de galletas y una de pastas he pagado 10 euros. ¿Cuánto cuesta una caja de pastas y cuánto una de galletas?




Galletas x

Pastas $3x$

$$2x + 3x = 10 \quad 5x = 10 \quad x = \frac{10}{5} = 2$$

Una caja de galletas cuesta 2 euros y una caja de pastas cuesta $3 \cdot 2 = 6$ euros.

35.  Una tableta de chocolate cuesta el doble que un paquete de arroz. Dos tabletas de chocolate y tres paquetes de arroz han costado 5,60 €. ¿Cuánto cuesta cada uno de esos artículos?




Arroz x

Tableta de chocolate $2x$

$$2 \cdot 2x + 3x = 5,60 \quad 7x = 5,60 \quad x = \frac{5,60}{7} = 0,80$$


Cada paquete de arroz cuesta 0,80 € y cada tableta de chocolate cuesta $2 \cdot 0,80 = 1,60$ euros.

36.  Sabiendo que un yogur de frutas es 5 céntimos más caro que uno natural, y que seis de frutas y cuatro naturales me han costado 4,80 €, ¿cuánto cuesta un yogur natural? ¿Y uno de frutas?



$$4x + 6(x + 0,05) = 4,8 \quad 4x + 6x + 0,30 = 4,80 \quad 10x = 4,50 \quad x = 0,45$$

Un yogur natural cuesta 0,45 €. Uno de frutas cuesta $0,45 + 0,05 = 0,50$ €.

37.  Un kilo de fresas cuesta 1,80 € más que uno de naranjas. Cinco kilos de naranjas cuestan lo mismo que dos de fresas.


¿A cómo están las naranjas y a cómo las fresas?

Naranjas x

Fresas $x + 1,80$

$$5x = 2(x + 1,80) \quad 5x - 2x = 3,60 \quad x = \frac{3,60}{3} = 1,20$$

Un kilo de naranjas cuesta 1,20 € y un kilo de fresas cuesta $1,20 + 1,80 = 3$ euros.

38.  En un concurso de cincuenta preguntas, dan tres puntos por cada acierto y quitan dos por cada fallo. ¿Cuántas preguntas ha acertado un concursante que ha obtenido 85 puntos?

$$\begin{array}{rcc} \text{ACIERTOS} & x & \text{FALLOS} & 50 - x \\ 3 \cdot \boxed{\text{ACIERTOS}} - 2 \cdot \boxed{\text{FALLOS}} & = & \boxed{\text{PUNTOS OBTENIDOS}} \end{array}$$

$$3x - 2(50 - x) = 85 \quad 3x - 100 + 2x = 85 \quad 5x = 185 \quad x = \frac{185}{5} = 37$$

El concursante ha acertado 37 preguntas.

39.  Eva tiene 9 años más que su primo Roberto y dentro de 3 años le doblará en edad. ¿Cuántos años tiene cada uno?

	EDAD HOY	EDAD DENTRO DE 3 AÑOS
ROBERTO	x	$x + 3$
EVA	$x + 9$	$x + 12$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{EDAD DE EVA} \\ \text{DENTRO DE TRES AÑOS} \end{array}} = 2 \cdot \boxed{\begin{array}{l} \text{EDAD DE ROBERTO} \\ \text{DENTRO DE TRES AÑOS} \end{array}}$$

$$x + 12 = 2(x + 3) \quad x + 12 = 2x + 6 \quad 12 - 6 = x \quad x = 6$$

Roberto tiene 6 años y Eva tiene $6 + 9 = 15$ años.


40.  Rosa tiene cinco años más que su hermano Vicente, y hace tres años, le doblaba en edad. ¿Cuántos años tiene cada uno?

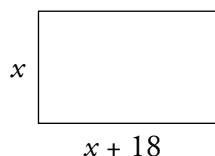
	EDAD HOY	EDAD HACE 3 AÑOS
VICENTE	x	
ROSA		

	EDAD HOY	EDAD HACE 3 AÑOS
VICENTE	x	$x - 3$
ROSA	$x + 5$	$x + 2$

$$x + 2 = 2(x - 3) \quad x + 2 = 2x - 6 \quad 8 = x$$


Vicente tiene 8 años y Rosa tiene $8 + 5 = 13$ años.

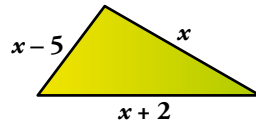
41.  Una parcela rectangular es 18 metros más larga que ancha, y tiene una valla de 156 metros. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?



$$2x + 2(x + 18) = 156 \quad 4x = 156 - 36 = 120 \quad x = \frac{120}{4} = 30$$


La parcela mide 30 metros de ancho y $30 + 18 = 48$ metros de largo.

42.  El lado mediano de un triángulo escaleno mide 5 cm más que el menor y 2 cm menos que el mayor. El perímetro del triángulo mide 23 cm. ¿Cuánto mide cada lado?



$$x - 5 + x + x + 2 = 23 \quad 3x = 26 \quad x = \frac{26}{3}$$


El lado mediano mide $\frac{26}{3}$ cm, el lado pequeño mide $\frac{26}{3} - 5 = \frac{11}{3}$ cm y el lado mayor mide $\frac{26}{3} + 2 = \frac{32}{3}$ cm.

43.  Si subo las escaleras de mi casa de dos en dos, doy cinco saltos más que si las subo de tres en tres. ¿Cuántos escalones tienen en total?

Escalones	x
Saltos de dos escalones	$\frac{x}{2}$
Saltos de tres escalones	$\frac{x}{3}$

$$\frac{x}{2} = \frac{x}{3} + 5 \quad 3x = 2x + 30 \quad x = 30$$

Las escaleras tienen en total 30 escalones.

44.  Un camión cargado, a una velocidad media de 60 km/h, ha tardado en el viaje de ida de la ciudad A a la ciudad B dos horas más que en el viaje de vuelta, descargado, a una media de 80 kilómetros por hora.

a) ¿Cuánto ha tardado en la ida?


Tiempo en la ida (h)	t
Tiempo en la vuelta (h)	$t - 2$
Distancia entre A y B	$\begin{matrix} * 60 \cdot t \\ 80 \cdot (t - 2) \end{matrix}$

b) ¿Cuál es la distancia entre A y B?

a) $60t = 80(t - 2) \quad 160 = 20t \quad t = 160/20 = 8$

En la ida ha tardado 8 horas.

b) La distancia entre A y B son $60 \cdot 8 = 480$ km.

45.  Dos cestas contenían la misma cantidad de huevos. Se han pasado 8 de la primera a la segunda y ahora una tiene el triple que la otra. ¿Cuántos huevos hay en total?



Al pasar los huevos de una cesta a otra, en la primera cesta quedan $x - 8$ huevos y en la segunda cesta quedan $x + 8$ huevos.

$$x + 8 = 3(x - 8) \quad x + 8 = 3x - 24 \quad 24 + 8 = 2x \quad x = \frac{32}{2} = 16$$

En cada cesta había 16 huevos, por tanto, en total hay 32 huevos.

Taller de Matemáticas

Página 192

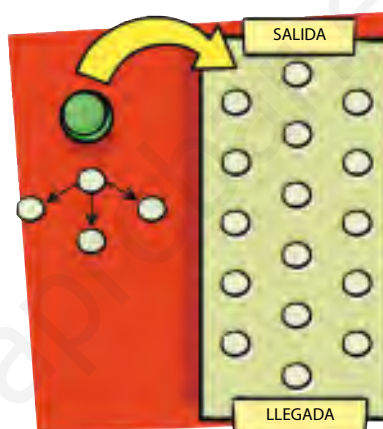
Investiga y exprésate

- A continuación te presentamos un juego para dos jugadores. Ensayá, analízalo y describe razonadamente la estrategia ganadora.

El juego empieza colocando una ficha en la posición salida. Cada jugador, por turno, mueve la ficha, siempre hacia abajo, a una de las posiciones adyacentes. Gana el que deje la ficha en la posición llegada.

Ayuda:

- Juega varias veces con un compañero.
- Ensayá con tableros de menos puntos.
- ¿Desde qué posiciones ganas con seguridad?
- ¿Prefieres salir el primero o el segundo?



Para analizar el juego, empezamos estudiando situaciones más sencillas, con menos posiciones entre la salida y la llegada.

Las flechas rojas indican los movimientos del jugador que inicia el juego, y las azules, las respuestas del contrario.

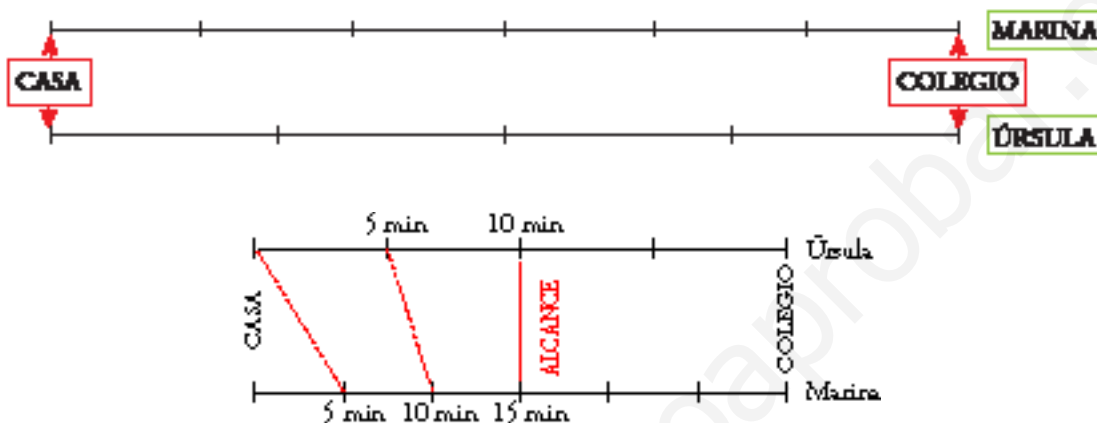
A	B	C	D	E
Gana el que sale.	Gana el que sale.	Gana el segundo.	Gana el que sale.	Gana el que sale.

Entrénate resolviendo problemas

Razona ayudándote de esquemas

- Úrsula y Marina viven en la misma casa y van al mismo colegio. Úrsula, cuando va sola, tarda 20 minutos de casa al colegio. Marina, a su paso, tarda 30 minutos en el mismo recorrido. ¿Cuánto tardará Úrsula en alcanzar a Marina, si esta ha salido hoy con 5 minutos de ventaja?

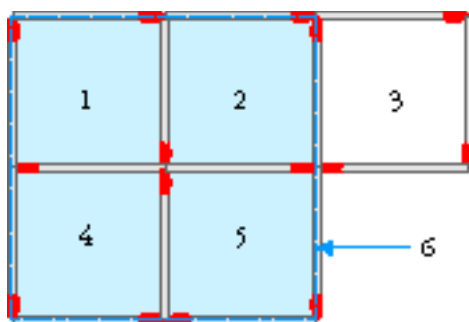
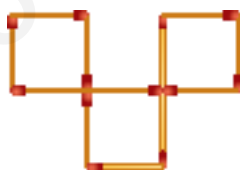
Ayuda: Sitúa la posición de cada una cada 5 minutos.



Úrsula tarda 10 minutos en recorrer la mitad del camino y Marina, 15 minutos. Por tanto, si Marina sale 5 minutos antes, Úrsula la alcanza a la mitad del camino, cuando lleva caminando 10 minutos.

- Estas 12 cerillas forman 3 cuadrados.

Añadiendo solo 3 cerillas más puedes obtener 6 cuadrados. ¿Sabrías hacerlo?



Autoevaluación

1. En una granja hay vacas (V) y avestruces (A).

a) ¿Cuál de las siguientes expresiones indica el número de cabezas?

b) ¿Y el número de alas?

c) ¿Y el número de patas?

$2V + A$ $4V + 2A$ $V + A$ $2A$ $V - 2A$

a) $V + A$

b) $2A$

c) $4V + 2A$

2. Completa en tu cuaderno las tablas siguientes:

n	1	2	3	5	10	15
$n^2 + 3$				28		

1	2	3	5	10	a	n
2	5	10	26	101		

n	1	2	3	5	10	15
$n^2 + 3$	4	7	12	28	103	228

1	2	3	5	10	a	n
2	5	10	26	101	$a^2 + 1$	$n^2 + 1$

3. Señala los monomios y di el grado de cada uno.

$x^3 - 1$

$a^3 \cdot b$

$5x^2$

$x^2 + 3x + 2$

$\frac{2}{5}m^5$

Monomios:

$a^3 \cdot b$, grado 4

$5x^2$, grado 2

$\frac{2}{5}m^5$, grado 5

4. Calcula el valor de la expresión $\frac{3x^2 - 5x}{2}$:

a) Para $x = 0$.

b) Para $x = 2$.

a) 0

b) 1

5. Calcula.

a) $x \cdot 3x^3$

b) $15a^3 : 3a^2$

c) $(-2x) \cdot 3x^4$

a) $3x^4$

b) $5a$

c) $-6x^5$

6. Reduce.

a) $5a^3 - 2a^3$

b) $x + 2 - x^2 + 2x + x^2$

c) $(7x^2 - x) - (4x^2 + 2x)$

d) $3(x^2 - 1) + 2(x - 1)$

a) $3a^3$

b) $3x + 2$

c) $3x^2 - 3x$

d) $3x^2 + 2x - 5$

7. Separa las ecuaciones de las identidades.

a) $3x + 2x = 5x$

b) $2 + a = 7$

c) $2 + 6a = 2 \cdot (1 + 3a)$

d) $x^2 = 9$

Ecuaciones: $2 + a = 7$; $x^2 = 9$

Identidades: $3x + 2x = 5x$; $2 + 6a = 2 \cdot (1 + 3a)$

8. Resuelve.

a) $3x - 5 + 2x = x + 3$

b) $8 - 2(x + 1) = 5(x - 1) + 4$

a) $3x - 5 + 2x = x + 3$ $3x + 2x - x = 3 + 5$ $4x = 8$ $x = \frac{8}{4}$ $x = 2$

b) $8 - 2(x + 1) = 5(x - 1) + 4$ $8 - 2x - 2 = 5x - 5 + 4$ $8 - 2 + 5 - 4 = 5x + 2x$
 $7 = 7x$ $x = 1$

9. La suma de tres números naturales consecutivos es 54. ¿Cuáles son esos números?

$x + x + 1 + x + 2 = 54$ $3x = 54 - 3 = 51$ $x = \frac{51}{3} = 17$

Los números son 17, 18 y 19.

10. Por tres kilos de naranjas y dos de peras, he pagado 6,40 €. ¿A cómo está el kilo de cada una de esas frutas, si el de peras es veinte céntimos más caro que el de naranjas?

x precio del kilo de naranjas

$x + 0,20$ precio del kilo de peras

Planteamos la ecuación:

$3x + 2(x + 0,20) = 6,40$ $3x + 2x + 0,40 = 6,40$ $3x + 2x = 6,40 - 0,40$

$5x = 6$ $x = \frac{6}{5}$ $x = 1,2$

Las naranjas están a 1,20 €/kg, y las peras, a $1,20 + 0,20 = 1,40$ €/kg.

11. En una ferretería se venden clavos en cajas de tres tamaños diferentes. La caja grande contiene el doble de unidades que la mediana, y esta, el doble que la pequeña. Si compras una caja de cada tamaño, te llevas 350 unidades. ¿Cuántos clavos tiene cada caja?

Clavos en la caja pequeña x

Clavos en la caja mediana $2x$

Clavos en la caja grande $2 \cdot 2x = 4x$

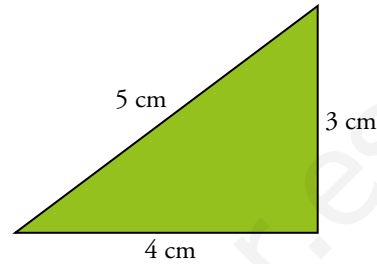
$x + 2x + 4x = 350$ $7x = 350$ $x = \frac{350}{7} = 50$

La caja pequeña contiene 50 clavos; la mediana, 100 clavos, y la grande, 200 clavos.

Ángulos rectos en la antigüedad

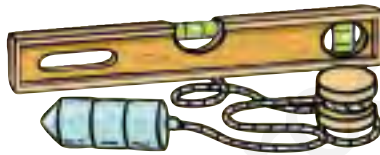
1. ¿Te animas a hacer, con hilo y alfileres, ángulos rectos como los hacían los egipcios y los indios? O bien, simplemente, dibuja un triángulo de lados 3 cm, 4 cm, 5 cm (o 5, 12 y 13) y comprueba que es rectángulo.

Actividad manipulativa.



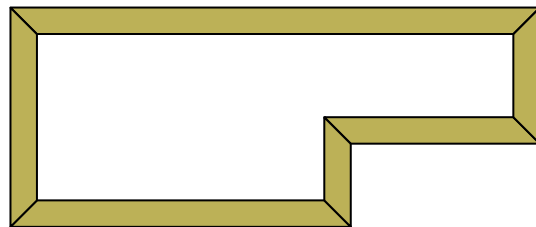
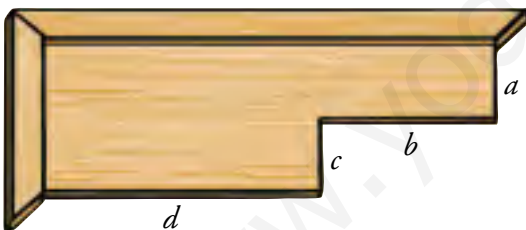
Herramientas para conseguir ángulos

2. ¿Qué tipo de ángulos se consiguen con ellos en las paredes?

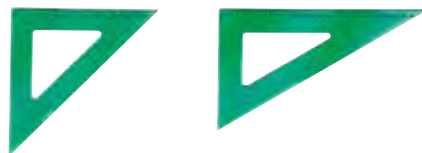


Con el nivel y la plomada se consiguen ángulos rectos.

3. A este tablero aún le faltan cuatro listones. Dibújalos en tu cuaderno.



4. Observa tu escuadra y tu cartabón.



Averigua cómo son los tres ángulos de cada una de estas dos reglas.

Escuadra: 45°, 45°, 90°

Cartabón: 30°, 60°, 90°

¡Inténtalo!

5. ¿Cuánto tiempo son un millón de segundos?

Exprésalo en semanas, días, horas y minutos.

Una semana, 4 días, 13 horas y un poco menos de 47 minutos.

1 Elementos geométricos básicos

Página 197

1. ¿Verdadero o falso?

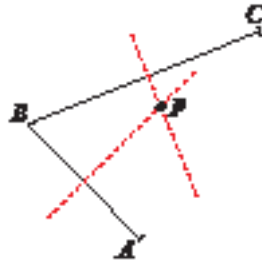
Ayúdate con dibujos. Considera todos los casos, todas las posibilidades.

- a) **Tenemos una recta, r , y dos puntos exteriores, P y Q , que están a la misma distancia de r . Entonces, es imposible trazar una recta paralela a r que pase por P y que no pase por Q .**
 - b) **A , B y C son tres puntos distintos. Sabemos que la recta AB coincide con la recta BC . Entonces, con seguridad, la recta AB coincide con la recta AC .**
 - c) **Dos semirrectas solo pueden tener un punto en común.**
 - d) **Si dos semirrectas tienen más de un punto en común, entonces una de ellas está contenida en la otra.**
 - e) **Lo que tienen en común una recta y un semiplano es, siempre, una semirrecta.**
- a) Falso. Es posible si P y Q están cada uno en uno de los semiplanos en que la recta divide al plano.
 - b) Verdadero.
 - c) Falso. Pueden tener infinitos puntos en común.
 - d) Falso. Pueden tener un segmento como intersección.
 - e) Falso. Si la recta es paralela al borde del semiplano, tendrían en común una recta.

2 Dos rectas importantes

Página 198

1. Dibuja dos segmentos concatenados, AB y BC . Traza sus mediatrices y llama P al punto en que se cortan.



— Comprueba que $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}$.

— Razona por qué P está a la misma distancia (equidista) de A , de B y de C .

Por estar P en la mediatriz de AB , la distancia de P a A es igual a la distancia de P a B .

Por estar P en la mediatriz de BC , la distancia de P a B es igual a la distancia de P a C .

Por tanto, la distancia de P a A , B y C es la misma.

2. Dibuja en tu cuaderno dos ángulos \mathbb{X} y \mathbb{Y} como se ve en la figura.



— Traza sus bisectrices, b y b' , que se cortan en un punto P .

— Razona que las distancias del punto P a las rectas r , s y t coinciden.

Por estar P en la bisectriz de \mathbb{X} , la distancia de P a r es igual a la distancia de P a s .

Por estar P en la bisectriz de \mathbb{Y} , la distancia de P a s es igual a la distancia de P a t .

Por tanto, la distancia de P a r , a s y a t es la misma.

3 Ángulos

Página 199

1. **¿Verdadero o falso?**

a) **Si dos ángulos suplementarios son iguales, entonces ambos son rectos.**

b) **Dos ángulos complementarios no pueden ser iguales.**

c) **El suplementario de un ángulo agudo es un ángulo obtuso.**

a) Verdadero.

b) Falso. Dos ángulos de 45° son complementarios e iguales.

c) Verdadero.

4 Medida de ángulos

Página 200

1. ¿Cuántos minutos son 5° ? ¿Y 7° ? ¿Y 18° ?

$$5^\circ = 5 \cdot 60' = 300'$$

$$7^\circ = 7 \cdot 60' = 420'$$

$$18^\circ = 18 \cdot 60' = 1080'$$

2. Pasa a segundos las siguientes expresiones:

a) $3'$

b) $5'$

c) $10'$

d) $15'$

a) $3' = 3 \cdot 60'' = 180''$

b) $5' = 5 \cdot 60'' = 300''$

c) $10' = 10 \cdot 60'' = 600''$

d) $15' = 15 \cdot 60'' = 900''$

3. Transforma en minutos estas cantidades:

a) $120''$

b) $180''$

c) $3600''$

a) $120'' = (120 : 60)' = 2'$

b) $180'' = (180 : 60)' = 3'$

c) $3600'' = (3600 : 60)' = 60'$

4. Pasa a grados las siguientes expresiones:

a) $60'$

b) $180'$

c) $240'$

d) $120'$

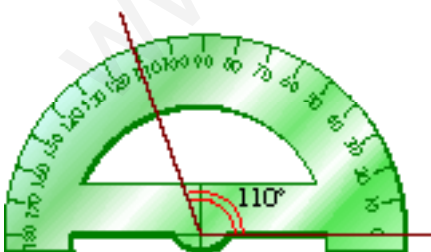
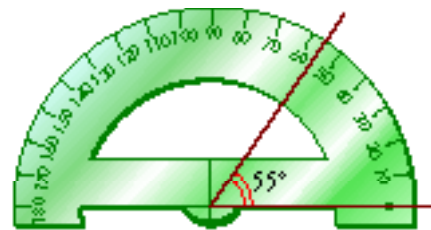
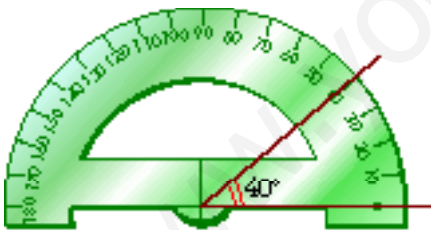
a) $60' = 1^\circ$

b) $180' = (180 : 60)^\circ = 3^\circ$

c) $240' = (240 : 60)^\circ = 4^\circ$

d) $120' = (120 : 60)^\circ = 2^\circ$

5. Con la ayuda del transportador, dibuja en tu cuaderno ángulos de 40° , 55° , 110° y 175° .



6. Calcula el ángulo suplementario de los ángulos que has dibujado en la actividad anterior.

Suplementario de 40° : $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

Suplementario de 55° : $180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

Suplementario de 110° : $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

Suplementario de 175° : $180^\circ - 175^\circ = 5^\circ$

7. Pasa a segundos:

a) $53^\circ 45' 13''$

b) $81^\circ 37'$

c) $26^\circ 11''$

a) $53^\circ 45' 13'' = (53 \cdot 3600)'' + (45 \cdot 60)'' + 13'' = 190800'' + 2700'' + 13'' = 193513''$

b) $81^\circ 37' = (81 \cdot 3600)'' + (37 \cdot 60)'' = 291600'' + 2220'' = 293820''$

c) $26^\circ 11'' = (26 \cdot 3600)'' + 11'' = 93600'' + 11'' = 93611''$

8. Pasa a forma compleja:

a) $32220''$

b) $59233''$

c) $9123''$

$$\begin{array}{r} 32220'' \overline{)60} \\ 222 \quad 537' \\ \underline{420} \\ 00'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 537' \overline{)60} \\ 57' \quad 8^\circ \end{array}$$

$32220'' = 8^\circ 57' 0'' = 8^\circ 57'$

$$\begin{array}{r} 59233'' \overline{)60} \\ 523 \quad 987' \\ \underline{433} \\ 13'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 987' \overline{)60} \\ 387 \quad 16^\circ \\ \underline{27'} \end{array}$$

$59233'' = 16^\circ 27' 13''$

$$\begin{array}{r} 9123'' \overline{)60} \\ 312 \quad 152' \\ \underline{123} \\ 03'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 152' \overline{)60} \\ 32' \quad 2^\circ \end{array}$$

$9123'' = 2^\circ 32' 3''$

5 Operaciones con medidas angulares

Página 202

1. Realiza las siguientes operaciones:

a) $35^\circ 27' 14'' + 62^\circ 48' 56''$

b) $62^\circ 46'' + 25' 43'' + 39^\circ 58'$

c) $82^\circ 2' 7'' - 39^\circ 43' 27''$

d) $56^\circ 14' - 34^\circ 42''$

$$\begin{array}{r} 35^\circ \quad 27' \quad 14'' \\ + \quad 62^\circ \quad 48' \quad 56'' \\ \hline 97^\circ \quad 75' \quad 70'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 97^\circ \quad 75' \quad 70'' \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad \quad \quad 1' \quad 10'' \\ \hline 97^\circ \quad 76' \quad 10'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 97^\circ \quad 76' \quad 10'' \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad \quad \quad 1^\circ \quad 16' \\ \hline 98^\circ \quad 16' \quad 10'' \end{array}$$

Resultado: $98^\circ 16' 10''$

$$\begin{array}{r} 62^\circ \quad \quad 46'' \\ \quad 25' \quad 43'' \\ + \quad 39^\circ \quad 58' \\ \hline 101^\circ \quad 83' \quad 89'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101^\circ \quad 83' \quad 89'' \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad \quad \quad 1' \quad 29'' \\ \hline 101^\circ \quad 84' \quad 29'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101^\circ \quad 84' \quad 29'' \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad \quad \quad 1^\circ \quad 24' \\ \hline 102^\circ \quad 24' \quad 29'' \end{array}$$

Resultado: $102^\circ 24' 29''$

$$\begin{array}{r} 82^\circ \quad 2' \quad 7'' \\ - \quad 39^\circ \quad 43' \quad 27'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81^\circ \quad 61' \quad 67'' \\ - \quad 39^\circ \quad 43' \quad 27'' \\ \hline 42^\circ \quad 18' \quad 40'' \end{array}$$

Resultado: $42^\circ 18' 40''$

$$\begin{array}{r} 56^\circ \quad 14' \\ - \quad 34^\circ \quad \quad 42'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56^\circ \quad 13' \quad 60'' \\ - \quad 34^\circ \quad \quad 42'' \\ \hline 22^\circ \quad 13' \quad 18'' \end{array}$$

Resultado: $22^\circ 13' 18''$

2. Opera con medidas de tiempo.

a) $2 \text{ h } 20 \text{ min } 46 \text{ s} + 3 \text{ h } 55 \text{ min } 17 \text{ s}$

b) $1 \text{ h } 59 \text{ min } 50 \text{ s} + 33 \text{ min } 15 \text{ s}$

c) $5 \text{ h } 18 \text{ min } 30 \text{ s} - 3 \text{ h } 24 \text{ min } 47 \text{ s}$

d) $4 \text{ h } 50 \text{ s} - 2 \text{ h } 56 \text{ min } 59 \text{ s}$

$$\begin{array}{r} \text{a) } 2 \text{ h } 20 \text{ min } 46 \text{ s} \\ + 3 \text{ h } 55 \text{ min } 17 \text{ s} \\ \hline 5 \text{ h } 75 \text{ min } 63 \text{ s} \\ 5 \text{ h } 76 \text{ min } 3 \text{ s} \\ \mathbf{6 \text{ h } 16 \text{ min } 3 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 1 \text{ h } 59 \text{ min } 50 \text{ s} \\ + \quad 33 \text{ min } 15 \text{ s} \\ \hline 1 \text{ h } 92 \text{ min } 65 \text{ s} \\ 1 \text{ h } 93 \text{ min } 5 \text{ s} \\ \mathbf{2 \text{ h } 33 \text{ min } 5 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 5 \text{ h } 18 \text{ min } 30 \text{ s} \\ - 3 \text{ h } 24 \text{ min } 47 \text{ s} \\ \hline 1 \text{ h } 53 \text{ min } 43 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 4 \text{ h} \quad \quad 50 \text{ s} \\ - 2 \text{ h } 56 \text{ min } 59 \text{ s} \\ \hline 1 \text{ h } 3 \text{ min } 51 \text{ s} \end{array}$$

3. Halla el suplementario del ángulo de $108^\circ 49' 1''$.

$$180^\circ - 108^\circ 49' 1'' = 71^\circ 10' 59''$$

4. Efectúa:

a) $36^\circ 51'' + 2^\circ 11' 3'' + 46' 59''$

b) $37' 11'' \cdot 13$

a) $36^\circ 51'' + 2^\circ 11' 3'' + 46' 59'' = 38^\circ 57' 113'' = 38^\circ 58' 53''$

b) $37' 11'' \cdot 13 = 481' 143'' = 483' 23'' = 8^\circ 3' 23''$

5. Dado el ángulo $\hat{A} = 35^\circ 46' 23''$, halla:

a) $2\hat{A}$

b) $5\hat{A}$

c) $\frac{\hat{A}}{4}$

d) $\frac{2}{3} \cdot \hat{A}$

a) $2 \cdot (35^\circ 46' 23'') = 70^\circ 92' 46'' = 71^\circ 32' 46''$

b) $5 \cdot (35^\circ 46' 23'') = 175^\circ 230' 115'' = 175^\circ 231' 55'' = 178^\circ 51' 55''$

c)
$$\begin{array}{r} 35^\circ \quad 46' \quad 23'' \\ 3^\circ \quad \frac{180'}{226'} \quad \frac{23''}{143''} \\ \hline 26 \quad \frac{120''}{143''} \\ 2' \quad \frac{23''}{3''} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{4}{8^\circ 56' 35''} \\ \text{Cociente: } 8^\circ 56' 35'' \\ \text{Resto: } 3'' \end{array}$$

d) $2 \cdot \hat{A} = 71^\circ 32' 46''$

$$\begin{array}{r} 71^\circ \quad 32' \quad 46'' \\ 11 \quad \frac{120''}{166''} \\ 2^\circ \quad \frac{120''}{166''} \\ \hline 02 \quad \frac{120''}{166''} \\ 2' \quad \frac{16''}{1''} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{3}{23^\circ 50' 55''} \\ \text{Cociente: } 23^\circ 50' 55'' \\ \text{Resto: } 1'' \end{array}$$

6. Divide $151^\circ 6' 17''$ entre 7, de dos formas:

a) Como se acaba de explicar.

b) Pasándolo a segundos, dividiendo entre 7 y pasando el resultado a grados, minutos y segundos. ¿Obtienes lo mismo que en a)?

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } 151^\circ \quad 6' \quad 17'' \quad \left| \begin{array}{l} 7 \\ \hline 21^\circ 35' 11'' \end{array} \right. \\
 \begin{array}{r}
 11 \\
 4^\circ \quad \frac{240'}{246'} \\
 \quad 36 \\
 \quad 1' \quad \frac{60''}{77''} \\
 \quad \quad 07 \\
 \quad \quad 0''
 \end{array}
 \end{array}$$

Cociente: $21^\circ 35' 11''$
Resto: $0''$

$$\text{b) } 151^\circ 6' 17'' = (151 \cdot 3600)'' + (6 \cdot 60)'' + 17'' = 543600'' + 360'' + 17'' = 543977''$$

$$543977'' : 7 = 77711'' = 21^\circ 35' 11''$$

Se obtiene lo mismo que en el apartado a).

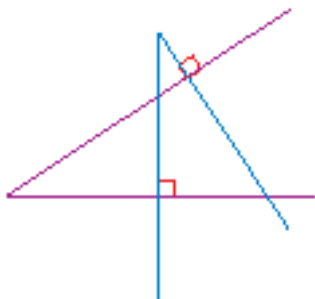
7. Un grifo llena $\frac{5}{12}$ de un depósito en una hora. ¿Cuánto tardará en llenar el depósito completo?

Si tarda 1 h en llenar $\frac{5}{12}$ del depósito, para llenarlo entero tardará $\frac{12}{5}$ de hora, que son 2 h y 24 min.

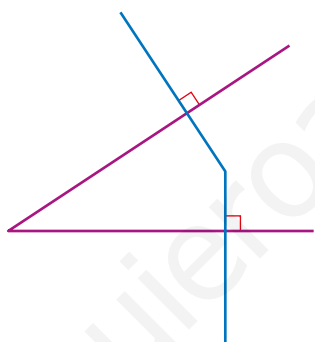
6 Relaciones angulares

Página 204

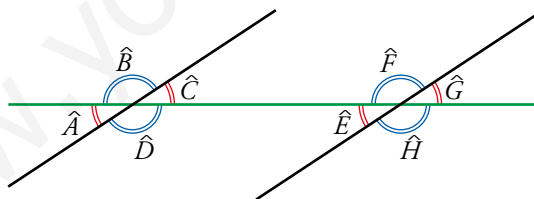
1. Dos ángulos de lados perpendiculares pueden ser iguales, pero también pueden ser suplementarios.



Justifícalo en tu cuaderno con un dibujo.



2. De estos ángulos, di dos que sean iguales por ser:



a) Opuestos por el vértice.

b) Correspondientes.

c) Alternos internos.

d) Alternos externos.

a) $\hat{A} = \hat{C}$; $\hat{B} = \hat{D}$; $\hat{E} = \hat{G}$; $\hat{F} = \hat{H}$

b) $\hat{A} = \hat{F}$; $\hat{B} = \hat{E}$; $\hat{C} = \hat{H}$; $\hat{D} = \hat{G}$

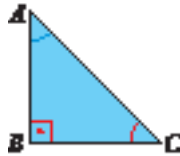
c) $\hat{C} = \hat{F}$; $\hat{D} = \hat{E}$

d) $\hat{A} = \hat{H}$; $\hat{B} = \hat{G}$

7 Ángulos en los polígonos

Página 205

1. En un triángulo rectángulo, \hat{A} mide $42^\circ 20'$. ¿Cuánto mide \hat{C} ?



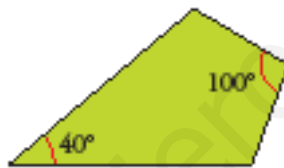
$$\hat{C} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{A} = 180^\circ - 90^\circ - 42^\circ 20' = 47^\circ 40'$$

2. Si un ángulo de un rombo mide 39° , ¿cuánto miden los demás?

Como los ángulos de los rombos son iguales dos a dos, habrá dos ángulos que miden 39° cada uno. Los otros dos ángulos medirán, cada uno:

$$(360^\circ - 2 \cdot 39^\circ) : 2 = 141^\circ$$

3. ¿Cuánto miden los ángulos iguales de una cometa con esta forma?



Como son iguales, cada uno medirá $(360^\circ - 100^\circ - 40^\circ) : 2 = 110^\circ$.

4. ¿Es posible construir un cuadrilátero con un solo ángulo recto? ¿Y con dos? ¿Y con tres?



Cuadrilátero con un solo ángulo recto.



Cuadrilátero con solo dos ángulos rectos.



Un cuadrilátero con tres ángulos rectos tiene que tener el cuarto ángulo recto obligatoriamente:

$$360^\circ - 3 \cdot 90^\circ = 90^\circ$$

Por tanto, no puede haber un cuadrilátero con solo 3 ángulos rectos.

5. Averigua cuánto suman todos los ángulos de un decágono cualquiera y cuánto mide cada ángulo de un decágono regular. Hazlo de dos formas:

a) Volviendo a hacer todo el razonamiento: “Un decágono regular se puede descomponer en ocho triángulos...”.

b) Aplicando las fórmulas anteriores.

a) Un decágono regular se puede descomponer en ocho triángulos. Los ángulos de cada uno de ellos suman 180° . Entre los ocho, los ángulos suman $8 \cdot 180^\circ = 1\,440^\circ$. Por tanto, los ángulos de un decágono cualquiera suman $1\,440^\circ$.

Cada ángulo de un decágono regular mide $1\,440^\circ : 10 = 144^\circ$.

b) Suma de los ángulos de un decágono: $(10 - 2) \cdot 180^\circ = 1\,440^\circ$

Cada uno de los ángulos de un decágono regular mide:

$$\frac{(10 - 2) \cdot 180^\circ}{10} = 144^\circ$$

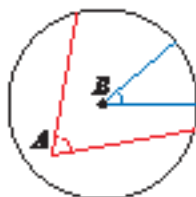
8 Ángulos en la circunferencia

Página 206

1. ¿Verdadero o falso?

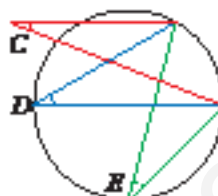
a) El ángulo \hat{A} es central.

b) El ángulo \hat{B} es central.



c) Los ángulos \hat{C} y \hat{D} son iguales.

d) Los ángulos \hat{D} y \hat{E} son iguales.



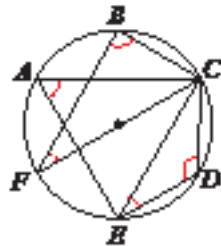
a) Falso. Su vértice debería estar en el centro de la circunferencia.

b) Verdadero.

c) Falso. El ángulo \hat{C} no es inscrito.

d) Verdadero.

2. Teniendo en cuenta que cada arco señalado en la circunferencia es de 60° , di el valor de los ángulos marcados en rojo.



$$\overset{\circ}{\angle}AE = \frac{2 \cdot 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\overset{\circ}{\angle}BF = \frac{3 \cdot 60^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\overset{\circ}{\angle}DE = \frac{4 \cdot 60^\circ}{2} = 120^\circ$$

$$\overset{\circ}{\angle}ED = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\overset{\circ}{\angle}FC = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

3. Averigua cuál es la medida angular de los cinco arcos iguales en que se ha dividido la circunferencia. Di el valor de los ángulos señalados en rojo.



$$\overset{\circ}{\angle}AB = \overset{\circ}{\angle}BC = \overset{\circ}{\angle}CD = \overset{\circ}{\angle}DE = \overset{\circ}{\angle}EA = 360^\circ : 5 = 72^\circ$$

$$\overset{\circ}{\angle}BAE = \frac{3 \cdot 72^\circ}{2} = 108^\circ$$

$$\overset{\circ}{\angle}DBE = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\overset{\circ}{\angle}DCE = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\overset{\circ}{\angle}BED = \frac{2 \cdot 72^\circ}{2} = 72^\circ$$

$$\overset{\circ}{\angle}CED = \overset{\circ}{\angle}ADE = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ \quad \overset{\circ}{\angle}DPE = 180^\circ - 2 \cdot 36^\circ = 108^\circ$$

4. Dibuja una semicircunferencia y recorta una esquina de una hoja de papel (ángulo recto).

Comprueba que, siempre que hagas pasar los lados del ángulo por los extremos del diámetro, el vértice estará situado sobre la semicircunferencia.


Respuesta abierta.



Ejercicios y problemas

Página 208

Operaciones con ángulos

1.  Efectúa las siguientes sumas:

a) $32^\circ 18' 22'' + 85^\circ 31' 7''$

b) $26^\circ 19' 15'' + 2^\circ 48' 36''$

c) $24^\circ 16' 27'' + 34' 13'' + 3^\circ 9' 20''$

a) $117^\circ 49' 29''$

b) $29^\circ 7' 51''$

c) 28°

2.  Resuelve estas restas:

a) $102^\circ 54' 27'' - 59^\circ 25' 37''$

b) $35^\circ 1' 46'' - 32^\circ 51' 49''$

c) $93^\circ 23'' - 28^\circ 23'$

a) $43^\circ 28' 50''$

b) $2^\circ 9' 57''$

c) $64^\circ 37' 23''$

3.  Haz los productos siguientes:

a) $(18^\circ 12' 3'') \cdot 4$

b) $(13^\circ 2' 35'') \cdot 5$

c) $(36^\circ 39' 27'') \cdot 8$


d) $(84^\circ 26'') \cdot 13$

a) $72^\circ 48' 12''$

b) $65^\circ 12' 55''$

c) $293^\circ 15' 36''$

d) $1\,092^\circ 5' 38''$

4.  Resuelve estas divisiones:

a) $(280^\circ 40' 20'') : 20$

b) $(121^\circ 52' 33'') : 11$

c) $(84^\circ 37' 52'') : 2$

d) $(190^\circ 42') : 7$

a) Cociente: $14^\circ 2' 1''$; resto: $0''$

b) Cociente: $11^\circ 4' 46''$; resto: $7''$

c) Cociente: $42^\circ 18' 56''$; resto: $0''$

d) Cociente: $27^\circ 14' 34''$; resto: $2''$

5.  Halla el complementario de los siguientes ángulos:

a) 24°

b) $86^\circ 23' 39''$

c) $52^\circ 29''$

d) $58' 24''$

a) $90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$

b) $90^\circ - 86^\circ 23' 39'' = 3^\circ 36' 21''$

c) $90^\circ - 52^\circ 29'' = 37^\circ 59' 31''$

d) $90^\circ - 58' 24'' = 89^\circ 1' 36''$

6.  Halla, en cada caso, el suplementario del ángulo que se te da:

a) 103°

b) $89^\circ 28' 52''$

c) $129^\circ 31'$

d) $76^\circ 29''$


a) $180^\circ - 103^\circ = 77^\circ$

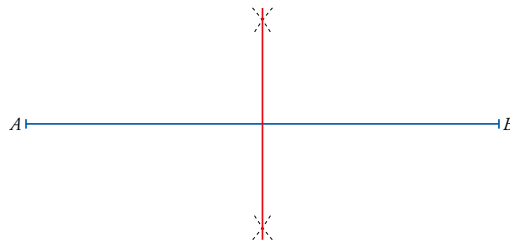
b) $180^\circ - 89^\circ 28' 52'' = 90^\circ 31' 8''$

c) $180^\circ - 129^\circ 31' = 50^\circ 29'$


d) $180^\circ - 76^\circ 29'' = 103^\circ 59' 31''$

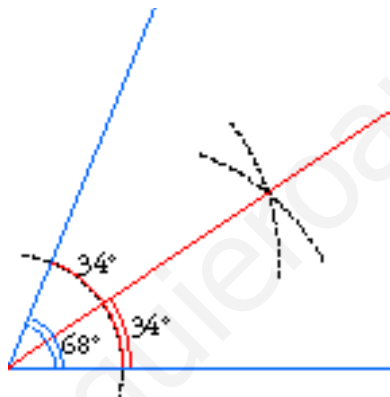
Construcciones geométricas

7.  Traza un segmento de 6 cm y construye su mediatriz. ¿Qué propiedad tienen sus puntos?

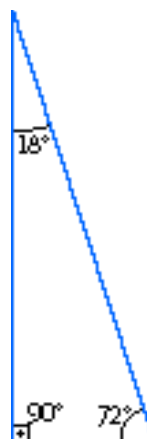



Todos los puntos de la mediatriz equidistan de los extremos del segmento.

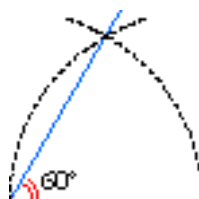
8.  Traza, con ayuda del transportador, un ángulo de 68° y construye su bisectriz. Comprueba que obtienes dos ángulos de 34° .




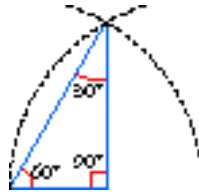
9.  Dibuja, con ayuda del transportador, un triángulo rectángulo con un ángulo de 72° .




10.  Construye un ángulo de 60° sin usar el transportador.



11.  Construye un triángulo semejante al cartabón; es decir, sus ángulos deben medir 60° , 90° y 30° .




12.  Dibuja dos semirrectas que tengan un segmento en común.

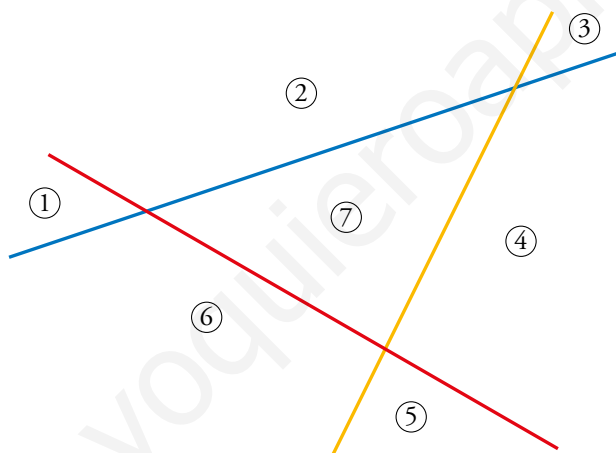


Una semirrecta tiene origen en A y va hacia la derecha y la otra tiene origen en B y va hacia la izquierda. El segmento en común es AB .

13.  Dibuja dos semirrectas que estén sobre la misma recta y no tengan nada en común.



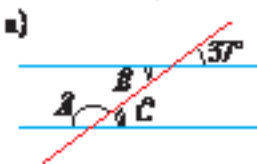
14.  Traza tres rectas que se corten dos a dos. Si se prolongaran indefinidamente, ¿en cuántas regiones dividirían al plano?



Dividirían al plano en 7 regiones.

Relaciones angulares

15.  Calcula el valor del ángulo α o de los ángulos que se piden en cada figura:



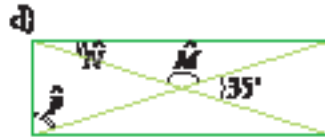
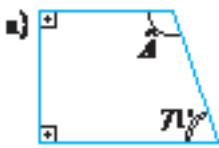
a) $\alpha = 180^\circ - 37^\circ = 143^\circ$

$\beta = 37^\circ$

$\gamma = 37^\circ$

b) $\alpha = 180^\circ - 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$

16.  Calcula el valor de los ángulos desconocidos.



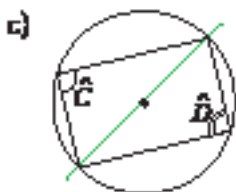
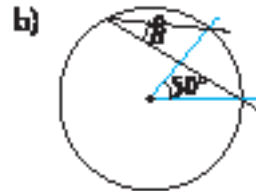
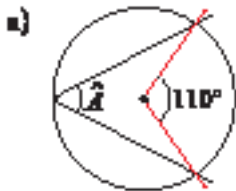
a) $\hat{A} = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 71^\circ = 109^\circ$

b) $\hat{B} = \hat{C} = \frac{360^\circ - 120^\circ - 120^\circ}{2} = 60^\circ$

c) $\hat{B} = 26^\circ$; $\hat{A} = \hat{C} = 180^\circ - 26^\circ = 154^\circ$

d) $\hat{N} = \frac{35^\circ}{2} = 17^\circ 30'$; $\hat{M} = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$; $\hat{P} = 90^\circ - 17^\circ 30' = 72^\circ 30'$

17.  Halla el valor de los ángulos indicados.



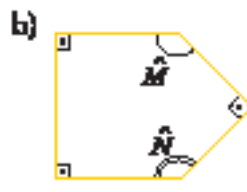
a) $\hat{A} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$

b) $\hat{B} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$

c) $\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$

d) $\hat{D} = 2 \cdot 63^\circ = 126^\circ$; $\hat{E} = 63^\circ$

18.  Calcula el valor del ángulo o de los ángulos que se piden en cada figura:



a) $\hat{M} = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$

$\hat{N} = 132^\circ$

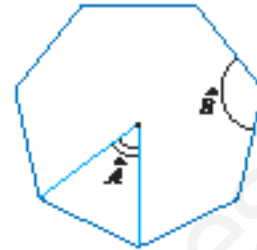
b) $\hat{M} = \hat{N} = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$


Resuelve problemas

19.  **Halla el ángulo interior de un heptágono regular. Halla, también, su ángulo central.**

$$\hat{A} = 360^\circ : 7 \approx 51^\circ 25' 43''$$

$$\hat{B} = \frac{(7 - 2) \cdot 180^\circ}{7} = \frac{5 \cdot 180^\circ}{7} = \frac{900^\circ}{7} \approx 128^\circ 34' 17''$$



20.  **Siete agricultores han de repartirse el agua que llega de una acequia regando por turnos. ¿Cuánto tiempo al día puede regar cada uno?**

$$1 \text{ día} \quad 86\,400 \text{ s}$$

Como son 7 agricultores, a cada agricultor le toca un turno de $86\,400 : 7 = 12\,342$ segundos y sobran 6 segundos al día.

Pasamos los segundos a horas:

$$12\,342 : 60 = 205 \text{ minutos y } 42 \text{ minutos}$$

$$205 : 60 = 3 \text{ horas y } 25 \text{ minutos.}$$

Por tanto, cada agricultor podrá regar al día 3 horas, 25 minutos y 42 segundos, y sobrarán 6 segundos al día.

21.  **Un reloj se pone en hora a las 12 de la noche del 31 de marzo. A las 12 de la noche del 2 de junio el reloj ha adelantado 3 min 9 seg. ¿Cuánto adelanta cada día?**

Han pasado 30 días de abril, 31 de mayo y 2 días de junio, que suman 63 días, durante los cuales el reloj se ha adelantado $(3 \cdot 60) + 9 = 189$ segundos.

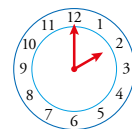
Por tanto, cada día adelanta $189 : 63 = 3$ segundos.

22.  **a) ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las 2 en punto?**

b) ¿Y a las 5 en punto?

c) ¿Y a las 5 y cuarto? Ten en cuenta que la aguja horaria ha recorrido la cuarta parte del arco que va de 5 a 6.

d) ¿Y a las 7 menos cuarto?



a) $(360^\circ : 12) \cdot 2 = 30^\circ \cdot 2 = 60^\circ$

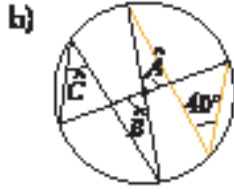
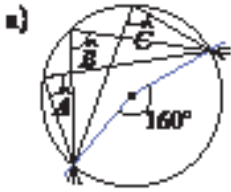
b) $(360^\circ : 12) \cdot 5 = 30^\circ \cdot 5 = 150^\circ$

c) $(360^\circ : 12) \cdot 2 + 30^\circ : 4 = 30^\circ \cdot 2 + 7^\circ 30' = 67^\circ 30'$

d) $(360^\circ : 12) \cdot 2 + 30^\circ : 4 = 30^\circ \cdot 2 + 7^\circ 30' = 67^\circ 30'$

Problemas “+”

23.  Halla el valor de los ángulos indicados:

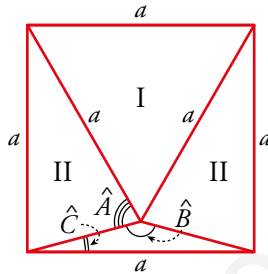


a) $\hat{W} = \hat{B} = \hat{X} = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$

b) $\hat{W} = \hat{B} = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$; $\hat{X} = 40^\circ$

24.  El triángulo I es equilátero. Los triángulos II son isósceles.

Halla la medida de los ángulos \hat{W} , \hat{B} y \hat{X} .



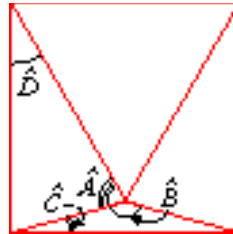
Los ángulos del triángulo equilátero I miden 60° . Por lo que el ángulo \hat{D} medirá:


$$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Así: $\hat{W} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$

$$\hat{B} = 360^\circ - 2 \cdot 75^\circ - 60^\circ = 150^\circ$$

$$\hat{X} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$



25.  ¿Qué punto de r dista lo mismo de A que de B ? Calca en tu cuaderno y resuelve gráficamente.

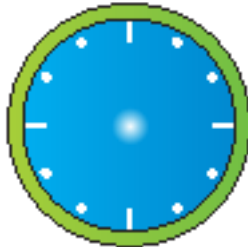


Se halla la mediatriz del segmento AB , que tiene la propiedad de que todos sus puntos equidistan de A y de B , y donde se corte esta recta con r , ese es el punto de r que dista lo mismo de A y de B .

Entrénate resolviendo problemas

Prueba, tantea, deduce...

- Aquí tienes un reloj analógico al que tienes que ponerle las agujas. Piensa en las condiciones pedidas y responde a las preguntas que se te plantean.



- ¿Qué hora es cuando la aguja de las horas está, exactamente, en una de las divisiones marcadas en este reloj y la del minuterero en la siguiente?
- ¿Qué hora es cuando la aguja de las horas está, exactamente, en una de las divisiones y la del minuterero en la anterior?
- ¿Qué hora es sabiendo que la aguja de las horas tardará en llegar a la marca de las seis justo el doble que la del minuterero?
- ¿Qué hora es sabiendo que la aguja de las horas tardará en llegar a la marca de las seis el triple que la del minuterero?

- a) Las once en punto.



- b) La una en punto.



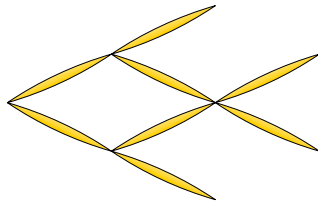
- c) Las cinco en punto. La aguja pequeña tardará una hora en llegar a la marca de las seis. El minuterero tardará media hora.



- d) Las cinco y cuarto. La aguja pequeña tardará tres cuartos de hora en llegar a la marca de las seis. El minuterero tardará un cuarto de hora.



- Hemos construido un pez con 8 palillos.



- a) Moviendo solo tres palillos, consigue que el pez vaya en la dirección contraria.
- b) Si movemos solo dos palillos, podemos conseguir un pez que mire en otra dirección. Compruébalo.



www.yoquieroaprobar.es

Autoevaluación

1. Realiza las siguientes operaciones con ángulos.

a) $27^{\circ} 30' 18'' + 3^{\circ} 42' 52''$

b) $17^{\circ} 21' 37'' - 4^{\circ} 48''$

c) $(3^{\circ} 27' 19'') \cdot 4$

d) $(12^{\circ} 4' 11'') : 5$

a) $27^{\circ} 30' 18'' + 3^{\circ} 42' 52'' = 30^{\circ} 72' 70'' = 31^{\circ} 13' 10''$

b) $17^{\circ} 21' 37'' - 4^{\circ} 48'' = 17^{\circ} 20' 97'' - 4^{\circ} 48'' = 13^{\circ} 20' 49''$

c) $(3^{\circ} 27' 19'') \cdot 4 = 12^{\circ} 108' 76'' = 13^{\circ} 49' 16''$

d) $(12^{\circ} 4' 11'') : 5 = 2^{\circ} 24' 50''$ Resto: $1''$

2. Pasa a segundos los ángulos de la actividad anterior y vuelve a realizar los cálculos. Expresa luego el resultado en forma compleja.

a) $27^{\circ} 30' 18'' = 99018''$

$3^{\circ} 42' 52'' = 13372''$

$99018'' + 13372'' = 112390''$

$(112390 : 60)'$ coeficiente: $1873'$; resto: $10''$

$(1873 : 60)^{\circ}$ coeficiente: 31° ; resto: $13'$

$112390'' = 31^{\circ} 13' 10''$

b) $17^{\circ} 21' 37'' = 62497''$

$4^{\circ} 48'' = 14448''$

$62497'' - 14448'' = 48049''$

$(48049 : 60)'$ coeficiente: $800'$; resto: $49''$

$(800 : 60)^{\circ}$ coeficiente: 13° ; resto: $20'$

$48049'' = 13^{\circ} 20' 49''$

c) $3^{\circ} 27' 19'' = 12439''$

$12439'' \cdot 4 = 49756''$

$(49756 : 60)'$ coeficiente: $829'$; resto: $16''$

$(829 : 60)^{\circ}$ coeficiente: 13° ; resto: $49'$

$49756'' = 13^{\circ} 49' 16''$

d) $12^{\circ} 4' 11'' = 43451''$

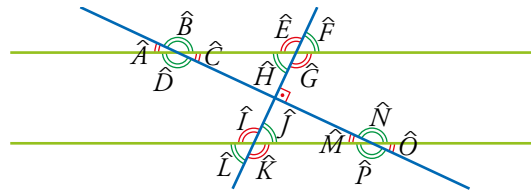
$43451'' : 5$ coeficiente: $8690''$; resto: $1''$

$(8690 : 60)'$ coeficiente: $144'$; resto: $50''$

$(144 : 60)^{\circ}$ coeficiente: 2° ; resto: $24'$

$8690''$ resto $1'' = 2^{\circ} 24' 50''$ resto $1''$

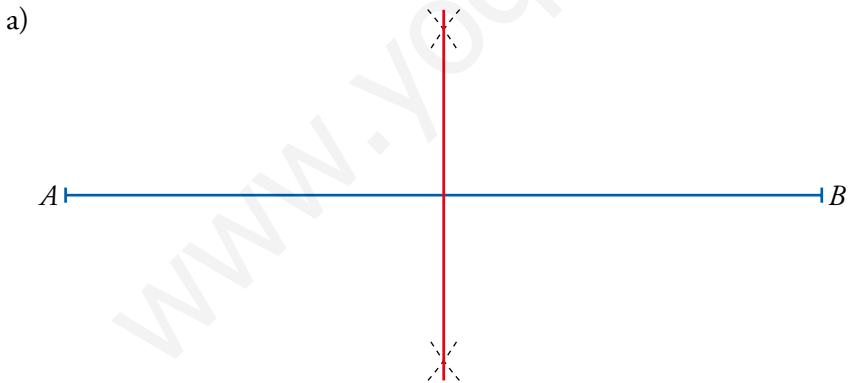
3. Observa estos ángulos:



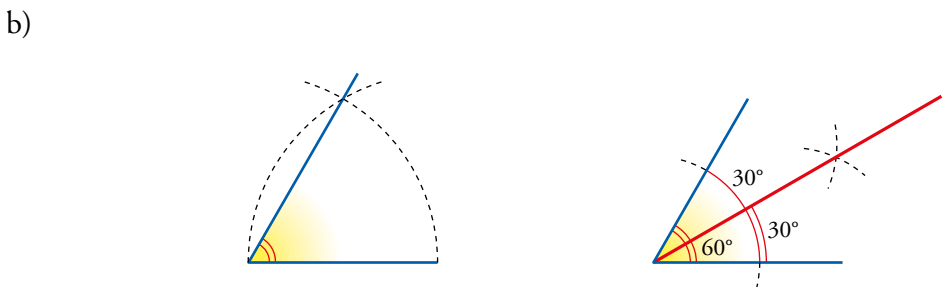
- a) Identifica dos ángulos complementarios y dos suplementarios.
- b) Indica dos ángulos opuestos por el vértice, dos correspondientes, dos alternos externos y dos alternos internos.
- c) Sabiendo que $\hat{M} = 25^\circ$, calcula el resto de ángulos.

- a) Ángulos complementarios: \hat{C} y \hat{H} ; \hat{V} y \hat{M}
 Ángulos suplementarios: \hat{M} y \hat{B} ; \hat{C} y \hat{D} ; \hat{V} y \hat{W} ; \hat{C} y \hat{H} ; \hat{U} y \hat{V}
 \hat{Y} y \hat{K} ; \hat{M} y \hat{N} ; \hat{W} y \hat{D}
- b) Ángulos opuestos por el vértice: \hat{M} y \hat{C} ; \hat{B} y \hat{D} ; \hat{V} y \hat{C} ; \hat{W} y \hat{H}
 \hat{U} y \hat{K} ; \hat{V} y \hat{Y} ; \hat{M} y \hat{D} ; \hat{N} y \hat{W}
- c) $\hat{M} = \hat{C} = \hat{M} = \hat{D} = 25^\circ$
 $\hat{B} = \hat{D} = \hat{N} = \hat{W} = 155^\circ$
 $\hat{H} = \hat{V} = \hat{Y} = \hat{V} = 65^\circ$
 $\hat{V} = \hat{C} = \hat{U} = \hat{K} = 115^\circ$

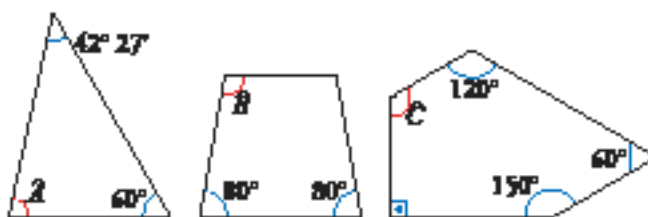
- 4. a) Dibuja un segmento AB de 10 cm y traza, con regla y compás, su mediatriz. ¿Qué propiedad cumplen todos sus puntos?
- b) Dibuja un ángulo de 60° . Traza, con regla y compás, la bisectriz del ángulo. Comprueba que cada uno de los ángulos generados son de 30° .



Todos los puntos de la mediatriz equidistan de los extremos del segmento.



5. Calcula el valor de los ángulos indicados:

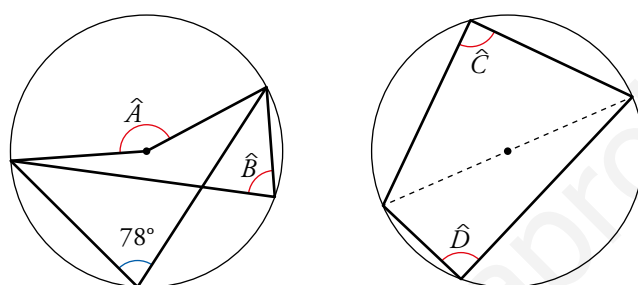


a) $\hat{W} = 180^\circ - (60^\circ + 42^\circ 27') = 180^\circ - 102^\circ 27' = 77^\circ 33'$

b) $\hat{B} = \frac{360^\circ - 2 \cdot 80^\circ}{2} = \frac{360^\circ - 160^\circ}{2} = \frac{200^\circ}{2} = 100^\circ$

c) $\hat{C} = 540^\circ - (120^\circ + 150^\circ + 60^\circ + 90^\circ) = 540^\circ - 420^\circ = 120^\circ$

6. Halla los ángulos indicados:



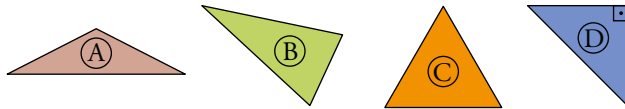
$\hat{W} = 78^\circ \cdot 2 = 156^\circ$

$\hat{B} = 78^\circ$

$\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$

Clasificación de los triángulos

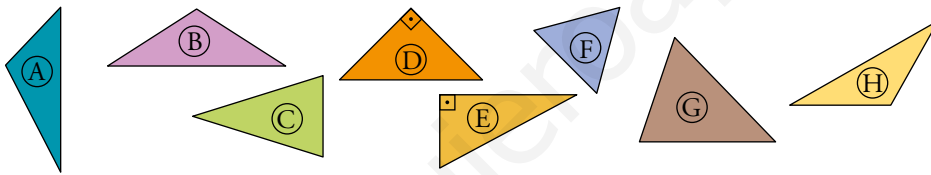
1. Di cómo son, según sus lados y según sus ángulos, los triángulos siguientes:



- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| A isósceles y obtusángulo. | B escaleno y acutángulo. |
| C equilátero y acutángulo. | D isósceles y rectángulo. |

2. Di cuáles de estos triángulos son:

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| a) Acutángulos. | b) Rectángulos. |
| c) Obtusángulos isósceles. | d) Rectángulos escalenos. |
| e) Obtusángulos escalenos. | f) Rectángulos isósceles. |

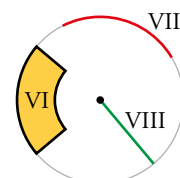
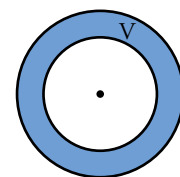
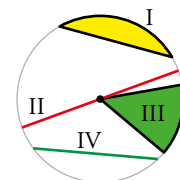


- | | |
|--------------------------------|----------------------------|
| a) Acutángulos C, F, G | b) Rectángulos D, E |
| c) Obtusángulos isósceles B, H | d) Rectángulos escalenos E |
| e) Obtusángulos escalenos A | f) Rectángulos isósceles D |

Figuras circulares

3. Asocia los nombres a cada una de las figuras dibujadas:

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) Sector circular. | b) Trapecio circular. |
| c) Diámetro. | d) Cuerda. |
| e) Radio. | f) Segmento circular. |
| g) Corona circular. | h) Arco. |



- | | |
|------------------------|-------------------------|
| a) Sector circular III | b) Trapecio circular VI |
| c) Diámetro II | d) Cuerda IV |
| e) Radio VIII | f) Segmento circular I |
| g) Corona circular V | h) Arco VII |

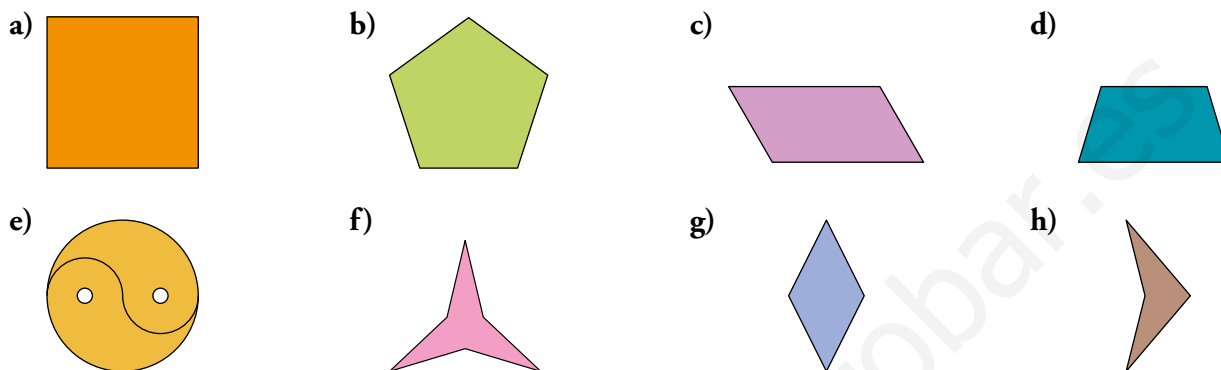
Cuadriláteros con bandas de papel

4. Describe el tipo de paralelogramo que se obtiene según que las bandas sean del mismo o de distinto ancho, y según se sitúen perpendicularmente o inclinadas como en la figura.
- Bandas del mismo ancho perpendiculares cuadrado.
 - Bandas del mismo ancho no perpendiculares rombo.
 - Bandas de anchos distintos perpendiculares rectángulo.
 - Bandas de anchos distintos no perpendiculares romboide.
5. Describe el tipo de trapecio que se obtiene en cada uno de los casos que aparecen en la imagen. Relaciónalos con las posiciones de las bandas.
- Bandas con aristas perpendiculares a un lado del triángulo trapecio rectángulo.
 - Bandas que forman el mismo ángulo con dos lados del triángulo trapecio isósceles.

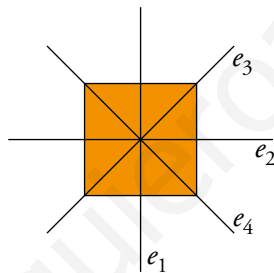
2 Simetrías en las figuras planas

Página 215

1. Di cuáles de las siguientes figuras son simétricas respecto a algún eje. Dibuja cada eje de simetría y, si tienes un pequeño espejo a mano, comprueba que lo es. Si tiene más de un eje de simetría, averigua qué ángulo forman cada dos de ellos contiguos.

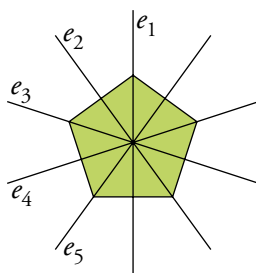


- a) El cuadrado tiene cuatro ejes de simetría: e_1 , e_2 , e_3 y e_4 .



Cada dos ejes contiguos forman 45° .

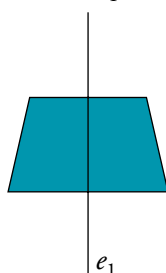
- b) El pentágono regular tiene cinco ejes de simetría: e_1 , e_2 , e_3 , e_4 y e_5 .



Cada dos ejes contiguos forman 36° .

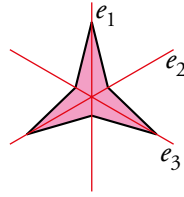
- c) No tiene ejes de simetría.

- d) El trapecio isósceles tiene un eje de simetría: e_1 .



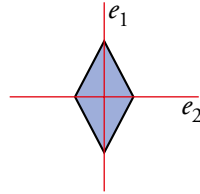
e) No tiene ejes de simetría.

f) Tiene tres ejes de simetría: e_1 , e_2 y e_3 .



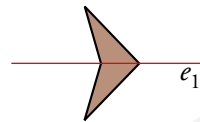
Cada dos ejes contiguos forman 60° .

g) Tiene dos ejes de simetría: e_1 y e_2 .



Cada dos ejes contiguos forman 90° .

h) Tiene un eje de simetría: e_1 .



www.yoquieroaprobar.es

3 Triángulos

Página 216

1. ¿Verdadero o falso?

- a) Un triángulo con dos ángulos rectos es birrectángulo.
- b) Un triángulo puede ser escaleno y rectángulo.
- c) Un triángulo isósceles siempre es acutángulo.
- d) Un triángulo equilátero siempre es acutángulo.
- e) Cuanto más grandes sean los lados de un triángulo equilátero, más grandes son sus ángulos.

a) Falso. En un triángulo no puede haber dos ángulos rectos porque la suma de todos sus ángulos sería mayor de 180° .

b) Verdadero.

c) Falso. Puede ser rectángulo y obtusángulo.

d) Verdadero.

e) Falso. En un triángulo equilátero todos sus ángulos miden lo mismo, 60° .

2. Construye con regla y compás un triángulo cuyos lados miden:

a) $a = 6 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$ y $c = 6 \text{ cm}$.

b) $a = 6 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$ y $c = 3 \text{ cm}$.

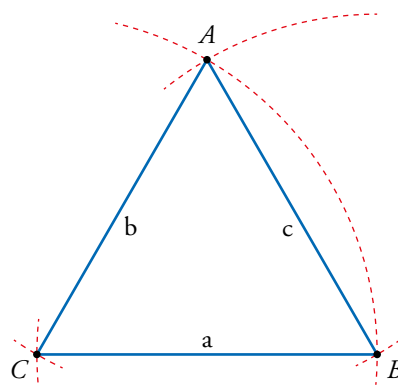
c) $a = 6 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$ y $c = 8 \text{ cm}$.

d) $a = 7 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ y $c = 8 \text{ cm}$.

Estudia, en cada caso, la relación entre sus ángulos.

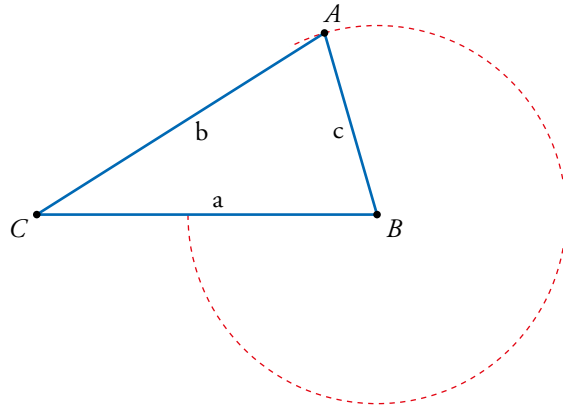
a) Como todos los lados son iguales, sus ángulos son iguales.

Nota: gráfica reducida al 75 %.

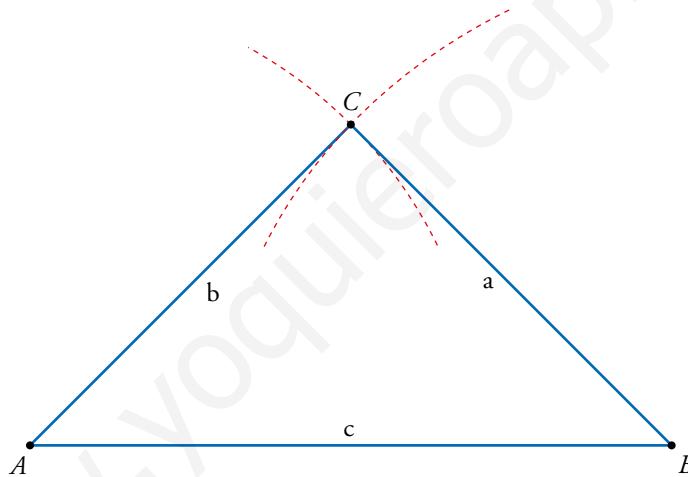


- b) Como los lados a y b son iguales, los ángulos correspondientes \hat{A} y \hat{B} también son iguales. Sin embargo, el lado c es menor que a y b , por tanto, el ángulo \hat{C} es menor que los otros dos ángulos.

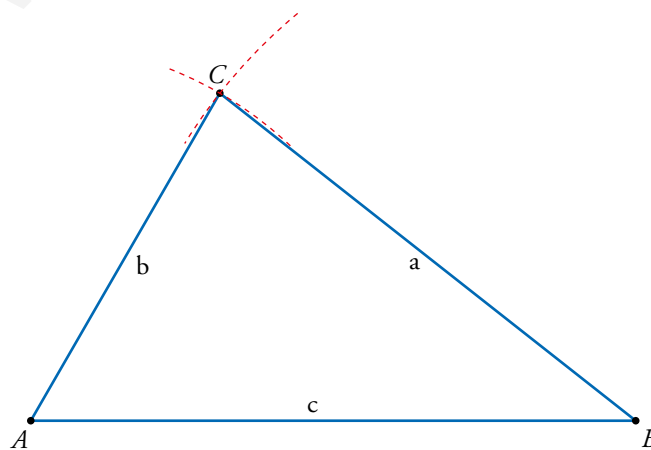
Nota: gráfica reducida al 75 %.



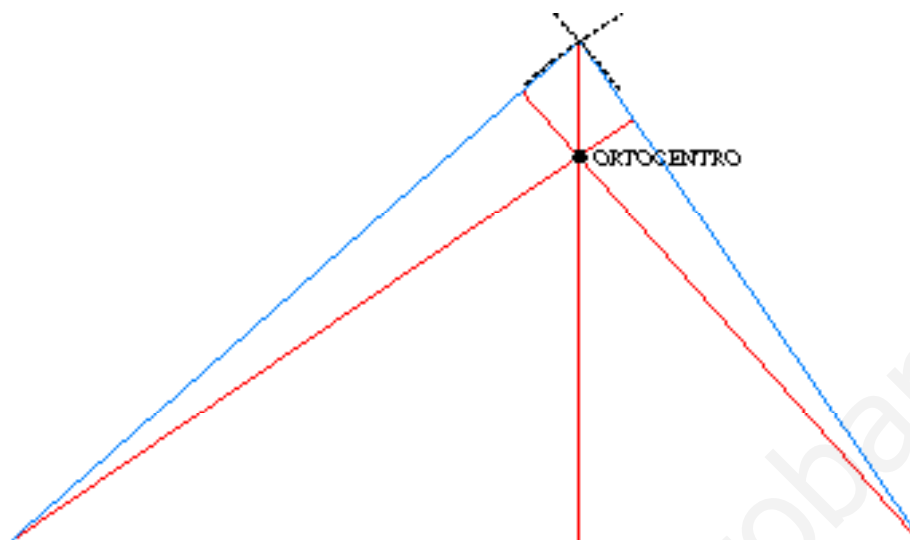
- c) Como los lados a y b son iguales, los ángulos correspondientes \hat{A} y \hat{B} también son iguales. Sin embargo, el lado c es mayor que a y b , por tanto, el ángulo \hat{C} es mayor que los otros dos ángulos.



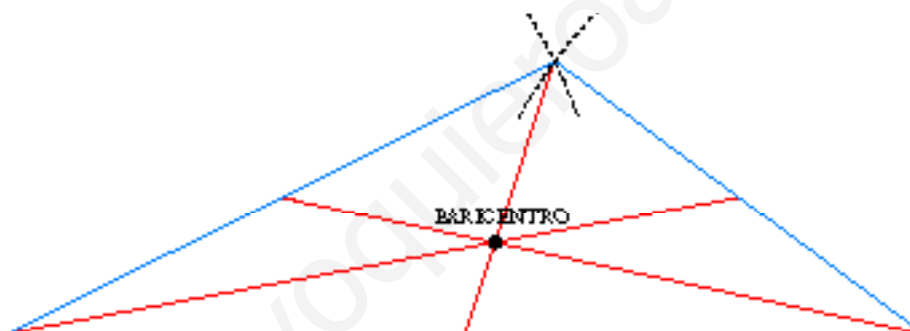
- d) $b < a < c$. Por tanto, los ángulos correspondientes son $\hat{B} < \hat{A} < \hat{C}$.



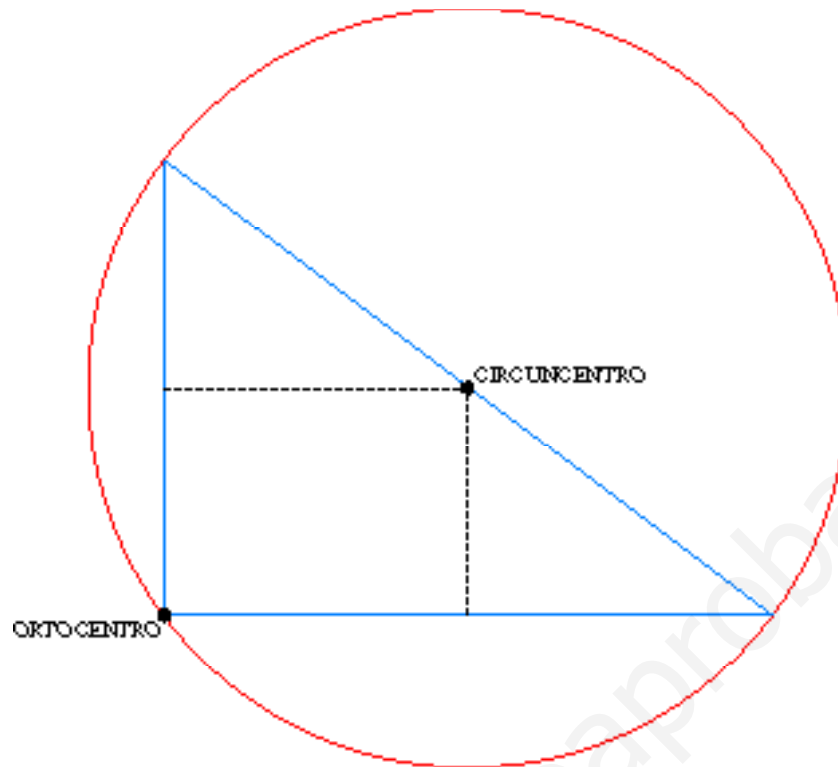
3. Dibuja el triángulo de lados 8 cm, 10 cm y 12 cm. Observa que es acutángulo. Traza sus tres alturas y señala su ortocentro.



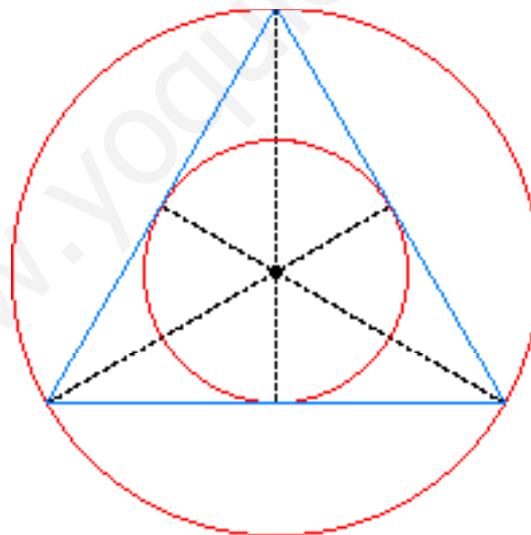
4. Dibuja el triángulo de lados 6 cm, 8 cm y 12 cm. Observa que es obtusángulo. Traza sus medianas y señala su baricentro.



5. Dibuja el triángulo de lados 6 cm, 8 cm y 10 cm. Observa que es rectángulo. Localiza su ortocentro y su circuncentro. Traza la circunferencia circunscrita.



6. Dibuja el triángulo equilátero de lado 6 cm. Traza la circunferencia inscrita y la circunferencia circunscrita.



4 Cuadriláteros

Página 219

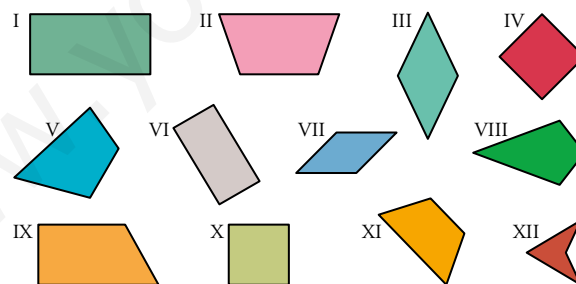
1. ¿Verdadero o falso?

- a) Si un cuadrilátero tiene dos lados opuestos iguales, entonces es un paralelogramo.
- b) Si un cuadrilátero tiene los lados iguales dos a dos, entonces es un paralelogramo.
- c) Si un cuadrilátero tiene las diagonales perpendiculares, entonces es un rombo.
- d) Si un cuadrilátero tiene los ángulos iguales dos a dos, es rombo, romboide o trapecio isósceles.

- a) Falso. Si los lados no son paralelos no tiene por qué ser un paralelogramo.
- b) Falso. Un trapecioide con forma de cometa tiene los lados iguales dos a dos y no es un paralelogramo.
- c) Falso. Por ejemplo, un trapecioide con forma de cometa no es un rombo y tiene las diagonales perpendiculares.
- d) Verdadero.

2. Observa los cuadriláteros siguientes:

- a) ¿Cuáles son paralelogramos, cuáles trapecios y cuáles trapezoides?
- b) Ponle un nombre adecuado a cada uno. Por ejemplo, cuadrado, trapecioide...
- c) Di cuántos ejes de simetría tiene cada figura.
- d) ¿Cuáles de estas figuras tienen las diagonales perpendiculares? ¿Cuáles las tienen iguales?



a) Paralelogramos: I, III, IV, VI, VII, X.

Trapecios: II, IX, XI.

Trapezoides: V, VIII, XII.

- | | | | |
|------|---------------------|------|----------------------|
| b) I | Rectángulo. | VII | Rombo. |
| II | Trapecio isósceles. | VIII | Trapezoide. |
| III | Rombo. | IX | Trapecio rectángulo. |
| IV | Cuadrado. | X | Cuadrado. |
| V | Trapezoide. | XI | Trapecio isósceles. |
| VI | Rectángulo. | XII | Trapezoide. |

c) No tienen ejes de simetría: V y IX.

Tienen un eje de simetría: II, VIII, XI y XII.

Tienen dos ejes de simetría: I, III, VI y XII.

Tienen cuatro ejes de simetría: IV y X.

d) Tienen las diagonales perpendiculares: III, IV, VII, VIII, X y XII.

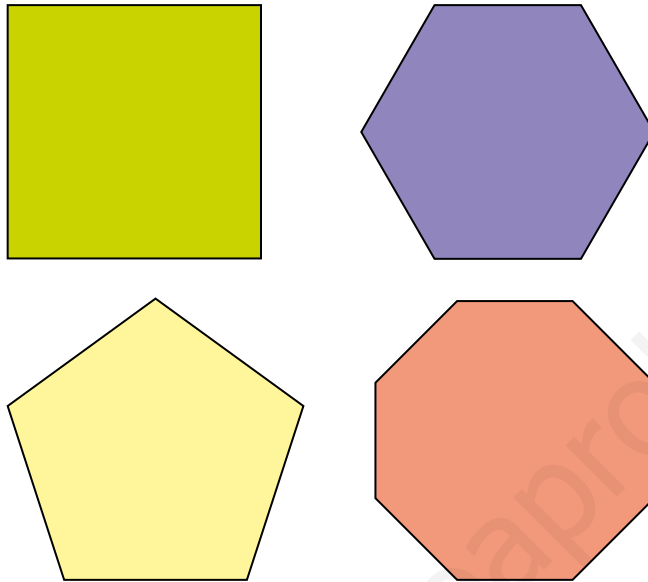
Tienen las diagonales iguales: I, II, IV, VI, X y XI.

www.yoquieroaprobar.es

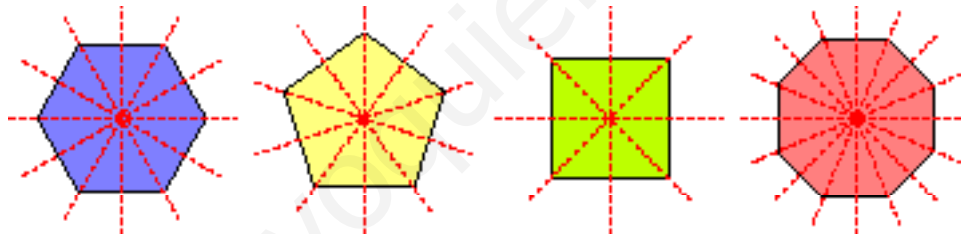
5 Polígonos regulares

Página 220

1. Calca en tu cuaderno las figuras siguientes:

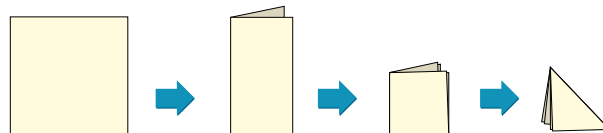


Dibuja en rojo todos sus ejes de simetría.



2. Calca las figuras del ejercicio anterior y recórtalas. Señala, mediante pliegues, todos sus ejes de simetría.

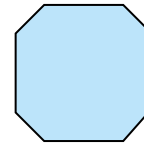
Observa que en el cuadrado puedes realizarlo mediante tres pliegues, y en el octógono, mediante cuatro.



Respuesta abierta.

3. ¿Verdadero o falso?

a) Este octógono tiene todos sus ángulos iguales. Pero no es regular porque sus lados no son iguales.



b) Si un polígono tiene sus lados iguales, entonces seguro que sus ángulos son también iguales y, por tanto, es regular.

a) Verdadero.

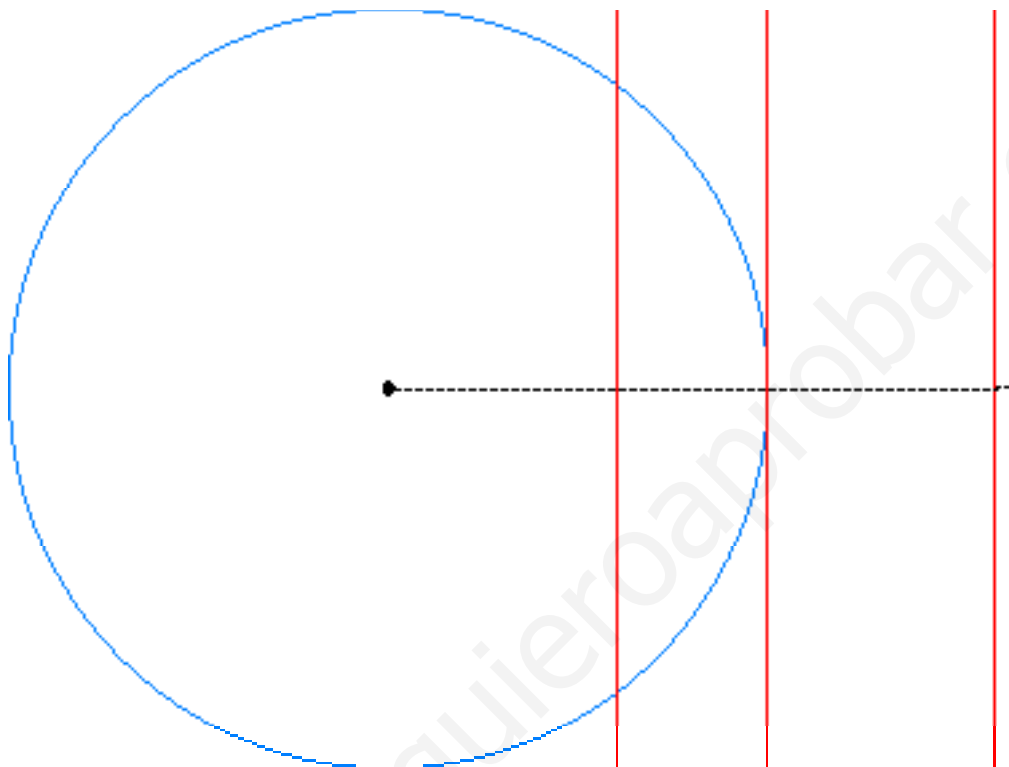
b) Falso. Por ejemplo, un rombo no cuadrado tiene todos sus lados iguales, pero sus ángulos no son iguales, por tanto, no es un polígono regular.

www.yoquieroaprobar.es

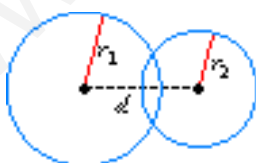
6 Circunferencia

Página 221

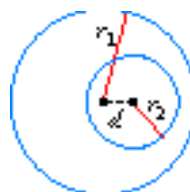
1. Traza una circunferencia de 5 cm de radio y tres rectas que pasen a 3 cm, 5 cm y 8 cm, respectivamente, del centro de la circunferencia.



2. Dibuja en tu cuaderno dos circunferencias secantes y una circunferencia interior a otra. Mide, en ambos casos, la distancia entre sus centros y compárala con sus radios.



$$r_1 - r_2 < d < r_1 + r_2$$



$$d < r_1 - r_2$$

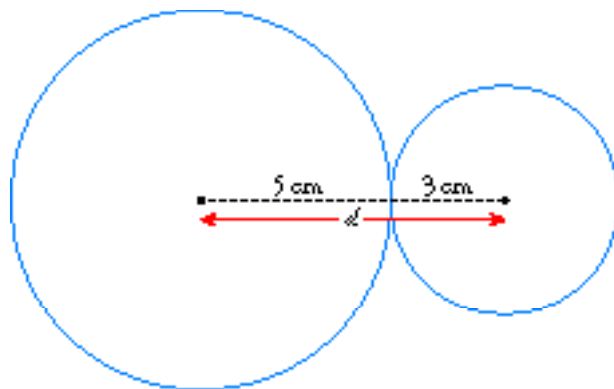
3. Si trazaras dos circunferencias de radios 7 cm y 4 cm con sus centros a 10 cm de distancia, ¿en qué posición relativa quedarían? Trázalas y comprueba tu respuesta.

Como $7 - 4 < 10 < 7 + 4$, las circunferencias son secantes.

4. Traza dos circunferencias de radios 5 cm y 3 cm tangentes exteriores. ¿A qué distancia están sus centros?

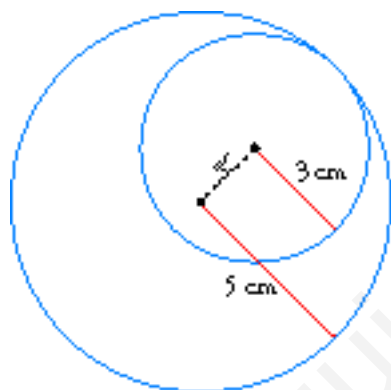
Traza dos circunferencias de 5 cm y 3 cm de radio tangentes interiores. ¿Cuánto distan sus centros?

Nota: la gráfica está reducida al 50 %



TANGENTES EXTERIORES

$$d = 5 + 3 = 8 \text{ cm}$$



TANGENTES INTERIORES

$$d = 5 - 3 = 2 \text{ cm}$$

7 Teorema de Pitágoras

Página 222

1. Averigua si cada uno de los siguientes triángulos es acutángulo, rectángulo u obtusángulo (compara el cuadrado del lado mayor con la suma de los cuadrados de los dos menores):

a) $a = 26$ cm, $b = 24$ cm, $c = 10$ cm.

b) $a = 20$ cm, $b = 17$ cm, $c = 19$ cm.

c) $a = 17$ m, $b = 8$ m, $c = 15$ m.

d) $a = 17$ m, $b = 6$ m, $c = 14$ m.

e) $a = 20$ km, $b = 30$ km, $c = 40$ km.

f) $a = 1$ m, $b = 84$ cm, $c = 57$ cm.

a) $a^2 = 676$
 $b^2 + c^2 = 576 + 100 = 676$ $\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$ triángulo rectángulo.

b) $a^2 = 400$
 $b^2 + c^2 = 289 + 361 = 650$ $\Rightarrow a^2 < b^2 + c^2$ triángulo acutángulo.

c) $a^2 = 289$
 $b^2 + c^2 = 64 + 225 = 289$ $\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$ triángulo rectángulo.

d) $a^2 = 289$
 $b^2 + c^2 = 36 + 196 = 232$ $\Rightarrow a^2 > b^2 + c^2$ triángulo obtusángulo.

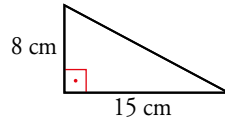
e) $c^2 = 1600$
 $a^2 + b^2 = 400 + 900 = 1300$ $\Rightarrow c^2 > a^2 + b^2$ triángulo obtusángulo.

f) $a^2 = 10000$
 $b^2 + c^2 = 7056 + 3249 = 10305$ $\Rightarrow a^2 < b^2 + c^2$ triángulo acutángulo.

8 Aplicaciones del teorema de Pitágoras

Página 223

1. Halla la longitud de la hipotenusa.

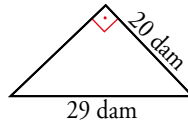


Hipotenusa = h

$$h^2 = 8^2 + 15^2 = 289$$

$$h = \sqrt{289} = 17 \text{ cm}$$

2. Halla la longitud del cateto desconocido.



Cateto desconocido = c

$$29^2 = 20^2 + c^2$$

$$c^2 = 29^2 - 20^2 = 441 \quad c = \sqrt{441} = 21 \text{ dam}$$

3. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 33 m y 27 m. Halla la longitud de la hipotenusa aproximando hasta los decímetros.

Hipotenusa = h

$$h^2 = 33^2 + 27^2 = 1818$$

$$h = \sqrt{1818} \approx 42,6 \text{ m}$$

4. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 24 dm, y un cateto, 19 dm. Halla la longitud del otro cateto aproximando hasta los centímetros.

Cateto desconocido = c

$$24^2 = 19^2 + c^2$$

$$c^2 = 24^2 - 19^2 = 215$$

$$c = \sqrt{215} \approx 14,7 \text{ dm}$$

5. La diagonal de un rectángulo mide 65 cm, y uno de sus lados, 33 cm.

Halla su perímetro.

El lado que falta mide $l = \sqrt{65^2 - 33^2} = \sqrt{3136} = 56$ cm.

Perímetro = $2 \cdot 56 + 2 \cdot 33 = 178$ cm.

6. Las diagonales de un rombo miden 130 cm y 144 cm. Calcula su perímetro.

La mitad de las diagonales serían los catetos del triángulo cuya hipotenusa es igual al lado del rombo, l .

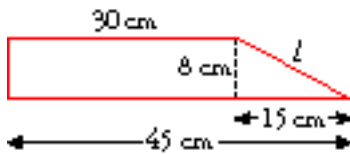
Por tanto:

$$l = \sqrt{\left(\frac{130}{2}\right)^2 + \left(\frac{144}{2}\right)^2} = \sqrt{9409} = 97 \text{ cm}$$

Perímetro = $4 \cdot 97 = 388$ cm

7. En un trapecio rectángulo, las bases miden 45 cm y 30 cm, y su altura, 8 cm.

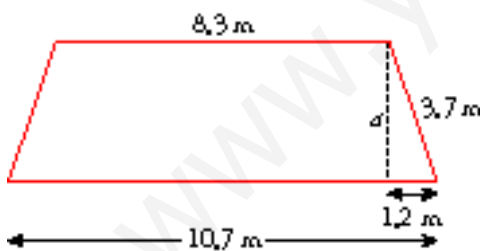
Halla su perímetro.



$$l = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17 \text{ cm}$$

$$\text{Así: } P = 8 + 30 + 17 + 45 = 100 \text{ cm}$$

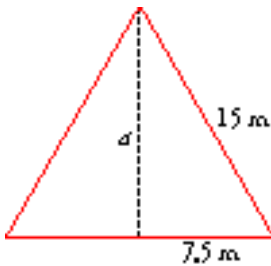
8. Halla la altura de un trapecio isósceles cuyas bases miden 8,3 m y 10,7 m, y el otro lado, 3,7 m.



$$1,2^2 + a^2 = 3,7^2$$

$$a = \sqrt{3,7^2 - 1,2^2} = \sqrt{12,25} = 3,5 \text{ m}$$

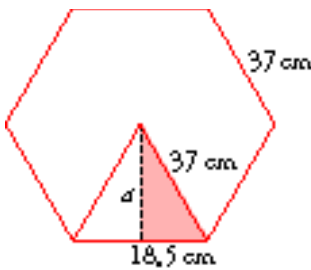
9. Halla la altura de un triángulo equilátero cuyo perímetro mide 45 m.



$$45 = 3l \quad l = \frac{45}{3} = 15 \text{ m}$$

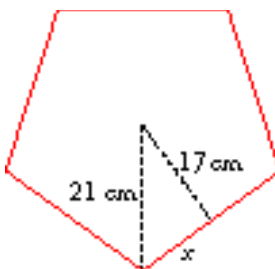
$$a = \sqrt{15^2 - 7,5^2} = \sqrt{168,75} \approx 13 \text{ m}$$

10. Calcula la apotema de un hexágono regular de 37 cm de lado.



$$a = \sqrt{37^2 - 18,5^2} = \sqrt{1026,75} \approx 32,04 \text{ cm}$$

11. Calcula el perímetro de un pentágono regular de radio 21 cm y apotema 17 cm.

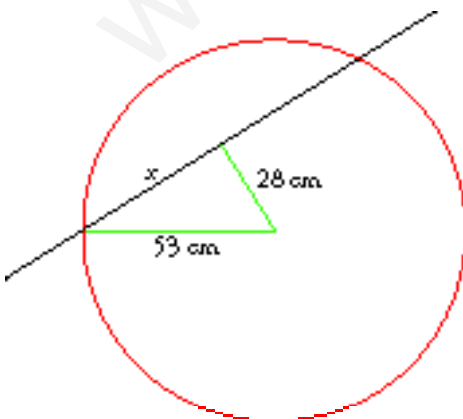


$$x = \sqrt{21^2 - 17^2} = \sqrt{152} \approx 12,33 \text{ cm}$$

El lado mide $2 \cdot 12,33 = 24,66 \text{ cm}$.

El perímetro del pentágono mide $5 \cdot 24,66 = 123,3 \text{ cm}$.

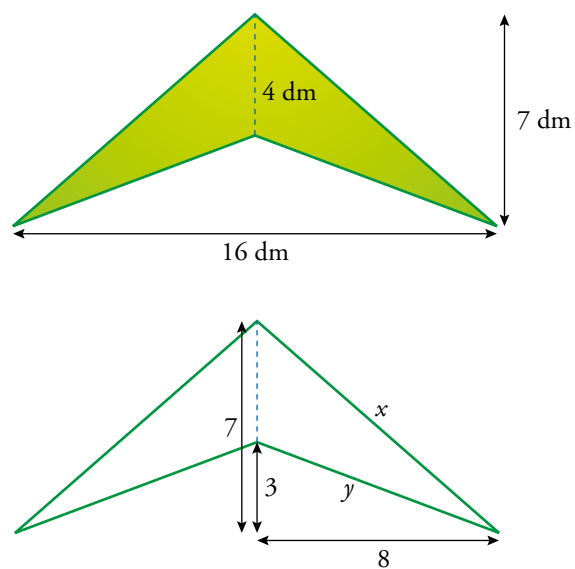
12. ¿Cuánto mide una cuerda de una circunferencia de 53 cm de radio si dista del centro 28 cm?



$$x = \sqrt{53^2 - 28^2} = \sqrt{2025} = 45 \text{ cm}$$

La cuerda mide $2 \cdot 45 = 90 \text{ cm}$.

13. Halla el perímetro de este trapezoide con forma de ala delta sabiendo que sus diagonales miden 16 dm y 4 dm.



$$x = \sqrt{7^2 + 8^2} = 10,63 \text{ dm}$$

$$y = \sqrt{3^2 + 8^2} = 8,54 \text{ dm}$$

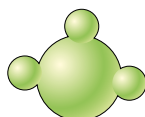
$$P = 2 \cdot 10,63 + 2 \cdot 8,54 = 38,34 \text{ dm}$$

9 Cuerpos geométricos

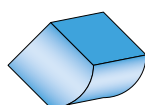
Página 226

1. ¿Verdadero o falso?

a) Esta figura es cuerpo de revolución porque es redondita.



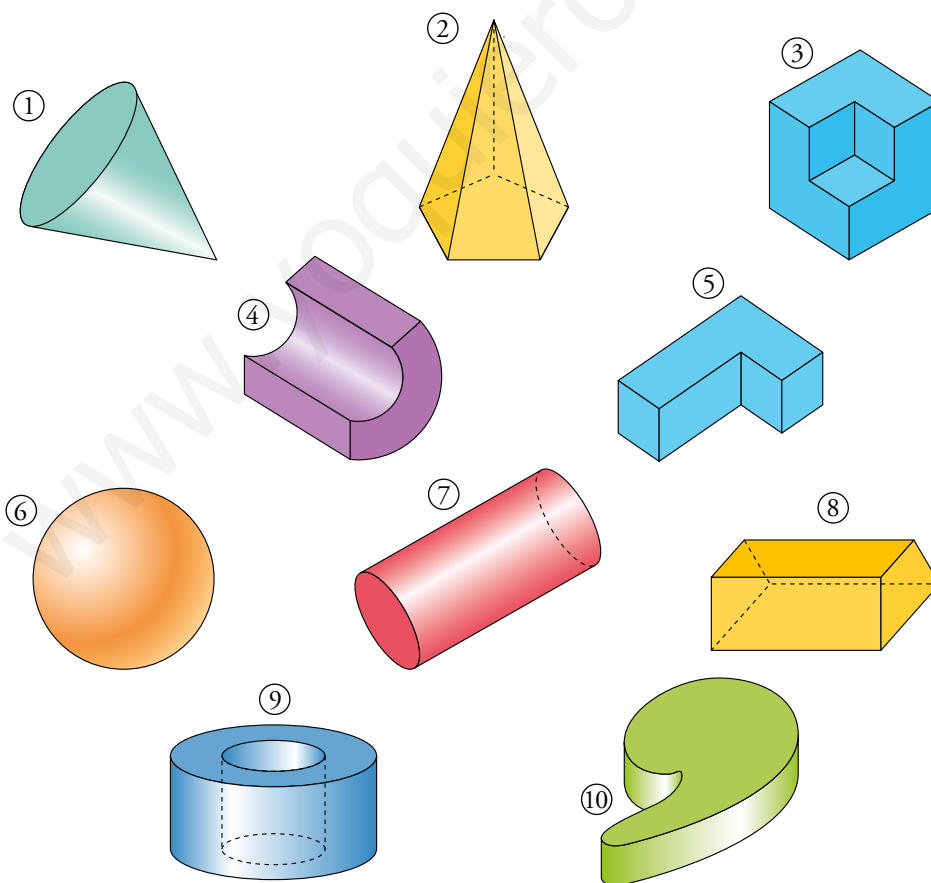
b) Esta figura es un poliedro porque algunas de sus caras son polígonos.



a) Falso. Esta figura no es el resultado de girar una figura plana.

b) Falso. Un poliedro tiene todas sus caras poligonales.

2. Señala, entre los cuerpos de abajo, dos poliedros (aparte del 2 y el 3).

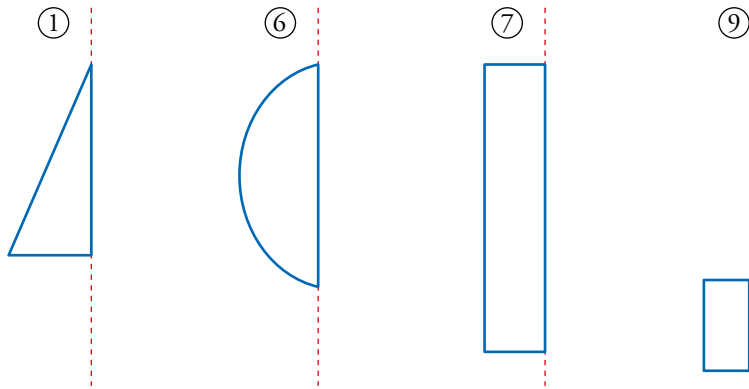


Son poliedros el 5 y el 8.

3. Entre los cuerpos de arriba, señala dos cuerpos de revolución (aparte del 1 y el 6).

Dibuja la figura plana y el eje que generan cada cuerpo.

Son cuerpos de revolución el 7 el 9.

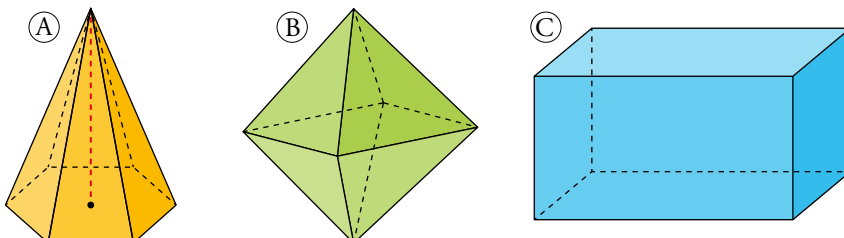


www.yoquieroaprobar.es

10 Poliedros

Página 227

1. Describe los poliedros siguientes: nombre, cómo son sus caras y cuántas tienen, número de aristas, de vértices...

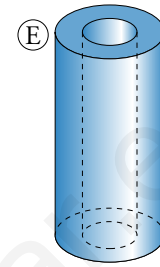
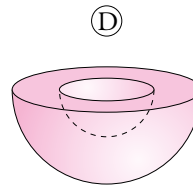
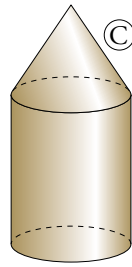
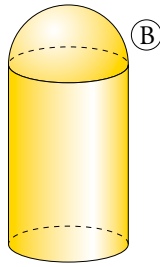
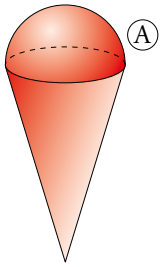


- Ⓐ Es una pirámide hexagonal regular. La base es un hexágono regular y las caras laterales son triángulos isósceles. Tiene 7 caras, 12 aristas y 7 vértices.
- Ⓑ Es un octaedro regular. Sus caras son triángulos equiláteros. Tiene 8 caras, 12 aristas y 6 vértices.
- Ⓒ Es un ortoedro (prisma). Sus caras son 4 rectángulos y 2 cuadrados. Tiene 6 caras, 12 aristas y 8 vértices.

11 Cuerpos de revolución

Página 228

1. Utilizando las palabras cilindro, cono y esfera, describe los siguientes cuerpos geométricos:




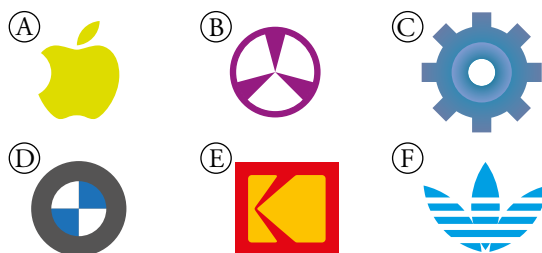
- Ⓐ Es un cono unido a media esfera.
- Ⓑ Es un cilindro unido a media esfera.
- Ⓒ Es un cilindro unido a un cono por su base.
- Ⓓ Es media esfera a la que se le ha quitado media esfera concéntrica a la anterior de radio menor.
- Ⓔ Es un cilindro al que se le ha quitado otro cilindro de radio menor y concéntrico al anterior.

Ejercicios y problemas

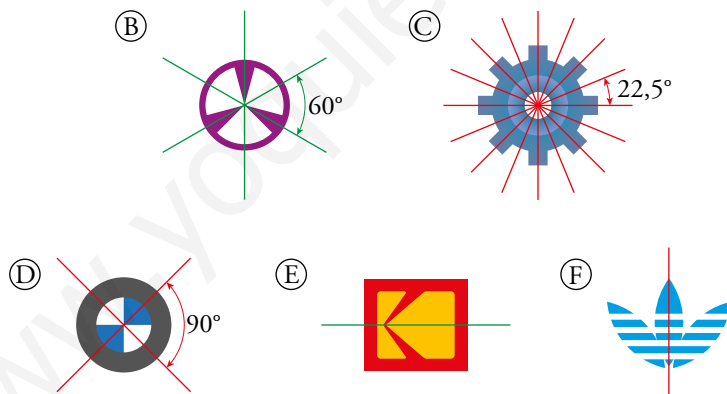
Página 229

Simetrías

1.  Señala, cuando existan, todos los ejes de simetría en estas figuras. Si hay más de dos, halla el ángulo que forman dos de los ejes contiguos.



- (A) No tiene simetrías.
- (E) y (F) tienen un eje de simetría.
- (D) tiene dos ejes de simetría.
- (B) tiene tres ejes de simetría.
- (C) tiene dieciseis ejes de simetría.



2.  Observa las letras del abecedario:

A B C D E F G
H I J K L M N
Ñ O P Q R S T
U V W X Y Z

Di cuáles no tienen ejes de simetría (hay 10), cuáles tienen un eje de simetría (hay 13), cuáles tienen dos (hay 3) y cuál tiene infinitos ejes de simetría.

Dibuja cada una de ellas en tu cuaderno señalando los ejes que tenga.

Representa las 10 cifras de nuestro sistema de numeración e indica cuáles de ellas tienen ejes de simetría.

No tienen ejes de simetría: F, G, J, N, Ñ, P, Q, R, S, Z.

Tienen un eje de simetría: A, B, C, D, E, K, L, M, T, U, V, W, Y. Así:



Tienen dos ejes de simetría: H, I, X. Así:

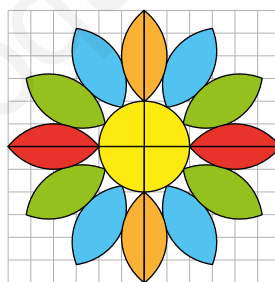
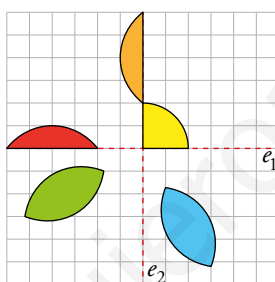


La O tiene infinitos ejes de simetría. Todas las rectas que pasen por el centro de la circunferencia son ejes de simetría.

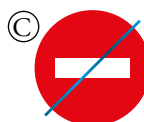
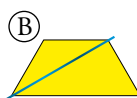
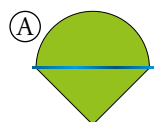
El 0 y el 8 tienen dos ejes de simetría y el 3, uno. El resto, ninguno.



3. Copia en tu cuaderno y completa la siguiente figura para que tenga los dos ejes de simetría que se indican:

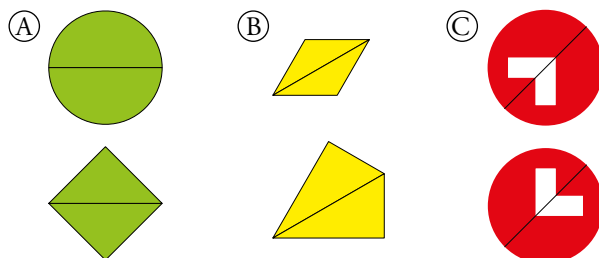


4. Imagina que pones un espejo sobre la línea azul de las siguientes figuras:

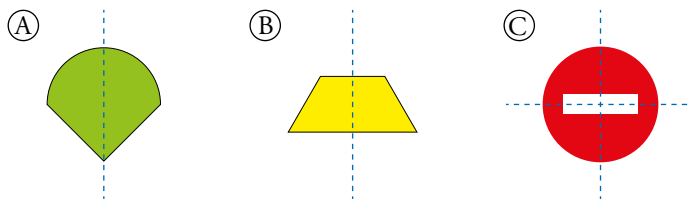


- a) Dibuja en tu cuaderno lo que crees que se verá mirando por cada una de sus dos caras.
- b) ¿Cómo hay que situar el espejo en cada figura para que se vea lo mismo por las dos caras?

a) El círculo y el cuadrado se obtienen de la figura A, los trapezoides, de la B, y las otras dos, de la C.

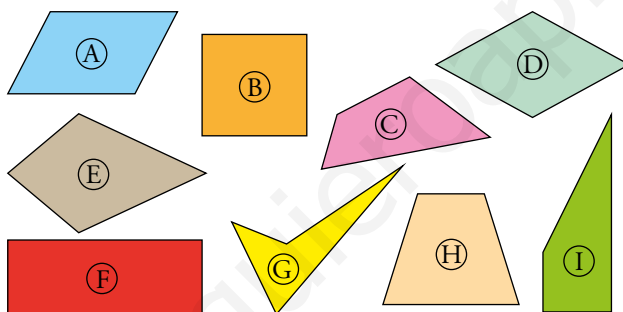


b)



Polígonos. Clasificación

5. Pon nombre a cada uno de estos cuadriláteros:



A Romboide, paralelogramo.

B Cuadrado, paralelogramo.

C, E, G Trapezoide.

D Rombo, paralelogramo.

F Rectángulo, paralelogramo.

H Trapecio isósceles.

I Trapecio rectángulo.

6. Indica qué propiedades de la derecha tienen las figuras de la izquierda:

CUADRADO

RECTÁNGULO
(no cuadrado)

ROMBO
(no cuadrado)

ROMBOIDE

PARALELOGRAMO

TRAPEZOIDE

① Cuatro lados iguales.

② Cuatro ángulos rectos.

③ Ángulos opuestos iguales.

④ Diagonales perpendiculares.

⑤ Diagonales que se cortan en sus puntos medios.

⑥ Diagonales no perpendiculares.

⑦ Cuatro ejes de simetría.

⑧ Dos ejes de simetría.

CUADRADO 1, 2, 4, 5, 7


RECTÁNGULO (no cuadrado) 2, 5, 6, 8

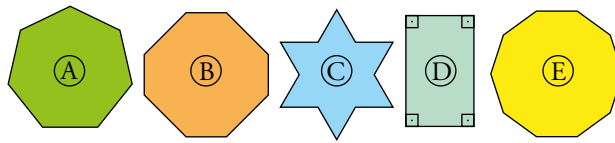
ROMBO (no cuadrado) 1, 3, 4, 5, 8

ROMBOIDE 3, 5, 6

PARALELOGRAMO 5


TRAPEZOIDE 6

7.  ¿Cuáles de estos polígonos son regulares?

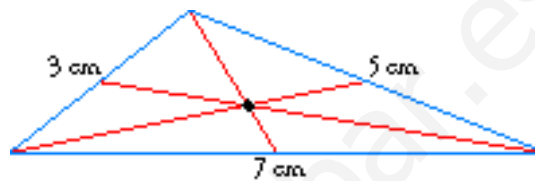



Los polígonos que son regulares son el A (heptágono regular) y el E (decágono regular).

Construcciones

8.  Dibuja un triángulo de lados 3 cm, 5 cm y 7 cm, y traza sus medianas. ¿Cómo se llama el punto donde se cortan?

El punto donde se cortan las medianas se llama baricentro.



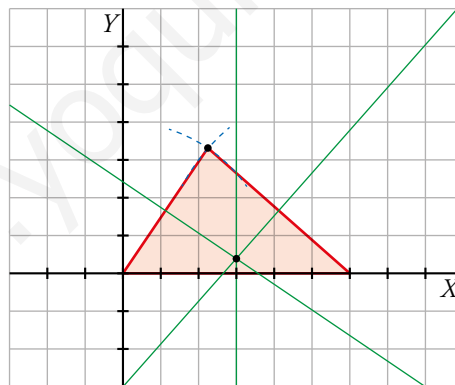
9.  Dibuja estos triángulos, clasifícalos y encuentra el circuncentro de cada uno:

- a) 4 cm, 6 cm y 5 cm.
- b) 12 cm, 13 cm y 5 cm.
- c) 8 cm, 6 cm y 12 cm.
- d) 5 cm, 5 cm y 5 cm.

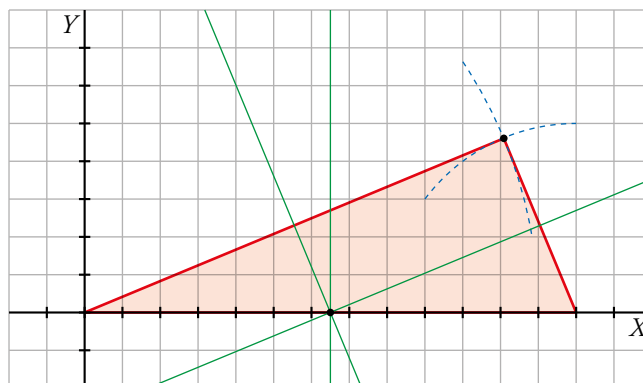
Intenta formular una propiedad que relacione la posición del circuncentro y el tipo de triángulo.

Nota: el lado de cada cuadradito representa 1 cm.

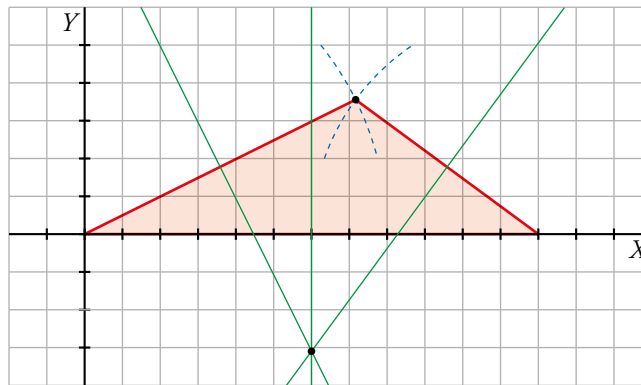
a) Es un triángulo acutángulo y el circuncentro se sitúa en su interior.



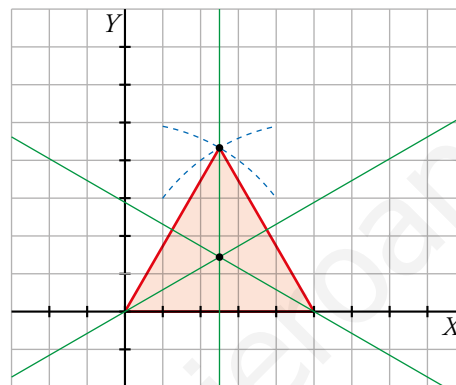
b) Es un triángulo rectángulo y el circuncentro está en el punto medio de la hipotenusa.



c) Es un triángulo obtusángulo y el circuncentro está en el exterior del triángulo.



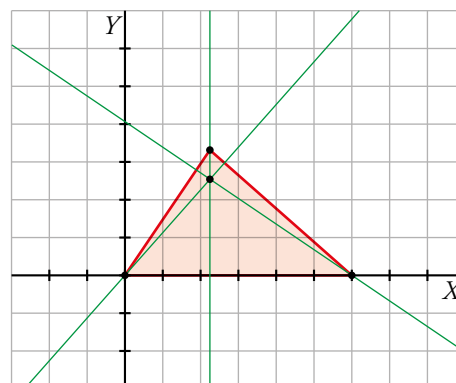
d) Es un triángulo equilátero y el circuncentro coincide con el incentro, el baricentro y el ortocentro en el centro de gravedad del triángulo.



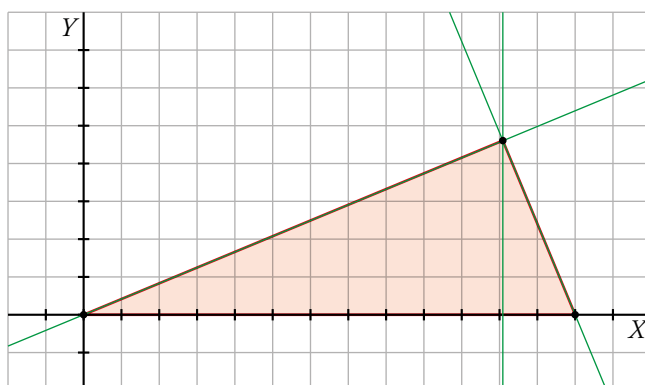
10.  Haz lo mismo que en la actividad anterior pero en lugar del circuncentro, encuentra el ortocentro.

Nota: el lado de cada cuadradito representa 1 cm.

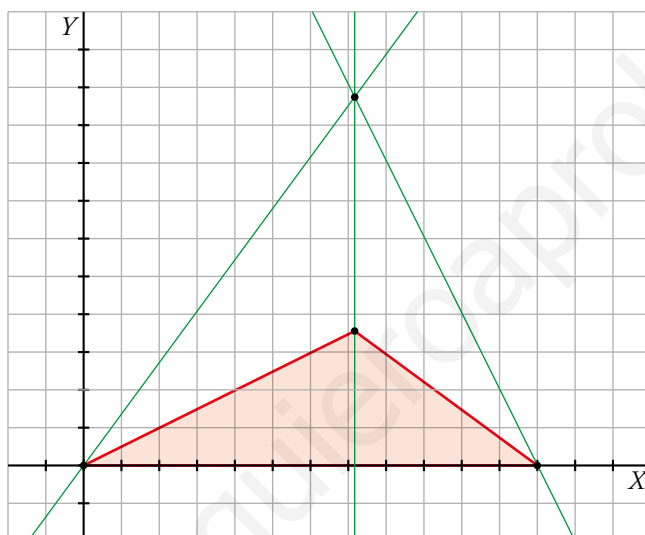
a) Es un triángulo acutángulo y el ortocentro se sitúa en su interior.



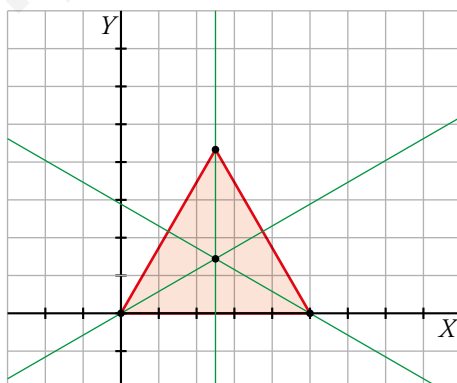
b) Es un triángulo rectángulo y el ortocentro está en el vértice del ángulo recto.



c) Es un triángulo obtusángulo y el ortocentro está en el exterior del triángulo.



d) Es un triángulo equilátero y el ortocentro coincide con el incentro, el baricentro y el circuncentro en el centro de gravedad del triángulo.



Propiedades de las figuras planas

Para resolver las siguientes actividades, te puedes ayudar de un dibujo.

11.  ¿Por qué no pueden construirse estos triángulos?:


a) Sus lados miden 15,3 cm, 8,6 cm y 5,2 cm.

b) Dos de sus ángulos miden 95° y 88° .

a) Porque el lado que mide 15,3 cm es mayor que la suma de los otros dos lados.

$$(8,6 + 5,2 = 13,8 \text{ cm})$$

b) Porque la suma de esos dos ángulos es mayor que 180° , que es lo que suman los tres ángulos de un triángulo.

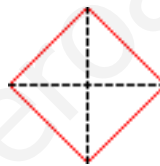
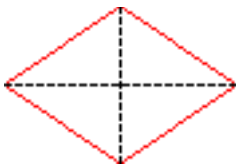
12.  Si dibujas dos segmentos que sean perpendiculares en sus puntos medios y unes sus extremos, obtienes un cuadrilátero. ¿De qué tipo es...

a) ... si los dos segmentos tienen distinta longitud?

b) ... si los dos segmentos tienen la misma longitud?

a) Es un rombo.

b) Es un cuadrado.



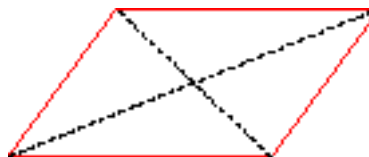
13.  Imagina dos segmentos que se cortan en sus puntos medios y no son perpendiculares. Al unir sus extremos se obtiene un cuadrilátero. ¿Cuál es...

a) ... si los dos segmentos son iguales?

b) ... si un segmento es más largo que el otro?

a) Es un rectángulo.

b) Es un romboide.



14.  Dibuja y clasifica, cuando sea posible, un ejemplo de cada cuadrilátero:

a) Con dos ejes de simetría.

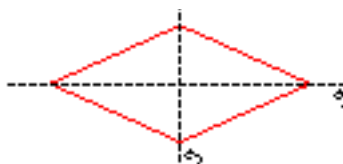
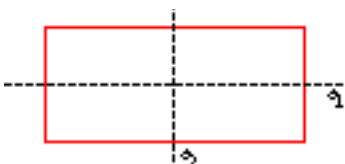
b) Con cuatro ejes de simetría.

c) Con un eje de simetría.

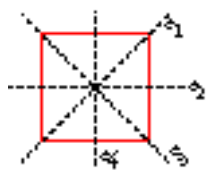
d) Paralelogramo sin ejes de simetría.

e) No trapecio con un eje de simetría.

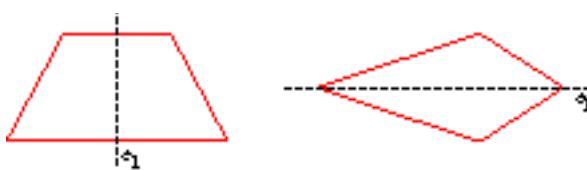
a) Puede ser un rectángulo o un rombo.



b) Cuadrado.



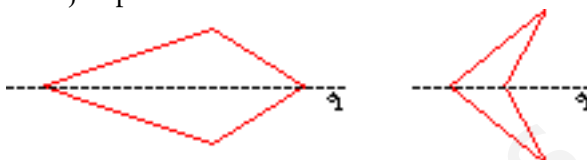
c) Por ejemplo:



d) Por ejemplo:



e) Por ejemplo:



15. Escribe el nombre de cada cuadrilátero:

a) Paralelogramo con diagonales perpendiculares.

b) No paralelogramo con diagonales perpendiculares.

c) Paralelogramo con diagonales iguales.

d) No paralelogramo con diagonales iguales.

a) Cuadrado o rombo.

b) Una "cometa".

c) Cuadrado o rectángulo.

d) Trapecio isósceles.

16. ¿De qué cuadrilátero se trata?

a) Dos pares de lados iguales y paralelogramo.

b) Dos pares de lados iguales y no paralelogramo.

c) Dos pares de ángulos iguales y paralelogramo.

d) Dos pares de ángulos iguales y no paralelogramo.

a) Rectángulo o romboide.

b) Una "cometa".

c) Rombo.

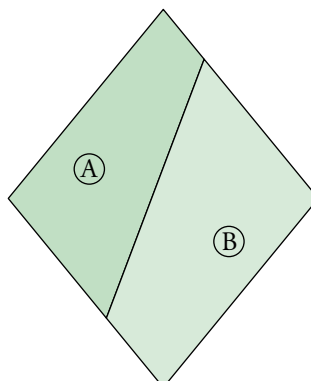
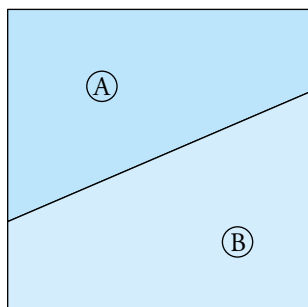
d) Trapecio isósceles.

17. Dibuja dos trapecios que, al unirlos, den lugar a las siguientes figuras:


a) Un cuadrado.

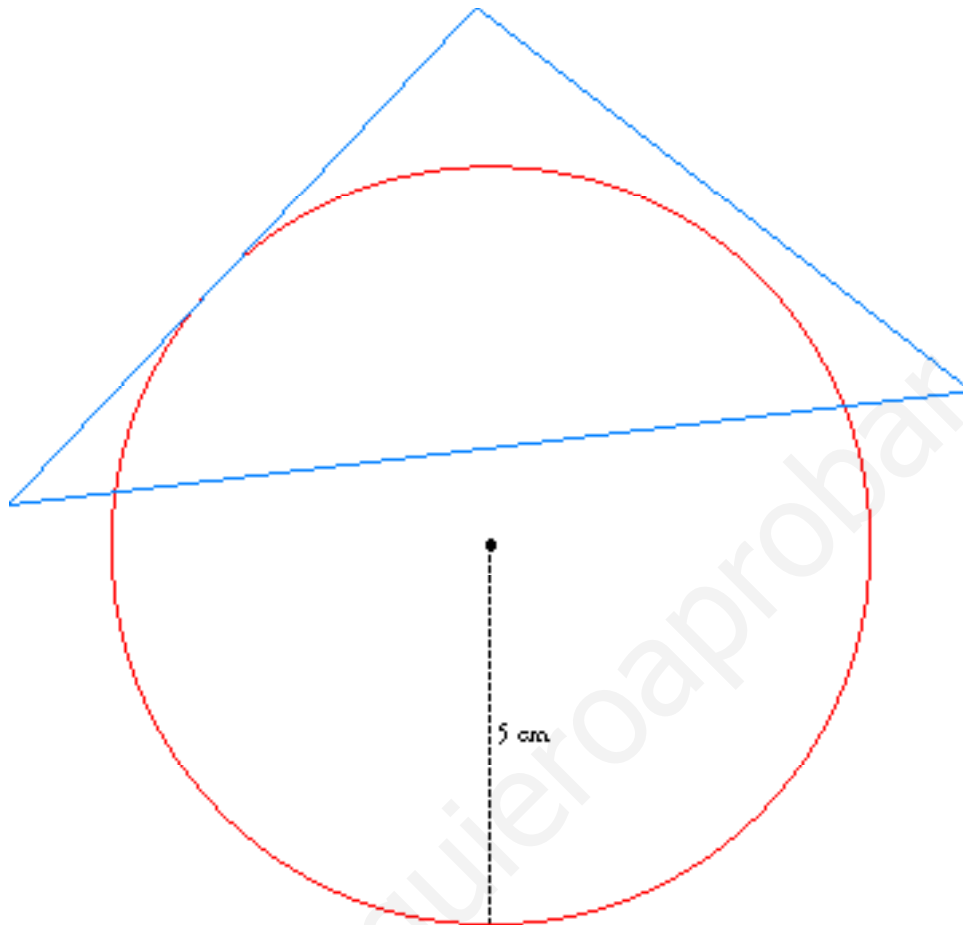
b) Un rombo.


Te puedes ayudar, en cada caso, de un dibujo de la figura e intentar dividirla en dos trapecios.




Posiciones relativas

18.  Dibuja una circunferencia de 5 cm de radio y un triángulo cuyos lados sean: uno secante a la circunferencia, otro tangente y otro exterior.

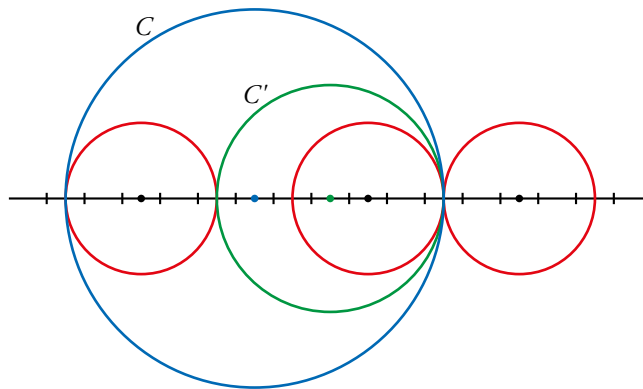


19.  Indica en cada caso la posición relativa de dos circunferencias de radios 7 cm y 10 cm, respectivamente, cuyos centros se encuentran a:


- | | | | | |
|--------------------------|------------------|--------------------------|----------|---------|
| a) 9 cm | b) 20 cm | c) 3 cm | d) 13 cm | e) 0 cm |
| a) Secantes. | b) Exteriores. | c) Tangentes interiores. | | |
| d) Tangentes exteriores. | e) Concéntricas. | | | |

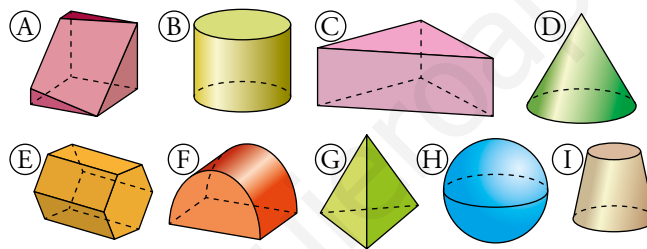
20.  Dibuja dos circunferencias, C y C' , de radios 5 cm y 3 cm que sean tangentes interiores. Traza tres circunferencias distintas, de 2 cm de radio, tales que cada una de ellas sea tangente a C y a C' .

Nota: cada división de la recta representa 1 cm.



Cuerpos geométricos

21.  Observa estos cuerpos:



- a) ¿Cuáles son poliedros? De ellos, nombra los prismas y la pirámide. ¿Hay alguno que no sea prisma ni pirámide?
- b) ¿Cuáles son cuerpos de revolución? Nómbralos.
- c) ¿Hay alguno que no sea poliedro ni cuerpo de revolución?

a) Son poliedros: A, C, E y G.

C Prisma triangular.

E Prisma hexagonal.

G Pirámide cuadrangular regular.

A No es ni prisma ni pirámide.

b) Son cuerpos de revolución: B, D, H e I.

B Cilindro.

D Cono.

H Esfera.

I Tronco de cono.

c) F

22.  ¿Cuáles de estas figuras son cuerpos de revolución? ¿De cuáles conoces el nombre?

a)



b)



c)



d)



e)



f)



g)




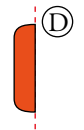
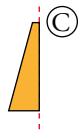
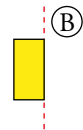
h)



Son cuerpos de revolución: b) y d).

b) es un cilindro y d) un tronco de cono.

23.  Si giras estas figuras en torno al eje indicado, se generan figuras del ejercicio anterior. Identifícalas.



A a)

B b)

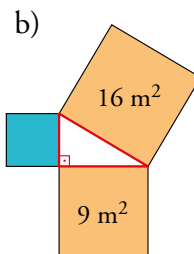
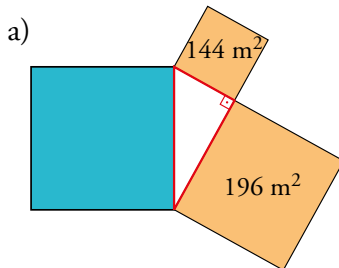
C d)

D f)

E g)


Teorema de Pitágoras. Aplicaciones

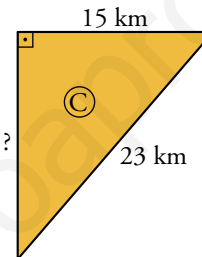
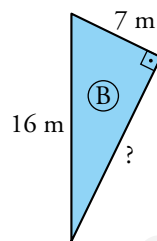
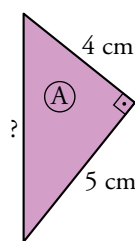
24.  Di el valor del área de cada cuadrado azul:



a) $A = 144 + 196 = 340 \text{ m}^2$

b) $A = 16 - 9 = 7 \text{ m}^2$

25.  Calcula el lado desconocido de estos triángulos rectángulos, aproximando hasta las décimas:



Llamamos x a la longitud del lado desconocido:

A: $x = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \approx 6,4 \text{ cm}$

B: $x = \sqrt{16^2 - 7^2} = \sqrt{207} \approx 14,4 \text{ m}$

C: $x = \sqrt{23^2 - 15^2} = \sqrt{304} \approx 17,4 \text{ km}$

26.  Dibuja cada situación y marca el triángulo rectángulo que debes resolver para hallar lo que te piden:

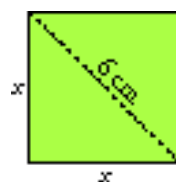
a) ¿Cuánto mide el lado del cuadrado cuya diagonal mide 6 cm?

b) La diagonal de un rectángulo mide 10 cm, y uno de sus lados, 8 cm. Halla la longitud del otro lado.

c) Halla el lado de un rombo cuyas diagonales miden 6 cm y 8 cm.

d) De un rombo se conocen una de sus diagonales, 16 cm, y el lado, 17 cm. Calcula la otra diagonal.

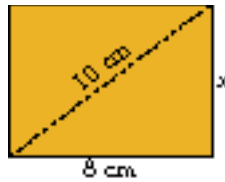
a)



$$6^2 = x^2 + x^2 \quad 36 = 2x^2 \quad x^2 = 18 \quad x \approx 4,2 \text{ cm}$$

El lado del cuadrado mide 4,2 cm.

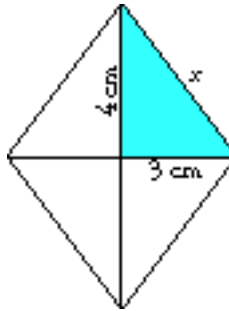
b)



$$x = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

El lado que falta del rectángulo mide 6 cm.

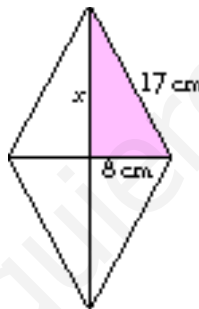
c)



$$x = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$


El lado del rombo mide 5 cm.

d)



$$x = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

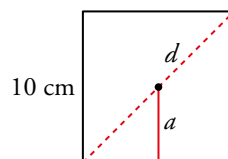
La otra diagonal del rombo mide $2 \cdot 15 = 30$ cm.

27.  ¿Cómo es la longitud de la apotema de un cuadrado con relación a su lado?

Halla el radio de un cuadrado cuyo lado mida 10 cm, con dos cifras decimales.

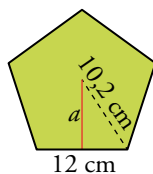
La longitud de la apotema de un cuadrado es la mitad de su lado.

El radio del cuadrado es la mitad de su diagonal.



La diagonal mide $d = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,14$ cm por lo que el radio mide 7,7 cm.


28.  El lado de un pentágono regular mide 12 cm, y su radio, 10,2 cm. Halla su apotema con una cifra decimal.

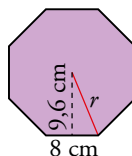


$$a = \sqrt{10,2^2 - 6^2} = \sqrt{68,04} \approx 8,2 \text{ cm}$$

La apotema del pentágono mide 8,2 cm.

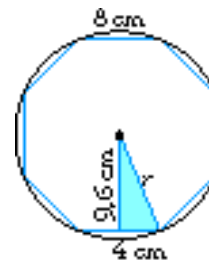



29.  El lado de un octógono regular mide 8 cm, y su apotema, 9,6 cm. Halla el radio de la circunferencia circunscrita al polígono.

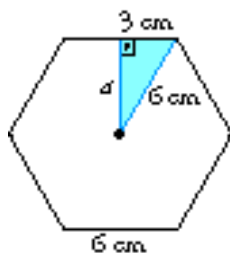
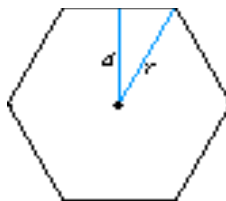


$$r = \sqrt{9,6^2 + 4^2} = \sqrt{108,16} \approx 10,4 \text{ cm}$$

El radio de la circunferencia circunscrita es igual al radio del octógono, y mide 10,4 cm.





30.  En el hexágono regular, el lado es igual al radio. Calcula la longitud de la apotema de un hexágono regular de lado 6 cm, con una cifra decimal.



$$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} \approx 5,2 \text{ cm}$$

La apotema del hexágono mide 5,2 cm.

31.  **Halla, con una cifra decimal, la altura de un triángulo equilátero de 12 cm de lado. ¿Cuánto miden su apotema y su radio?**

 *En un triángulo equilátero, la apotema es 1/3 de la altura.*




$$a = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} \approx 10,4 \text{ cm}$$

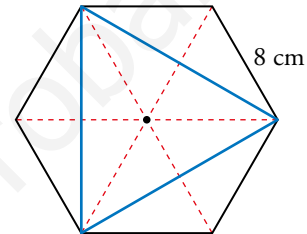
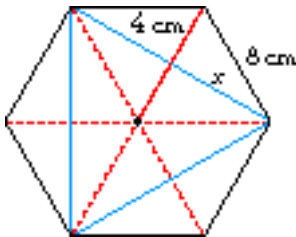
La altura mide 10,4 cm.

La apotema es $\frac{1}{3}$ de la altura del triángulo, y el radio es $\frac{2}{3}$ de la altura.

Por tanto: apotema = $\frac{1}{3}(10,4) \approx 3,5 \text{ cm}$

radio = $\frac{2}{3}(10,4) \approx 6,9 \text{ cm}$

32.  **El lado del hexágono exterior mide 8 cm. Halla el radio, la apotema y el lado del triángulo azul.**




Al ser un hexágono, su radio mide igual que el lado. Por tanto:

$$x = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} \approx 6,9 \text{ cm}$$

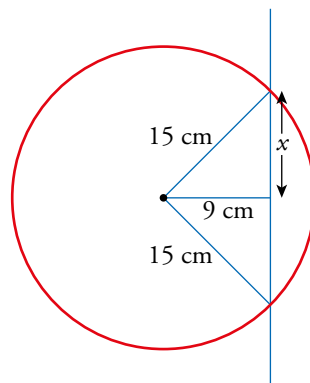
El lado del triángulo mide $2 \cdot 6,9 = 13,8 \text{ cm}$.

El radio del triángulo coincide con el radio del hexágono, por lo que mide 8 cm.

La apotema del triángulo mide la mitad del radio; es decir, 4 cm.


33.  **Una recta pasa a 9 cm del centro de una circunferencia de radio 15 cm. ¿Se llegan a cortar? Halla la longitud de la cuerda que determina en ella.**

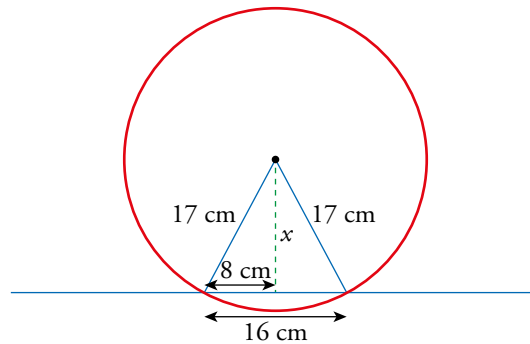
La recta corta a la circunferencia, ya que la distancia de la recta a su centro es menor que el radio.



$$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ cm}$$

La cuerda mide $2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$.

34.  Una circunferencia de 17 cm de radio corta a una recta. La cuerda originada mide 16 cm. ¿A qué distancia de la recta está el centro de la circunferencia?




$$x = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15 \text{ cm}$$

El centro de la circunferencia está a 15 cm de la recta.

35.  Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

36.  Di si los triángulos siguientes son rectángulos, acutángulos u obtusángulos:

a) $a = 61 \text{ m}$, $b = 60 \text{ m}$, $c = 11 \text{ m}$

b) $a = 18 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$, $c = 12 \text{ cm}$

c) $a = 30 \text{ m}$, $b = 24 \text{ m}$, $c = 11 \text{ m}$

d) $b = 25 \text{ m}$, $c = 20 \text{ m}$, $d = 30 \text{ m}$

a) $a^2 = 3721$, $b^2 + c^2 = 3600 + 121 = 3721$

Como $a^2 = b^2 + c^2$, el triángulo es rectángulo.

b) $a^2 = 324$, $b^2 + c^2 = 225 + 144 = 369$

Como $a^2 < b^2 + c^2$, el triángulo es acutángulo.


c) $a^2 = 900$, $b^2 + c^2 = 576 + 121 = 697$

Como $a^2 > b^2 + c^2$, el triángulo es obtusángulo.

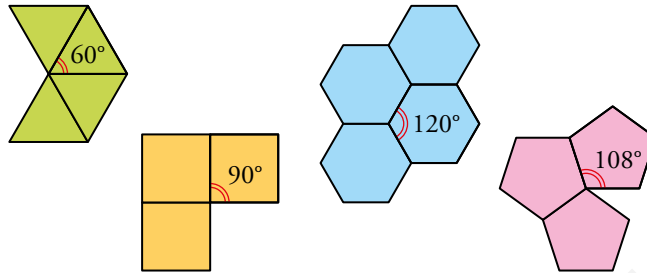
d) $d^2 = 900$, $c^2 + b^2 = 1025$

Como $d^2 < c^2 + b^2$, el triángulo es acutángulo.

Piensa, justifica, describe

37.  Podemos embaldosar el suelo con losetas cuadradas o triangulares regulares. También encajan bien, unas con otras, las losetas hexagonales regulares.

Sin embargo, los pentágonos regulares no sirven para embaldosar el suelo. Explica qué tiene que ver esto con el ángulo de estos polígonos regulares.



El ángulo del pentágono regular es de 108° , que no es divisor de 360° , por tanto, un número entero de huecos no encajarán sin dejar huecos o producirse solapamientos.

38.  Justifica si son regulares los siguientes polígonos:

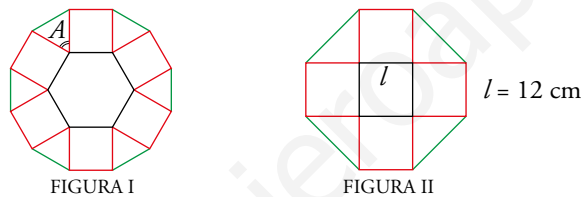


Figura I: Sobre cada uno de los lados del hexágono regular construimos un cuadrado. Unimos los vértices sueltos mediante segmentos. Se obtiene así un dodecágono (polígono de 12 lados).

 Demuestra que el ángulo A es de 60° para así probar que el triángulo es equilátero.

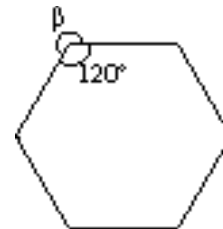
Figura II: Sobre cada uno de los lados del cuadrado construimos otro cuadrado. Unimos los vértices sueltos mediante segmentos.

FIGURA I

El ángulo interior del hexágono mide $\frac{4 \cdot 180^\circ}{6} = 120^\circ$.

β medirá $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$.

Pero $\beta = 90^\circ + 90^\circ + A$ $A = \beta - 2 \cdot 90^\circ$ $A = 60^\circ$




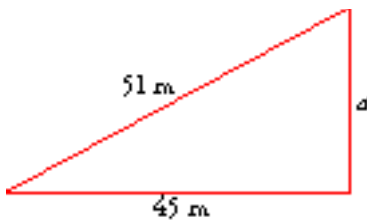
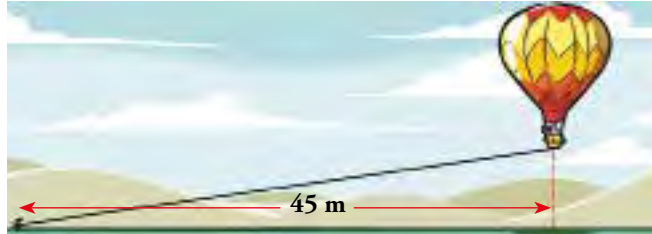
Sabiendo que $A = 60^\circ$, sabemos que los triángulos de la figura son equiláteros. Por eso sabemos que los lados del dodecágono que resulta son iguales. Como los ángulos que forman el dodecágono son la suma del ángulo de un cuadrado más el de un triángulo, son todos iguales. Por tanto, es regular.

FIGURA II

Los triángulos de la figura son rectángulos, por lo que no son equiláteros. La hipotenusa de cada triángulo es mayor que los catetos, que son iguales que el lado del cuadrado. Como el octógono tiene lados formados por los lados de los cuadrados y otros formados por las hipotenusas de los triángulos, no tiene todos sus lados iguales. Por tanto, no es regular.


Resuelve problemas (con el teorema de Pitágoras)

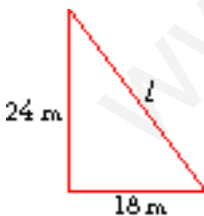
39.  Un globo cautivo está sujeto con una cuerda. Ayer, que no había viento, el globo estaba a 51 m de altura. Hoy hace viento, y la vertical del globo se ha alejado 45 m del punto de amarre. ¿A qué altura está hoy el globo?



$$a = \sqrt{51^2 - 45^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ m}$$

El globo está hoy a 24 m de altura.


40.  Para afianzar una antena de 24 m de altura, se van a tender, desde su extremo superior, cuatro tirantes que se amarrarán en tierra, a 18 m de la base. ¿Cuántos metros de cable se necesitan para los tirantes?

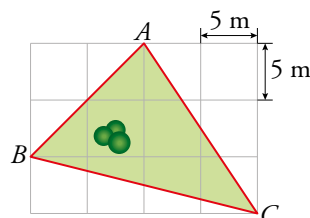


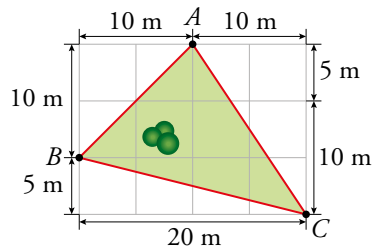
$$l = \sqrt{24^2 + 18^2} = \sqrt{900} = 30 \text{ m}$$

La longitud de uno de los tirantes es 30 m.

Se necesita $4 \cdot 30 = 120$ m de cable para los tirantes.

41.  En una foto aérea se puede ver la finca de María. Si cada cuadrado tiene 5 m de lado, ¿cuántos metros mide la valla que la protege?





Cada uno de los tres lados de la finca es la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Calculamos las hipotenusas aplicando el teorema de Pitágoras:

$$AC = \sqrt{10^2 + 15^2} = 18,03 \text{ m}$$

$$BC = \sqrt{20^2 + 5^2} = 20,62 \text{ m}$$

$$BA = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,14 \text{ m}$$

Por tanto, la valla mide $18,03 + 20,62 + 14,14 = 52,79$ metros.

42. Un caracol sale todos los días de su escondite y va a comer brotes tiernos de un árbol. Para ello, se desplaza por el suelo durante 8 minutos y luego, sin variar su velocidad, trepa durante 6 minutos por el tronco recto del árbol.

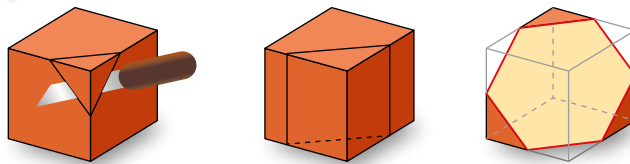
Pero un buen día se encuentra con que alguien ha colocado un tablón justo desde su guarida hasta la base de la copa del árbol.

¿Cuánto tardará si decide subir por el tablón? Eso sí, él avanza, siempre, imperturbable, a la misma velocidad.


El caracol tardará por este nuevo camino $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ minutos.

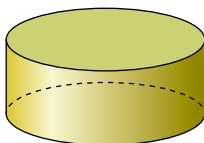
Problemas “+”

43. Construye un cubo de plastilina.
- Señala sobre él cómo hay que cortarlo para obtener un triángulo equilátero. ¿Cuál es el mayor posible?
 - ¿Y un cuadrado?
 - ¿Y un hexágono regular?
 - Dibuja el cubo y el corte que darías para obtener un trapecio isósceles.



-
-
- Hecho en el libro del alumno.
-

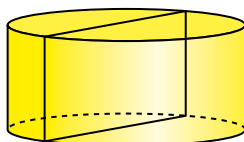
44.  ¿Será posible conseguir un cuadrado cortando por un plano este cilindro? ¿Y un rectángulo? Dibuja en tu cuaderno los cortes que hay que hacer sobre el cilindro para obtener cada una de las figuras.




Para obtener el cuadrado se corta la tapa por una cuerda de la circunferencia de longitud igual a la altura del cilindro y así se obtiene un cuadrado.

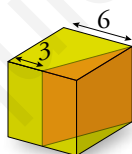


Para obtener el rectángulo buscamos una cuerda de longitud mayor que la altura del cilindro.

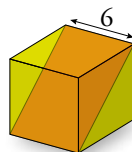


45.  Describe las figuras que se obtienen con los siguientes cortes hechos a un cubo de 6 cm de arista y represéntalas en tu cuaderno. Di qué tipo de polígono se obtiene y halla sus dimensiones:

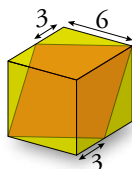
- a) El corte contiene a una arista y pasa por los puntos medios de otras dos aristas.



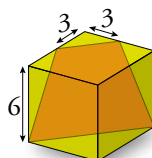
- b) El corte contiene a dos aristas opuestas.



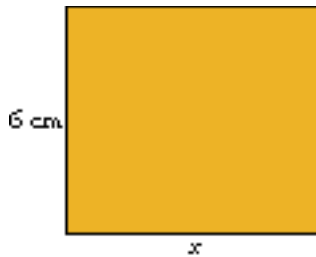
- c) Observa que los cuatro lados son iguales. Halla su longitud y la de la diagonal menor.



- d) El plano pasa por los puntos medios de dos aristas contiguas y por dos vértices.



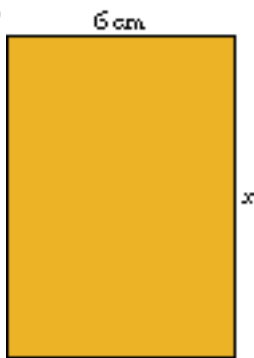
a)



$$x = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \approx 6,7 \text{ cm}$$

Es un rectángulo de 6,7 cm × 6 cm.

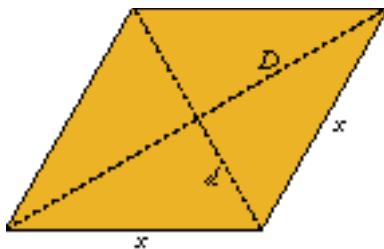
b)



$$x = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} \approx 8,5 \text{ cm}$$

Es un rectángulo de 6 cm × 8,5 cm.

c)



$$x = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \approx 6,7 \text{ cm}$$

Es un rombo de 6,7 cm de lado.

$$\text{Perímetro} = 4 \cdot 6,7 = 26,8 \text{ cm.}$$

La diagonal menor es igual a la diagonal de una cara del cubo.

$$\text{Mide } d = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} \approx 8,5 \text{ cm.}$$

d)



$$x = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \approx 4,2 \text{ cm}$$

$$y = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} \approx 8,5 \text{ cm}$$

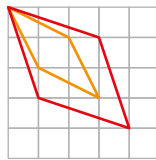
$$z = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \approx 6,7 \text{ cm}$$

Es un trapecio isósceles de bases 8,5 cm y 4,2 cm y lados no paralelos de 6,7 cm.

Entrénate resolviendo problemas

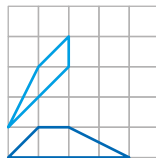
- Realiza esta actividad sobre papel cuadrículado. Sin ocupar más que un cuadrado de 5×5 y apoyándote en los vértices de la cuadrícula...

a) Representa tantos tipos de rombos que no sean cuadrados como puedas.



b) Representa algunos tipos de trapecios que no sean rectángulos ni isósceles.

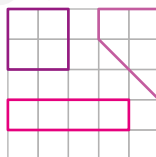
¡Hay muchísimos!



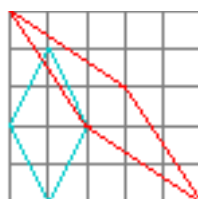
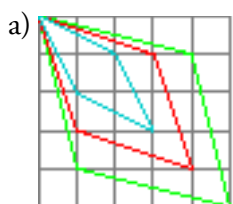
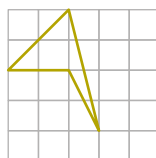
c) Inventa cuadriláteros distintos, pero todos ellos con el mismo perímetro.

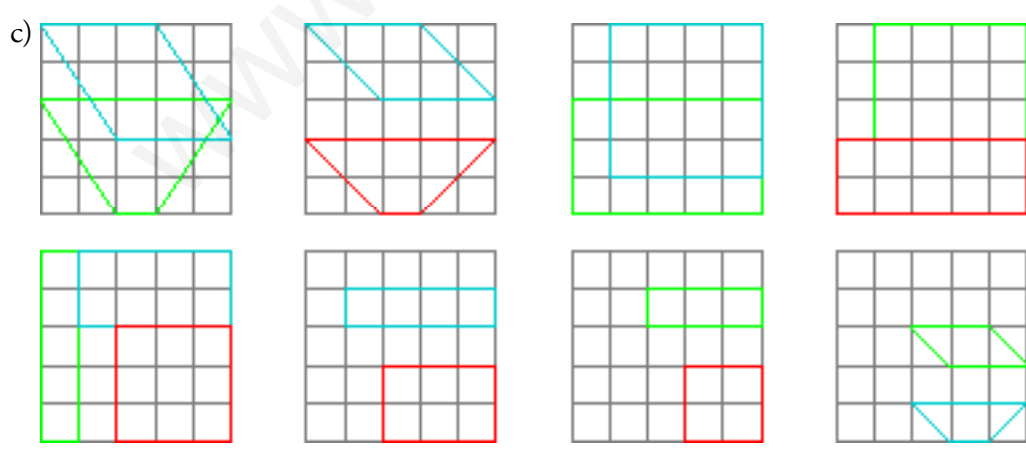
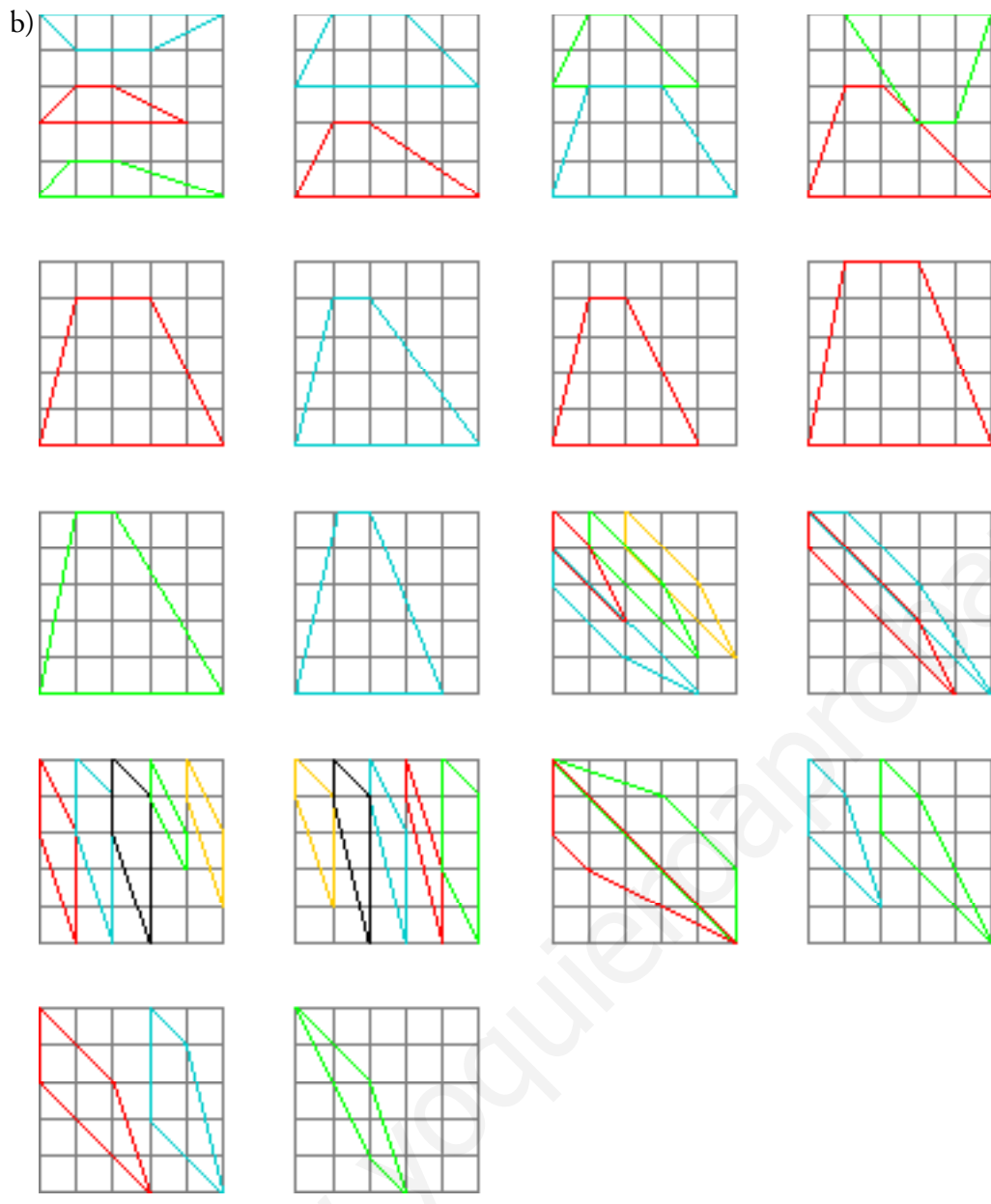


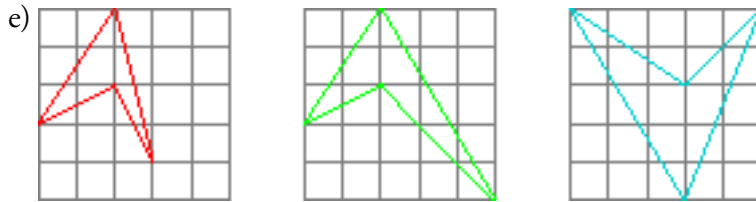
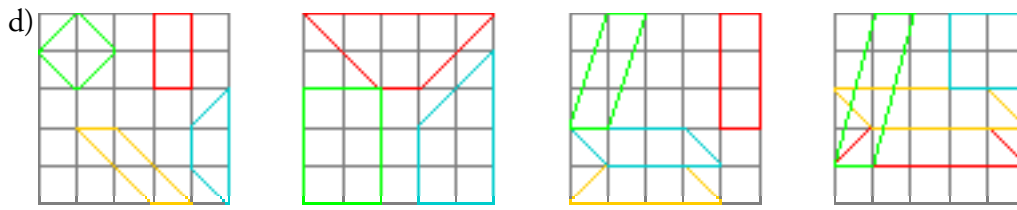
d) ¿Puedes delimitar varios cuadriláteros con la misma área pero con distinto perímetro?



e) Representa algunos cuadriláteros cóncavos.



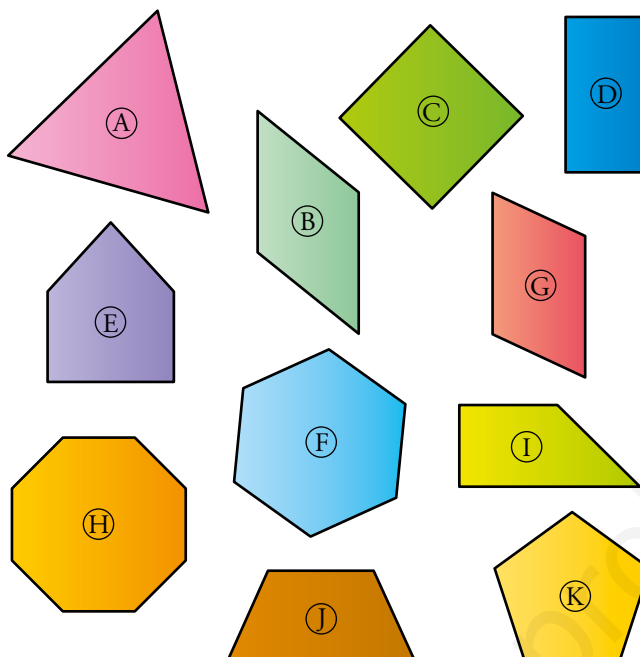




www.yoquieroaprobar.es

Autoevaluación

1. Observa los siguientes polígonos:



a) Clasifica los cuadriláteros y escribe las características de cada uno.

b) Identifica los polígonos regulares y nómbralos.

c) ¿Cuántos ejes de simetría tiene cada figura?

a) Los polígonos D, B, C y G son paralelogramos.

D Rectángulo. Tiene todos sus ángulos rectos.

B Rombo. Tiene todos sus lados iguales.

C Cuadrado. Tiene todos sus lados iguales y todos sus ángulos rectos.

G Romboide.

I, J Trapecio. Tiene dos lados paralelos y otros dos no paralelos.

b) Los polígonos regulares son: A, C, K, F y H.

A Triángulo equilátero.

C Cuadrado.

K Pentágono.

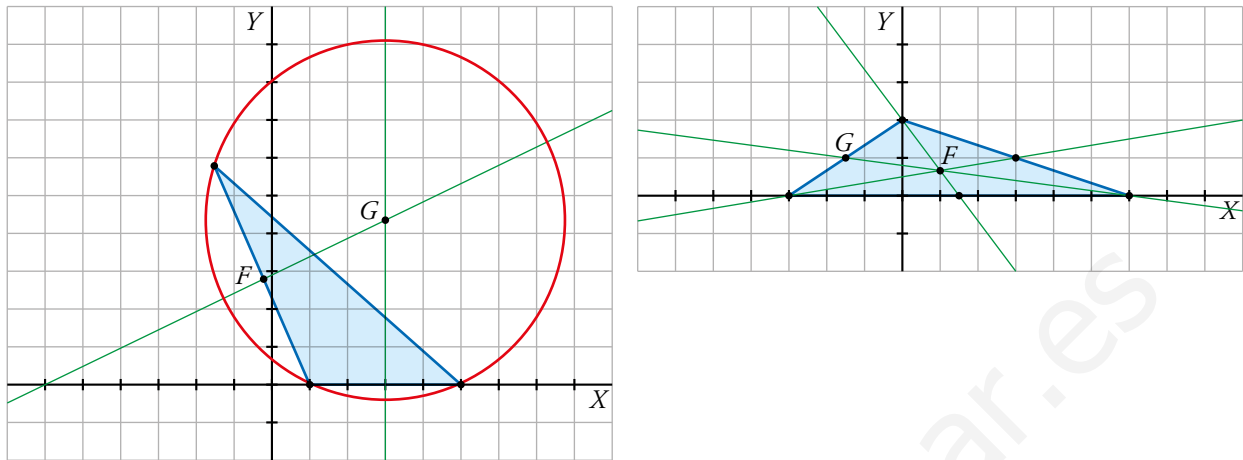
F Hexágono.

H Octógono.

c) A	3	B	2
C	4	D	2
E	1	F	6
G	No tiene ejes de simetría.	H	8
I	No tiene ejes de simetría.	J	1
K	5		

2. Dibuja en tu cuaderno dos triángulos escalenos. Encuentra el circuncentro y la circunferencia circunscrita de uno de ellos y el baricentro del otro.

En el primer dibujo G es el circuncentro y en el segundo F es el baricentro.



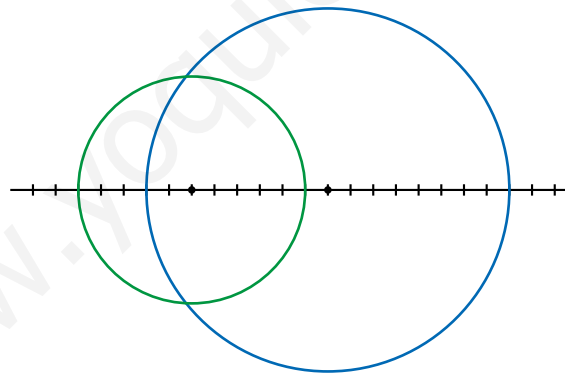
3. Dadas dos circunferencias de radios $r_1 = 5$ m y $r_2 = 8$ m, indica sus posiciones relativas para cada una de las siguientes distancias de sus centros:

- a) $d = 6$ m
- b) $d = 13$ m
- c) $d = 15$ m
- d) $d = 3$ m

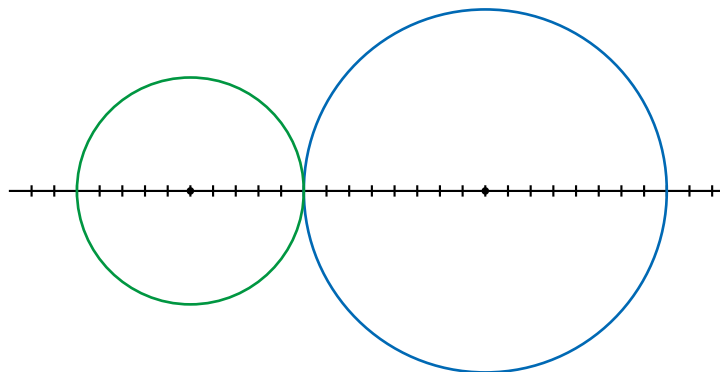
Dibuja esquemáticamente cada uno de los casos.

Nota: cada división se la recta representa 1 m.

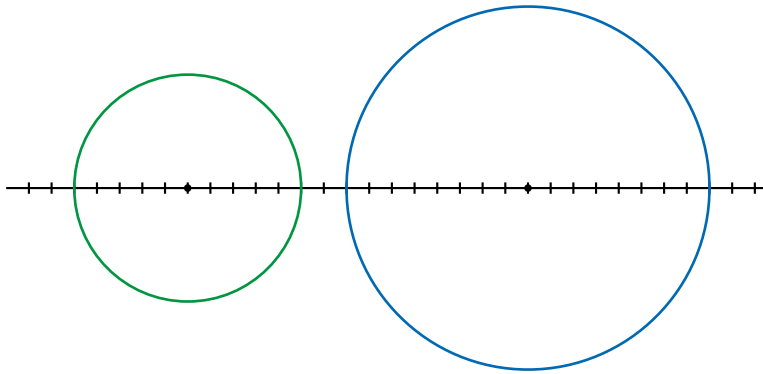
- a) Secantes.



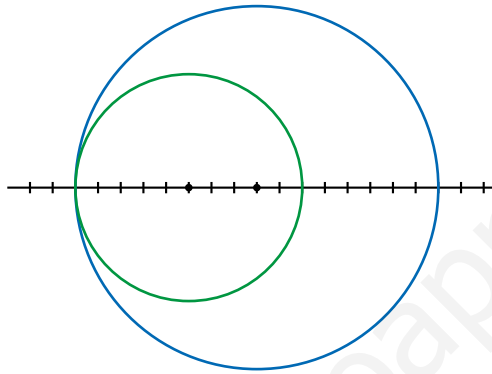
- b) Tangentes exteriores.



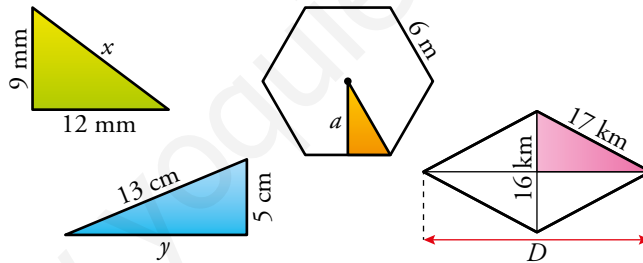
c) Exteriores.



d) Tangentes interiores.



4. Calcula la longitud desconocida en cada caso:



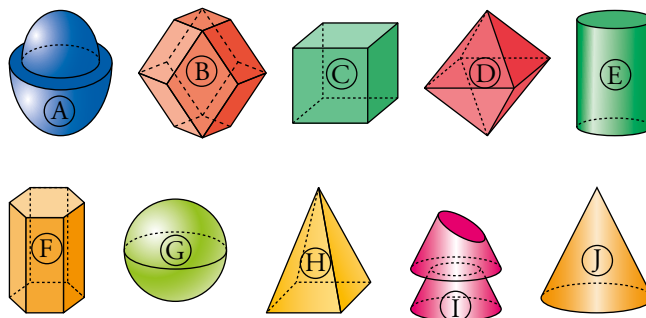
$$x = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ mm}$$

$$y = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} \approx 5,196 \text{ m}$$

$$\frac{D}{2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ km} \quad D = 2 \cdot 15 = 30 \text{ km}$$

5. Entre los siguientes cuerpos geométricos, determina los poliedros, los poliedros regulares y los cuerpos de revolución. Pon nombre a los que conozcas.



Poliedros: B

Poliedros regulares: C (cubo), D (octaedro), F (prisma hexagonal), H (pirámide cuadrangular regular).

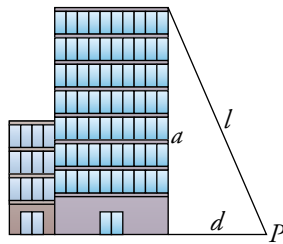
Cuerpos de revolución: A, E (cilindro), G (esfera), J (cono).

El cuerpo geométrico I, no es ni poliedro ni cuerpo de revolución.

Medida directa y medida indirecta de una longitud

- Conociendo la altura del edificio, $a = 108$ m, y la distancia que hay desde P a su base, $d = 45$ m, podemos calcular la longitud, l , del cable tendido desde P hasta la azotea.

Halla la longitud l .



$$l^2 = a^2 + d^2 \quad l = \sqrt{108^2 + 45^2} = 117 \text{ m}$$

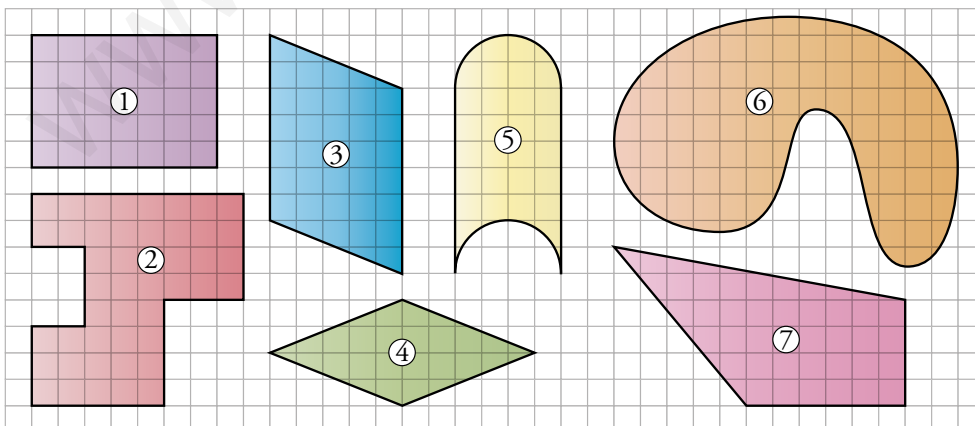
- Un fajo de 200 folios tiene un grosor de 24 mm. Calcula el grosor de cada folio.



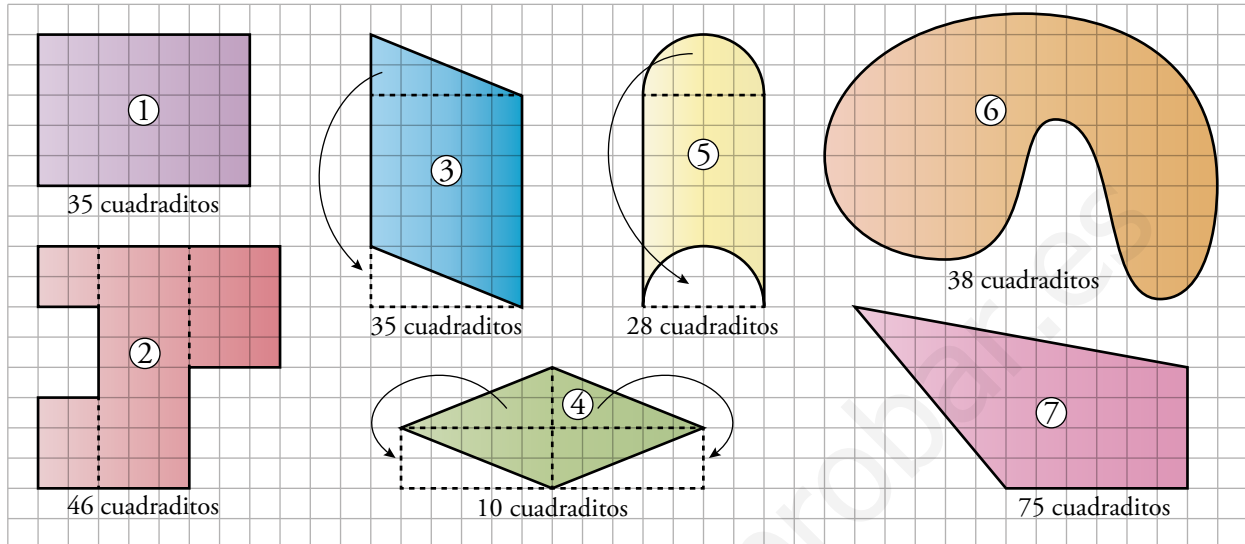
El grosor de cada folio es de $24 : 200 = 0,12$ mm.

Medida de áreas

- Intenta hallar las áreas de todas estas figuras del modo más eficaz: razonando, descomponiendo y recomponiendo, ...



- | | | | |
|---|-------------------------------------|---|---|
| 1 | Área = $7 \cdot 5 = 35$ cuadraditos | 2 | Área = $12 + 24 + 4 + 6 = 46$ cuadraditos |
| 3 | Área = 35 cuadraditos | 4 | Área = 20 cuadraditos |
| 5 | Área = 28 cuadraditos | 6 | Área = 38 cuadraditos |
| 7 | Área = 75 cuadraditos | | |



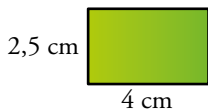
Nota: el área de las figuras 6 y 7 es un cálculo aproximado contando cuadraditos.

1 Medidas en los cuadriláteros

Página 238

Cálculo mental 1.

Di el área y el perímetro de este rectángulo:

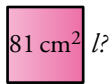


$$A = 4 \cdot 2,5 = 10 \text{ cm}^2$$

$$P = 2,5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 13 \text{ cm}$$

Cálculo mental 2.

¿Cuál es el lado de este cuadrado cuya área conocemos? ¿Y su perímetro?

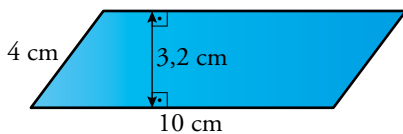


$$l^2 = 81 \quad l = \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$$

$$P = 9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}$$

Cálculo mental 3.

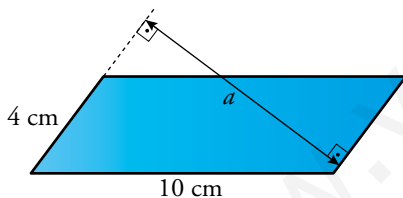
Halla el área y el perímetro de este paralelogramo:



$$A = 10 \cdot 3,2 = 32 \text{ cm}^2$$

$$P = 4 \cdot 2 + 10 \cdot 2 = 28 \text{ cm}$$

Y ahora que ya conoces el área, ¿sabrías calcular la otra altura? Es decir, la distancia entre los otros dos lados.



Como el área es 32 cm^2 , podemos decir que

$$32 = 4 \cdot a \quad a = \frac{32}{4} = 8 \text{ cm.}$$

1. Calcula el perímetro y el área de un salón rectangular de dimensiones 6,4 m y 3,5 m.

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot 6,4 + 2 \cdot 3,5 = 19,8 \text{ m}$$

$$\text{Área} = 6,4 \cdot 3,5 = 22,4 \text{ m}^2$$

2. Mide las dimensiones de una página de este libro. ¿Cuántos metros cuadrados de papel se necesitan para hacer el libro completo, sin contar las tapas?

El libro mide 22,5 cm de ancho por 29 cm de alto. Además, sin contar las tapas, el libro tiene 288 páginas. Como se imprime por las dos caras del papel, en realidad tenemos 144 hojas. Así:

$$\text{Área de una hoja} = 22,5 \cdot 29 = 652,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 652,5 \cdot 144 = 93\,960 \text{ cm}^2 = 9,396 \text{ m}^2$$

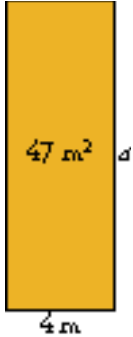
Se necesitan $9,396 \text{ m}^2$ de papel.

3. ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado de 225 cm^2 de área?

$$225 = l^2 \quad l = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

El lado del cuadrado mide 15 cm.

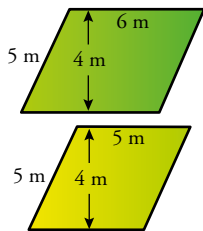
4. Halla la altura de un rectángulo de 47 m^2 de superficie y 4 m de base.



$$47 = a \cdot 4 \quad a = \frac{47}{4} = 11,75 \text{ m}$$

La altura mide 11,75 m.

5. Halla el área y el perímetro de estos dos paralelogramos. Observa que, aunque el segundo es un rombo, su área se puede calcular como la de un paralelogramo cualquiera.



Romboide: $\text{Área} = 6 \cdot 4 = 24 \text{ m}^2$

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 = 22 \text{ m}$$

Rombo: $\text{Área} = 5 \cdot 4 = 20 \text{ m}^2$

$$\text{Perímetro} = 5 \cdot 4 = 20 \text{ m}$$

Cálculo mental 1.

- Las diagonales de un rombo miden 6 cm y 10 cm. ¿Cuál es su área?

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 10}{2} = 30 \text{ cm}^2. \text{ El área del rombo es } 30 \text{ cm}^2.$$

- La diagonal de un cuadrado mide 4 dm. ¿Cuál es su área?

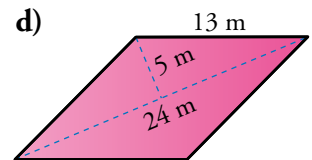
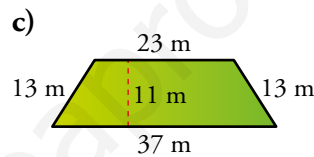
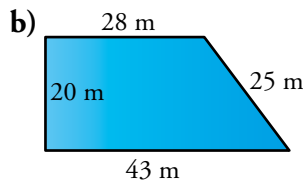
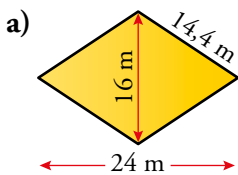
$$\text{Área} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \text{ dm}^2. \text{ El área del cuadrado es } 8 \text{ dm}^2.$$

Cálculo mental 2.

Las bases de un trapecio miden 13 cm y 7 cm. Su altura, 10 cm. ¿Cuál es su área?

$$\text{Área} = \frac{(13 + 7) \cdot 10}{2} = 100 \text{ cm}^2. \text{ El área del trapecio es } 100 \text{ cm}^2.$$

6. Halla el área y el perímetro de las siguientes figuras:



a) $\text{Área} = \frac{24 \cdot 16}{2} = 192 \text{ m}^2$

Perímetro = $4 \cdot 14,4 = 57,6 \text{ m}$

b) $\text{Área} = \frac{(28 + 43) \cdot 20}{2} = 710 \text{ m}^2$

Perímetro = $28 + 20 + 43 + 25 = 116 \text{ m}$

c) $\text{Área} = \frac{(23 + 37) \cdot 11}{2} = 330 \text{ m}^2$

Perímetro = $2 \cdot 13 + 23 + 37 = 86 \text{ m}$

d) $\text{Área} = 24 \cdot 5 = 120 \text{ m}^2$

Perímetro = $4 \cdot 13 = 52 \text{ m}$

7. Una parcela cuadrangular tiene dos lados paralelos de longitudes 37,5 m y 62,4 m. La distancia entre esos lados paralelos es 45 m.

¿Cuál es la superficie de la parcela?

$$\text{Área} = \frac{(37,5 + 62,4) \cdot 45}{2} = 2247,75 \text{ m}^2$$

El área de la parcela es 2247,75 m².

8. Las diagonales de un rombo miden 37 cm y 52 cm.

Halla su área.

$$\text{Área} = \frac{37 \cdot 52}{2} = 962 \text{ cm}^2$$

El área del rombo es 962 cm².

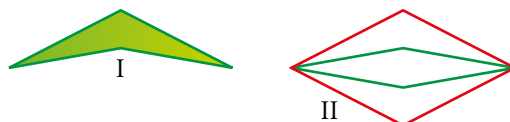
9. La diagonal de un cuadrado mide 15 cm.

Halla su área. (Recuerda, el cuadrado es, también, rombo).

$$\text{Área} = \frac{15 \cdot 15}{2} = 112,5 \text{ cm}^2$$

El área del cuadrado es 112,5 cm².

10. ¿Verdadero o falso?



El área del *ala-delta* de la figura I se puede hallar calculando el área del rombo rojo (figura II), restándole el área del rombo verde y dividiendo la diferencia por 2.

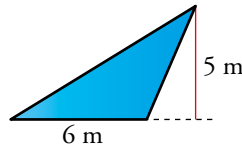
Verdadero.

2 Medidas en los triángulos

Página 240

Cálculo mental.

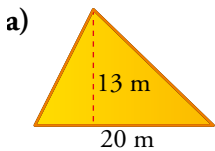
Halla el área de este triángulo:



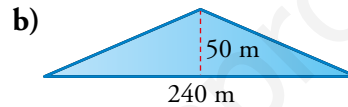
$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15 \text{ m}^2$$

El área del triángulo es 15 m².

1. Halla el área de estos triángulos:



a) $\text{Área} = \frac{20 \cdot 13}{2} = 130 \text{ m}^2$



b) $\text{Área} = \frac{240 \cdot 50}{2} = 6000 \text{ m}^2$

2. De un triángulo rectángulo, conocemos los tres lados: $c = 18 \text{ cm}$, $c' = 24 \text{ cm}$ y $h = 30 \text{ cm}$.

a) Calcula su área.

b) ¿Cuánto mide la altura sobre la hipotenusa?

a) $\text{Área} = \frac{18 \cdot 24}{2} = 216 \text{ cm}^2$

b) $\text{Área} = \frac{h \cdot \text{altura}}{2} \quad 216 = \frac{30 \cdot \text{altura}}{2} \quad \text{altura} = 14,4 \text{ cm}$

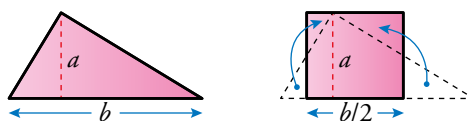
3. Halla el área de un triángulo equilátero de 40 m de lado y 34,64 m de altura.

$$\text{Área} = \frac{40 \cdot 34,64}{2} = 692,8 \text{ m}^2$$

El área del triángulo es 692,8 m².

4. ¿Verdadero o falso?

En las siguientes figuras, se ve que el área de un triángulo es igual al área de un rectángulo con su misma altura y la mitad de su base.



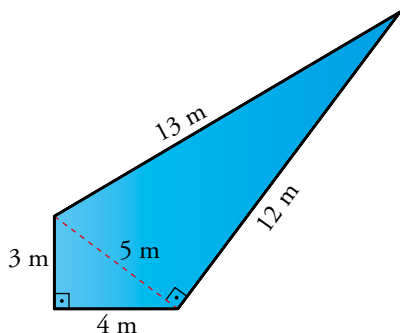
Verdadero.

3 Medidas en los polígonos

Página 241

Cálculo mental.

Halla el área y el perímetro de este cuadrilátero irregular. Observa que se puede descomponer en dos triángulos rectángulos.



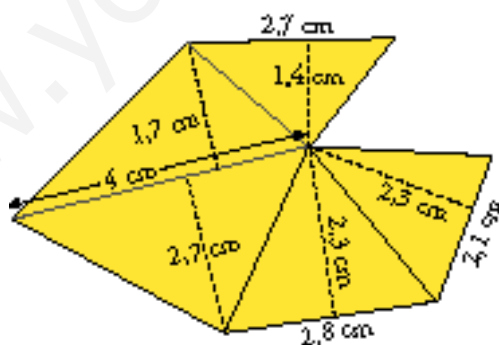
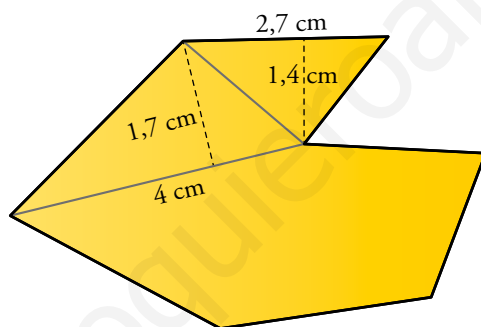
$$\text{Área triángulo pequeño} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ m}^2$$

$$\text{Área triángulo grande} = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30 \text{ m}^2$$

$$\text{Área cuadrilátero} = 6 + 30 = 36 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro cuadrilátero} = 4 + 12 + 13 + 3 = 32 \text{ m}$$

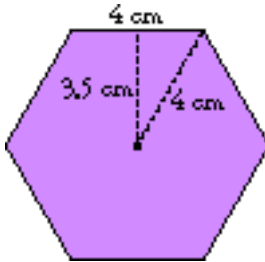
- Calca este polígono en tu cuaderno, continúa descomponiéndolo en triángulos y toma en ellos las medidas necesarias para calcular sus áreas. Halla, así, el área total.



$$A = \frac{2,7 \cdot 1,4}{2} + \frac{4 \cdot 1,7}{2} + \frac{4 \cdot 2,7}{2} + \frac{2,8 \cdot 2,3}{2} + \frac{2,1 \cdot 2,3}{2} = 16,325 \text{ cm}^2$$

2. En el hexágono regular, la longitud del lado es igual a la longitud del radio de la circunferencia circunscrita.

Dibuja un hexágono regular cuyo lado tenga una longitud $l = 4$ cm. Mide su apotema y comprueba que es de, aproximadamente, 3,5 cm. Calcula su área.

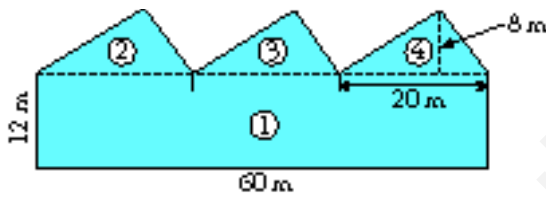
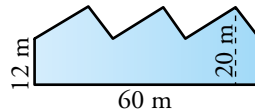


$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3,5}{2} = 42 \text{ cm}^2$$

3. El lado de un octógono regular mide 15 cm, y su apotema 18,9 cm. Halla su área.

$$\text{Área} = \frac{8 \cdot 15 \cdot 18,9}{2} = 1134 \text{ cm}^2$$

4. Calcula el área de la siguiente figura:



$$\text{Área } \textcircled{1} = 60 \cdot 12 = 720 \text{ m}^2$$

$$\text{Área } \textcircled{2} = \text{Área } \textcircled{3} = \text{Área } \textcircled{4} = \frac{20 \cdot 8}{2} = 80 \text{ m}^2$$

$$\text{Área figura} = 720 + 3 \cdot 80 = 960 \text{ m}^2$$

5. ¿Verdadero o falso?

a) En los polígonos irregulares, no se puede calcular el área. Si acaso, aproximadamente.

b)



Con estas dos figuras se ve que si un triángulo equilátero y un hexágono regular tienen el mismo perímetro, entonces el área del triángulo es $3/4$ de la del hexágono.

a) Falso. El área de un polígono irregular se puede calcular descomponiendo el polígono en triángulos y calculando el área de cada uno.

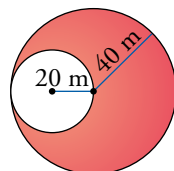
b) Falso. El área del triángulo es $4/6 = 2/3$ de la del hexágono.



4 Medidas en el círculo

Página 242

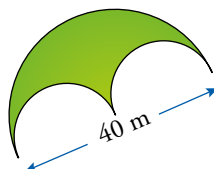
1. Halla la superficie y el perímetro del recinto coloreado.



$$\text{Área} = \pi \cdot 40^2 - \pi \cdot 20^2 = 1200\pi \approx 3769,9 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = 2\pi \cdot 40 + 2\pi \cdot 20 = 120\pi \approx 376,99 \text{ m}$$

2. Calcula el perímetro y el área de esta figura:



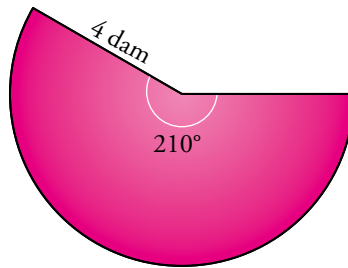
$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 20^2}{2} - \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 314,16 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 20}{2} + 2\pi \cdot 10 = 40\pi \approx 125,66 \text{ m}$$

3. ¿Verdadero o falso?

- a) El valor de π es tanto mayor cuanto más grande sea la circunferencia sobre la que actúa.
- b) Cuando tomamos para π el valor 3,14, lo estamos haciendo de forma aproximada.
- a) Falso. El número pi siempre es el mismo número.
- b) Verdadero.

4. Halla el área y el perímetro de esta figura:



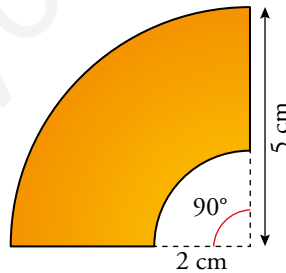
$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 4^2}{360} \cdot 210 = 9,3\pi \approx 29,32 \text{ dam}^2$$

$$\text{Perímetro} = \frac{2\pi \cdot 4}{360} \cdot 210 + 4 + 4 \approx 22,66 \text{ dam}$$

5. Halla la longitud de un arco de circunferencia de 10 cm de radio y 40° de amplitud.

$$\text{Longitud del arco} = \frac{2\pi \cdot 10}{360} \cdot 40 \approx 6,98 \text{ cm}$$

6. Calcula el área y el perímetro de esta figura:



$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 5^2}{360} \cdot 90 - \frac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 90 \approx 16,49 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perímetro} = \frac{2\pi \cdot 5}{360} \cdot 90 + \frac{2\pi \cdot 2}{360} \cdot 90 + 3 + 3 \approx 17 \text{ cm}$$

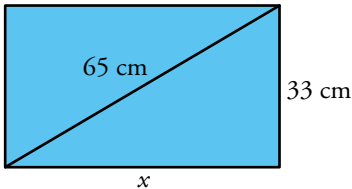
7. Calcula el área de un sector circular de 20 cm de radio y 30° de amplitud.

$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 20^2}{360} \cdot 30 \approx 104,72 \text{ cm}^2$$

5 El teorema de Pitágoras para el cálculo de áreas

Página 244

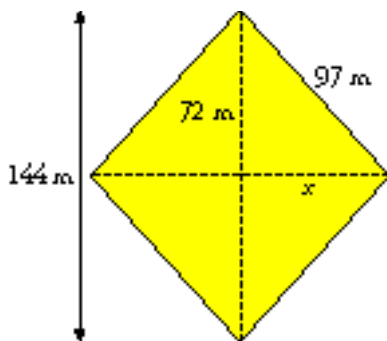
1. La diagonal de un rectángulo mide 65 cm, y uno de sus lados, 33 cm. Halla su área.



$$x = \sqrt{65^2 - 33^2} = \sqrt{3136} = 56 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = 33 \cdot 56 = 1848 \text{ cm}^2$$

2. El lado de un rombo mide 97 m, y una de sus diagonales, 144 m. Halla su área.



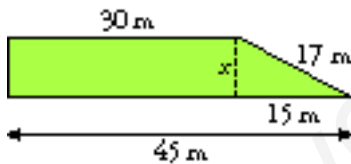
$$x = \sqrt{97^2 - 72^2} = \sqrt{4225} = 65 \text{ m}$$

La otra diagonal del rombo mide:

$$2 \cdot 65 = 130 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{144 \cdot 130}{2} = 9360 \text{ m}^2$$

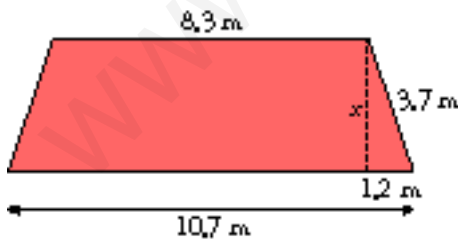
3. En un trapecio rectángulo, las bases miden 45 m y 30 m, y el lado oblicuo, 17 m. Halla su área.



$$x = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{45 + 30}{2} \cdot 8 = 300 \text{ m}^2$$

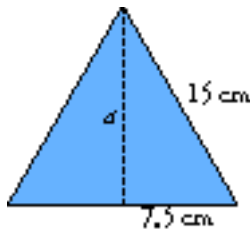
4. Halla el área de un trapecio isósceles cuyas bases miden 8,3 m y 10,7 m, y el otro lado, 3,7 m.



$$x = \sqrt{3,7^2 - 1,2^2} = \sqrt{12,25} = 3,5 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{8,3 + 10,7}{2} \cdot 3,5 = 33,25 \text{ m}^2$$

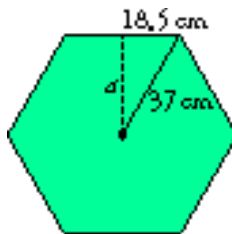
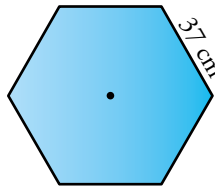
5. Halla el área de un triángulo equilátero de lado 15 cm.



$$a = \sqrt{15^2 - 7,5^2} = \sqrt{168,75} \approx 13 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{15 \cdot 13}{2} = 97,5 \text{ cm}^2$$

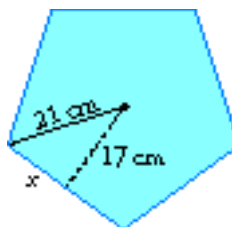
6. Halla el área de un hexágono regular de 37 cm de lado.



$$a = \sqrt{37^2 - 18,5^2} = \sqrt{1026,75} \approx 32,04 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 37 \cdot 32,04}{2} = 3556,44 \text{ cm}^2$$

7. Halla el área de un pentágono regular de radio 21 cm, y apotema, 17 cm.

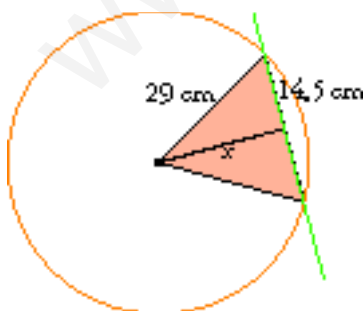


$$x = \text{Mitad del lado} \quad x = \sqrt{21^2 - 17^2} = \sqrt{152} \approx 12,33 \text{ cm}$$

$$l = 2 \cdot 12,33 = 24,66 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{5 \cdot 24,66 \cdot 17}{2} = 1048,05 \text{ cm}^2$$

8. En una circunferencia de radio 29 cm trazamos una cuerda de 29 cm. Halla el área del triángulo con base en esta cuerda y vértice opuesto en el centro de la circunferencia.



$$x = \sqrt{29^2 - 14,5^2} = \sqrt{630,75} \approx 25,11 \text{ cm}$$

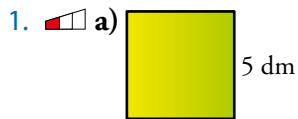
$$\text{Área triángulo} = \frac{29 \cdot 25,11}{2} \approx 364,1 \text{ cm}^2$$

Ejercicios y problemas

Página 246

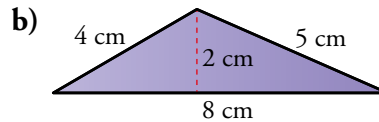
Áreas y perímetros de figuras sencillas

Halla el área y el perímetro de cada una de las figuras coloreadas en los siguientes ejercicios:



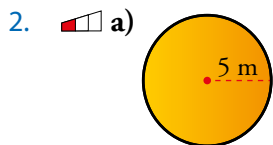
a) $A = 5^2 = 25 \text{ dm}^2$

$P = 5 \cdot 4 = 20 \text{ dm}$



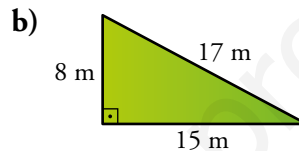
b) $A = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8 \text{ cm}^2$

$P = 8 + 5 + 4 = 17 \text{ cm}$



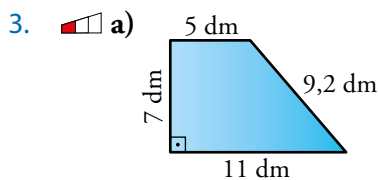
a) $A = \pi \cdot 5^2 \approx 78,5 \text{ dm}^2$

$P = 2\pi \cdot 5 \approx 31,4 \text{ dm}$



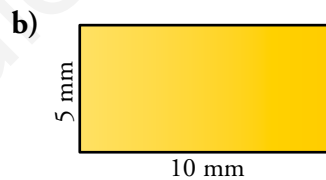
b) $A = \frac{15 \cdot 8}{2} = 60 \text{ m}^2$

$P = 15 + 8 + 17 = 40 \text{ m}$



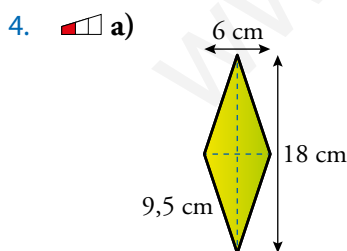
a) $A = \frac{11 + 5}{2} \cdot 7 = 56 \text{ dm}^2$

$P = 11 + 9,2 + 5 + 7 = 32,2 \text{ dm}$



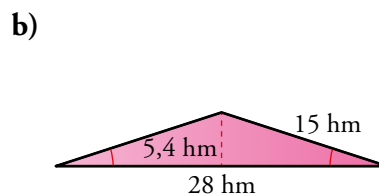
b) $A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ mm}^2$

$P = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 5 = 30 \text{ mm}$



a) $A = \frac{18 \cdot 6}{2} = 54 \text{ cm}^2$

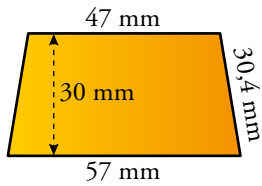
$P = 9,5 \cdot 4 = 38 \text{ cm}$



b) $A = \frac{28 \cdot 5,4}{2} = 75,6 \text{ hm}^2$

$P = 28 + 15 \cdot 2 = 58 \text{ hm}$

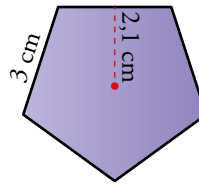
5.  a)



$$a) A = \frac{47 + 57}{2} \cdot 30 = 1560 \text{ mm}^2$$

$$P = 57 + 47 + 2 \cdot 30,4 = 164,8 \text{ mm}$$

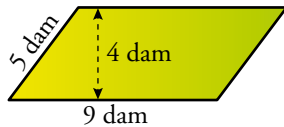
b)



$$b) A = \frac{5 \cdot 3 \cdot 2,1}{2} = 15,75 \text{ cm}^2$$

$$P = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}$$

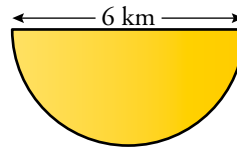
6.  a)



$$a) A = 9 \cdot 4 = 36 \text{ dam}^2$$

$$P = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 5 = 28 \text{ dam}$$

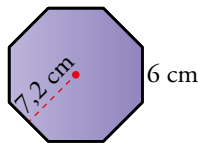
b)



$$b) A = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} \approx 14,13 \text{ km}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 3}{2} + 6 \approx 15,42 \text{ km}$$

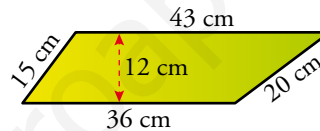
7.  a)



$$a) A = \frac{8 \cdot 6 \cdot 7,2}{2} = 172,8 \text{ cm}^2$$

$$P = 8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}$$

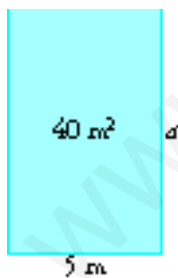
b)



$$b) A = \frac{43 + 36}{2} \cdot 12 = 474 \text{ cm}^2$$

$$P = 36 + 20 + 43 + 15 = 114 \text{ cm}$$

8.  Averigua cuánto mide la altura de un rectángulo de 40 m^2 de superficie y 5 m de base.




$$a = \frac{40}{5} = 8 \text{ m}$$

La altura del rectángulo mide 8 m.

9.  Halla el área de un trapecio cuyas bases miden 12 cm y 20 cm, y su altura, 10 cm.

$$A = \frac{12 + 20}{2} \cdot 10 = 160 \text{ cm}^2$$

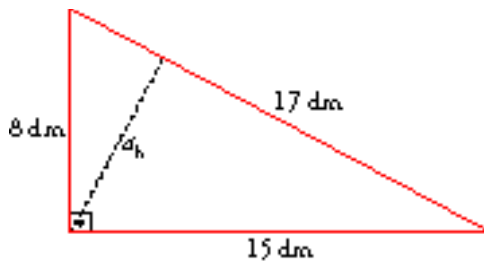
El área del trapecio es 160 cm^2 .

10.  Las bases de un trapecio isósceles miden 26 cm y 14 cm; la altura, 8 cm, y otro de sus lados, 10 cm. Calcula el perímetro y el área de la figura.

$$A = \frac{26 + 14}{2} \cdot 8 = 160 \text{ cm}^2$$


$$P = 26 + 14 + 2 \cdot 10 = 60 \text{ cm}$$

11.  Los lados de un triángulo rectángulo miden 15 dm, 8 dm y 17 dm. Calcula su área y la altura sobre la hipotenusa.



$$A = \frac{15 \cdot 8}{2} = 60 \text{ dm}^2$$

$$60 = \frac{17 \cdot a_h}{2} \quad a_h = \frac{120}{17} \approx 7,06 \text{ dm}$$

12.  Calcula el área y el perímetro de un hexágono regular de 6 mm de lado y 5,2 mm de apotema.

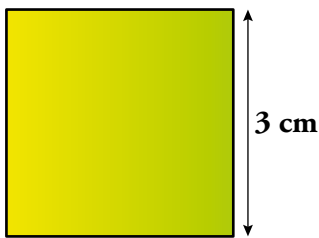
$$A = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} = 93,6 \text{ mm}^2$$

$$P = 6 \cdot 6 = 36 \text{ mm}$$

Medir y calcular áreas y perímetros

En cada una de las siguientes figuras coloreadas, halla su área y su perímetro. Para ello, tendrás que medir algún elemento (lado, diagonal, radio...):

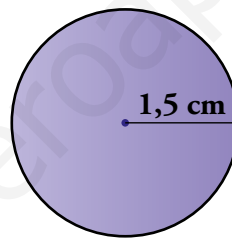
13.  a)



a) $A = 9 \text{ cm}^2$

$P = 12 \text{ cm}$

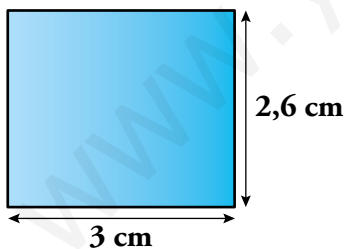
- b)



b) $A = 7,07 \text{ cm}^2$

$P = 9,42 \text{ cm}$

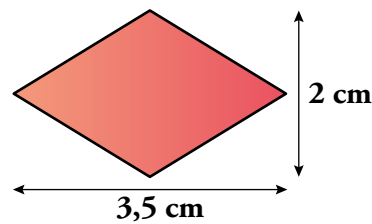
14.  a)



a) $A = 7,8 \text{ cm}^2$

$P = 11,2 \text{ cm}$

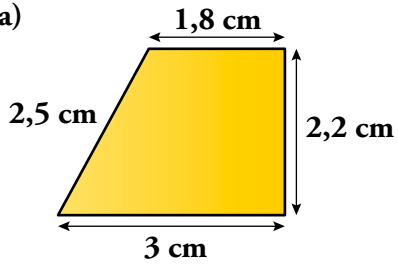
- b)



b) $A = 3,5 \text{ cm}^2$

$P = 8 \text{ cm}$

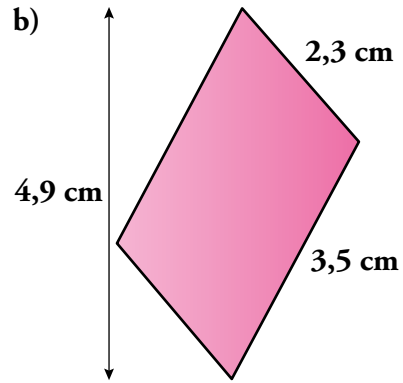
15. a)



a) $A = 5,28 \text{ cm}^2$

$P = 9,5 \text{ cm}$

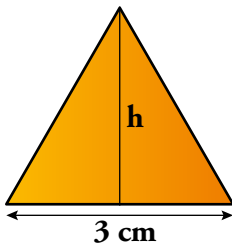
b)



b) $A = 7,7 \text{ cm}^2$

$P = 11,6 \text{ cm}$

c)



c) $h = \sqrt{3^2 - 1,5^2} \approx 2,6 \text{ cm}$

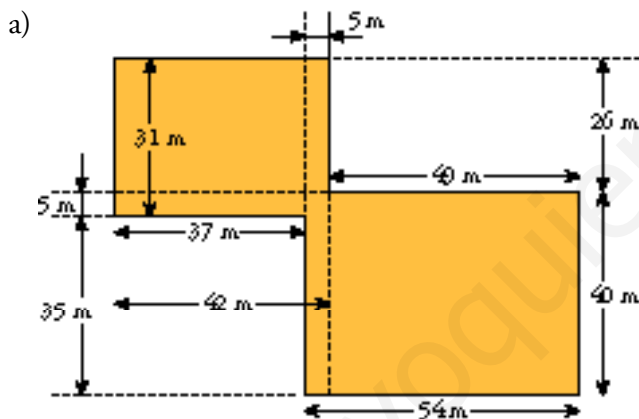
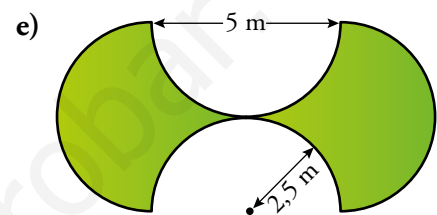
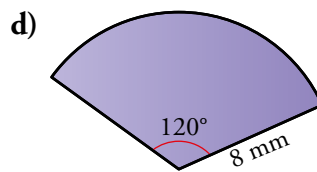
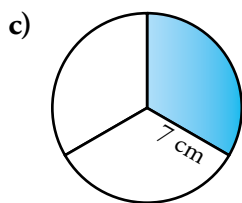
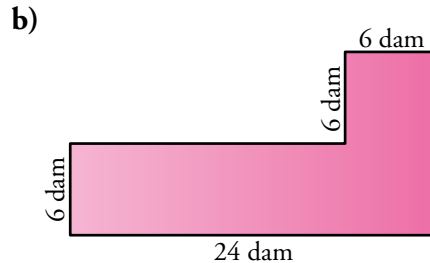
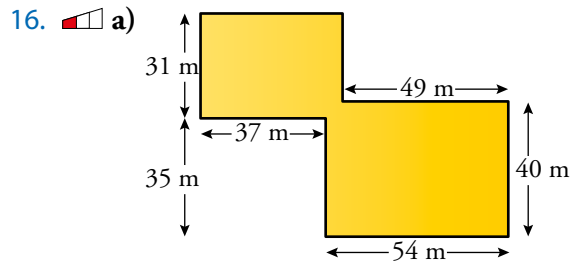
$A = \frac{3 \cdot 2,6}{2} = 3,9 \text{ cm}^2$

$P = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}$

www.yoquieroaprobar.es

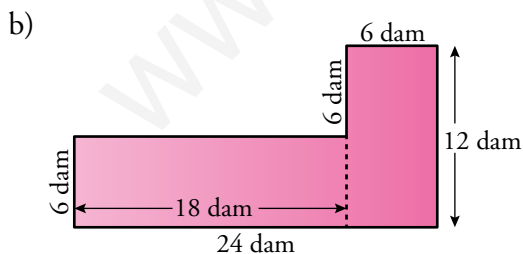
Áreas y perímetros menos sencillos

Halla el perímetro y el área de las figuras coloreadas en los siguientes ejercicios:



$$A = 42 \cdot 31 + 54 \cdot 40 - 5^2 = 3437 \text{ m}^2$$

$$P = 54 + 40 + 49 + 26 + 42 + 31 + 37 + 35 = 314 \text{ m}$$



$$A = 6 \cdot 18 + 6 \cdot 12 = 180 \text{ dam}^2$$

$$P = 18 + 6 + 24 + 12 + 6 + 6 = 72 \text{ dam}$$

c)
$$A = \frac{\pi \cdot 7^2}{2} \approx 51,29 \text{ cm}^2$$

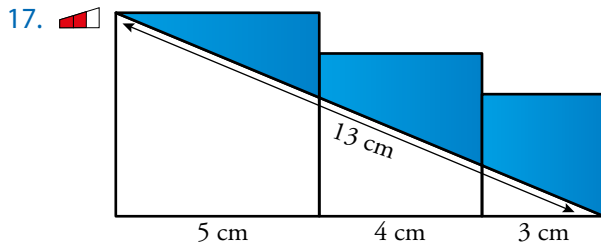
$$P = \frac{2\pi \cdot 7}{3} + 2 \cdot 7 \approx 28,65 \text{ cm}$$

$$d) A = \frac{\pi \cdot 8^2}{360} \cdot 120 \approx 66,97 \text{ mm}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 8}{360} \cdot 120 + 8 + 8 \approx 32,75 \text{ mm}$$

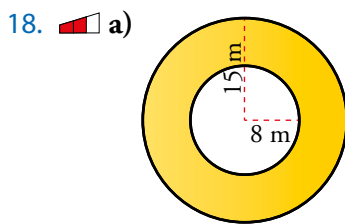
$$e) A = 5 \cdot 5 = 25 \text{ m}^2$$

$$P = 2 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot 2 \approx 31,4 \text{ m}$$



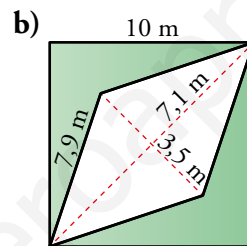
$$A = 5^2 + 4^2 + 3^2 - \frac{(5+4+3) \cdot 5}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

$$P = 13 + 5 + 1 + 4 + 1 + 3 + 3 = 30 \text{ cm}$$



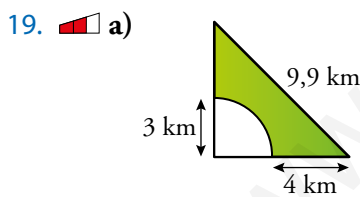
$$a) A = \pi \cdot 15^2 - \pi \cdot 8^2 \approx 505,54 \text{ m}^2$$

$$P = 2\pi \cdot 15 + 2\pi \cdot 8 \approx 144,44 \text{ m}$$



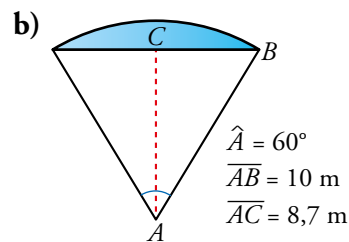
$$b) A = 10^2 - \frac{14,2 \cdot 7}{2} = 50,3 \text{ m}^2$$

$$P = 10 \cdot 4 + 7,9 \cdot 4 = 71,6 \text{ m}$$



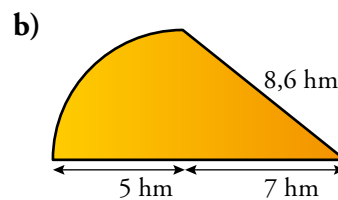
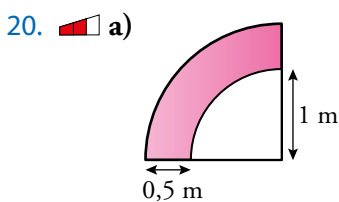
$$a) A = \frac{7 \cdot 7}{2} - \frac{\pi \cdot 3^2}{4} \approx 17,43 \text{ km}^2$$

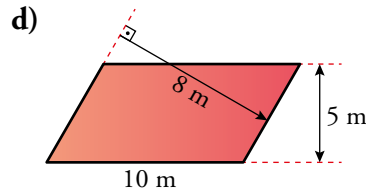
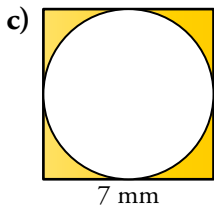
$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3}{4} + 4 + 4 + 9,9 \approx 22,61 \text{ km}$$



$$b) A = \frac{2 \cdot 8 \cdot 11}{2} \cdot 5 = 440 \text{ cm}^2$$

$$P = 2 \cdot 8 \cdot 5 = 80 \text{ cm}$$





$$a) A = \frac{\pi \cdot 1,5^2}{4} - \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \approx 0,98 \text{ m}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 1,5}{4} + \frac{2\pi \cdot 1}{4} + 0,5 + 0,5 \approx 4,92 \text{ m}$$

$$b) A = \frac{7 \cdot 5}{2} + \frac{\pi \cdot 5^2}{4} \approx 37,12 \text{ hm}^2$$

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5}{4} + 8,6 + 5 + 7 \approx 28,45 \text{ hm}$$

$$c) A = 7^2 - \pi \cdot 3,5^2 \approx 10,53 \text{ mm}^2$$

$$P = 7 \cdot 4 + 2\pi \cdot 3,5 \approx 49,98 \text{ mm}$$

$$d) A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ m}^2$$

Para calcular el lado oblicuo utilizamos la otra altura del paralelogramo.

$$A = 50 \text{ m}^2 = b \cdot 8 \quad b = \frac{50}{8} = 6,25 \text{ m}$$

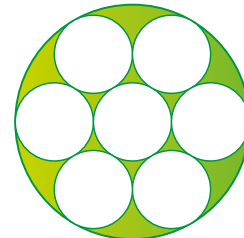
$$P = 2 \cdot 6,25 + 2 \cdot 10 = 32,5 \text{ m}$$

21. **Halla el área de la parte coloreada sabiendo que el diámetro de la circunferencia grande es de 6 cm.**

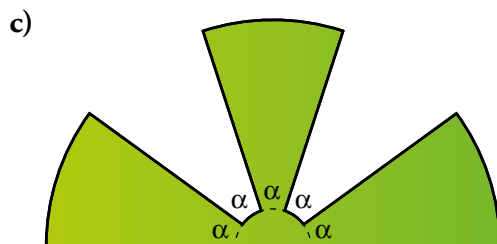
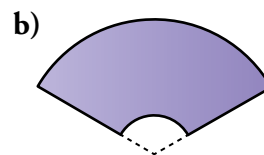
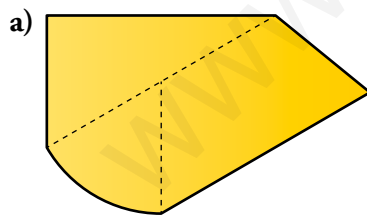
Radio circunferencia grande: $R = 3 \text{ cm}$

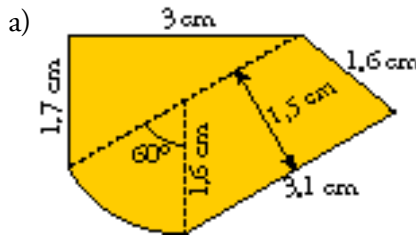
Radio circunferencias pequeñas: $r = 1 \text{ cm}$

$$A = \pi \cdot 3^2 - 7 \cdot \pi \cdot 1^2 = 2\pi \approx 6,28 \text{ cm}^2$$



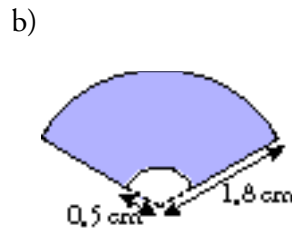
22. **Toma las medidas que necesites para calcular el área y el perímetro de cada figura:**





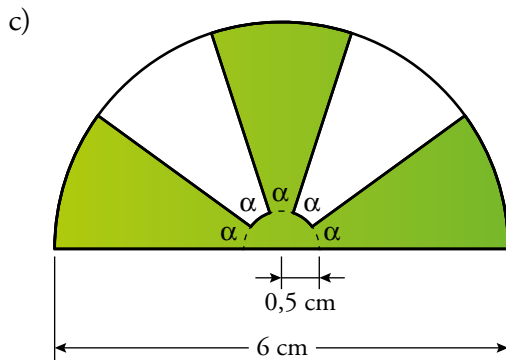
$$A = 7,8 \text{ cm}^2$$

$$P = 11,1 \text{ cm}$$



$$A = \frac{\pi \cdot 1,8^2 \cdot 120}{360} - \frac{\pi \cdot 0,5^2 \cdot 120}{360} = 3,13 \text{ cm}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 1,8 \cdot 120}{360} + \frac{2\pi \cdot 0,5 \cdot 120}{360} + 1,3 + 1,3 = 7,41 \text{ cm}$$



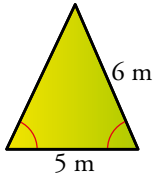
$$A = \pi \cdot 3^2 - 2 \cdot \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 36}{360} - \frac{\pi \cdot 0,5^2 \cdot 36}{360} = 22,77 \text{ cm}^2$$

$$P = 6 + 2,5 \cdot 4 + 3 \cdot \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 36}{360} + 2 \cdot \frac{2\pi \cdot 0,5 \cdot 36}{360} = 22,28 \text{ cm}$$

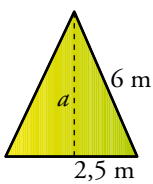
Áreas y perímetros utilizando el teorema de Pitágoras

En cada una de las siguientes figuras coloreadas, halla su área y su perímetro. Para ello, tendrás que calcular el valor de algún elemento (lado, diagonal, apotema, ángulo...). Si no es exacto, redondea a las décimas:

23. a)



a)

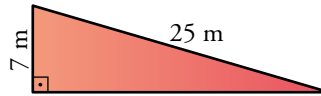


$$a = \sqrt{6^2 - 2,5^2} = \sqrt{29,75} = 5,5 \text{ m}$$

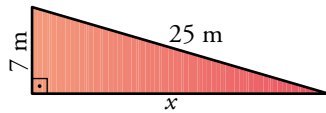
$$A = \frac{5 \cdot 5,5}{2} = 13,75 \text{ m}^2$$

$$P = 2 \cdot 6 + 5 = 17 \text{ m}$$

b)



b)

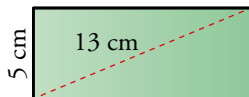


$$x = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ m}$$

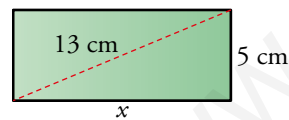
$$A = \frac{24 \cdot 7}{2} = 84 \text{ m}^2$$

$$P = 24 + 7 + 25 = 56 \text{ m}$$

24. a)



a)

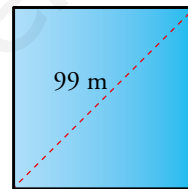


$$x = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

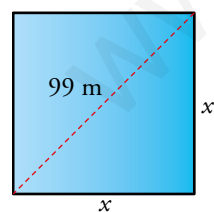
$$A = 12 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^2$$

$$P = 12 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 34 \text{ cm}$$

b)



b)



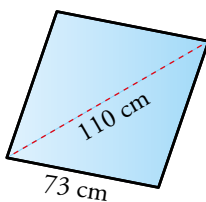
$$x^2 + x^2 = 99^2 \quad 2x^2 = 9801 \quad x^2 = 4900,5$$

$$x = \sqrt{4900,5} \approx 70 \text{ m}$$

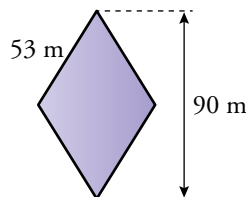
$$A = 70^2 = 4900 \text{ m}^2$$

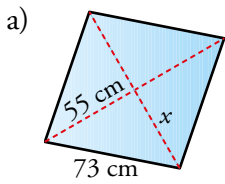
$$P = 70 \cdot 4 = 280 \text{ m}$$

25. a)



b)

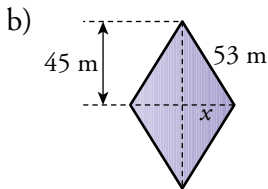




$$x = \sqrt{73^2 - 55^2} = \sqrt{2\,304} = 48 \text{ cm}$$

$$A = \frac{110 \cdot 48 \cdot 2}{2} = 5\,280 \text{ cm}^2$$

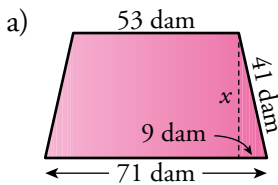
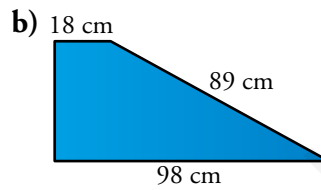
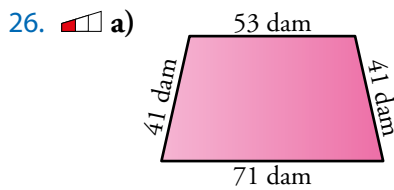
$$P = 4 \cdot 73 = 292 \text{ cm}$$



$$x = \sqrt{53^2 - 45^2} = \sqrt{784} = 28 \text{ m}$$

$$A = \frac{2 \cdot 28 \cdot 90}{2} = 2\,520 \text{ m}^2$$

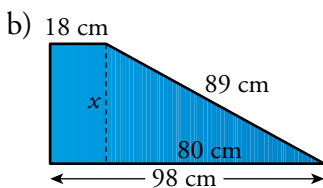
$$P = 53 \cdot 4 = 212 \text{ m}$$



$$x = \sqrt{41^2 - 9^2} = \sqrt{1\,600} = 40 \text{ dam}$$

$$A = \frac{53 + 71}{2} \cdot 40 = 2\,480 \text{ dam}^2$$

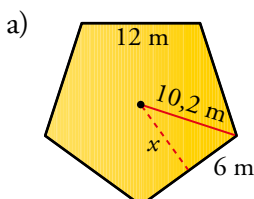
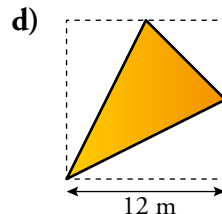
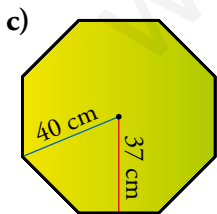
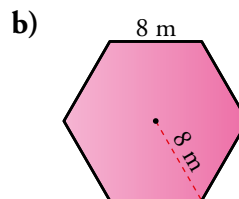
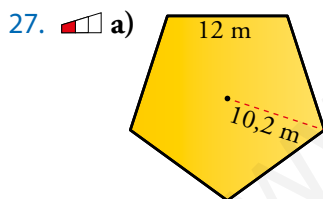
$$P = 71 + 41 \cdot 2 + 53 = 206 \text{ dam}$$



$$x = \sqrt{89^2 - 80^2} = \sqrt{1\,521} = 39 \text{ cm}$$

$$A = \frac{18 + 98}{2} \cdot 39 = 2\,262 \text{ cm}^2$$

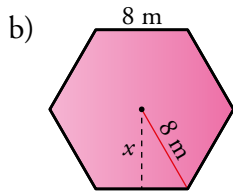
$$P = 98 + 89 + 18 + 39 = 244 \text{ cm}$$



$$x = \sqrt{10,2^2 - 6^2} = \sqrt{68,04} \approx 8,2 \text{ m}$$

$$A = \frac{12 \cdot 8,2}{2} \cdot 5 = 246 \text{ m}^2$$

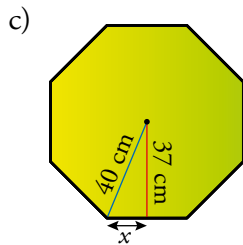
$$P = 12 \cdot 5 = 60 \text{ m}$$



$$x = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6,9 \text{ m}$$

$$A = \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,9}{2} = 165,6 \text{ m}^2$$

$$P = 6 \cdot 8 = 48 \text{ m}$$



$$x = \sqrt{40^2 - 37^2} = 15,2 \text{ cm}$$

$$l = 30,4 \text{ cm}$$

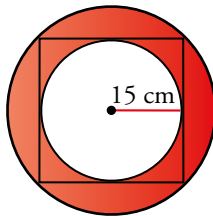
$$A = \frac{30,4 \cdot 8 \cdot 37}{2} = 4499,2 \text{ cm}^2$$

$$P = 30,4 \cdot 8 = 243,2 \text{ cm}$$

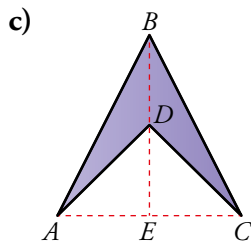
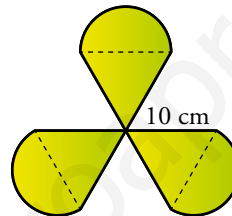
d) $A = 12^2 - 2 \cdot \frac{12 \cdot 6}{2} + \frac{6 \cdot 6}{2} = 54 \text{ m}^2$

$$P = 2 \cdot \sqrt{12^2 + 6^2} + \sqrt{6^2 + 6^2} = 35,3 \text{ m}$$

28. a)

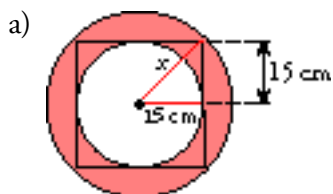
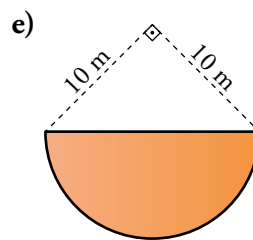
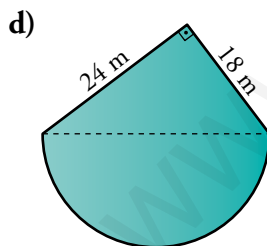


b)



$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 8 \text{ cm}$$

$$\overline{BD} = \overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BE}$$



$$x = \sqrt{15^2 + 15^2} = \sqrt{450} \approx 21,2 \text{ cm}$$

$$A = \pi \cdot 21,2^2 - \pi \cdot 15^2 \approx 704,7 \text{ cm}^2$$

$$P = 2\pi \cdot 21,2 + 2\pi \cdot 15 \approx 227,3 \text{ cm}$$

b) $A = 3 \cdot \frac{\pi \cdot 5^2}{2} + \frac{10 \cdot \sqrt{10^2 - 5^2}}{2} = 247,7 \text{ cm}^2$

$$P = 3 \cdot 10 + 10 + \frac{2\pi \cdot 5}{2} = 107,1 \text{ cm}$$

$$c) \overline{BE} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6,9 \text{ cm}$$

$$A = \frac{8 \cdot 6,9}{2} - \frac{8 \cdot 3,45}{2} = 13,8 \text{ cm}^2$$

$$\overline{AD} = \sqrt{4^2 + 3,45^2} = 5,3 \text{ cm}$$

$$P = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 5,3 = 26,6 \text{ cm}$$

$$d) \text{diámetro} = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 15^2}{2} + \frac{24 \cdot 18}{2} = 569,3 \text{ m}^2$$

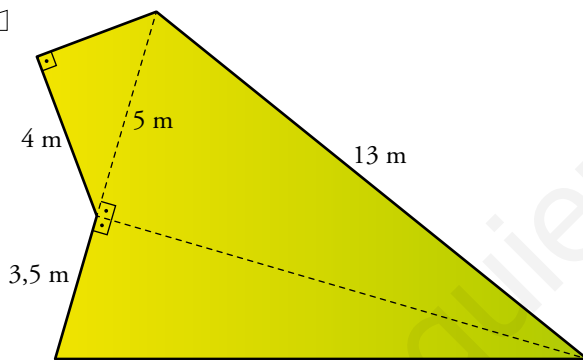
$$P = 24 + 18 + \frac{2\pi \cdot 15}{2} = 89,1 \text{ cm}$$

$$e) \text{radio} = \frac{\sqrt{10^2 + 10^2}}{2} = 7,1 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 7,1^2}{2} = 79,1 \text{ m}^2$$


$$P = 14,2 + \frac{2\pi \cdot 7,1}{2} = 36,5 \text{ m}$$

29. 



$$A = \frac{5 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2}}{2} + \frac{4 \cdot \sqrt{5^2 - 4^2}}{2} + \frac{3,5 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2}}{2} = 57 \text{ m}^2$$


$$P = 4 + 3 + 13 + \sqrt{12^2 - 3,5^2} + 3,5 = 36 \text{ cm}$$

30.  Halla el área y el perímetro de un rombo cuyas diagonales menor y mayor miden, respectivamente, 10 cm y 24 cm.

$$A = \frac{10 \cdot 24}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

$$l = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$$

$$P = 4 \cdot 13 = 52 \text{ cm}$$

31.  Calcula el área de un rombo sabiendo que su perímetro mide 40 m, y su diagonal mayor, 16 m.

$$l = \frac{40}{4} = 10 \text{ m}$$


$$A = \frac{16 \cdot 2\sqrt{10^2 - 8^2}}{2} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 6}{2} = 96 \text{ m}^2$$

32.  Halla el área y el perímetro de un trapecio rectángulo de bases 16 cm y 11 cm y lado inclinado de 13 cm.

$$\text{altura} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(16 + 11)}{2} \cdot 12 = 162 \text{ cm}^2$$

$$P = 11 + 13 + 16 + 12 = 52 \text{ cm}$$


33.  Halla el área y el perímetro de un trapecio isósceles cuyas bases miden 20 cm y 36 cm, y su altura, 15 cm.

$$A = \frac{(36 + 20)}{2} \cdot 15 = 420 \text{ cm}^2$$

$$P = 20 + 36 + 2 \cdot \sqrt{15^2 + 8^2} = 90 \text{ cm}$$

www.yoquieroaprobar.es


Resuelve problemas

34.  Un salón cuadrado tiene una superficie de 50 m^2 . Hemos de embaldosarlo con losetas cuadradas de 25 cm de lado (se llaman losetas de 25×25). ¿Cuántas losetas son necesarias?

$$A_{\text{LOSETA}} = 25 \cdot 25 = 625 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{SALÓN}} = 50 \text{ m}^2 = 500\,000 \text{ cm}^2$$


Para cubrir el salón se necesitan $\frac{500\,000}{625} = 800$ losetas.

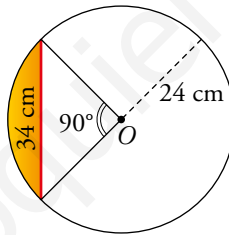
35.  Para cubrir un patio rectangular, se han usado 540 baldosas de 600 cm^2 cada una. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado serán necesarias para cubrir el patio, igual, del vecino?

El patio tiene un área de $540 \cdot 600 = 324\,000 \text{ cm}^2$.

La superficie de una baldosa de 20 cm de lado es $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$.

Por tanto, se necesitan $\frac{324\,000}{400} = 810$ baldosas de 20 cm de lado para cubrir el patio.


36.  En una circunferencia de 24 cm de radio trazamos una cuerda de 34 cm . Halla el área del segmento circular sabiendo que el ángulo central correspondiente es de 90° .

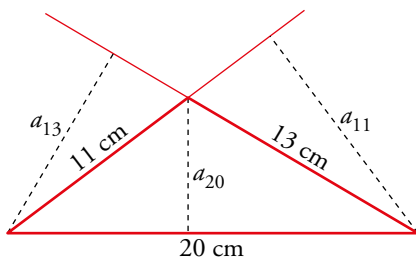


$$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \frac{24 \cdot 24}{2} = 288 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{CÍRCULO}} = \pi \cdot 24^2 \approx 1\,808,64 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{SEGMENTO CIRCULAR}} = \frac{1}{4} A_{\text{CÍRCULO}} - A_{\text{TRIÁNGULO}} = \frac{1\,808,64}{4} - 288 = 161,16 \text{ cm}^2$$

37.  El área de un triángulo es de 66 cm^2 ; sus lados miden $a = 20 \text{ cm}$, $b = 11 \text{ cm}$ y $c = 13 \text{ cm}$. Calcula sus tres alturas y su perímetro.



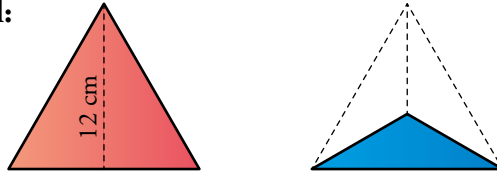
$$P = 20 + 11 + 13 = 44 \text{ cm}$$

$$66 = 20 \cdot a_{20} \quad a_{20} = \frac{66}{20} = 3,3 \text{ cm}$$

$$66 = 13 \cdot a_{13} \quad a_{13} = \frac{66}{13} \approx 5,08 \text{ cm}$$

$$66 = 11 \cdot a_{11} \quad a_{11} = \frac{66}{11} = 6 \text{ cm}$$

38.  Observa el triángulo equilátero rojo y el azul:

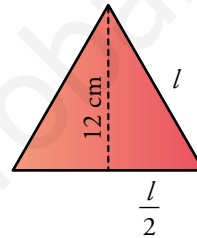


- a) ¿Cuál es la relación entre sus áreas?
 b) Basándote en la respuesta anterior, y teniendo en cuenta que tienen bases iguales, ¿cuál es la altura del triángulo azul?
 c) ¿Cuál es la distancia del centro del triángulo a cada vértice?

- a) El área del triángulo rojo es el triple que la del azul.
 b) Como las bases de los dos triángulos son iguales y el rojo tiene un área tres veces mayor que el azul, por la fórmula del área, la altura del triángulo azul es un tercio de la altura del rojo; luego la altura del triángulo azul es $12 : 3 = 4$ cm.
 c) Primero hallamos la medida del lado del triángulo equilátero:

$$l^2 = \frac{l^2}{4} + 144 \quad \frac{3l^2}{4} = 144 \quad l^2 = 192$$

$$l \approx 13,86 \quad \frac{l}{2} \approx 6,63 \text{ cm}$$



39.  La valla de esta parcela tiene una longitud de 450 m. ¿Cuál es el área de la parcela?




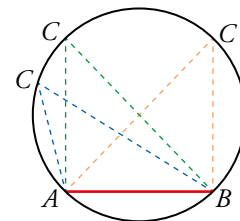
Si llamamos x al lado del cuadrado que está encima del rectángulo, el perímetro de la parcela es $10x$. Al igualarlo a la longitud de la parcela, obtenemos:

$$10x = 450 \text{ m} \quad x = 45 \text{ m}$$

Por tanto, el área de la figura es la misma que la de 4 cuadrados de lado 45 m:

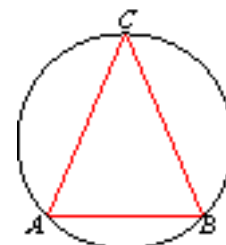
$$A = 4 \cdot 45^2 = 8100 \text{ m}^2$$

40.  A y B son puntos fijos. El punto C puede estar situado en cualquier lugar de la circunferencia.



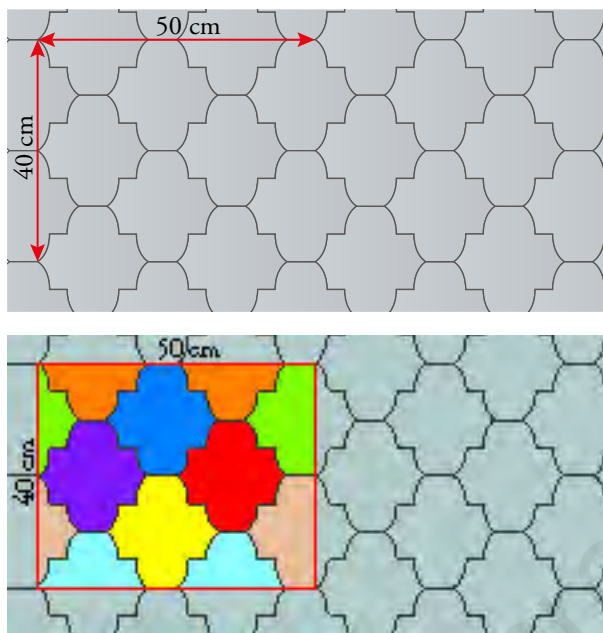
¿Dónde lo pondrás si quieres que el área del triángulo ABC sea la mayor posible?

Pondremos C en el punto más alto de la circunferencia para que el área sea lo mayor posible. Esto es porque con la misma base, cuanto mayor sea la altura, mayor será el área del triángulo.



Problemas “+”

41.  Halla la superficie de cada loseta de este embaldosado:



El área del rectángulo es $50 \cdot 40 = 2\,000 \text{ cm}^2$.

Como dentro del rectángulo hay 8 losetas completas, cada loseta tiene un área de:

$$A = \frac{2\,000}{8} = 250 \text{ cm}^2$$

42.  Nuria y Jorge entrenan en bicicleta. Nuria observa el cuentakilómetros y comenta:

— Vamos a dieciocho kilómetros por hora. ¿Cuántas vueltas dará mi rueda en un minuto?

Jorge responde:

— No lo sé, habría que medir el radio de la rueda, pero así, a ojo, échale unas 200 vueltas por minuto.

Nuria piensa que son demasiadas:

— ¡Halaaaa! No creo que lleguen ni a 150.

Sabiendo que el diámetro de la rueda es de 50 cm, ¿cuál de los dos ha hecho una estimación más acertada?


Transformamos 18 km/h en centímetros por minuto:

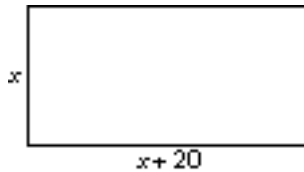
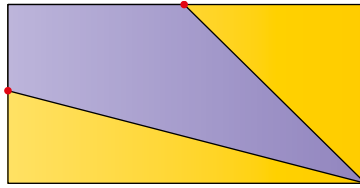
$$1\,800\,000 : 60 = 30\,000 \text{ cm/min}$$

Cada vuelta que da la rueda recorre 50π cm.

Por tanto, cada minuto la rueda dará $30\,000 : 50\pi \approx 191$ vueltas.

Es decir, Jorge, que decía 200 vueltas por minuto, ha hecho una mejor estimación.

43.  La base de este rectángulo mide 20 cm más que la altura. Su perímetro es de 100 cm. Calcula el área del cuadrilátero morado. (Los puntos rojos indican la mitad de los lados correspondientes).



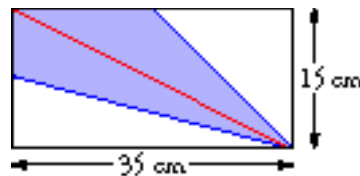
Lo primero es calcular las dimensiones:

$$P = 2 \cdot x + 2 \cdot (x + 20) = 2x + 2x + 40 = 4x + 40$$

Como $P = 100$ cm, entonces:

$$4x + 40 = 100 \quad x = 15 \text{ cm}$$

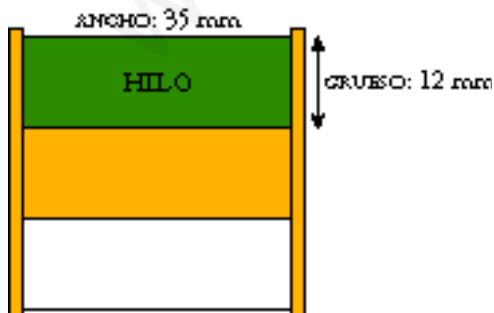
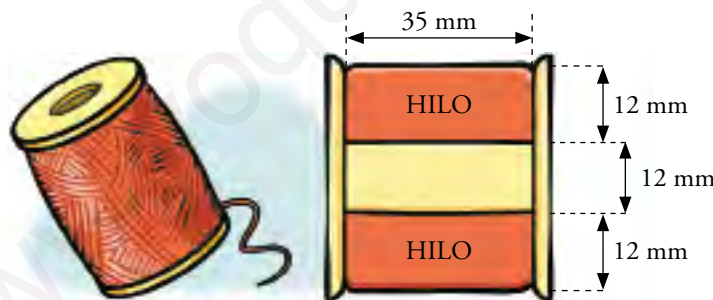
Así, el dibujo queda:



Como vemos, el área de la zona coloreada es la mitad del área del rectángulo. Por tanto:

$$A = \frac{35 \cdot 15}{2} = 262,5 \text{ cm}^2$$

44.  Con los datos que te ofrece el esquema, haz una estimación de la longitud del hilo enrollado en el carrete. (Diámetro del hilo: $\frac{1}{3}$ de mm).

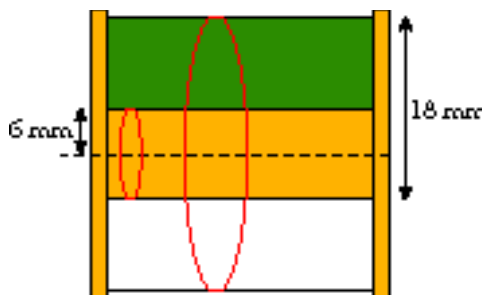


Como el diámetro del hilo es $\frac{1}{3}$ de mm, en cada milímetro hay 3 hilos.

A lo ancho hay, pues, $3 \cdot 35 = 105$ hilos.

A lo grueso hay $3 \cdot 12 = 36$ hilos.

Supongamos que los hilos forman circunferencias (no es así, pero se aproxima mucho). ¿De qué radios son esas circunferencias? Las más pequeñas tienen un radio de 6 mm. Las mayores, de 18 mm.



El promedio es $\frac{6+18}{2} = 12$ mm.

Supondremos que *todas* las circunferencias tienen el radio promedio. Su longitud es:

$$2 \cdot \pi \cdot 12 \approx 75,4 \text{ mm}$$


¿Cuántas circunferencias de hilo hay?

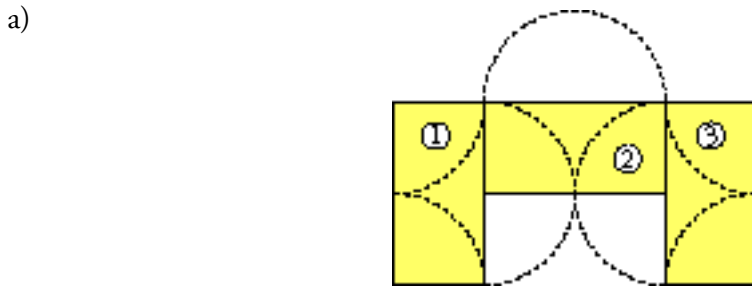
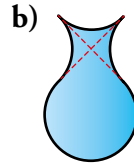
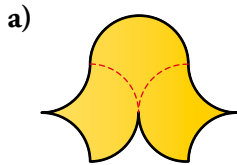
$105 \text{ a lo ancho} \times 36 \text{ a lo grueso} = 3780$ circunferencias.

Longitud total = 3780 circunf. \times longitud de la circunferencia promedio = $285\,012$ mm

Por tanto, estimamos que la longitud total del hilo del carrete es $285\,000$ mm, es decir, 285 m.

Interpreta, dibuja, justifica

45.  Todos los arcos con los que se han trazado estas figuras son iguales, pertenecen a circunferencias de 6 cm de radio. Halla el área de cada una.



Las figuras (rectángulos) ①, ② y ③ son iguales y miden 12 cm × 6 cm, es decir:

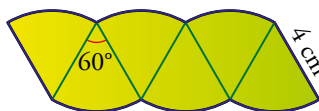
$$A_{①} = A_{②} = A_{③} = 72 \text{ cm}^2 \quad A_{\text{TOTAL}} = 3 \cdot 72 = 216 \text{ cm}^2$$



El área pedida es la del cuadrado, que resulta ser de 12 cm de lado.


Así, $A = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$.

46.  Halla el área y el perímetro de toda la figura.

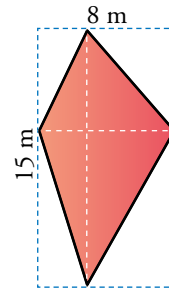


Cada sector, al ser de 60° , es una sexta parte de un círculo. Como hay 6 sectores, resulta que tenemos el círculo entero.

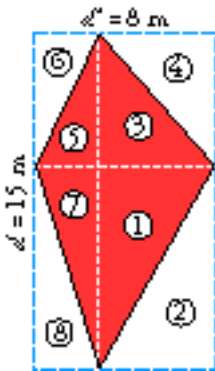
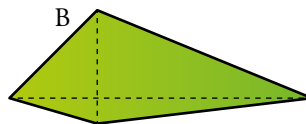
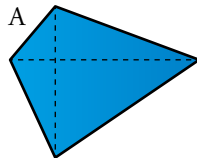
Por tanto, $A = \pi \cdot 4^2 = 50,3 \text{ cm}^2$

47.  La figura roja no es un rombo, pero tiene las diagonales perpendiculares. Justifica que también puedes calcular el área mediante la fórmula:

$$\frac{d \cdot d'}{2}$$



Calcula, ahora tú, el área de estos dos cuadriláteros tomando medidas.

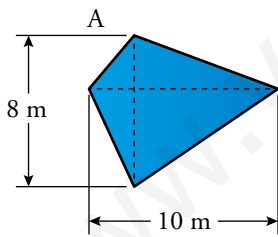


$$A_{\text{RECTÁNGULO}} = d \cdot d' = 8 \cdot 15 = 120 \text{ m}^2$$

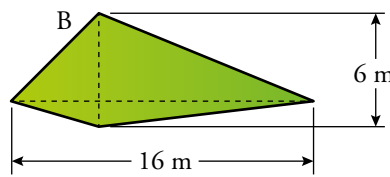
Como vemos, $A_{\textcircled{1}} = A_{\textcircled{2}}$; $A_{\textcircled{3}} = A_{\textcircled{4}}$; $A_{\textcircled{5}} = A_{\textcircled{6}}$, $A_{\textcircled{7}} = A_{\textcircled{8}}$

Por esto el área de la figura roja es la mitad del área del rectángulo. Así:

$$A_{\text{FIGURA}} = \frac{A_{\text{RECTÁNGULO}}}{2} = \frac{d \cdot d'}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ m}^2$$




$$A = \frac{10 \cdot 8}{2} = 40 \text{ m}^2$$



$$A = \frac{16 \cdot 6}{2} = 48 \text{ m}^2$$

Resuelve problemas con el teorema de Pitágoras

48.  Queremos embaldosar un patio cuadrado de 48 m de perímetro. Para ello, vamos a poner baldosas con forma de rombo cuyas diagonales miden 40 cm y 30 cm. Si cada baldosa cuesta 2,20 € y el cemento cuesta 1,50 €/m², ¿cuánto nos costará solar el patio?

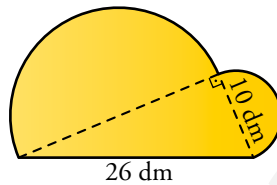
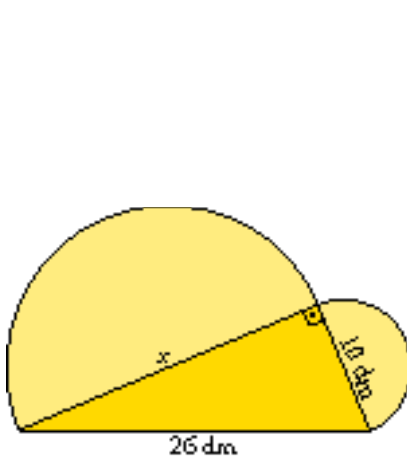
El lado del patio mide $48 : 4 = 12$ m $A = 12^2 = 144$ m².

La superficie de una baldosa es $\frac{0,4 \cdot 0,3}{2} = 0,6$ m².

Para embaldosar el patio harán falta $144 : 0,6 = 240$ baldosas.

Por tanto, solar el patio nos costará $240 \cdot 2,20 + 144 \cdot 1,50 = 744$ euros.

49.  Halla el perímetro y el área de esta figura:



$$x = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ dm}$$


$$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \frac{24 \cdot 10}{2} = 120 \text{ dm}^2$$

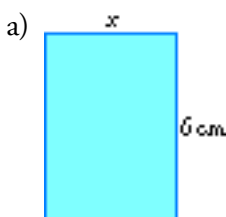
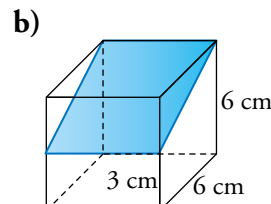
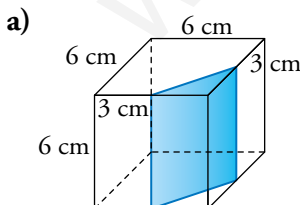
$$A_{1/2 \text{ CÍRCULO GRANDE}} = \frac{\pi \cdot 12^2}{2} \approx 226,08 \text{ dm}^2$$

$$A_{1/2 \text{ CÍRCULO PEQUEÑO}} = \frac{\pi \cdot 5^2}{2} \approx 39,25 \text{ dm}^2$$

$$A_{\text{TOTAL}} = 120 + 226,08 + 39,25 = 385,33 \text{ dm}^2$$

$$P = 26 + \frac{2\pi \cdot 5}{2} + \frac{2\pi \cdot 12}{2} \approx 79,38 \text{ dm}$$

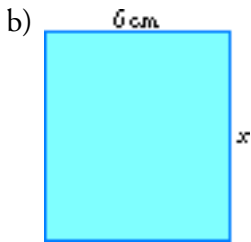
50.  Calcula las dimensiones y el área de cada una de las siguientes secciones del cubo:



$$x = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \approx 4,24 \text{ cm}$$

$$A = 4,24 \cdot 6 = 25,44 \text{ cm}^2$$

$$P = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4,24 = 20,48 \text{ cm}$$



$$x = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \approx 6,71 \text{ cm}$$

$$A = 6,71 \cdot 6 = 40,26 \text{ cm}^2$$

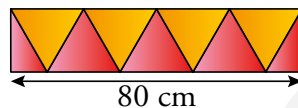
$$P = 6,71 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 25,42 \text{ cm}$$

51. Una comunidad de vecinos quiere pintar una de las fachadas de su edificio. Esta tiene forma de trapecio rectángulo cuyos lados paralelos miden 110 m y 105 m. Sabiendo que tienen que pintar 4 300 m² de pared, ¿cuánto miden los otros dos lados de la fachada?

$$\frac{105 + 110}{2} \cdot a = 4\,300 \text{ m}^2 \quad a = \frac{4\,300 \cdot 2}{215} = 40 \text{ m}$$

El lado perpendicular a los lados paralelos mide 40 m, por tanto, el otro lado de la fachada mide $\sqrt{40^2 + 5^2} = 40,31 \text{ m}$.

52. Calcula el área y el perímetro de la siguiente cenefa decorativa que ha puesto Susana en el jardín de su casa:



La base de cada triángulo equilátero es $80 : 4 = 20 \text{ cm}$, por tanto, la altura de la cenefa es

$$h = \sqrt{20^2 - 10^2} = 17,3 \text{ cm.}$$

$$A = 80 \cdot 17,3 = 1\,384 \text{ cm}^2$$

$$P = 160 + 34,6 = 194,6 \text{ cm}$$

53. Los lados de un triángulo miden 45 cm, 28 cm y 53 cm. Comprueba que es rectángulo, halla su área y calcula la altura sobre el lado más largo.

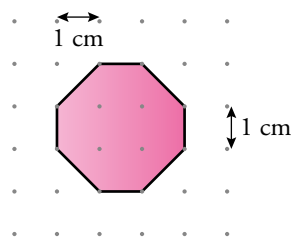
$$53^2 = 2\,809 \text{ cm}^2; \quad 45^2 + 28^2 = 2\,809 \text{ cm}^2$$

Como $53^2 = 45^2 + 28^2$, es un triángulo rectángulo.

$$A = \frac{45 \cdot 28}{2} = 630 \text{ cm}^2 \quad 630 = 53 \cdot a_h \quad a_h = \frac{630}{53} \approx 11,9 \text{ cm}$$

La altura sobre la hipotenusa mide 11,9 cm.

54. ¿Es regular este octógono? Calcula su área y su perímetro.



Este octógono no es regular, hay cuatro lados que miden 1 cm y los otros cuatro miden $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \approx 1,41 \text{ cm}$.

El perímetro es $P = 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1,41 = 9,64 \text{ cm}$.

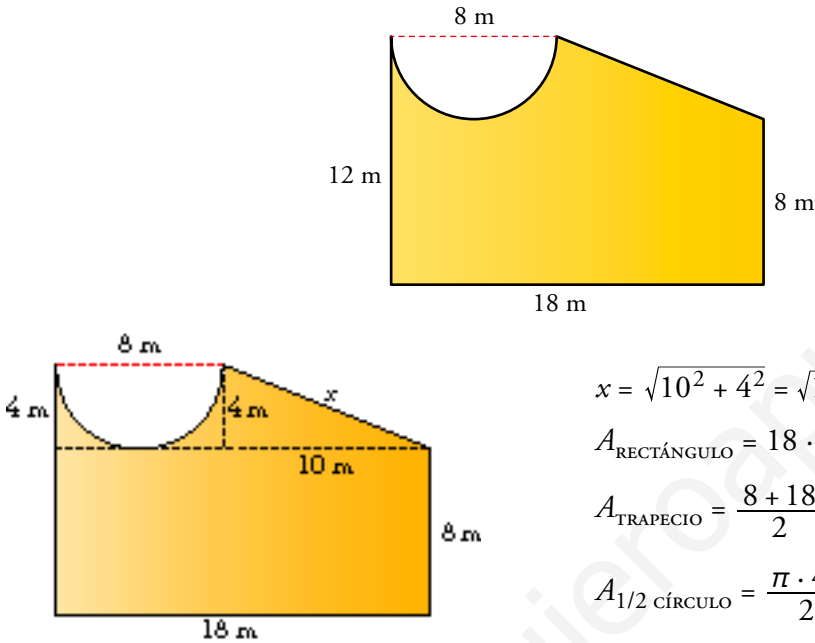
Para calcular el área restamos el área del cuadrado que lo circunscribe de las áreas de los cuatro triángulos de las esquinas, que son iguales.

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0,5$$

$$A = 3^2 - 4 \cdot 0,5 = 7 \text{ cm}^2$$

Problemas "+" (con Pitágoras)

55.  **Calcula el perímetro y el área de esta figura:**



$$x = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116} \approx 10,77 \text{ m}$$

$$A_{\text{RECTÁNGULO}} = 18 \cdot 8 = 144 \text{ m}^2$$

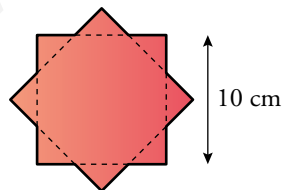
$$A_{\text{TRAPECIO}} = \frac{8+18}{2} \cdot 4 = 52 \text{ m}^2$$

$$A_{1/2 \text{ CÍRCULO}} = \frac{\pi \cdot 4^2}{2} \approx 25,12 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{RECTÁNGULO}} + A_{\text{TRAPECIO}} - A_{1/2 \text{ CÍRCULO}} = 144 + 52 - 25,12 = 170,88 \text{ m}^2$$

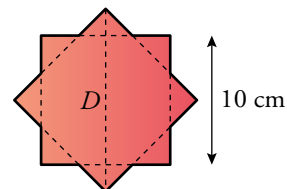
$$P = 18 + 8 + 10,77 + \frac{2\pi \cdot 4}{2} + 12 \approx 61,33 \text{ m}$$

56.  **Calcula el área y el perímetro de la siguiente figura:**



Hallamos la diagonal del cuadrado por el teorema de Pitágoras:

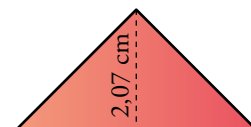
$$D^2 = 10^2 + 10^2 \quad D = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,14 \text{ cm}$$



Queremos hallar el área del triángulo que sobrelase del cuadrado.

Su altura es:

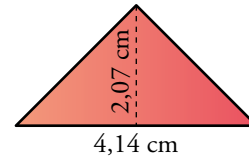
$$h = \frac{14,14 - 10}{2} = 2,07 \text{ cm}$$



Como el triángulo es rectángulo e isósceles, sabemos que la base es el doble que la altura. Es decir, $b = 4,14 \text{ cm}$.

El área del triángulo es, pues:

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{4,14 \cdot 2,07}{2} = 4,28 \text{ cm}^2$$

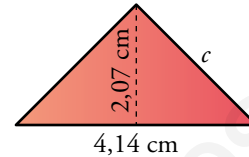


Por tanto, el área total de la figura será la del cuadrado más cuatro veces la del triángulo:

$$A = 10^2 + 4 \cdot 4,28 = 117,14 \text{ cm}^2$$

El perímetro de la figura es igual a las longitudes de los catetos de los 8 triángulos; es decir, 16 veces el cateto del triángulo. Hallamos c , la longitud del cateto.

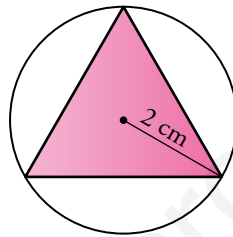
$$c = \sqrt{2,07^2 + 2,07^2} = 2,93 \text{ cm}$$



Por tanto, el perímetro de la figura es:

$$P = 16 \cdot 2,93 = 46,84 \text{ cm}$$

57. **Calcula el área del siguiente triángulo equilátero sabiendo que está inscrito en una circunferencia de radio 2 cm.**

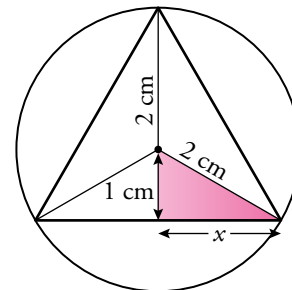


Según el ejercicio 38 de la página 249, se puede deducir que la altura de nuestro triángulo es 3, y usando este dato:

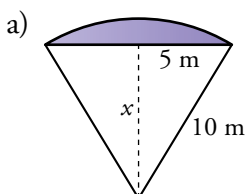
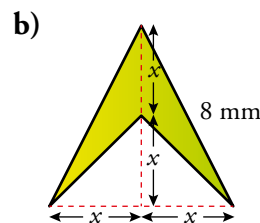
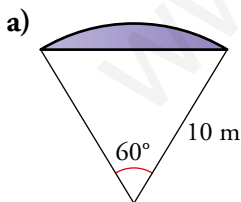
$$x = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \approx 1,73 \text{ cm}$$

$$l = 2x = 3,46 \text{ cm}$$

$$A = \frac{3,46 \cdot 3}{2} = 5,19 \text{ cm}^2$$



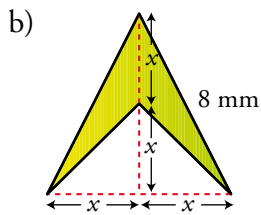
58. **En cada una de las siguientes figuras coloreadas halla su área y su perímetro:**



$$x = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \approx 8,7 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 10^2}{360} \cdot 60 - \frac{10 \cdot 8,7}{2} \approx 8,8 \text{ m}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 10}{360} \cdot 60 + 10 \approx 20,5 \text{ m}$$

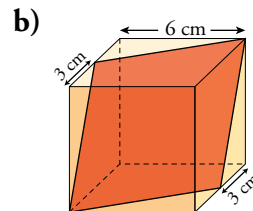
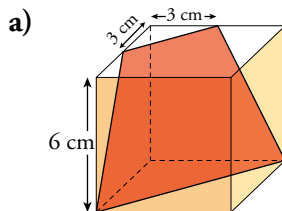


$$(2x)^2 + x^2 = 8^2 \quad 5x^2 = 8^2 \quad x \approx 3,6 \text{ mm}$$

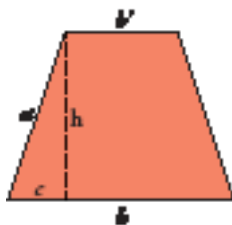
$$A = \frac{3,6 \cdot 2 \cdot 3,6 \cdot 2}{2} - \frac{3,6 \cdot 2 \cdot 3,6}{2} \approx 13 \text{ mm}^2$$

$$P = 2 \cdot 8 + 2 \cdot \sqrt{3,6^2 + 3,6^2} = 26,2 \text{ mm}$$

59. Halla el área y el perímetro de cada una de las figuras rojas obtenidas mediante un corte plano a un cubo de 6 cm de arista.



a) En primer lugar, hallamos las dimensiones del trapecio isósceles que se ha obtenido:



$$b = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8,49 \text{ cm}; \quad b' = \sqrt{3^2 + 3^2} \approx 4,24 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6,71 \text{ cm}; \quad c = \frac{b - b'}{2} = 2,13 \text{ cm}$$

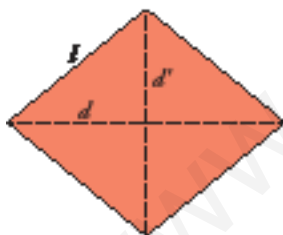
$$h = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{6,71^2 - 2,13^2} \approx 6,36 \text{ cm}$$

Ahora, ya podemos calcular su área y su perímetro:

$$A = \frac{b + b'}{2} \cdot h = \frac{8,49 + 4,24}{2} \cdot 6,36 \approx 40,48 \text{ cm}^2$$

$$P = b + b' + 2a = 8,49 + 4,24 + 2 \cdot 6,71 = 26,16 \text{ cm}$$

b) En primer lugar, hallamos las dimensiones del rombo que se ha obtenido:



$$d = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} \approx 10,39 \text{ cm}$$

$$d' = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8,49 \text{ cm}$$

$$l = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6,71 \text{ cm}$$

Ahora, ya podemos calcular su área y su perímetro:

$$A = \frac{d \cdot d'}{2} = \frac{10,39 \cdot 8,49}{2} = 44,11 \text{ cm}^2$$

$$P = 4l = 4 \cdot 6,71 = 26,84 \text{ cm}$$

Taller de Matemáticas

Página 252

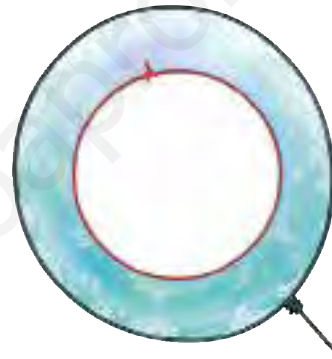
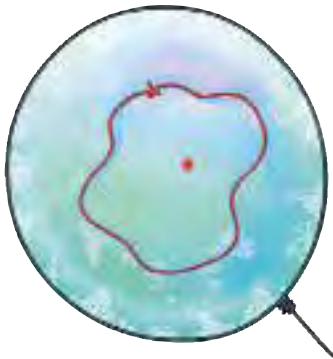
Asocia causas y efectos

¿Por qué son esféricas las pompas de jabón?

- Las láminas de agua jabonosa son elásticas y tienden a reducirse todo lo que pueden. Cuando se las llena de aire (pompas), adoptan la forma esférica porque la esfera es el cuerpo geométrico cuya superficie es menor para un mismo volumen (el volumen de aire que hemos insuflado es su interior).



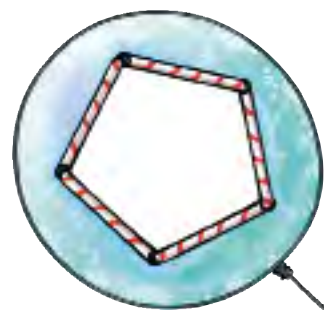
Aquí, la lámina de jabón es plana (mínima superficie).



Hemos depositado sobre ella un hilo con los extremos anudados. Si pinchamos en su interior (punto rojo) se rompe esta parte de la lámina.

La parte exterior se contrae todo lo que puede. El hilo adopta la forma circular. ¿Por qué? Porque el círculo es la figura plana con mayor superficie (hueco) para el mismo perímetro (hilo). De este modo la lámina jabonosa exterior se contrae todo lo posible.

Explica por qué crees que, en este otro caso, el pentágono que se forma es regular:



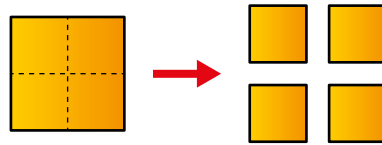
En los polígonos se cumple que entre todos los polígonos de n lados con el mismo perímetro, el de mayor área es el regular (todos sus lados y ángulos son iguales).

Al igual que en el caso de la circunferencia, si tenemos un recinto con cinco palitos en la pompa de jabón, se formará un pentágono regular.

Entrénate resolviendo problemas

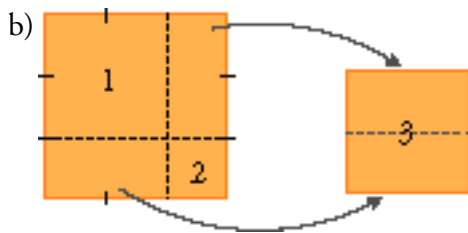
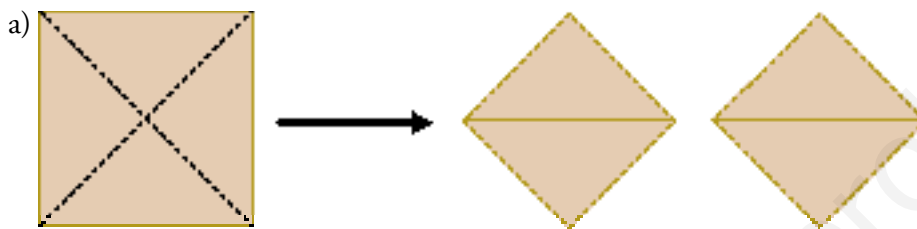
Utiliza tu ingenio

- Dando dos cortes a un cuadrado se pueden obtener con facilidad 4 cuadrados:



a) Dando dos cortes rectos a un cuadrado se pueden formar, con los trozos, dos cuadrados. Hazlo.

b) ¡Más difícil todavía! Da dos cortes rectos a un cuadrado y construye, después, con los trozos, tres cuadrados.



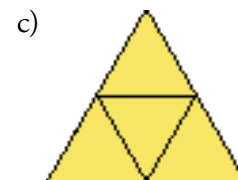
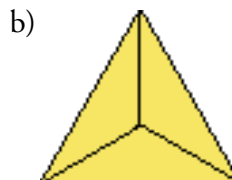
- Dibuja un triángulo equilátero.



a) Divídelo en dos trozos iguales (fácil, ¿verdad?).

b) Dibuja otro y divídelo en tres trozos iguales (este es menos fácil).

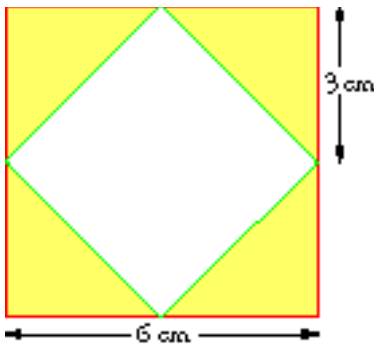
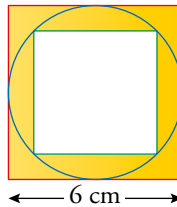
c) ¡Pues también puedes dividirlo en cuatro trozos iguales! Y esto último se puede hacer con un triángulo cualquiera.



Entrénate resolviendo problemas

Reflexiona antes de actuar

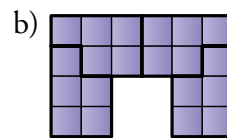
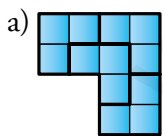
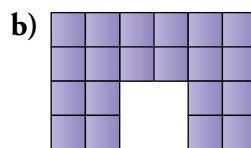
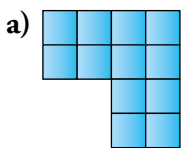
- ¿Cuál es el área de la zona comprendida entre los dos cuadrados?
(Gira el interior del círculo 45°).



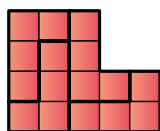
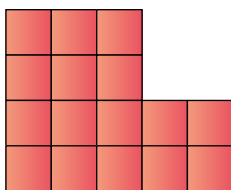
El área de cada triángulo es $A = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4,5 \text{ cm}^2$.

Por tanto, el área pedida es $A_{\text{TOTAL}} = 4 \cdot 4,5 = 18 \text{ cm}^2$.

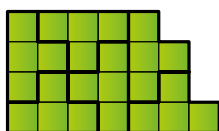
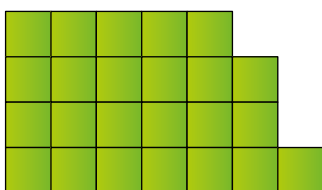
- Busca la manera de partir cada figura en cuatro trozos iguales.



- Divide esta figura en cuatro partes, todas ellas de igual forma y tamaño.



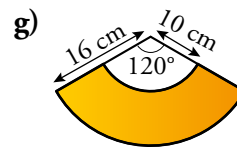
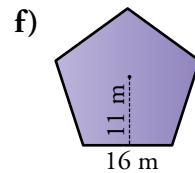
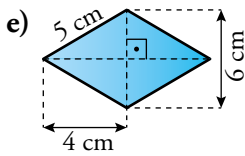
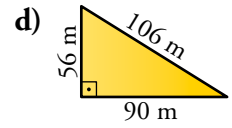
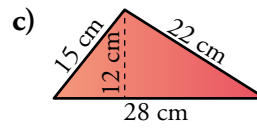
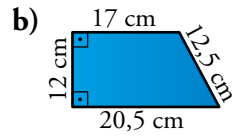
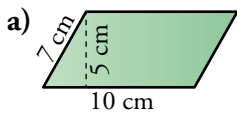
- Divide esta figura en seis partes, todas ellas de igual forma y tamaño.



www.yoquieroaprobar.es

Autoevaluación

1. Calcula el área y el perímetro de cada una de las siguientes figuras:



a) $A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$; $P = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 10 = 34 \text{ cm}$

b) $A = \frac{20,5 + 17}{2} \cdot 12 = 225 \text{ cm}^2$; $P = 12 + 17 + 12,5 + 20,5 = 62 \text{ cm}$

c) $A = \frac{28 \cdot 12}{2} = 168 \text{ cm}^2$; $P = 15 + 22 + 28 = 65 \text{ cm}$

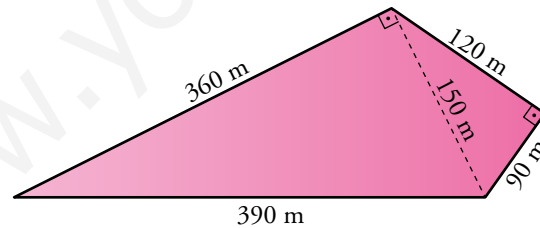
d) $A = \frac{90 \cdot 56}{2} = 2520 \text{ m}^2$; $P = 56 + 106 + 90 = 252 \text{ m}$

e) $A = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$; $P = 5 \cdot 4 = 30 \text{ cm}$

f) $A = \frac{5 \cdot 16 \cdot 11}{2} = 440 \text{ m}^2$; $P = 16 \cdot 5 = 80 \text{ m}$

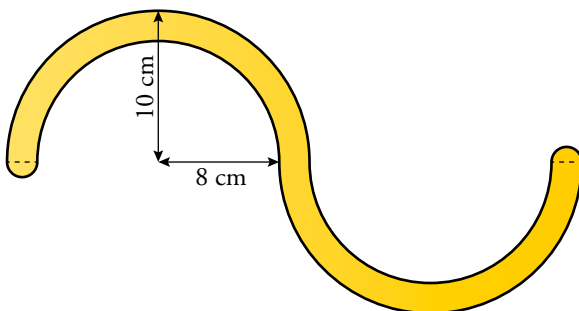
g) $A = (\pi \cdot 16^2 - \pi \cdot 10^2) \cdot \frac{120}{360} \approx 163,36 \text{ cm}^2$; $P = \frac{2 \cdot \pi \cdot 16}{3} + \frac{2 \cdot \pi \cdot 10}{3} + 2 + 6 \approx 66,45 \text{ cm}$

2. Calcula el área de este campo:



$$A = \frac{360 \cdot 150}{2} + \frac{120 \cdot 90}{2} = 32400 \text{ m}^2$$

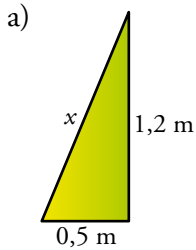
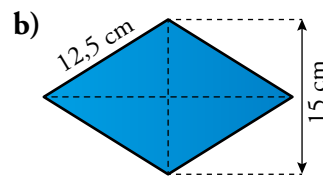
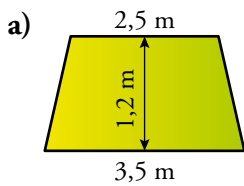
3. Halla el área y el perímetro de esta figura:



$$A = \pi \cdot 10^2 - \pi \cdot 8^2 + \pi \cdot 1^2 = 116,18 \text{ cm}^2$$

$$P = 2\pi \cdot 10 + 2\pi \cdot 8 + 2\pi \cdot 1 = 119,32 \text{ cm}$$

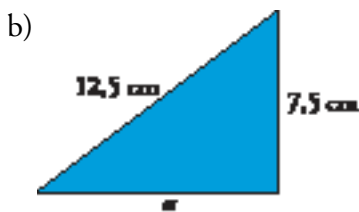
4. Halla el área y el perímetro de las siguientes figuras:



$$A = \frac{3,5 + 2,5}{2} \cdot 1,2 = 3,6 \text{ m}^2$$

$$x = \sqrt{0,5^2 + 1,2^2} = 1,3 \text{ m}$$

$$P = 1,3 + 2,5 + 3,5 + 1,3 = 8,6 \text{ m}$$

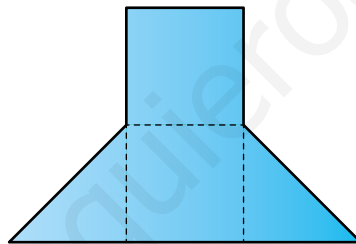


$$x = \sqrt{12,5^2 - 7,5^2} = 10 \text{ cm}$$

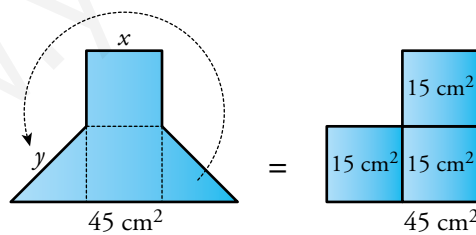
$$A = \frac{20 \cdot 15}{2} = 150 \text{ cm}^2$$

$$P = 4 \cdot 12,5 = 50 \text{ cm}$$

5. El área de la siguiente figura es 45 cm^2 . Calcula su perímetro.



El área de la figura es equivalente a 3 cuadrados de área 15 cm^2 cada uno:



Por tanto:

$$x = \sqrt{15} = 3,9 \text{ cm}$$

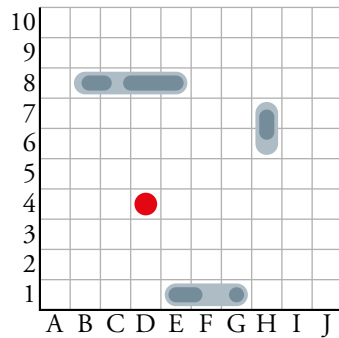
$$y = \sqrt{2 \cdot 3,9^2} = 5,5 \text{ cm}$$

Hallamos ahora el perímetro pedido:

$$P = 6 \cdot 3,9 + 2 \cdot 5,5 = 34,4 \text{ cm}$$

Los barquitos, un juego con coordenadas

1. Escribe las coordenadas que tendrías que decir para hundir todos los barcos.

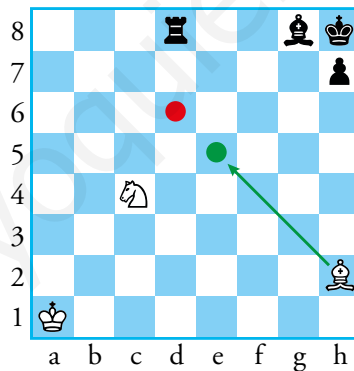


B-8, C-8, D-8, E-8

E-1, F-1, G-1

H-6, H-7

El ajedrez también utiliza coordenadas



2. Indica la casilla donde se encuentra cada una de las piezas.

Torre negra d8

Alfil negro g8

Rey negro h8

Peón negro h7

Rey blanco a1

Caballo blanco c4

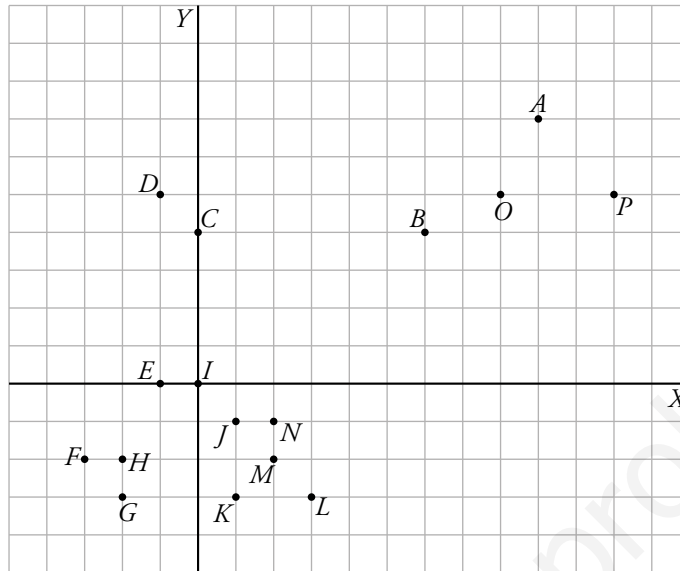
Alfil blanco h2

3. Si el alfil blanco se mueve a la casilla del punto verde, da jaque mate. Describe la jugada.

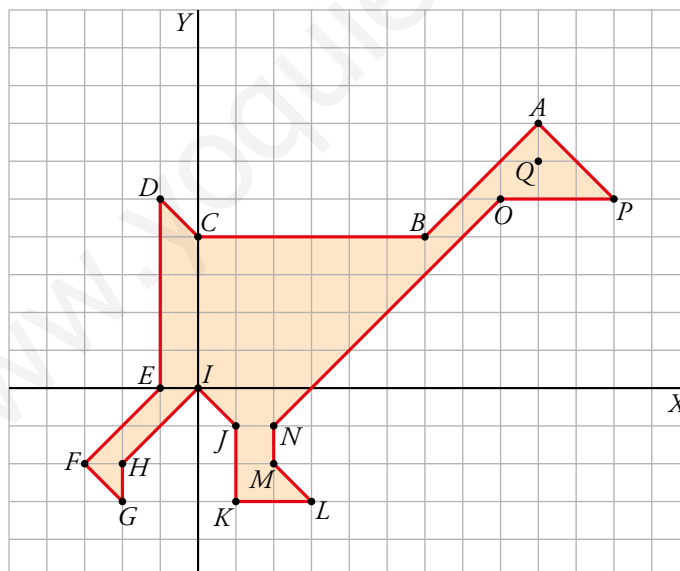
h2e5

Dibuja con coordenadas

4. Dibuja en tu cuaderno una cuadrícula como esta y, sobre ella, señala los puntos $A(9, 7)$; $B(6, 4)$; $C(0, 4)$; $D(-1, 5)$; $E(-1, 0)$; $F(-3, -2)$; $G(-2, -3)$; $H(-2, -2)$; $I(0, 0)$; $J(1, -1)$; $K(1, -3)$; $L(3, -3)$; $M(2, -2)$; $N(2, -1)$; $O(8, 5)$; $P(11, 5)$.



- a) Traza una línea poligonal que recorra todos los puntos por orden alfabético. Ciérrala uniendo P con A .
- b) ¿Qué punto, Q , debes añadir para dibujar el ojo?
- a) y b)

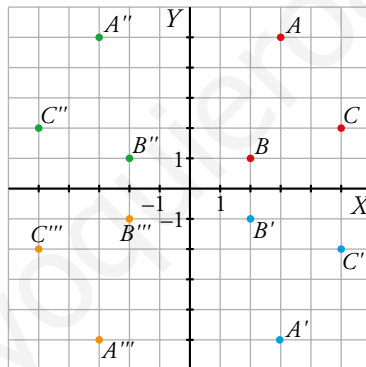


$Q = (9, 6)$

1 Coordenadas cartesianas

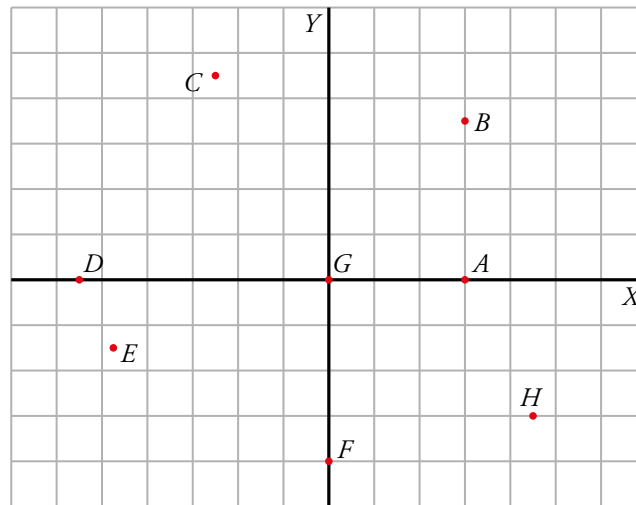
Página 256

1. a) Representa los puntos $A(3, 5)$, $B(2, 1)$ y $C(5, 2)$.
 b) Halla los simétricos, A' , B' , C' , de A , B y C , respecto del eje X y compara sus coordenadas.
 Completa: “Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del eje X son ... y sus ordenadas son ...”.
 c) Halla los simétricos A'' , B'' y C'' , de A , B y C , respecto del eje Y y compara sus coordenadas.
 Completa: “Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del eje Y son ... y sus ordenadas son ...”.
 d) Halla los simétricos A''' , B''' y C''' , de A , B y C , respecto del origen de coordenadas, O , y compara sus coordenadas.
 Completa: “Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del origen de coordenadas, O , son ... y sus ordenadas son ...”.
 a), b), c) y d)



- b) $A'(3, -5)$; $B'(2, -1)$; $C'(5, -2)$
 “Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del eje X son iguales y sus ordenadas son opuestas”.
- c) $A''(-3, 5)$; $B''(-2, 1)$; $C''(-5, 2)$
 “Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del eje Y son opuestas y sus ordenadas son iguales”.
- d) “Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del origen de coordenadas, O , son opuestas y sus ordenadas son opuestas”.

2. Indica las coordenadas de los puntos dibujados sobre el siguiente sistema de coordenadas:



$A(3, 0)$

$B(3; 3,5)$

$C(-2,5; 4,5)$

$D(-5,5; 0)$

$E(-4,75; -1,5)$

$F(0, -4)$

$G(0, 0)$

$H(4,5; -3)$

2 Puntos que transmiten información

Página 257

1. Las estaturas y los pesos de los seis personajes descritos arriba son, no respectivamente:

Estaturas (cm): 195, 185, 160, 150, 150, 75

Pesos (kg): 120, 92, 75, 70, 45, 12

Asigna a cada punto sus coordenadas. Por ejemplo, Carlitos: $C(12, 75)$.

Carlitos $C(12, 75)$

Amalia $A(45, 150)$

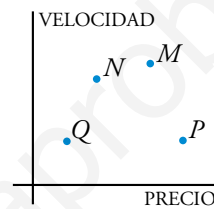
Eustaquia $E(75, 150)$

Basilio $B(70, 195)$

Faustino $F(92, 185)$

Don Dionisio $D(120, 160)$

2. Asigna un punto (M , N , P o Q) a cada uno de los vehículos siguientes:



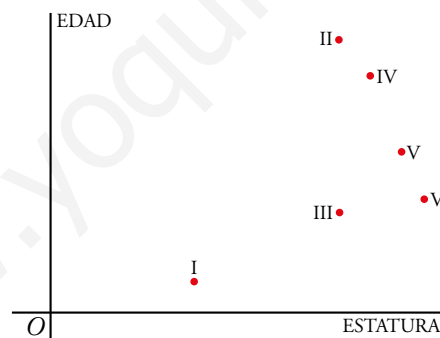
I N

II M

III Q

IV P

3. El siguiente diagrama relaciona estaturas con edades. En él aparecen los puntos correspondientes a los seis personajes descritos arriba.



Cópialo en tu cuaderno y asigna a cada punto el personaje (A , B , C , D , E o F) al que corresponda.

I C

II E

III A

IV D

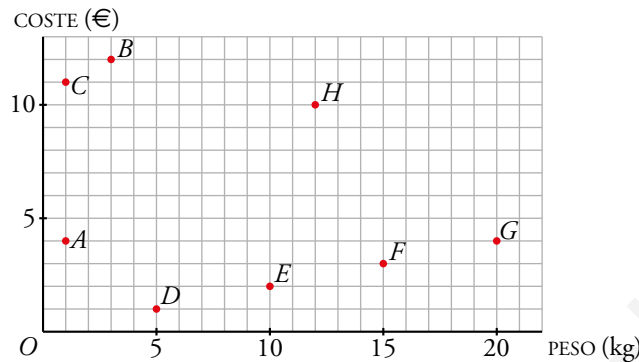
V F

VI B

3 Aproximación de números naturales

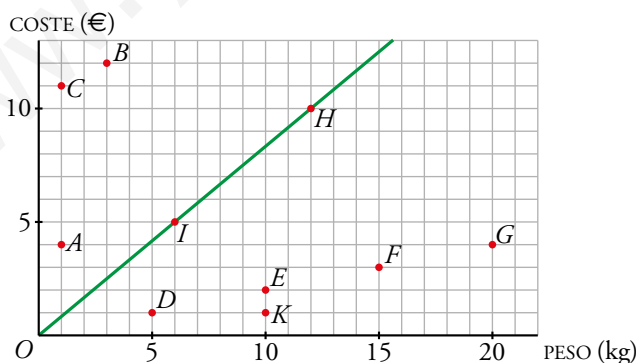
Página 258

1. Copia la cuadrícula del ejemplo de esta página con los puntos correspondientes y contesta a las siguientes preguntas:



- a) ¿A cuál de estos productos crees que puede corresponder el punto *C*: pistachos, café o azúcar? ¿Cuánto cuesta cada kilogramo?
- b) El punto *H* corresponde a un saco de 12 kg de harina. ¿Cuánto costaría uno de 6 kg? Representa el punto correspondiente, *I*, sobre la cuadrícula y traza la recta que alinea el origen de coordenadas con *H* y con *I*.
- c) Representa la bolsa de 10 kg de azúcar a 1,20 €/kg.

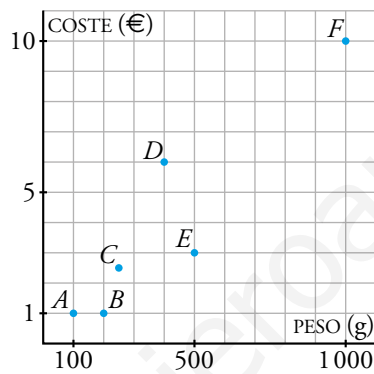
- a) Pistachos. Cada kilogramo cuesta 11 euros.
- b) 12 kilos de harina cuestan 10 euros, por tanto, 6 kilos costarían 5 euros.
El punto correspondiente sería el $I(6, 5)$.
- c) Es el punto $K(10; 1,2)$.
- b) y c)



2. En una tienda de frutos secos se exhiben los siguientes paquetes:



a) Indica qué punto corresponde a cada paquete.



b) Observa que los puntos correspondientes a los tres paquetes de almendras están sobre una recta. ¿Cómo se relacionan las variables x e y en esta recta?

- a) A Almendras (100 g, 1 €)
 B Pipas (200 g, 1 €)
 C Almendras (250 g; 2,5 €)
 D Pistachos (400 g, 6 €)
 E Pasas (500 g, 3 €)
 F Almendras (1000 g, 10 €)

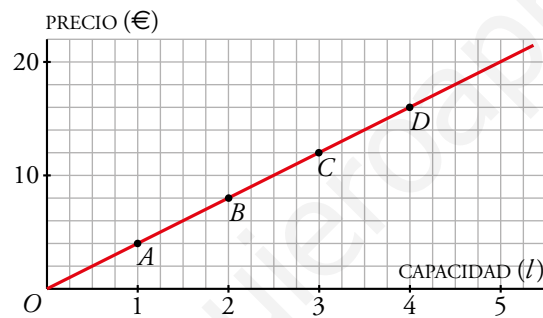
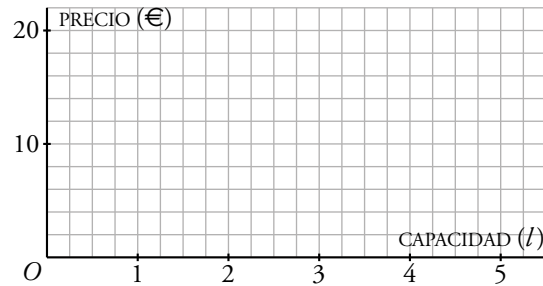
b) $y = 0,01x$

4 Interpretación de gráficas

Página 260

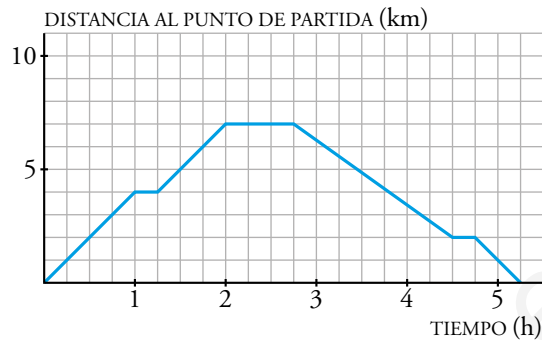
1. Dibuja una cuadrícula como la de abajo en tu cuaderno y representa sobre ella los puntos de la función que relaciona los litros de aceite que tiene una garrafa con su precio. Traza, después, la recta que pasa por ellos. Un litro de este aceite vale 4 €.

Describe, además, cuáles son las variables dependiente e independiente de la función.



- x , variable independiente: Capacidad del aceite en litros.
1 cuadradito = 0,25 l.
- y , variable dependiente: Precio del aceite en euros.
1 cuadradito = 2 €.

2. Jimena salió a hacer una ruta por la montaña mientras que Cayetana fue a dar un paseo por un precioso hayedo. Estas son las gráficas de sus recorridos:



a) ¿Qué gráfica crees que corresponde a cada chica? ¿Por qué?

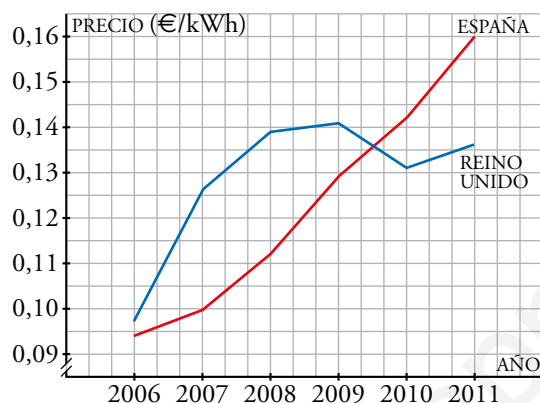
b) Describe ambas gráficas.

- a) La primera gráfica corresponde a Cayetana, puesto que el recorrido es más suave y tarda dos horas en recorrer los primeros 5 kilómetros. Sin embargo, Jimena en una hora ya ha recorrido 5 kilómetros, lo que indica que está haciendo un ejercicio más duro.
- b) En la primera gráfica, Cayetana recorre 3 km en una hora. Se para a descansar un cuarto de hora y continúa su paseo recorriendo 4 km en una hora y media. Descansa media hora y tarda una hora en volver al punto de partida.

En la segunda gráfica, Jimena recorre 5 km en la primera hora, descansa un cuarto de hora y continúa andando 45 minutos recorriendo 3 km. Descansa 45 minutos e inicia el camino de regreso al punto de partida durante una hora, descansa 15 minutos y en media hora más está en el punto de partida.

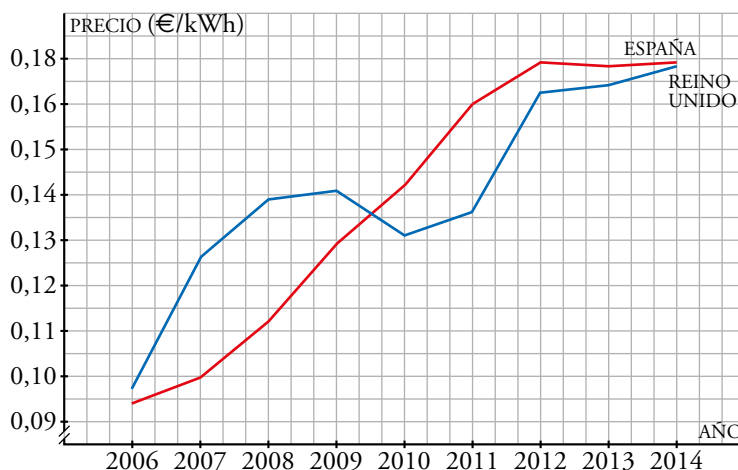
3. Las gráficas de la derecha muestran la evolución del precio de la electricidad (en € por kWh) en España y en Reino Unido.

- a) ¿Entre qué fechas se comparan los precios?
- b) ¿En qué año el precio español supera al del Reino Unido?
- c) Descríbelos y compáralos fijándote en los puntos de corte.
- d) Busca en internet los datos que te faltan para llegar al año actual y dibuja en tu cuaderno toda la evolución.



- a) Los precios se comparan entre los años 2006 y 2011.
- b) A partir de mediados del 2009.
- c) En el año 2006, el precio en España era ligeramente más bajo, y a partir de entonces empezó a subir tanto en España como en Reino Unido, allí de manera más pronunciada. Durante el año 2009 en Reino Unido bajó el precio hasta el 2010 que empezó a subir de nuevo. Sin embargo, en España no ha dejado de subir y desde mediados del 2009 la electricidad es más cara que en el Reino Unido.
- d) Los datos se han encontrado en la siguiente página: www.minetur.gob.es/es-ES/Indicadores-yEstadisticas/.../IV.../IV_12.pdf (los del 2014 son con parciales).

	2012	2013	2014
ESPAÑA	0,178	0,177	0,178
REINO UNIDO	0,165	0,169	0,177



5 Funciones lineales. Ecuación y representación

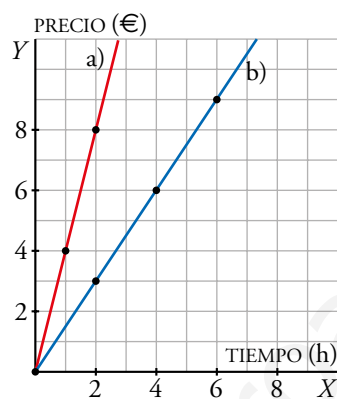
Página 263

1. a) El alquiler de una bici vale 4 € cada hora. Pon la ecuación del coste, en €, en función del número de horas.
- b) Haz lo mismo que en el apartado anterior con unos patines cuyo alquiler vale 1,50 € cada hora.

Representa ambas funciones.

a) $y = 4x$

b) $y = 1,5x$



2. Representa las siguientes funciones lineales:

a) $y = 2x - 5$

b) $y = 2x + 5$

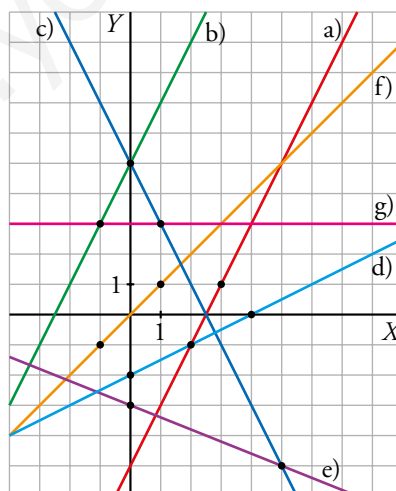
c) $y = -2x + 5$

d) $y = 0,5x - 2$

e) $y = -0,4x - 3$

f) $y = x$

g) $y = 3$ (para cualquier valor de x , la y vale 3)



Ejercicios y problemas

Página 264

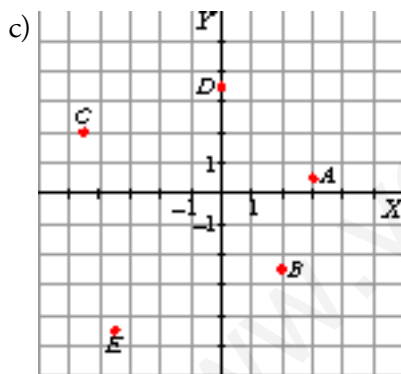
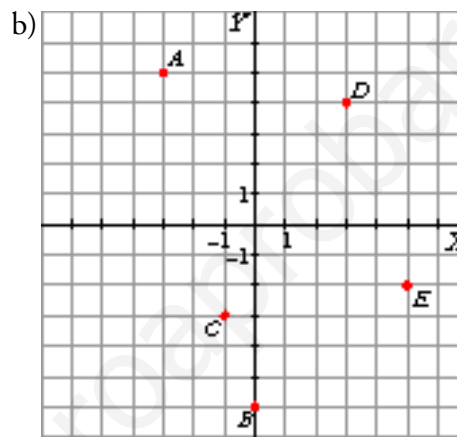
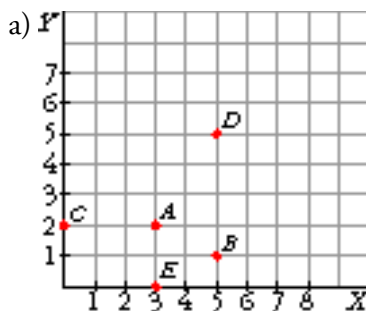
Representación de puntos


1.  Representa los siguientes puntos:

a) $A(3, 2)$, $B(5, 1)$, $C(0, 2)$, $D(5, 5)$, $E(3, 0)$.

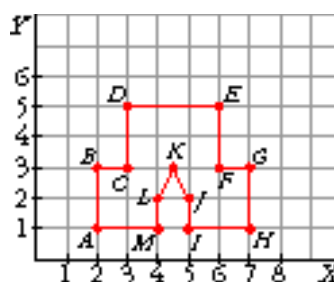
b) $A(-3, 5)$, $B(0, -6)$, $C(-1, -3)$, $D(3, 4)$, $E(5, -2)$.

c) $A(3; 0,5)$, $B(2; -2,5)$, $C(-4,5; 2)$, $D(0; 3,5)$, $E(-3,5; -4,5)$.

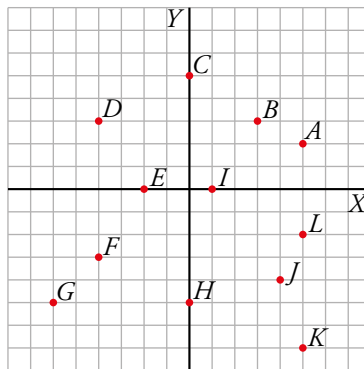


2.  Dibuja en un papel cuadrulado la figura que se obtiene al unir cada punto con el siguiente:

$A(2, 1)$, $B(2, 3)$, $C(3, 3)$, $D(3, 5)$, $E(6, 5)$, $F(6, 3)$, $G(7, 3)$, $H(7, 1)$, $I(5, 1)$, $J(5, 2)$, $K(4,5; 3)$, $L(4, 2)$, $M(4, 1)$, $A(2, 1)$.

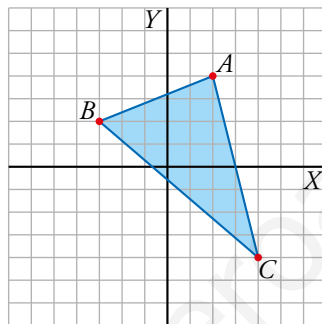


3.  Escribe las coordenadas de los siguientes puntos:



$A(5, 2)$ $B(3, 3)$ $C(0, 5)$ $D(-4, 3)$ $E(-2, 0)$ $F(-4, -3)$
 $G(-6, -5)$ $H(0, -5)$ $I(1, 0)$ $J(4, -4)$ $K(5, -7)$ $L(5, -2)$

4.  Escribe las coordenadas de los vértices de este triángulo:



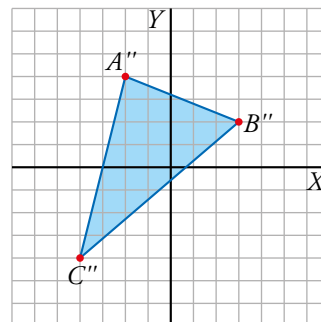
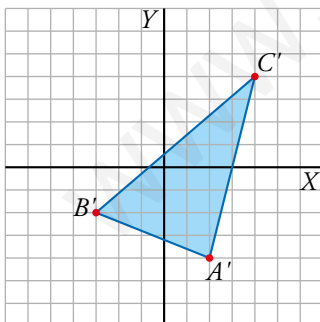
a) Representa el triángulo de vértices A' , B' y C' simétricos a A , B y C con respecto al eje X y escribe las coordenadas de cada uno.


b) Haz lo mismo que en el apartado anterior pero con respecto al eje Y .

$A(2, 4)$; $B(-3, 2)$; $C(4, -4)$

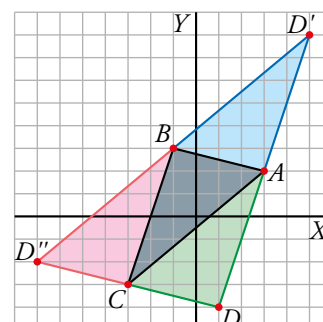
a) $A'(2, -4)$; $B'(-3, -2)$; $C'(4, 4)$


b) $A''(-2, 4)$; $B''(3, 2)$; $C''(-4, -4)$

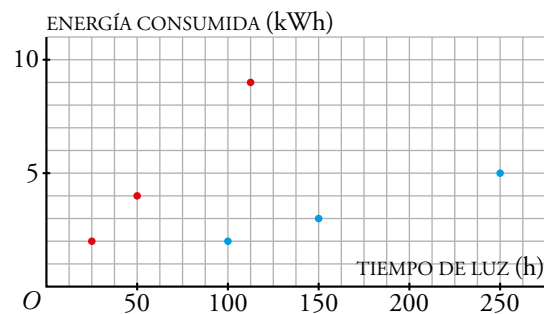


5.  Traza unos ejes sobre una cuadrícula y dibuja los puntos $A(3, 2)$, $B(-1, 3)$ y $C(-3, -3)$.

Calcula las coordenadas del punto D que haga que $ABCD$ sea un paralelogramo. Observa que hay tres posibles soluciones, D , D' y D'' . Halla todas ellas.




8.  En el diagrama se relacionan dos magnitudes: el tiempo que ha estado encendida una bombilla (en horas) y la energía consumida (en kilovatios hora). Hay unos puntos sobre una recta y otros que están sobre otra. Halla las coordenadas de dos puntos más de cada recta y determina cuál corresponde a una bombilla de bajo consumo y cuál a una normal.



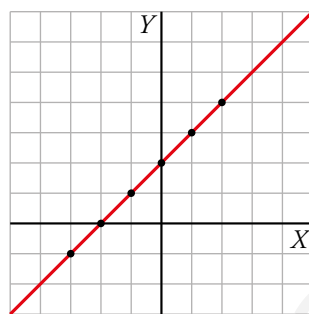
- Los puntos rojos corresponden a una bombilla normal.
Puntos adicionales: $(75, 6)$; $(100, 8)$.
- Los puntos azules corresponden a una bombilla de bajo consumo.
Puntos adicionales: $(50, 1)$; $(200, 4)$.

Representación de funciones lineales

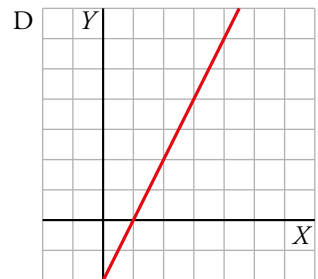
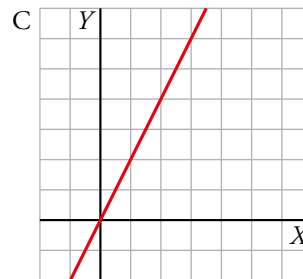
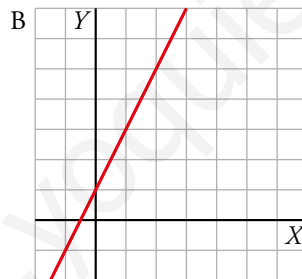
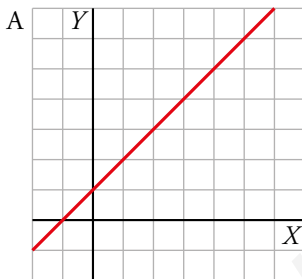
9.  Representa sobre unos ejes coordenados la recta de ecuación $y = x + 2$. Para ello, completa la siguiente tabla:

x	-3	-2	-1	0	1	2
y						

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	-1	0	1	2	3	4



10.  Indica cuál de las siguientes gráficas de funciones lineales corresponde a la recta de ecuación $y = 2x + 1$:



La gráfica que corresponde a la recta $y = 2x + 1$ es la B.

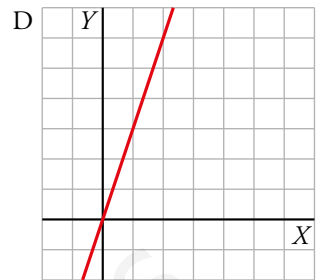
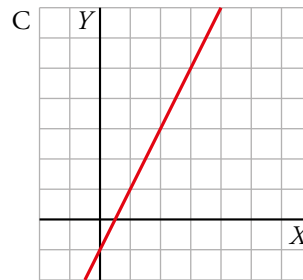
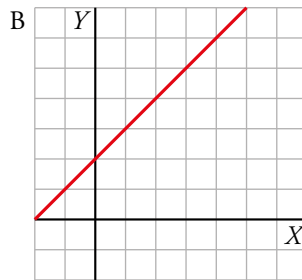
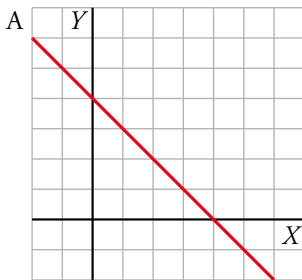
11.  Asocia cada una de estas ecuaciones de rectas con su correspondiente gráfica:

i) $y = x + 2$

ii) $y = 4 - x$

iii) $y = 3x$

iv) $y = 2x - 1$



i) B

ii) A

iii) C

iv) D

12.  ¿Cuáles de estas funciones, dadas mediante un enunciado, te parece que serán lineales?

- a) Precio (en €) de una bolsa de arroz en función de su peso (en kg).
- b) Velocidad (en km/h) a la que llega al suelo una piedra en función de la altura (en m) desde donde se deja caer.
- c) El alquiler de una bicicleta cuesta una cierta cantidad inicial más otra cantidad por cada hora que se utiliza.
- d) Peso (en kg) de una persona en función de su altura (en cm).
- e) Un pequeño depósito de agua pierde 1 litro cada hora. La cantidad de agua que queda en el depósito en función del tiempo.

c) y e)

13.  ¿Cuáles de las funciones de la actividad anterior son de proporcionalidad?

a) y b)

14.  Asocia cada una de las funciones lineales de la actividad 12 con su correspondiente ecuación:

i) $y = 3 + 2x$

ii) $y = 5 - x$

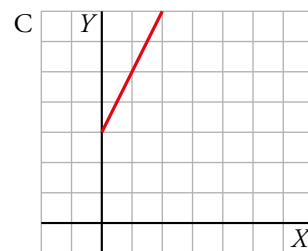
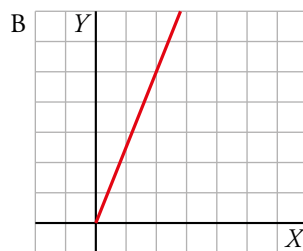
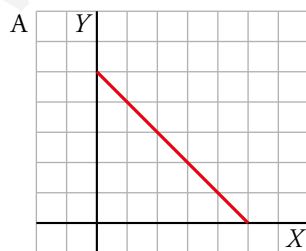
iii) $y = 2,5x$

i) c)

ii) e)

iii) a)

15.  Asocia cada ecuación de la actividad anterior con su correspondiente gráfica:




A ii)

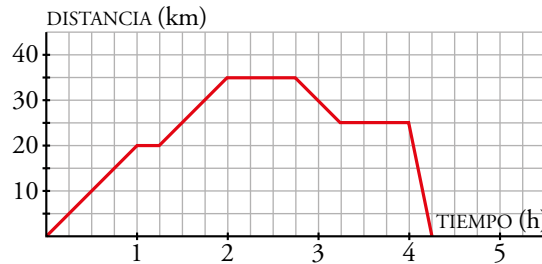
B iii)


C i)

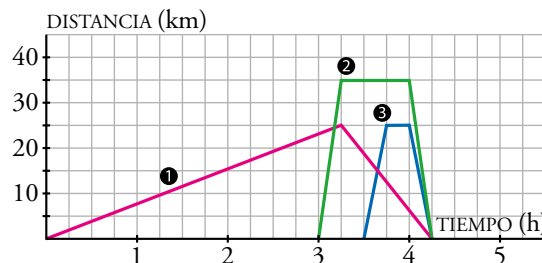
Interpretación de gráficas de funciones

16.  Lucía ha salido con su bicicleta, pero a la vuelta ha sufrido una avería y no ha podido continuar. Ha tenido que llamar a su padre para que la recoja con el coche.

Observa el gráfico que representa su recorrido y responde a las preguntas.



- ¿Cuántos kilómetros recorre Lucía en la primera hora?
 - ¿Cuánto tiempo permanece parada en total?
 - ¿A qué distancia estaba de casa cuando se le ha estropeado la bici?
 - ¿Cuánto tiempo ha durado el trayecto en coche?
 - Describe todo el recorrido paso a paso.
 - En la primera hora recorre 20 km.
 - Permanece parada 1 hora y 45 minutos.
 - Estaba a 25 km de distancia de su casa.
 - El trayecto en coche ha durado un cuarto de hora.
 - Durante la primera hora recorre 20 kilómetros. Se para 15 minutos y continúa su paseo haciendo 15 kilómetros en 45 minutos. Permanece parada tres cuartos de hora. La siguiente media hora recorre 10 kilómetros y espera 45 minutos hasta que llega su padre, que en 15 minutos la ha recogido en el lugar de partida.
17.  Indica cuál de estos gráficos representa el viaje que ha hecho el padre de Lucía del ejercicio anterior:

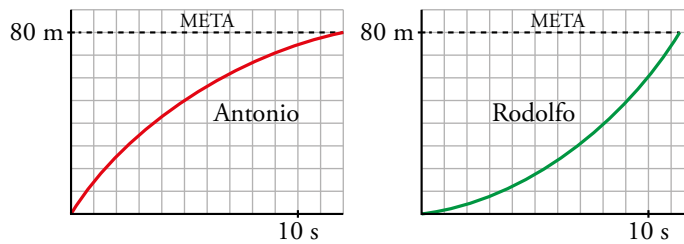


- ¿Ha tardado lo mismo en ir que en volver?
- ¿Cuánto tiempo ha estado parado?

El gráfico 3, puesto que, Lucía llamó a su padre cuando tuvo la avería y estaba a 25 kilómetros del punto de partida.

- Sí, ha tardado lo mismo en ir que en volver, 15 minutos.
- Ha estado parado 15 minutos.

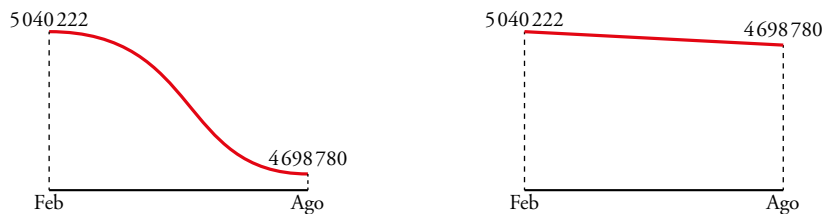
18.  Observa las carreras de dos velocistas:



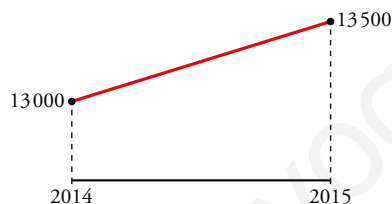
- a) ¿Qué variables se relacionan en estas funciones?
- b) Uno de ellos va “cada vez más despacio” y el otro “cada vez más deprisa”. ¿Quién es cada uno?
- c) ¿Cuál de los dos ganará la carrera de 80 m?
 - a) En las dos gráficas, las variables que se relacionan son las mismas:
 la variable x da el tiempo en segundos. Un cuadrado es 1 s.
 La variable y da la distancia, en metros, a la que se encuentran de la salida. Un cuadradito son 10 metros.
 - b) Antonio va cada vez más despacio y Rodolfo va cada vez más deprisa.
 - c) Rodolfo ganará la carrera, ya que a los 11 segundos y poco llega a la meta, mientras que Antonio llega a los 12 segundos.

Interpreta, describe, exprésate

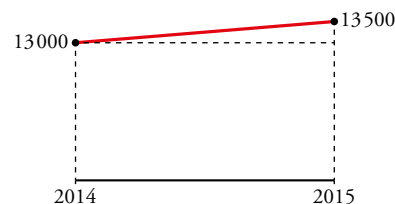
19.  Estas dos gráficas representan el descenso del desempleo. Una la ha elaborado el gobierno, y la otra, un periódico:



- a) ¿Dicen las dos gráficas lo mismo?
- b) ¿Cuál crees que ha elaborado cada uno? Explica la estrategia seguida para elaborar cada gráfica.
- c) Una revista ha vendido 13 000 ejemplares en 2014 y 13 500 en 2015. Dibuja una gráfica en la que parezca que las ventas han aumentado mucho, y otra, más realista, que muestre que no subieron tanto. Se supone que las gráficas han sido elaboradas por la revista y la competencia. Explica cuál ha presentado cada una.
- a) Sí, dicen lo mismo, que el desempleo ha pasado de 5 040 222 a 4 698 780.
- b) El gobierno ha elaborado la gráfica de la izquierda para que parezca que el descenso del desempleo ha sido mucho más notable de lo que en realidad ha sido.
- c) Por ejemplo:




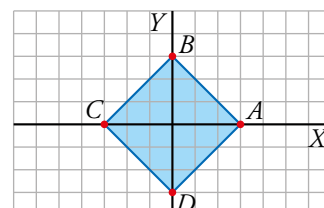
Esta gráfica la presenta la revista para parecer más exitosa.



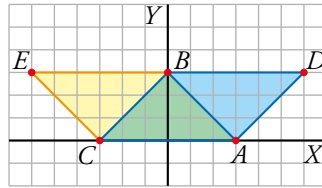
Esta gráfica la presenta la competencia, mucho más realista.

Resuelve problemas

20.  Dibuja unos ejes en un papel cuadrulado y señala los puntos $A(3, 0)$, $B(0, 3)$ y $C(-3, 0)$.
- a) Encuentra las coordenadas del cuarto punto, D , que hace que $ABCD$ sea un cuadrado.
- b) Encuentra las coordenadas del cuarto punto, D , que hace que $ABCD$ sea un paralelogramo no rectángulo. (Ojo, puede haber más de una solución.)
- c) ¿Qué características tiene el cuarto punto, D , que hace que $ABCD$ tenga forma de cometa?
- a) Las coordenadas del cuarto punto, D , son: $(0, -3)$.

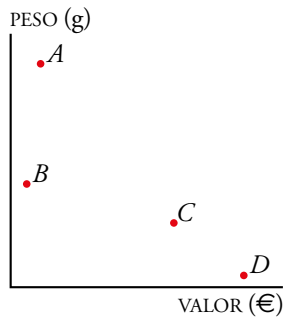


b)



c) Para que $ABCD$ sea un romboide, el cuarto punto ha de estar en el eje de ordenadas y ser menor que -3 .

21. Los puntos A , B , C y D representan cuatro objetos. Averigua a cual corresponde cada uno.



Sitúa sobre el diagrama un quinto punto, E , que represente un lápiz.

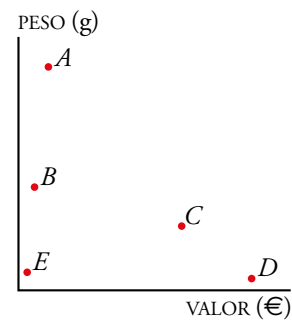
A bola de bolos

B libro

C tablet

D diamante

El lápiz (punto E) estará casi pegado al eje de ordenadas, pues vale muy poco, y casi pegado al de abscisas, puesto que pesa muy poco.



22. Relaciona cada enunciado del cuento de Caperucita con su gráfica correspondiente:

- a) Sale de casa directa a la casa de su abuela. No se para por el camino.
- b) Sale de casa, se encuentra con el lobo, se para a hablar con él y sigue su camino a la casa de su abuela.
- c) Sale de casa, vuelve porque se ha dejado la cesta y sigue su camino directo a casa de su abuela.
- d) Sale de casa, se encuentra con el lobo, charla un rato con él y sale corriendo a casa de su abuela.




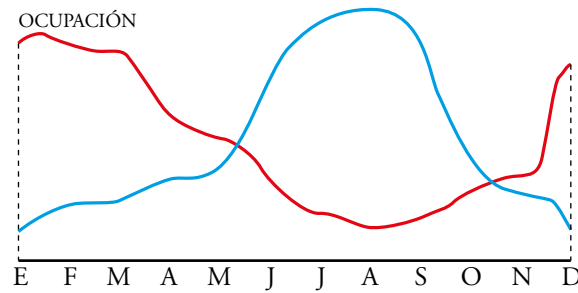
a) gráfica 3

b) gráfica 1

c) gráfica 2

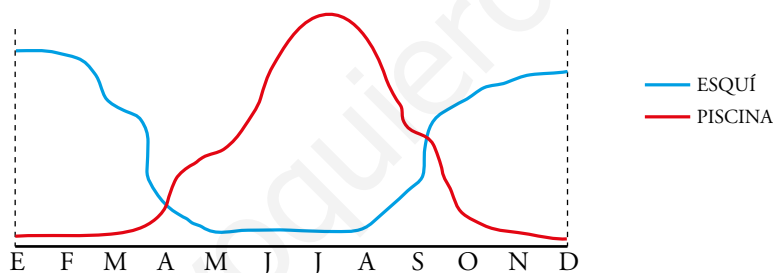
d) gráfica 4

23.  Estas dos gráficas muestran la ocupación que tienen a lo largo de un cierto año un apartamento de playa y una casa rural en la montaña:

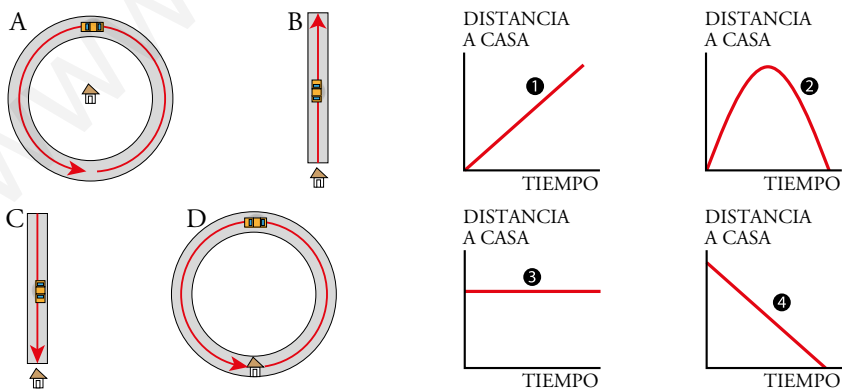


- a) ¿Cuál de ellas corresponde al apartamento y cuál a la casa rural? ¿Por qué?
 b) ¿En qué temporadas registran, más o menos, la misma ocupación?
 c) Dibuja en tu cuaderno unos ejes como estos e inventa dos curvas de ocupación: la de una piscina descubierta y la de unas pistas de esquí.

- a) La gráfica azul corresponde al apartamento en la playa, pues los meses de ocupación más alta son los de verano. Sin embargo, en la casa rural de la montaña la ocupación es más alta durante el resto del año, pues la gente suele ir a disfrutar de paseos por la nieve, y de la naturaleza en otoño y primavera.
 b) En mediados de mayo y mediados de octubre.
 c) Respuesta abierta. Aquí un ejemplo:



24.  Asocia cada situación con la gráfica correspondiente:



- A gráfica 3 B gráfica 1
 C gráfica 4 D gráfica 2

■ Taller de Matemáticas

Página 268

Observa y exprésate

Coordenadas para localizar

- **¿Cómo explicarías, mediante coordenadas, la localización del libro marcado con el número 45?**

Sección VII, estantería 3, balda 4, libro 45.

Distrito 26, Calle Sol, 7, puerta 4B.

Investiga

Coordenadas geográficas

- **Averigua las coordenadas geográficas de la localidad donde vives.**

Respuesta abierta. Depende de la localidad, por ejemplo Madrid.

40° 24' 59" Norte 3° 42' 09" Oeste.

Entrénate resolviendo problemas

Un poco de lógica

- **Anselmo Arnaiz, Bernardo Benítez y Ramón Ramírez son amigos. Cada uno tiene una hermana: Ana, Bárbara y Rosa, respectivamente. Y cada uno de ellos sale con la hermana de otro.**

En cierta ocasión, Rosa se encuentra con Bernardo y le comenta:

— Ayer estuve de compras con tu novia.

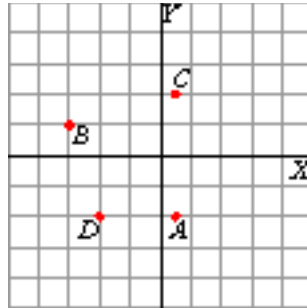
¿Podrías decir cómo están emparejados?

Ana es la novia de Bernardo, Rosa es la novia de Anselmo y Bárbara la de Ramón.

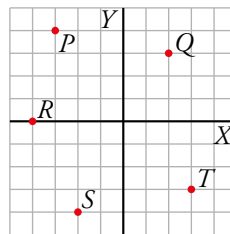
Autoevaluación

1. Representa en unos ejes coordenados los puntos siguientes:

$A(0,5; -2)$, $B(-3, 1)$, $C(1/2, 2)$, $D(-2, -2)$



2. Escribe las coordenadas de los puntos P , Q , R , S y T representados en estos ejes:



$P(-3, 4)$

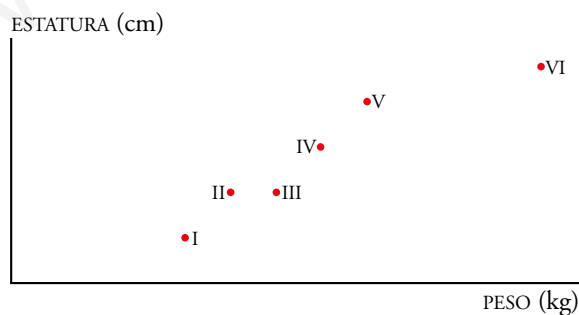
$Q(2, 3)$

$R(-4, 0)$

$S(-2, -4)$

$T(3, -3)$

3. Asigna un punto a cada uno de estos personajes:



S III

U VI

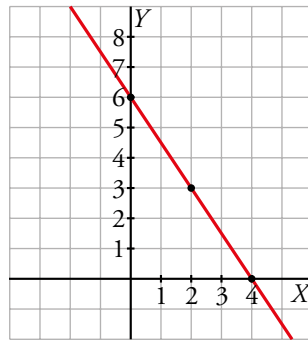
P IV

E V

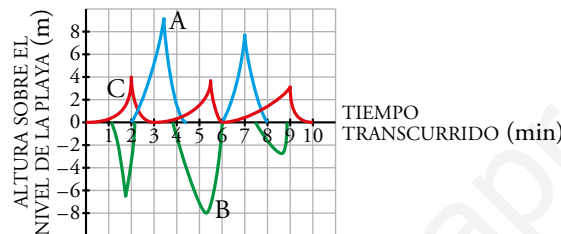
R II

X I

4. Representa, en unos ejes coordenados, la función lineal $y = 6 - 1,5x$.

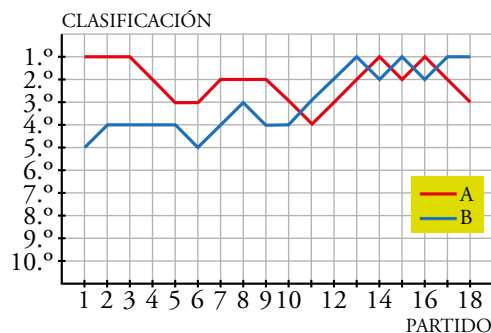


5. Las siguientes gráficas muestran la altura sobre el nivel de la playa de tres amigos a lo largo de diez minutos: Raúl el kite-surfista (surf con parapente), Esther la surfista y Sonia la que bucea con tubo. Di qué gráfica corresponde a cada uno y cuenta en breves palabras lo que hicieron. Representa en tu cuaderno la gráfica de Ángel el nadador.



Pedro: gráfica A; Esther: gráfica C; Sonia: gráfica B.

- Pedro ha dado dos saltos con su parapente sobre las olas: uno empieza en el minuto 2 y alcanza los 9 m de altura en el minuto 3 y medio. Sobre el minuto 6 vuelve a lanzarse con el parapente para coger una altura de 7 metros y pico.
 - Esther ha subido sobre las olas con su tabla de surf en tres ocasiones: en el minuto 2 alcanzó la cresta por primera vez, más adelante, en el minuto 5 y medio con una ola un poco menor y la última y menor de todas fue casi en el minuto 9.
 - Sonia, con su tubo y sus aletas, hace tres inmersiones: la primera baja un poco más de 6 m entre los minutos 1 y 2; la segunda, una inmersión más larga de dos minutos (entre el 4 y el 6) alcanzando 8 m de profundidad, y la última, desde el minuto 7 y medio hasta el 9, en el que solo bucea hasta los 3 m de profundidad.
 - La gráfica de Ángel el nadador será prácticamente igual que la de Esther.
6. Observa la clasificación de dos grandes equipos de baloncesto a lo largo de la temporada.

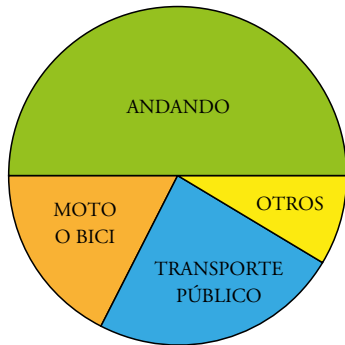


- ¿Cuántos partidos han jugado?
- ¿Cómo iban en la primera jornada?
- Describe la trayectoria de los dos equipos a lo largo de la liga.

- a) Han jugado 18 partidos.
- b) En la primera jornada, el equipo A empezó siendo el primer clasificado, mientras que el equipo B era el quinto clasificado.
- c) • El equipo A, comenzó la temporada en primera posición de la clasificación, y se mantuvo en esta durante dos jornadas. En las jornadas 3 y 4 descendió dos puestos, y se mantuvo en el tercer puesto hasta la sexta jornada. En la sexta jornada ascendió un puesto y se mantuvo en el segundo puesto hasta la jornada 9. En la novena y décima jornada descendió un puesto, quedándose cuarto en la clasificación, pero en las tres jornadas siguientes ascendió un puesto en cada una, por tanto, en la jornada 14 estaba de nuevo en primera posición. Descendió y ascendió un puesto en las jornadas 14 y 15 y en las dos jornadas siguientes descendió dos puestos, quedándose en tercer puesto al finalizar la temporada.
- El equipo B, comenzó la temporada en quinta posición. En la primera jornada ascendió a cuarta posición y se mantuvo en esta durante las siguientes cuatro jornadas. En la jornada 5 descendió a quinta posición, pero en las jornadas 6 y 7 ascendió una posición en cada una, quedándose 3^o en la jornada 8, aunque en esta bajó a 4^a posición. En la jornada 9 mantuvo la posición y en la jornada 10 empezó a ascender un puesto por jornada hasta la jornada 13, quedándose así el primero en la clasificación. Desde la jornada 13 hasta la jornada 17 bajó y subió un puesto en la clasificación, pero en la jornada 17 ya se mantuvo 1^o hasta el fin de temporada.

Diagrama de sectores

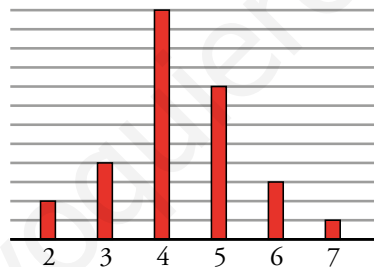
1. Sabemos que el número de alumnos que van en MOTO o BICI es 5. Mirando el gráfico, estima cuántos de los 30 alumnos corresponden a cada uno de los demás sectores.



Andando	15
Transporte público	7
Otros	3

Diagrama de barras

2. Estima cuántos alumnos han dado cada una de las respuestas (2, 3, 4, 5, 6 o 7).



Dos alumnos han contestado que 2.

Doce alumnos han contestado que 4.

Tres alumnos han contestado que 6.

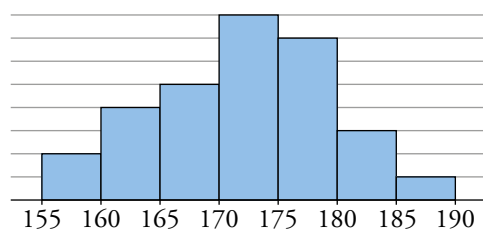
Cuatro alumnos han contestado que 3.

Ocho alumnos han contestado que 5.

Un alumno ha contestado que 7.

Histograma

3. a) ¿Cuántos alumnos miden más de 180 cm? ¿Y menos?
b) Estima el número de alumnos que miden entre 160 cm y 180 cm.



a) Hay 4 alumnos que miden más de 180 cm y 26 que miden menos de 180 cm.

b) Hay 24 alumnos que miden entre 160 cm y 180 cm.

1 Proceso para realizar un estudio estadístico

Página 272

- Lanza dos dados al aire y anota la suma de sus resultados.**
 - ¿Cuántos resultados posibles puedes obtener?
 - Realiza la experiencia 20 veces y anota los resultados. (Recogida de datos por experimentación).
 - Hay 11 resultados posibles.
 - Respuesta abierta.
- Anota la marca de las 15 primeras zapatillas deportivas que veas en tu centro escolar. (Recogida de datos por observación).**

Respuesta abierta.
- Pregunta a diez personas por el día de su cumpleaños y anota si es en:**

PRIMAVERA (P)	VERANO (V)
OTOÑO (O)	INVIERNO (I)

Respuesta abierta.
- Se quiere hacer un estudio sobre el sexo (niño, niña) de los bebés nacidos en una localidad durante el último mes. ¿Dónde crees que se deberían recoger los datos?**

En el registro civil de esa localidad.

5. Indica si cada una de las siguientes variables estadísticas es cuantitativa o cualitativa:
- a) Equipo de fútbol preferido.
 - b) Edad.
 - c) Lugar de nacimiento.
 - d) Número de asignaturas suspendidas en la primera evaluación.
 - e) Asignaturas aprobadas en la segunda evaluación.
 - f) Número de viviendas que hay en tu calle.
 - g) Tiempo que tardas en correr los 100 m lisos.
- Cuantitativas b), d), f), g)
Cualitativas a), c), e)
6. Reconoce, en cada una de las siguientes situaciones, la población, la muestra y los individuos.
- a) Una fábrica de bombillas quiere hacer un control de calidad. Para ello, analiza una bombilla de cada caja de 1 000.
 - b) Una farmacéutica visita a un médico de cada hospital para enseñarle sus nuevos productos.
 - c) Un agricultor recoge una naranja de cada uno de los árboles de su naranjal para comprobar la cantidad de zumo que puede obtenerse.
 - d) Tomo una golosina de cada cubo de la tienda.
- a) Población: Todas las bombillas fabricadas.
Individuos: Cada una de las bombillas.
Muestra: Las bombillas seleccionadas (una de cada caja de 1 000).
- b) Población: Todos los médicos de todos los hospitales que visita la farmacéutica.
Individuos: Cada uno de los médicos de esos hospitales.
Muestra: Los médicos a los que visita la farmacéutica.
- c) Población: Todas las naranjas del naranjal.
Individuos: Cada una de las naranjas del naranjal.
Muestra: Las naranjas que recoge el agricultor.
- d) Población: Todas las golosinas de la tienda.
Individuos: Cada una de las golosinas de la tienda.
Muestra: Las golosinas que tomo.

2 Frecuencia y tablas de frecuencias

Página 274

1. Se pregunta a 40 estudiantes qué prefieren hacer en su tiempo libre: deporte (D), leer (L), ver la tele (T), salir con amigos (S), jugar con videojuegos (V). Los resultados son:

S	S	D	S	V	S	L	S	D	T
L	V	S	S	L	D	D	S	V	L
D	S	S	V	S	D	V	D	D	V
V	T	S	S	D	L	D	T	T	L

Confecciona una tabla de frecuencias con los resultados obtenidos.

VALORES	FRECUENCIAS
D	10
L	6
T	4
S	13
V	7
	40

2. Se ha contabilizado el número de libros leídos en las vacaciones de verano por los 30 estudiantes de un curso. Estos son los resultados:

1	3	1	0	4	4	1	0	2	3
0	1	1	2	3	2	3	1	1	6
1	1	2	1	2	0	0	2	1	4

Realiza la correspondiente tabla de frecuencias.

VALORES	FRECUENCIAS
0	5
1	11
2	6
3	4
4	3
5	0
6	1
	30

3. Construye la tabla de frecuencias del ejemplo del margen de esta página.

VALORES	FRECUENCIAS
0	2
1	4
2	4
3	3
4	0
5	2
	15

4. a) Hemos lanzado un dado 50 veces y el 6 ha salido 7 veces. Decimos que $f(6) = 7$. Halla su frecuencia relativa y su porcentaje.

b) Si lanzamos una moneda 64 veces y obtenemos cara en 27 ocasiones, ¿cuál es la frecuencia absoluta, la frecuencia relativa y el porcentaje de salir cara?

a) $f_r(6) = \frac{7}{50} = 0,14 \quad 14\%$

b) $f(C) = 27$

$f_r = \frac{27}{64} = 0,42 \quad 42\%$

5. Estos han sido todos los resultados de una tanda de lanzamientos de un dado. Completa en tu cuaderno la tabla con las frecuencias relativas y los porcentajes.

PUNTUACIONES	FRECUENCIAS
1	10
2	9
3	8
4	6
5	10
6	7

PUNTUACIONES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS	FRECUENCIAS RELATIVAS	PORCENTAJES
1	10	$\frac{10}{50} = 0,2$	20%
2	9	$\frac{9}{50} = 0,18$	18%
3	8	$\frac{8}{50} = 0,16$	16%
4	6	$\frac{6}{50} = 0,12$	12%
5	10	$\frac{10}{50} = 0,2$	20%
6	7	$\frac{7}{50} = 0,14$	14%
TOTAL	50	1	100%

6. En un curso hay 18 chicas y 12 chicos. Haz una tabla con los dos valores, CHICA y CHICO, y las frecuencias absolutas, las frecuencias relativas y los porcentajes.

VALORES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS	FRECUENCIAS RELATIVAS	PORCENTAJES
Chicas	18	$\frac{18}{30} = 0,6$	60%
Chicos	12	$\frac{12}{30} = 0,4$	40%
TOTAL	30	1	100%

7. Lanza una moneda 100 veces y haz una tabla con los valores CARA y CRUZ y las frecuencias absolutas, las frecuencias relativas (dadas con números decimales) y los porcentajes.

Respuesta abierta.

8. Completa la tabla del ejercicio 1 de la página anterior con dos columnas más: las frecuencias relativas y los porcentajes.

VALORES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS	FRECUENCIAS RELATIVAS	PORCENTAJES
D	10	$\frac{10}{40} = 0,25$	25 %
L	6	$\frac{6}{40} = 0,15$	15 %
T	4	$\frac{4}{40} = 0,10$	10 %
S	13	$\frac{13}{40} = 0,325$	32,5 %
V	7	$\frac{7}{40} = 0,175$	17,5 %
TOTAL	40	1	100 %

9. Completa la tabla del ejercicio 2 de la página anterior con las frecuencias relativas y los porcentajes.

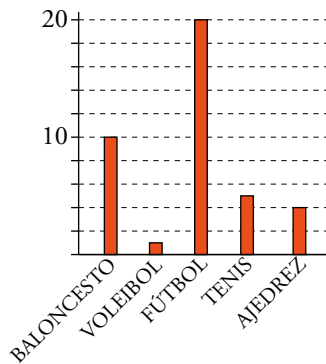
VALORES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS	FRECUENCIAS RELATIVAS	PORCENTAJES
0	5	$\frac{5}{30} = 0,17$	17 %
1	11	$\frac{11}{30} = 0,37$	37 %
2	6	$\frac{6}{30} = 0,2$	20 %
3	4	$\frac{4}{30} = 0,13$	13 %
4	3	$\frac{3}{30} = 0,1$	10 %
5	0	$\frac{0}{30} = 0$	0 %
6	1	$\frac{1}{30} = 0,03$	3 %
TOTAL	30	1	100 %

3 Gráficos estadísticos

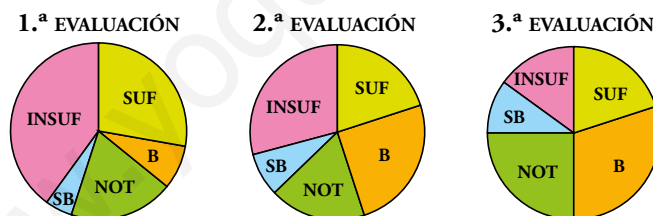
Página 277

1. Este diagrama de barras representa los deportes preferidos por los alumnos de una clase.

- a) ¿Cuál es el que más gusta? ¿Y el que menos?
- b) ¿Cuántos prefieren el tenis?
- c) ¿Cuántos alumnos hay en clase?



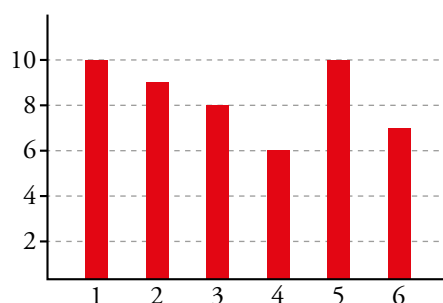
- a) El deporte que más gusta es el fútbol, y el voleibol, el que menos.
 - b) Hay 5 alumnos que prefieren el tenis.
 - c) En clase hay 40 alumnos.
2. Estas son las notas en matemáticas de un grupo de alumnos en las tres evaluaciones del año:



Explica cómo han evolucionado.

El número de suspensos ha ido disminuyendo con cada evaluación de forma considerable y las notas han ido mejorando. Se ha pasado de casi tres cuartas partes con insuficiente y suficiente a más de la mitad de la clase con notable y bien, y solo un sexto, aproximadamente, de suspensos.

3. Representa con un diagrama de barras los datos del ejercicio 5 del epígrafe anterior.



4 Parámetros estadísticos

Página 278

1. Mis notas en los exámenes de matemáticas de esta evaluación han sido: 7; 3; 8; 9,5 y 4.

a) ¿Qué nota media tengo hasta el momento?

b) Si tuviéramos un examen más y obtuviera un 2, ¿aprobaría la evaluación?

c) ¿Qué nota debo sacar en el sexto examen para que la media sea 6,5?

$$a) \frac{7 + 3 + 8 + 9,5 + 4}{5} = \frac{31,5}{5} = 6,3$$

La nota media que tengo es un 6,3.

$$b) \frac{7 + 3 + 8 + 9,5 + 4 + 2}{6} = \frac{33,5}{6} = 5,58$$

La nota media que obtendría sería un 5,58, por tanto, aprobaría la evaluación.

$$c) \frac{7 + 3 + 8 + 9,5 + 4 + x}{6} = \frac{31,5 + x}{6} = 6,5 \quad 31,5 + x = 6,5 \cdot 6 = 39 \quad x = 39 - 31,5 = 7,5$$

La nota que debo sacar en el sexto examen debería ser 7,5.

2. a) Calcula la media de las edades de los participantes en un campamento de verano a partir de la siguiente tabla:

EDADES	12	13	14	15	16	17
FRECUENCIAS	24	22	15	18	17	4

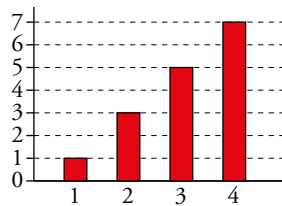
b) Si contamos a Miguel y Ana, los dos monitores de 32 y 27 años, ¿cuál es la media?

$$a) \text{Media} = \frac{12 \cdot 24 + 13 \cdot 22 + 14 \cdot 15 + 15 \cdot 18 + 16 \cdot 17 + 17 \cdot 4}{24 + 22 + 15 + 18 + 17 + 4} = \frac{1394}{100} = 13,94$$

$$b) \text{Media} = \frac{1394 + 32 + 27}{100 + 2} = \frac{1453}{102} = 14,25$$

3. ¿Verdadero o falso?

- a) En una distribución cuya variable es cualitativa no se puede calcular la mediana.
- b) La media de las edades de Ana, su madre y su abuela es 40. Si la abuela de Ana tiene 60 años, Ana debe tener 20 años.
- c) La mediana de las puntuaciones de once equipos es 40. Si el 5.º clasificado tiene 42 puntos, el 7.º tendrá 38.
- d) La mediana de la distribución dada en el siguiente diagrama de barras es 3.



- a) Verdadero.
- b) Falso. Para que la media de edad de las tres sea 40, sabiendo que la abuela tiene 60 años. la suma de los años de Ana y su madre tiene que ser 60. Por tanto, la edad de Ana no tiene que ser necesariamente 20 años, puede tener otras edades.
- c) Falso. Para calcular la mediana los datos numéricos deben estar ordenados.
- d) Verdadero.

4. Halla la mediana de cada distribución:

- a) 4, 6, 7, 9, 10, 11, 20
- b) 4, 6, 7, 7, 10, 11, 20
- c) 4, 6, 7, 9, 9, 10, 11, 20
- d) 4, 6, 7, 7, 9, 10, 11, 20
- e) 1, 2, 3, 4, 6, 6, 7, 1000

- a) 9
- b) 7
- c) $\frac{9+9}{2} = 9$
- d) $\frac{7+9}{2} = 8$
- e) $\frac{4+6}{2} = 5$

5. Añade un nuevo valor a los datos:

10, 15, 17, 24, 29, 36 y 40

para que la mediana sea:

- a) 24
 - b) 20,5
 - c) 21
 - d) 26,5
 - e) 22
 - f) 25
- a) 24
 - b) $\frac{24+x}{2} = 20,5 \quad x = 17$
 - c) $\frac{24+x}{2} = 21 \quad x = 18$
 - d) $\frac{24+x}{2} = 26,5 \quad x = 29$
 - e) $\frac{24+x}{2} = 22 \quad x = 20$
 - f) $\frac{24+x}{2} = 25 \quad x = 26$

6. Indica la moda de cada una de estas distribuciones:

a)

COLOR PREFERIDO	Rojo	Amarillo	Azul
FRECUENCIAS	6	4	5

b)

N.º DE MASCOTAS	0	1	2	3	4
FRECUENCIAS	3	9	8	8	6

a) La moda es el color rojo

b) La moda es 1 mascota.

7. La siguiente tabla muestra la distribución del color del pelo que tienen los alumnos de una clase:

COLOR DEL PELO	Moreno	Castaño	Rubio	Pelirrojo
FRECUENCIAS	13	13	3	1

¿Cuál es la moda?

Las modas son moreno y castaño. Es una distribución bimodal.

8. Inventa una distribución con tres modas.

Respuesta abierta.

9. Las alturas y los pesos de ocho amigos son:

ALTURA (cm)	165	172	171	168	174	176	167	173
PESO (kg)	53	67	72	68	80	75	69	64

Responde a los siguientes apartados:

- Halla la media y la mediana de cada una de las dos variables: altura y peso.
- Determina el recorrido de cada variable.
- Calcula la desviación media de cada variable.

a) Altura $MEDIA = \frac{165 + 172 + 171 + 168 + 174 + 176 + 167 + 173}{8} = 170,75 \text{ cm}$

$$MEDIANA = \frac{171 + 172}{2} = 171,5 \text{ cm}$$

Peso $MEDIA = \frac{53 + 67 + 72 + 68 + 80 + 75 + 69 + 64}{8} = 68,5 \text{ kg}$

$$MEDIANA = \frac{68 + 69}{2} = 68,5 \text{ kg}$$

b) Recorrido de la altura = $176 - 165 = 11$.

Recorrido del peso = $80 - 53 = 27$.

c) Para la altura:

$$Dm = \frac{5,75 + 1,25 + 0,25 + 2,75 + 3,25 + 5,25 + 3,75 + 2,25}{8} = 3,0625$$

Para el peso:

$$Dm = \frac{15,5 + 1,5 + 3,5 + 0,5 + 11,5 + 6,5 + 0,5 + 4,5}{8} = 5,5$$

5 Sucesos aleatorios. Probabilidad

Página 282

1. Utiliza acontecimientos climáticos (lluvia, nieve, granizo...) en distintos lugares para describir:

- Un suceso *muy probable*.
- Otro *medianamente probable*.
- Otro *muy improbable*.

Por ejemplo:

- Es muy probable que un día de primavera en Galicia llueva.
- Es medianamente probable que ese mismo día, en Madrid, granice.
- Es muy improbable que un día de verano, en Sevilla, llueva.

2. ¿A qué crees que se llama suceso imposible? ¿Y suceso seguro? Pon un ejemplo de cada uno.

Suceso imposible: el que no ocurre nunca.

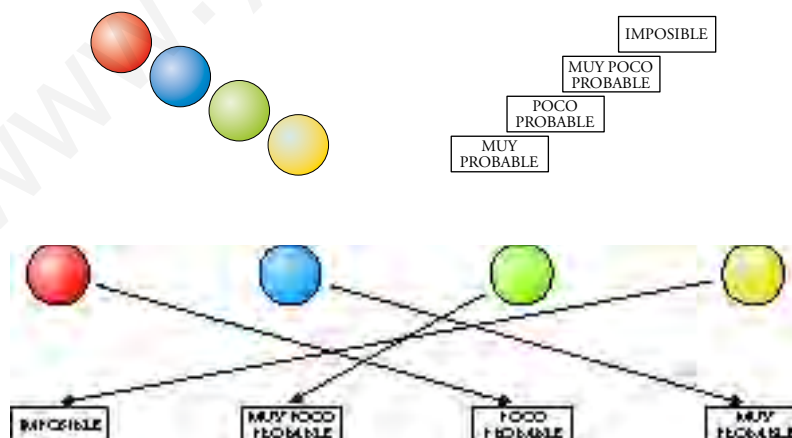
Suceso seguro: el que ocurre siempre.

Ejemplos:

- Que salga un siete al lanzar un dado normal de 6 caras es un suceso imposible.
- Que salga el sol mañana es un suceso seguro.

3. Echamos en una bolsa dos puñados de bolas rojas, diez puñados de bolas azules y una bola verde.

Nos disponemos a sacar una bola al azar. Indica en tu cuaderno qué probabilidad asignas a cada suceso (color de la bola que vamos a sacar).



4. En una bolsa hay 3 bolas rojas, 2 verdes, 1 azul y 4 amarillas, todas del mismo tamaño. ¿Cuál es la probabilidad de cada color?

$$P[\text{ROJA}] = \frac{3}{10}$$

$$P[\text{VERDE}] = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$P[\text{AZUL}] = \frac{1}{10}$$

$$P[\text{AMARILLA}] = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

5. Salva ha lanzado, en lo que va de temporada, 340 veces a canasta, y ha enceestado 110. ¿Cuál es su probabilidad de encestar en un nuevo intento?

$$P[\text{SALVA ENCESTA}] = \frac{110}{340} = \frac{11}{34}$$

VALORES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS	FRECUENCIAS RELATIVAS	PORCENTAJES
Soleado	8	$\frac{8}{31} = 0,26$	26 %
Sol y nubes	12	$\frac{12}{31} = 0,39$	39 %
Nublado	5	$\frac{5}{31} = 0,16$	16 %
Lluvia fina	3	$\frac{3}{31} = 0,1$	10 %
Lluvia torrencial	1	$\frac{1}{31} = 0,03$	3 %
Nieve	2	$\frac{2}{31} = 0,06$	6 %
TOTAL	31	1	100 %


4.  Estos son los errores cometidos en un test:

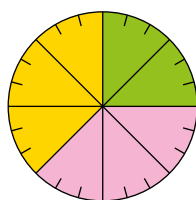
2	3	2	1	0	1	2	2	1	3
0	3	2	4	0	1	1	2	0	2
2	3	2	0	0	1	0	4	2	1

Realiza la tabla de frecuencias absolutas y relativas.

VALORES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS	FRECUENCIAS RELATIVAS	PORCENTAJES
0	7	$\frac{7}{30} = 0,233$	23,3 %
1	7	$\frac{7}{30} = 0,233$	23,3 %
2	10	$\frac{10}{30} = 0,333$	33,3 %
3	4	$\frac{4}{30} = 0,1333$	13 %
4	2	$\frac{2}{30} = 0,0666$	7 %
TOTAL	30	1	99,999... % \approx 100 %

Gráficos estadísticos

5.  Este diagrama de sectores representa la distribución de los 24 estudiantes de una clase de 1.º de ESO, según se queden o no a comer en el colegio:




- SE QUEDAN A COMER
- SE QUEDAN A VECES
- NO SE QUEDAN

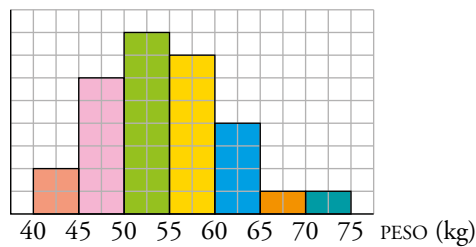
a) ¿Qué fracción de los alumnos se quedan a comer?

b) ¿Qué porcentaje no se queda nunca?

a) $\frac{3}{8}$

b) 25 %

6.  El peso de los alumnos de una clase viene reflejado en el siguiente histograma:



Hay un solo alumno que pesa más de 70 kg.

a) ¿De qué color es la barra donde se ubica un alumno de 57 kg?

b) ¿Cuántos alumnos pesan entre 60 kg y 65 kg?

c) ¿Cuántos alumnos pesan más de 50 kg?

d) ¿Cuántos alumnos hay en clase?

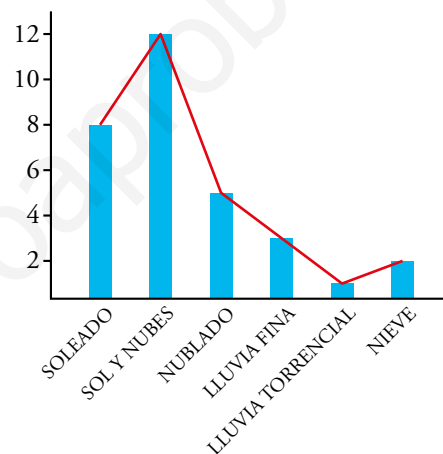
a) Amarilla

b) 4

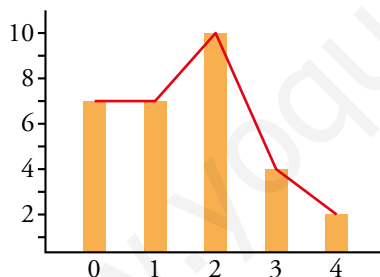
c) 21

d) 29


7.  a) Dibuja el diagrama de barras y el polígono de frecuencias correspondiente al ejercicio 3.



b) Haz lo mismo para el ejercicio 4.



Parámetros estadísticos

8.  Halla la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media de los datos del ejercicio 4.


Media = 1,57

Mediana = 2

Moda = 2

Recorrido = 4

Desviación media = 2,8

9.  Dados los siguientes datos:

1	1	2	1	2	1	2	4	1	3
2	1	1	2	3	2	2	3	4	1
1	3	1	4	1	1	2	1	1	1
1	1	2	1	1	2	1	4	4	3

a) Construye una tabla de frecuencias.

b) Calcula la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media.

a)

VALORES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS	FRECUENCIAS RELATIVAS	PORCENTAJES
1	20	$\frac{20}{40} = 0,5$	50 %
2	10	$\frac{10}{40} = 0,25$	25 %
3	5	$\frac{5}{40} = 0,125$	12,5 %
4	5	$\frac{5}{40} = 0,125$	12,5 %
TOTAL	40	1	100 %


b) Media = 1,875

Mediana = 1,5

Moda = 1

Recorrido = 3

Desviación media = 0,875

10.  **Calcula la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media de estas distribuciones:**

a) 2, 4, 4, 41, 17, 13, 24

b) 1, 3, 8, 9, 4, 1, 1, 7, 10, 10

c) 1, 3, 5, 4, 2, 8, 9, 6, 10, 6

d) 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1

e)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f	0	0	1	1	6	15	9	4	3	0	1

f)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f	9	6	1	1	0	1	1	1	1	7	12

a) Media = 15

Mediana = 13

Moda = 4

Recorrido = 39

Desviación media = 10,57

b) Media = 5,4

Mediana = 5,5

Moda = 1

Recorrido = 9

Desviación media = 3,4

c) Media = 5,4

Mediana = 5,5

Moda = 6

Recorrido = 9

Desviación media = 2,4

d) Media = 2,29

Mediana = 2

Moda = 1, 2 y 3. Es una distribución trimodal.

Recorrido = 3

Desviación media = 0,9

e) Media = 5,5

Mediana = 5

Moda = 5

Recorrido = 10

Desviación media = 1,125

f) Media = 5,5


Mediana = 7,5

Moda = 10

Recorrido = 10

Desviación media = 4,15

Probabilidad

11.  Di cuáles de estas experiencias son aleatorias:

a) Tiramos una moneda desde cierta altura y cronometramos el tiempo que tarda en llegar al suelo.


b) Lanzamos una moneda y vemos si sale cara o cruz.

c) Lanzamos una moneda a un suelo embaldosado y observamos si toca raya o no.

a) No aleatoria

b) Aleatoria

c) Aleatoria

12.  Marcos ha dado en el centro de la diana en 36 de las 250 veces que ha probado. ¿Qué probabilidad asignas al suceso “en la próxima tirada dará en el centro”?

$$P[\text{CENTRO DE DIANA}] = \frac{36}{250} = 0,144$$

La probabilidad de que Marcos acierte en la diana en la próxima tirada es aproximadamente igual a 0,1.

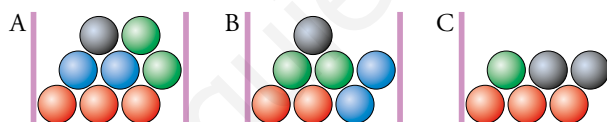
13.  Halla, en cada urna, la probabilidad de sacar:

a) Roja

b) Azul

c) Negra

d) Verde



a) URNA A $P[\text{ROJA}] = \frac{3}{8} = 0,375$

b) URNA A $P[\text{AZUL}] = \frac{2}{8} = 0,25$

URNA B $P[\text{ROJA}] = \frac{2}{7} = 0,29$

URNA B $P[\text{AZUL}] = \frac{2}{7} = 0,29$

URNA C $P[\text{ROJA}] = \frac{3}{6} = 0,5$

URNA C $P[\text{AZUL}] = \frac{0}{6} = 0$

c) URNA A $P[\text{NEGRA}] = \frac{1}{8} = 0,125$

b) URNA A $P[\text{VERDE}] = \frac{2}{8} = 0,25$

URNA B $P[\text{NEGRA}] = \frac{1}{7} = 0,14$

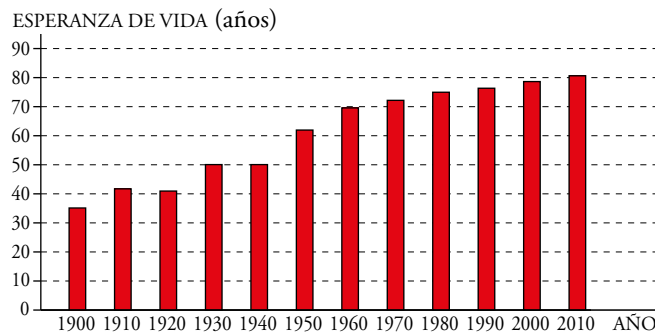
URNA B $P[\text{VERDE}] = \frac{2}{7} = 0,29$

URNA C $P[\text{NEGRA}] = \frac{2}{6} = 0,33$

URNA C $P[\text{VERDE}] = \frac{1}{6} = 0,17$


Interpreta, describe, exprésate

14.  Este diagrama muestra la evolución de la esperanza de vida en España desde 1900 a 2010:



- a) ¿Cuál era la esperanza de vida en 1930?
- b) ¿Qué década ha sufrido mayor crecimiento?
- c) ¿Por qué crees que ha crecido la esperanza de vida estos últimos 100 años? Describe la evolución.
- a) La esperanza de vida en 1930 era de 50 años.
- b) La década que ha sufrido mayor crecimiento fue la de los 40.
- c) Excepto en la década de los 30 (coincidiendo con la guerra civil y la posguerra), la esperanza de vida ha aumentado debido al avance de la medicina, la tecnología, etc.

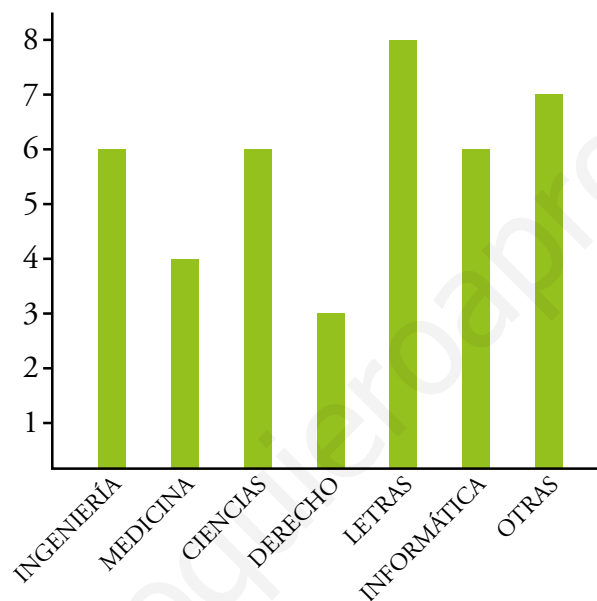
Resuelve problemas

15.  A los estudiantes de un curso se les pregunta por el tipo de carrera que van a estudiar. Las respuestas se presentan en la tabla de la derecha.

INGENIERÍA	6
MEDICINA	4
CIENCIAS	6
DERECHO	3
LETRAS	8
INFORMÁTICA	6
OTRAS	7


- Representa estos datos en un diagrama de barras.
- ¿Por qué esta distribución no tiene ni media ni mediana?
- ¿Cuál es la moda?
- Halla el porcentaje correspondiente a cada tipo de carrera.

a)



- Esta distribución no tiene ni media ni mediana por ser una distribución cualitativa.
- La moda de esta distribución es letras.

- d) Ingeniería, Ciencia, Informática $\frac{6}{40} = 0,15$ 15 %
- Medicina $\frac{4}{40} = 0,10$ 10 % Derecho $\frac{3}{40} = 0,075$ 7,5 %
- Letras $\frac{8}{40} = 0,20$ 20 % Otras $\frac{7}{40} = 0,175$ 17,5 %

16.  Lanzamos un dado 40 veces. Estos son los resultados obtenidos:

3	5	1	2	5	5	3	4	6	2
4	3	6	4	1	6	4	2	6	1
4	3	5	6	2	1	5	6	6	2
4	2	3	2	6	5	4	1	6	1

- Haz una tabla de frecuencias absolutas, frecuencias relativas y porcentajes.
- Calcula la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media de la distribución.

a)

VALORES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS	FRECUENCIAS RELATIVAS	PORCENTAJES
1	6	$\frac{6}{40} = 0,15$	15 %
2	10	$\frac{7}{40} = 0,175$	17,5 %
3	5	$\frac{5}{40} = 0,125$	12,5 %
4	5	$\frac{7}{40} = 0,175$	17,5 %
5	6	$\frac{6}{40} = 0,15$	15 %
6	9	$\frac{9}{40} = 0,225$	22,5 %
TOTAL	40	1	100 %

b) Media = 3,675

Mediana = 4

Moda = 6

Recorrido = 5

Desviación media = 1,5575

17.  Tiramos dos dados y restamos sus puntuaciones. Por ejemplo, si sale 3 y 5, anotamos 2; si sale 4 y 4, anotamos 0. Estos son los resultados obtenidos en 100 tiradas:

2	0	4	1	2	0	5	1	3	2
3	5	2	1	3	4	1	3	0	4
1	1	1	0	2	2	1	3	1	4
5	1	2	0	4	3	2	0	3	0
2	3	1	1	1	2	1	5	2	4
2	3	0	2	3	0	3	3	1	2
4	4	0	1	0	4	2	3	3	3
2	1	1	1	2	1	2	4	2	3
2	5	0	2	1	2	1	1	3	3
0	0	2	4	1	1	0	2	0	4

- a) Haz una tabla de frecuencias absolutas, frecuencias relativas y porcentajes.
- b) Calcula la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media de la distribución.
- c) Representa los datos en un diagrama de barras y dibuja sobre él un polígono de frecuencias.

a)

VALORES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS	FRECUENCIAS RELATIVAS	PORCENTAJES
0	16	$\frac{16}{100} = 0,16$	16 %
1	25	$\frac{25}{100} = 0,25$	25 %
2	24	$\frac{24}{100} = 0,24$	24 %
3	18	$\frac{18}{100} = 0,18$	18 %
4	12	$\frac{12}{100} = 0,12$	12 %
5	5	$\frac{5}{100} = 0,05$	5 %
TOTAL	100	1	100 %

b) Media = 2

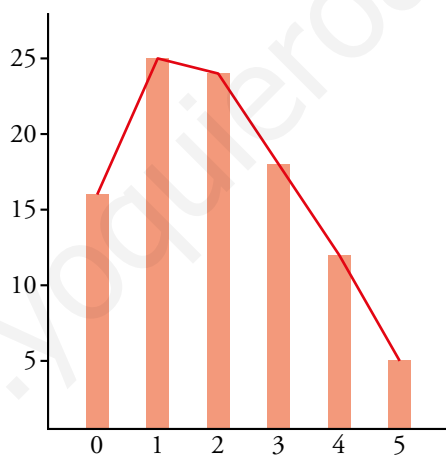
Mediana = 2

Moda = 1

Recorrido = 5

Desviación media = 1,14

c)



18. Estas son las notas que un profesor ha puesto a sus alumnos en el último examen que ha hecho:

1	5	8	6	2	2	7	8	4	9
4	6	5	4	5	7	2	3	6	8
9	3	2	5	3	10	6	10	1	10
6	8	7	8	4	5	5	6	10	5

a) ¿Cómo es la variable, cuantitativa o cualitativa?

b) Recoge los datos en una tabla de frecuencias.

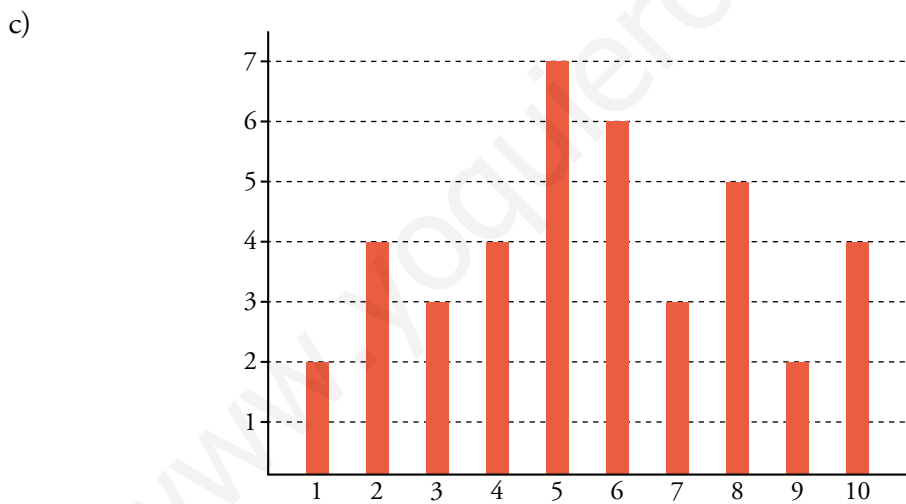
c) Elabora un diagrama de barras.

d) Halla la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media.

a) La variable es cuantitativa.

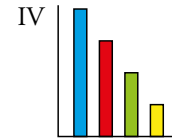
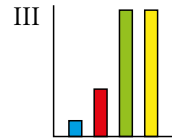
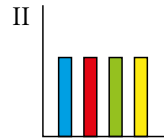
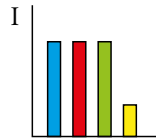
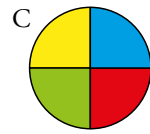
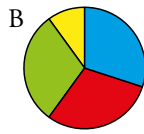
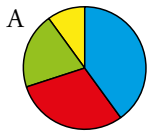
b)

VALORES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS	FRECUENCIAS RELATIVAS	PORCENTAJES
1	2	$\frac{2}{40} = 0,05$	5 %
2	4	$\frac{4}{40} = 0,1$	10 %
3	3	$\frac{3}{40} = 0,075$	7,5 %
4	4	$\frac{4}{40} = 0,1$	10 %
5	7	$\frac{7}{40} = 0,175$	17,5 %
6	6	$\frac{6}{40} = 0,15$	15 %
7	3	$\frac{3}{40} = 0,075$	7,5 %
8	5	$\frac{5}{40} = 0,125$	12,5 %
9	2	$\frac{2}{40} = 0,05$	5 %
10	4	$\frac{4}{40} = 0,1$	10 %
TOTAL	40	1	100 %



- d) Media = 5,625
 Mediana = 6,5
 Moda = 5
 Recorrido = 9
 Desviación media = 2,17

19.  Asocia a cada diagrama de sectores su correspondiente diagrama de barras:




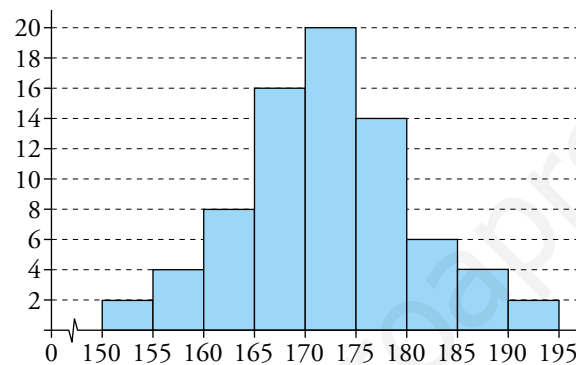
A IV

B I

C II

D III

20.  El siguiente histograma muestra las estaturas (en cm) de los socios de cierto grupo de montaña:



a) ¿Cuántos hay que midan entre 170 cm y 180 cm?

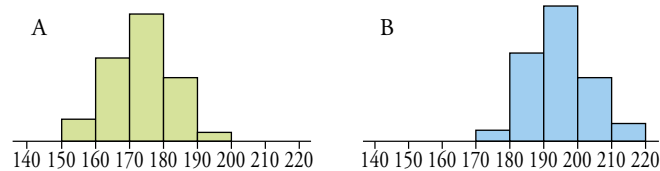
b) ¿Cuántos miden más de 190 cm? ¿Y menos de 155 cm?


a) Hay 34 socios que miden entre 170 cm y 180 cm.

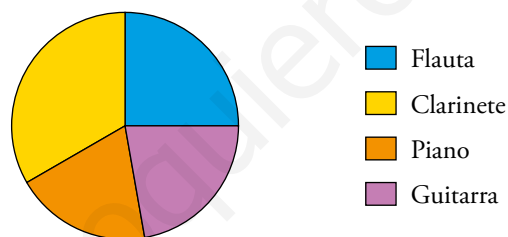
b) Hay dos personas que miden más de 190 cm y dos que miden menos de 155 cm.

Resuelve problemas

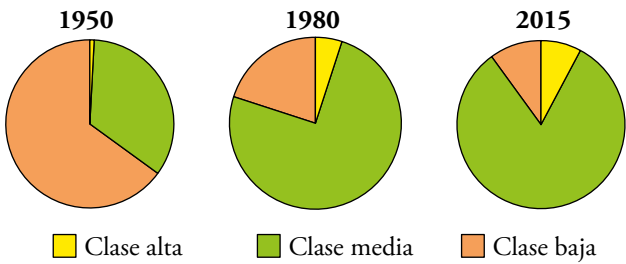
21.  Estos histogramas corresponden a las alturas de los jugadores de las escuelas de fútbol y baloncesto.

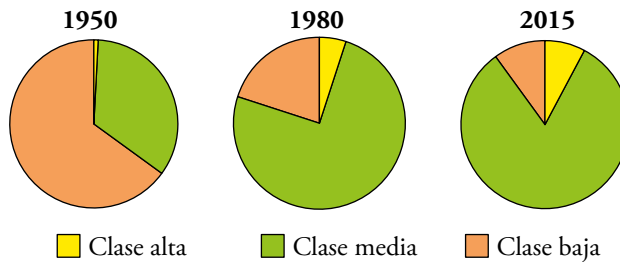


- a) Indica a qué escuela corresponde cada uno.
- b) Inventa un histograma para las alturas de los 30 alumnos de una clase de 4.º de primaria.
- a) El histograma de la derecha corresponde a la escuela de baloncesto, pues los componentes del equipo son más altos, y el de la izquierda a la escuela de fútbol porque las estaturas están más repartidas.
- b) Respuesta abierta.
22.  En la clase de Música, cada alumno tiene que elegir un instrumento entre cuatro posibles. La distribución de los alumnos según el instrumento elegido viene dada por este diagrama de sectores:



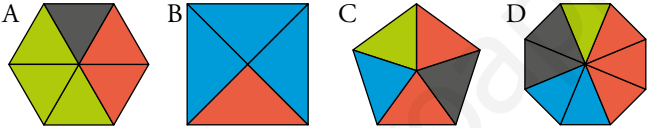
- a) ¿Cuál es el instrumento más elegido? ¿Y el menos?
- b) ¿Hay algún instrumento que lo hayan elegido exactamente el 25% de la clase?
- c) Sabiendo que los alumnos que han elegido cada instrumento son 7, 8, 9 y 12, ¿qué número corresponde a cada uno de ellos?
- a) El instrumento más elegido es el clarinete y el menos elegido, el piano.
- b) Sí, la flauta.
- c) Flauta 9
Clarinete 12
Piano 7
Guitarra 8

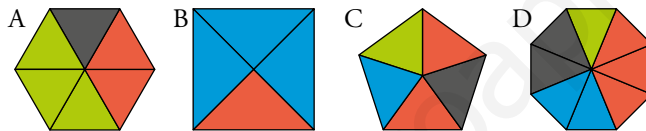
23.  La evolución de las clases sociales de un cierto país viene dada por estos tres diagramas de sectores:



Explica cómo han evolucionado las clases sociales en el país a lo largo de estos últimos 65 años.

Durante los primeros 30 años se puede observar que la clase media prácticamente se ha duplicado, mientras que la clase baja ha disminuido considerablemente y la clase alta, que era casi inexistente, ha crecido un poco; en los siguientes 35 años la clase media ha seguido creciendo (estando al final alrededor del 85%), la clase alta también ha seguido creciendo a un ritmo más lento y la baja ha ido disminuyendo (estando estas dos sobre un 8%).

24.  Calcula la probabilidad de obtener rojo, azul, negro y verde en cada una de estas ruletas:



a) $P[\text{ROJO}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P[\text{NEGRO}] = \frac{1}{6}$

b) $P[\text{ROJO}] = \frac{1}{4}$

$P[\text{NEGRO}] = 0$

c) $P[\text{ROJO}] = \frac{2}{5}$

$P[\text{NEGRO}] = \frac{1}{5}$

d) $P[\text{ROJO}] = \frac{3}{8}$

$P[\text{NEGRO}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P[\text{AZUL}] = 0$

$P[\text{VERDE}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P[\text{AZUL}] = \frac{3}{4}$

$P[\text{VERDE}] = 0$


$P[\text{AZUL}] = \frac{1}{5}$

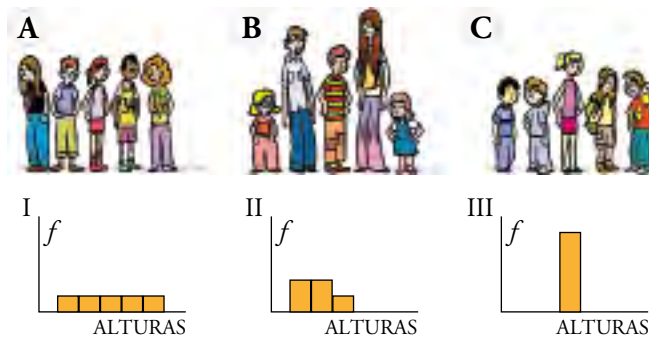
$P[\text{VERDE}] = \frac{1}{5}$

$P[\text{AZUL}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P[\text{VERDE}] = \frac{1}{8}$

Problemas “+”

25.  Asocia cada grupo de amigos con su diagrama de barras y con su media y desviación media:



a) med. = 165 cm

b) med. = 175 cm

c) med. = 175 cm

Dm = 10 cm

Dm = 2 cm

Dm = 15 cm

A III, b)

B I, c)

C II, a)

26.  ¿Verdadero o falso?

a) La media de un grupo de datos es 5. Si se multiplican todos los datos por 2, la media será 10.

b) Si la media de un conjunto, A, de datos es 10 y la de otro, B, es 20, entonces la media del conjunto formado por los elementos de A y de B es 15.

c) La afirmación anterior solo ocurre cuando ambos conjuntos tienen el mismo número de elementos.


d) Si la media de un conjunto de datos es 7 y se añade un elemento más cuyo valor es 7, entonces la media del nuevo conjunto sigue siendo 7.

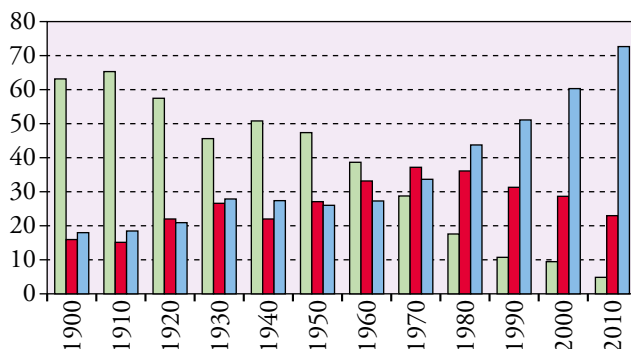
a) Verdadero.

b) Falso. Sean los conjuntos de datos $A = \{5, 15\}$ y $B = \{25, 49, 5, 1\}$. La media de A es 10 y la media de B es 20, pero la media del conjunto formado por A y B es 16,7.

c) Verdadero.

d) Verdadero.

27.  Observa la evolución por sectores (agricultura, industria y servicios, por orden) de la población activa de 1900 a 2010.

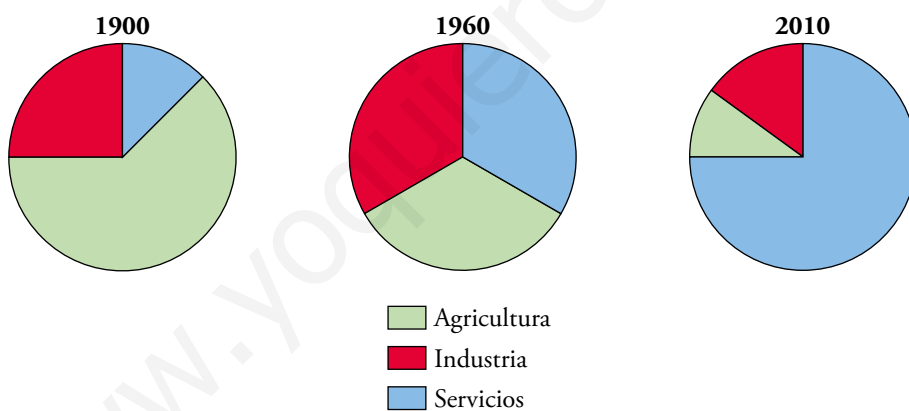


a) Describe cómo ha ido evolucionando cada sector e interpreta por qué se ha evolucionado de esta forma.

b) Realiza un boceto aproximado de los diagramas de sectores correspondientes a los años 1900, 1960 y 2010.

a) La agricultura ha ido desapareciendo con los años al ir aumentando la población urbana con respecto a la rural, que ha ido desapareciendo. La industria ha crecido hasta llegar a su auge en los años setenta, y empezó a descender, en parte, debido al uso de nuevas tecnologías que requieren cada vez menos mano de obra. El sector servicios es el que ha ido creciendo, debido al aumento del nivel económico y del nivel de vida de la población y al incremento de los servicios públicos, y aún sigue en esta tendencia.

b)



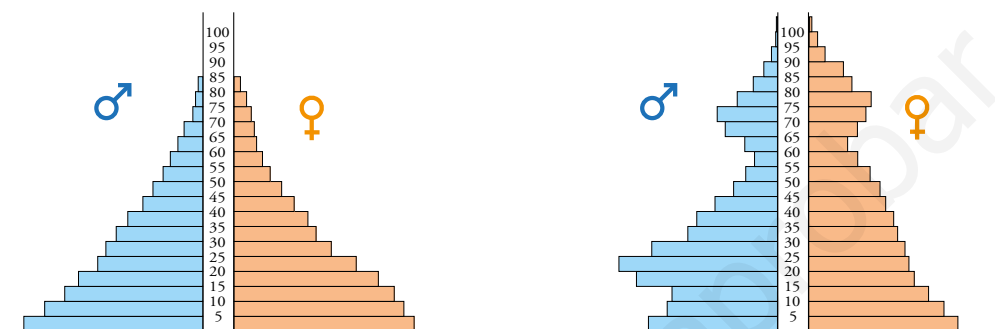
Taller de Matemáticas

Página 288

Observa y aprende

Pirámides de población

- Estas son las pirámides de población de dos localidades de unos 10 000 habitantes cada una. Una de ellas tiene un cuartel militar y una residencia de ancianos; la otra es una nueva ciudad dormitorio con parejas jóvenes con hijos. ¿Qué histograma corresponde a cada una? Explícalo.



La pirámide de la derecha tiene más población adulta y menos niños. Por tanto, la pirámide de la izquierda es la que corresponde a la localidad formada por parejas jóvenes con hijos, pues hay muchos niños y no hay casi personas de más de 70 años.

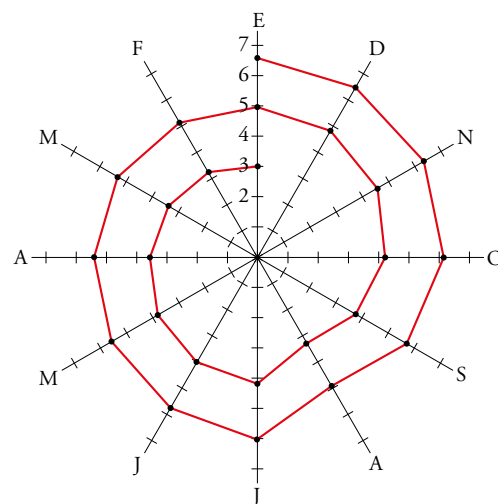
Interpreta y exprésate

Gráfico en espiral

- Unai, un chico fuerte con buenas condiciones físicas, acaba de apuntarse a atletismo. El entrenador cree que puede hacer de él un buen saltador de longitud.

Cada mes anota su mejor marca personal y después de dos años vuelca todos los datos en este gráfico en espiral.

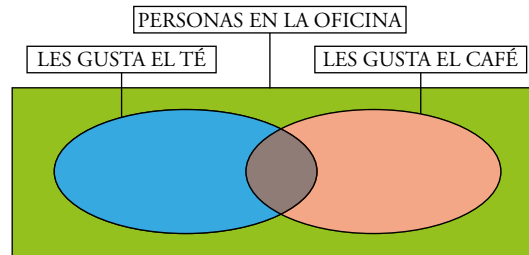
- ¿Cuál fue su primera marca? ¿Y la última?
- Todos los años se toma 20 días de descanso. ¿En qué mes crees que lo hace?



Entrénate resolviendo problemas

Reflexiona, ensaya y sé organizado

- De las 15 personas que trabajan en una oficina hay 9 a las que les gusta el café y 7 a las que les gusta el té. También sabemos que hay 3 personas a las que les gustan ambos productos. ¿A cuántas personas de esa oficina no les gusta ni el café ni el té?



No les gusta el té ni el café a $15 - ((9 - 3) + (7 - 3) + 3) = 2$ personas.

- De los 150 alumnos y alumnas de un colegio, 115 estudian inglés; 95, informática, y 80, ambas cosas. ¿Cuántos no estudian ni inglés ni informática?

No estudian ni inglés ni informática:

$$150 - ((115 - 80) + (95 - 80) + 80) = 20 \text{ personas.}$$

Autoevaluación

1. Indica cuáles son variables cualitativas y cuáles cuantitativas:

- a) Color de zapatos o zapatillas.
- b) Talla de calzado.
- c) Resultado de un partido en la quiniela (1, X, 2).
- d) Tiempo en recorrer cierta distancia.
- e) Nota que sacas en un examen (del 0 al 10).
- f) Nota final de evaluación (INSUFICIENTE, SUFICIENTE, BIEN, NOTABLE, SOBRESALIENTE).

- a) Cualitativa
- b) Cuantitativa
- c) Cualitativa
- d) Cuantitativa
- e) Cuantitativa
- f) Cualitativa

2. Este es el recuento de los resultados de una encuesta sobre *la fruta que más sueles comer en esta época del año*.

Naranjas	
Uvas	
Manzanas	
Mandarinas	
Kiwis	
Otros	

a) Haz una tabla con las frecuencias absolutas.

b) ¿Cuál es la moda?

a)

VALORES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS
Naranjas	12
Uvas	6
Manzanas	9
Mandarinas	13
Kiwis	7
Otros	3
TOTAL	50

b) La moda son las mandarinas.

3. Los 40 componentes del equipo de tiro con arco realizan una competición. Estos son los resultados del número de dianas que ha conseguido cada uno:

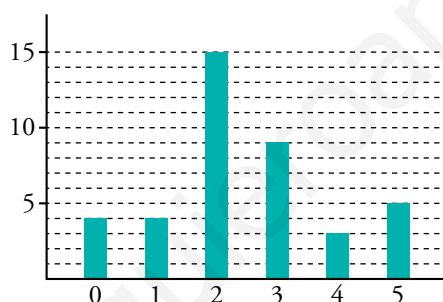
3	2	5	2	0	2	5	3	2	2
2	1	2	3	4	4	3	5	2	1
2	3	2	1	4	5	2	2	3	1
2	3	0	3	0	2	0	2	3	5

- a) Construye una tabla con las frecuencias absolutas, frecuencias relativas y porcentajes.
- b) Representa los datos en un diagrama de barras.
- c) Calcula la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media.

a)

VALORES	FRECUENCIAS ABSOLUTAS	FRECUENCIAS RELATIVAS	PORCENTAJES
0	4	$\frac{4}{40} = 0,1$	10 %
1	4	$\frac{4}{40} = 0,1$	10 %
2	15	$\frac{15}{40} = 0,375$	37,5 %
3	9	$\frac{9}{40} = 0,225$	22,5 %
4	3	$\frac{3}{40} = 0,075$	7,5 %
5	5	$\frac{5}{40} = 0,125$	12,5 %
TOTAL	40	1	100 %

b)



c) Media = $\frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 15 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 5}{40} = 2,45$

Mediana = 2

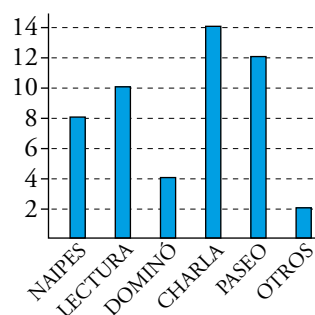
Moda = 2

Recorrido = 5 - 0 = 5

Dm = $\frac{4 \cdot 2,45 + 1,45 \cdot 4 + 0,45 \cdot 15 + 0,55 \cdot 9 + 1,55 \cdot 3 + 2,55 \cdot 5}{40} = 1,1175$

4. Este diagrama de barras muestra lo que más les gusta hacer a un grupo de jubilados en su tiempo libre.

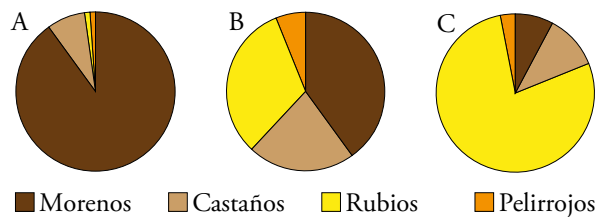
- a) ¿Qué es lo que más prefieren hacer?
- b) ¿Cuántos quieren jugar a los naipes? ¿Y leer?
- c) ¿Cuántos jubilados han sido encuestados?



- a) Lo que más prefieren hacer es charlar.
- b) Hay 8 personas que quieren jugar a los naipes y 10 que quieren leer.
- c) Han sido encuestados 50 jubilados.

5. Cada uno de estos diagramas de sectores corresponde a la distribución del color de cabello en un centro de estudios.

Se han estudiado las poblaciones de tres centros, uno en Francia, otro en Marruecos y otro en Finlandia.



a) ¿A qué centro corresponde cada diagrama?

b) Haz una estimación del porcentaje de morenos, castaños, rubios y pelirrojos que hay en cada centro.

a) A Marruecos

B Francia

C Finlandia

b) En Marruecos, un 89 % de la población son morenos, un 9 % son castaños, un 1 % rubios y un 1 % pelirrojos.

En Francia, un 43 % de la población son morenos, un 34 % son rubios, un 18 % son castaños y un 5 % pelirrojos.

En Finlandia, un 79 % de la población son rubios, un 11 % castaños, un 7 % morenos y un 3 % pelirrojos.

6. De una baraja española, halla la probabilidad de sacar:

a) Oros

b) Rey

c) Figura

a) $P[\text{OROS}] = \frac{12}{48} = 0,25$

b) $P[\text{REY}] = \frac{4}{48} = 0,08$

c) $P[\text{FIGURA}] = \frac{12}{48} = 0,25$

7. Nuestro equipo de fútbol ha ganado 10 partidos de los 40 que ha habido en el campeonato. ¿Qué probabilidad podemos asignar a que gane el próximo partido?

$P[\text{GANAR PRÓXIMO PARTIDO}] = \frac{10}{40} = 0,25$