

2009

TEMA 6: EL LENGUAJE ALGEBRAICO

Tema para Primer Curso de Educación Secundaria Obligatoria. I.e.s de Fuentesaúco.





TEMA 06: EL LENGUAJE ALGEBRAICO. ECUACIONES

1. LENGUAJE ALGEBRAICO.
2. EXPRESIONES ALGEBRAICAS.
3. SUMA Y RESTAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.
4. VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA.
5. LETRAS PARA EXPRESAR RELACIONES.
6. LETRAS PARA EXPRESAR IGUALDADES E IDENTIDADES.
7. LETRAS PARA EXPRESAR ECUACIONES.
8. SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN.
9. REGLA DE LA SUMA.
10. REGLA DEL PRODUCTO.
11. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES.

01.- Lenguaje Algebraico:

A. Tipos de Lenguaje:

- Lenguaje numérico o aritmético:

Utilizamos este lenguaje en matemáticas cuando solamente aparecen números.

Ejemplo $3 + 8 = 11$ $3 \cdot 5 = 15$

- Lenguaje algebraico o literal

Es el lenguaje en el que aparecen números y letras (incógnitas).

Ejemplo: El doble de un número es 60 $\rightarrow 2 \cdot x = 60$

B. Concepto de Lenguaje Algebraico.

El lenguaje algebraico utiliza letras, números y signos de operaciones para expresar informaciones.

Ejercicio resuelto nº 1

Ejercicios: nº 1 y 2



02.- Expresiones Algebraicas:

A. Concepto:

Una expresión algebraica es una combinación de números y letras unidos o ligados por las operaciones aritméticas de:

- Suma.
- Resta.
- Multiplicación.
- División.

B. Términos de una expresión algebraica:

Se llaman así a las expresiones numéricas o algebraicas separadas por los signos de sumar o restar.

Ejemplo:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{100}x + 16 + 2x - 5 = 3x - 4$$

Hay 6 términos

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{100}x / +16 / +2x / -5 / +3x / -4$$

C. Tipos de Términos:

A. Términos en x

Son aquellos términos de la expresión que dependen del valor de la incógnita (de la x).

Todos estos términos llevan incógnita.

En el ejemplo anterior son términos en "x" $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{100}x / +2x / +3x$

B. Términos Independientes.

Son aquellos términos de la expresión que no dependen del valor de la incógnita (por eso se llaman independientes).

Tienen el valor numérico que representan.

En el ejemplo anterior son términos independientes $+16 / -5 / -4$



TEMA 06: Lenguaje Algebraico. Ecuaciones.

D. Partes de un término de una expresión algebraica.

A. Coeficiente:

Es la parte numérica, que generalmente se pone delante de la incógnita o de las incógnitas.

B. Parte literal:

Se refiere a la letra o letras que hay en cada término de la expresión.

Ejemplo: En la expresión $3x + 5$

$3x \rightarrow$ es un término $3 \rightarrow$ es el coeficiente $x \rightarrow$ es la parte literal

E. Observaciones:

1. El factor 1 o coeficiente 1 no se escribe $1x^2y \rightarrow x^2y$
2. El exponente 1 tampoco se pone $3x^1y^2 \rightarrow 3xy^2$
3. El signo de multiplicar no suele ponerse ni entre las letras, ni entre los números y las letras $5 \cdot a \cdot b \cdot c^3 \rightarrow 5abc^3$

Copia en tu cuaderno el apartado: Lectura correcta de expresiones algebraicas.

Ejercicios nº 2 y 3

F. Términos semejantes:

En una expresión algebraica los términos semejantes son aquellos que tiene la misma parte literal (mismas incógnitas elevadas a los mismos exponentes)

Ejemplo: Dada la expresión

$$5x - 7 + 10y^2 = 4x - 8 + 9y^2 - 3ab + 5ab - 2x^2$$

Términos semejantes	$5x$ y $4x$	-7 y -8	$10y^2$ y $9y^2$	$-3ab$ y $5ab$
No tiene términos semejantes	$-2x^2$			



03.- Suma y Resta de Expresiones Algebraicas:

A. Condición:

Solo se pueden sumar o restar términos semejantes; es decir a aquellos que tienen la misma parte literal.

B. Definición:

Para sumar o restar los términos semejantes, se suman o restan los coeficientes y se conservan la parte literal elevada a la misma potencia.

Ejemplo:

$$5x - 7 + 10y^2 - 4x - 8 + 9y^2 - 3ab - 2x^2 + 5ab$$

5x	- 7	10y ²	- 3ab	- 2x ² no se puede sumar ni restar con nadie
- 4x	- 8	9y ²	5ab	
x	- 15	19y ²	2ab	

$$- 2x^2 + x - 15 + 19y^2 + 2ab.$$

Sumar o restar términos semejantes también se llaman reducir términos semejantes.

Ejercicio resuelto nº 3

Ejercicios nº 7 y 8.

04.- Valor numérico de una Expresión Algebraica:

El valor numérico de una expresión algebraica es el valor (número) que adquiere la expresión al sustituir la incógnita o incógnitas por su valor o valores.

Ejemplo: Hallar el valor numérico de $5x - 8$ para $x=5$ y para $x = 7$

Para $x = 5$ $5x - 8 \rightarrow 5 \cdot 5 - 8 = 25 - 8 = 17$

Para $x = 7$ $5x - 8 \rightarrow 5 \cdot 7 - 8 = 35 - 8 = 27$



TEMA 06: Lenguaje Algebraico. Ecuaciones.

Ejemplo: Dada la expresión algebraica $5ax^2 - 7x - 2a^3$. Hallar el valor numérico cuando la incógnita x vale 10 y la incógnita a vale -1

$$\begin{aligned} & 5 a x^2 - 7 x - 2 a^3 \\ & 5 \cdot (-1) \cdot 10^2 - 7 \cdot 10 - 2 \cdot (-1)^3 \\ & 5 \cdot (-1) \cdot 100 - 7 \cdot 10 - 2 \cdot (-1) \\ & \quad - 500 - 70 + 2 \\ & \quad - 568 \end{aligned}$$

Ejercicio resuelto nº 2.

Ejercicios nº 5, 6 y 35.

05.- Letras para expresar relaciones:

A. Concepto:

Las letras permiten expresar de forma más sencilla las relaciones existentes entre magnitudes.

Las expresiones literales que las relacionan se llaman formulas.

Ejemplo: ¿Cómo se relacionan la base, la altura y el área de un triángulo?.

Como todos sabemos la fórmula del área de un triángulo es.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Ejercicio resuelto número 4

Ejercicios nº 9 y 10.

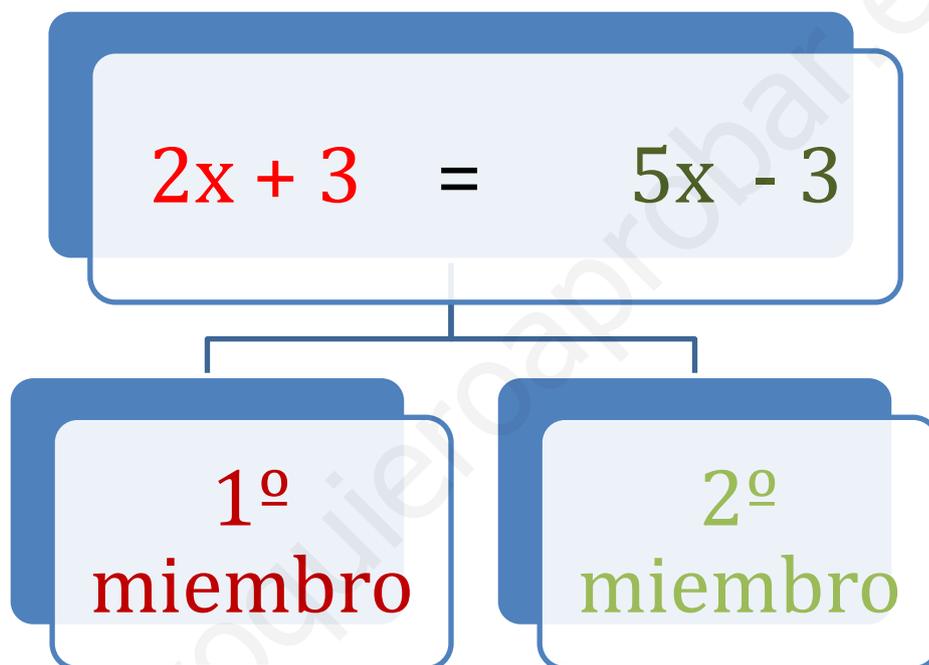


06.- Letras para expresar igualdades e identidades:

B. Igualdad:

Una igualdad algebraica es una expresión que tiene dos miembros separados por el signo igual (=)

Ejemplo.



C. Identidad:

Una identidad algebraica es una igualdad que se verifica para cualquier valor que se asigne a las letras.

Pero no todas las igualdades son identidades.

Ejemplo

$x + 3 = 8 \rightarrow$ solo se verifica para $x = 5$ no es una identidad.

Ejercicio resuelto nº 5.

Ejercicios nº 11 y 12.



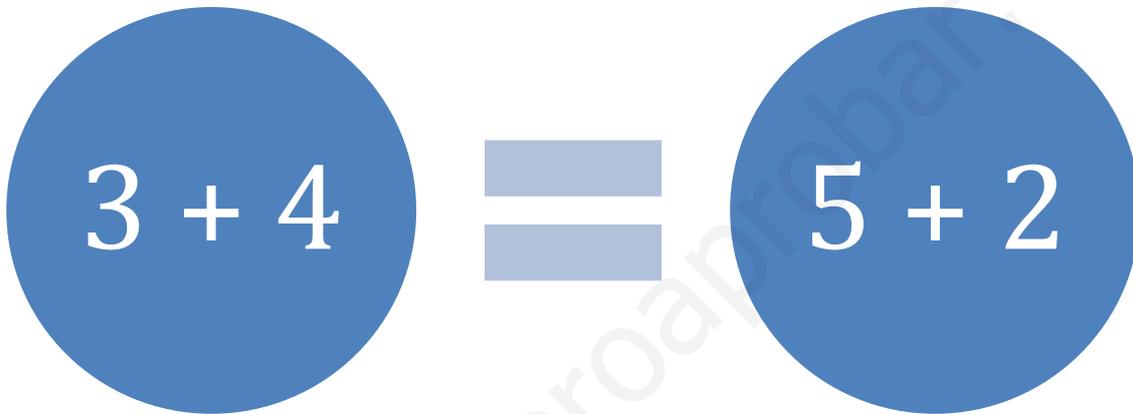
07.- Letras para expresar ecuaciones:

A. Igualdad numérica:

Una igualdad numérica se compone de dos expresiones numéricas, del mismo valor, unidas por el signo igual (=)

Ejemplo: $3 + 4 = 5 + 2$

Como toda igualdad tiene dos miembros



PRIMER MIEMBRO

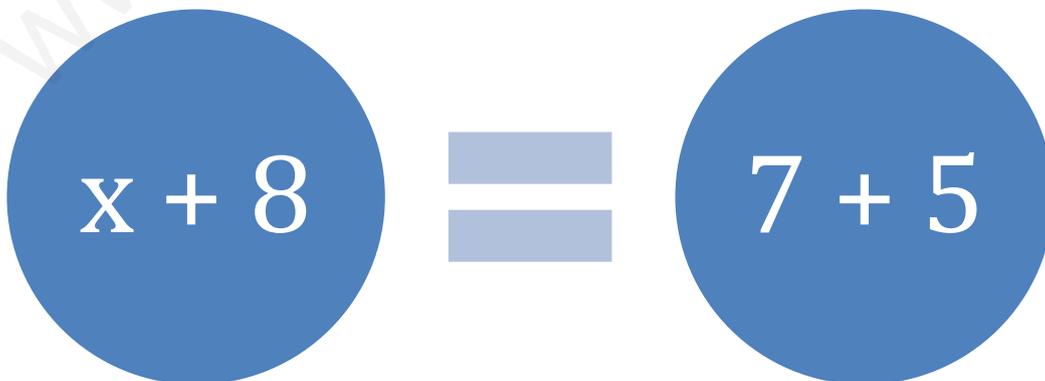
SEGUNDO MIEMBRO

B. Ecuaciones:

a. Concepto:

Una ecuación es una igualdad algebraica en cuyos miembros hay letras y números relacionados por operaciones aritméticas.

Por lo tanto al ser una igualdad, una ecuación tiene también dos miembros.



PRIMER MIEMBRO

SEGUNDO MIEMBRO



TEMA 06: Lenguaje Algebraico. Ecuaciones.

Las letras o letras de una ecuación se llaman incógnita o incógnitas porque su valor es desconocido.

b. Clasificación de las ecuaciones.

Las ecuaciones se clasifican por el número de letras o incógnitas y por el término de mayor grado de los exponentes.

- Si el grado es 1: se llaman ecuaciones de primer grado
- Si tienen una sola incógnita: se llaman ecuaciones con una incógnita.
- Si el grado es 2: se llaman ecuaciones de segundo grado
- Si tiene dos incógnitas: se llaman ecuaciones de dos incógnitas.

c. Ecuaciones de primer grado con una incógnita:

Es una ecuación con una letra o incógnita y ésta elevada al grado 1.

Ejercicios nº 13 y 14.

08.- Solución de una ecuación:

A. Concepto:

La solución de una ecuación es el valor que debe tomar la incógnita para que se verifique la igualdad.

Resolver una ecuación es encontrar su solución

Ejemplo:

$$x + 8 = 3 + 9 \rightarrow x = 4 \qquad 4 \text{ es la solución.}$$

B. Ecuaciones equivalentes:

Dos o más ecuaciones son equivalentes si tiene la misma solución.

Ejemplo:

Las ecuaciones $2x + 3 = x + 4$; $7x - 2 = 5$ son equivalentes.

$$\begin{array}{ll} 2x + 3 = x + 4 & 7x - 2 = 5 \\ 2 \cdot 1 + 3 = 1 + 4 & 7 \cdot 1 - 2 = 5 \\ 5 = 5 & 5 = 5 \end{array}$$

Sí son equivalentes pues su solución es la misma $x = 1$.

Ejercicio resuelto nº 4.

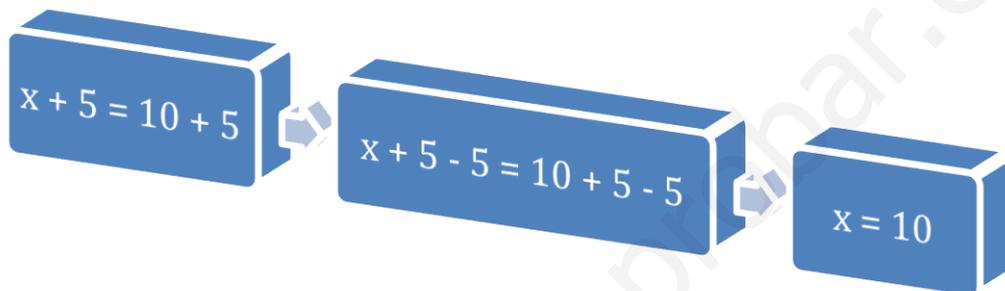
Ejercicios nº 15 y 16.



09.- Regla de la suma:

Si a los dos miembros de una ecuación se le suma o resta un número o una expresión algebraica, se obtiene otra fracción equivalente; es decir, otra ecuación que tiene la misma solución.

Ejemplo:



Con la regla de la suma se pueden simplificar ecuaciones.

Ejercicios resueltos nº 8, 9 y 10.

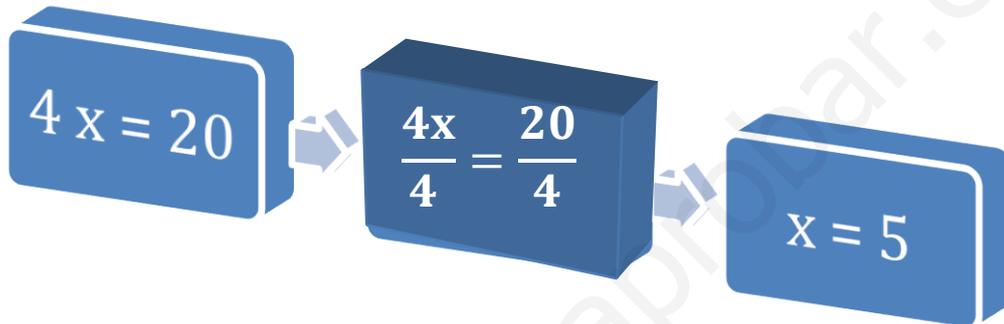
Ejercicios nº 17 y 18



10.- Regla del producto:

Si a los dos miembros de una ecuación se le multiplica o divide por un número distinto de cero, se obtiene otra fracción equivalente; es decir, otra ecuación que tiene la misma solución.

Ejemplo.



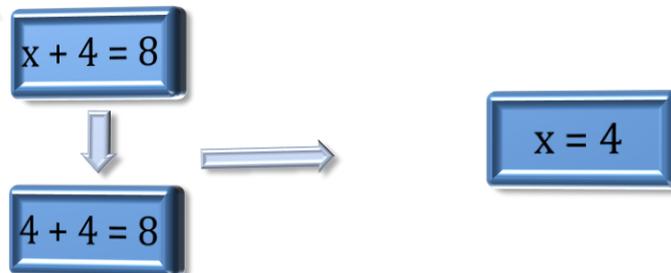
Ejercicios resueltos nº 11, 12 y 13

Ejercicios nº 19 y 20.

11.- Resolución de ecuaciones:

Resolver una ecuación es hallar el valor de la incógnita que satisface o verifica la igualdad.

Ejemplo





TEMA 06: Lenguaje Algebraico. Ecuaciones.

– NORMAS PRACTICAS PARA RESOLVER UNA ECUACIÓN

1. Se quitan paréntesis si los hay.
 - Aplicando la propiedad distributiva y la regla de los signos.
2. Se quitan denominadores si los hay
 - Ayudándonos del m.c.m. de los denominadores
 - Multiplicando cada termino por el cociente de la división entre el m.c.m. y cada uno de los denominadores.
3. Se escriben los términos en "x" en el primer miembro.
4. Se escriben los términos independientes en el segundo miembro.
5. Se reducen los términos semejantes y se opera.
6. Finalmente se halla el valor de la incógnita.

Ejemplos:

1. Ecuaciones de tipo $7x = 21$

1.- Se quitan paréntesis.

•NADA

2.- Se quitan denominadores.

•NADA

3.- Se escriben los términos en "x" en el primer miembro.

•ESTA

4.- Se escriben los términos independientes en el segundo miembro.

•ESTA

5.- Se reducen términos semejantes y se opera.

•ESTA

6.- Se halla el valor de la incógnita.

$$7x = 21 \rightarrow \frac{7x}{7} = \frac{21}{7} \rightarrow x = 3$$



TEMA 06: Lenguaje Algebraico. Ecuaciones.

2. Ecuaciones del tipo: $5x - 4 = 11 - 2x$

1.- Se quitan paréntesis.

$$5x - 4 = 11 - 2x$$

• NADA

2.- Se quitan denominadores.

$$5x - 4 = 11 - 2x$$

• NADA

3.- Se escriben los términos en "x" en el primer miembro.

$$5x - 4 = 11 - 2x$$

• $5x + 2x =$

4.- Se escriben los términos independientes en el segundo miembro.

$$5x - 4 = 11 - 2x$$

• $= 11 + 4$

5.- Se reducen términos semejantes y se opera.

$$5x + 2x = 11 + 4$$

• $5x + 2x = 11 + 4$
• $3x = 15$

6.- Se halla el valor de la incógnita.

$$3x = 15$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3} \rightarrow x = 5$$



3. Ecuaciones del tipo $\frac{4}{5}x = 2x + 3$

1.- Se quitan paréntesis.

$$\frac{4}{5}x = 2x + 3$$

• NADA

2.- Se quitan denominadores.

$$\frac{4}{5}x = 2x + 3$$

m.c.m. (5 y 1) = 5

$$\frac{5 \cdot 4}{5}x = \frac{5 \cdot 2x}{5} + \frac{5 \cdot 3}{5}$$

$$4x = 10x + 15$$

3.- Se escriben los términos en "x" en el primer miembro.

$$4x = 10x + 15$$

• $4x - 10x =$

4.- Se escriben los términos independientes en el segundo miembro.

$$4x = 10x + 15$$

• $= 15$

5.- Se reducen términos semejantes y se opera.

$$4x - 10x = 15$$

□ $-6x = 15$

6.- Se halla el valor de la incógnita.

$$-6x = 15$$

$$-\frac{6x}{6} = \frac{15}{6}$$

$$x = -\frac{15}{6}$$



TEMA 06: Lenguaje Algebraico. Ecuaciones.

4. Ecuaciones de tipo: $\frac{4}{10}x - 10 + \frac{7}{4}x + 8 = 2x - \frac{5}{6} - 10$

1.- Se quitan paréntesis.

• NADA

2.- Se quitan denominadores.

$$\frac{4}{10}x - 10 + \frac{7}{4}x + 8 = 2x - \frac{5}{6} - 10$$

m.c.m. (10, 4, 6 y 1) = 60

$$\frac{6 \cdot 4}{60}x - \frac{60 \cdot 10}{60} + \frac{15 \cdot 7}{60}x + \frac{60 \cdot 8}{60} = \frac{60 \cdot 2}{60}x - \frac{10 \cdot 5}{60} - \frac{60 \cdot 10}{60}$$

$$\frac{24x}{60} - \frac{60}{60} + \frac{105x}{60} + \frac{480}{60} = \frac{120x}{60} - \frac{50}{60} - \frac{600}{60}$$

3.- Se escriben los términos "x" en el 1º miembro

• $24x + 105x - 120x =$

4.- Se escriben los términos independientes en el 2º miembro.

• $= -50 - 600 + 600 - 480$

5.- Se reducen términos semejantes y se opera.

• $24x + 105x - 120x = -50 - 600 + 600 - 480$
 • $9x = -530$

6.- Se halla el valor de la x

$$\frac{9}{9}x = -\frac{530}{9}$$

$$x = -\frac{530}{9}$$



TEMA 06: Lenguaje Algebraico. Ecuaciones.

5. Ecuaciones del tipo: $5 - 3(4x - 10) = 7x + 5(4 - 3x) + 8$

1.- Se quitan paréntesis.

$$5 - 3(4x - 10) = 7x + 5(4 - 3x) + 8$$

$$\bullet 5 - 12x + 30 = 7x + 20 - 15x + 8$$

2.- Se quitan denominadores.

• NADA

3.- Se escriben los términos en "x" en el 1º miembro

$$\bullet -12x - 7x + 15x =$$

4.- Se escriben los términos independientes en el 2º miembro

$$\bullet = 20 + 8 - 5 - 30$$

5.- Se reducen términos semejantes y se opera.

$$\bullet -12x - 7x + 15x = 20 + 8 - 5 - 30$$
$$\bullet -4x = -7$$

6.- Se halla el valor de la x.

$$-4x = -7$$
$$-\frac{4x}{4} = -\frac{7}{4} \quad x = \frac{7}{4}$$



TEMA 06: Lenguaje Algebraico. Ecuaciones.

6. Ecuaciones de tipo: $4x - 10 \left(2x - \frac{3}{4} - \frac{1}{3}x \right) + 10 = 2x - 8$

1.- Se quitan paréntesis.

$$4x - 10 \left(2x - \frac{3}{4} - \frac{1}{3}x \right) + 10 = 2x - 8$$

$$4x - 20x + \frac{30}{4} + \frac{10}{3}x + 10 = 2x - 8$$

2.- Se quitan denominadores.

$$\text{m.c.m.}(1, 4 \text{ y } 3) = 12$$

$$\frac{48x}{12} - \frac{240x}{12} + \frac{90}{12} + \frac{40x}{12} + \frac{120}{12} = \frac{24x}{12} - \frac{96}{12}$$

$$48x - 240x + 90 + 40x + 120 = 24x - 96$$

3.- Se escriben los términos en "x" en el 1º miembro

$$\bullet 48x - 240x + 40x - 24x =$$

4.- Se escriben los términos independientes en el 2º miembro

$$\bullet = -96 - 90 - 120$$

5.- Se reducen términos semejantes y se opera.

$$\bullet 48x - 240x + 40x - 24x = -96 - 90 - 120$$

$$\bullet -176x = -306$$

6.- Se halla el valor de la x.

$$-\frac{176x}{176} = -\frac{306}{176}$$

$$x = \frac{306}{176}$$



TEMA 06: Lenguaje Algebraico. Ecuaciones.

7. Ecuaciones del tipo: $5 - \frac{3x-10}{4} - \frac{7-4x}{12} = 5x + \frac{2x-3}{6}$

1.- Se quitan paréntesis.

• NADA

2.- Se quitan denominadores.

m.c.m. (1, 4, 6 y 12) = 12

$$\frac{60}{12} - \frac{3(3x-10)}{12} - \frac{7-4x}{12} = \frac{60x}{12} + \frac{2(2x-3)}{12}$$

$$5 - \frac{3x-10}{4} - \frac{7-4x}{12} = 5x + \frac{2x-3}{6}$$

$$60 - 3(3x-10) - (7-4x) = 60x + 2(2x-3)$$

1.- Se quitan paréntesis.

$$60 - 3(3x-10) - (7-4x) = 60x + 2(2x-3)$$

$$60 - 9x + 30 - 7 + 4x = 60x + 4x - 6$$

2.- Se quitan denominadores.

• NADA

3.- Se escriben los términos en "x" en el 1º miembro

• $-9x + 4x - 60x - 4x =$

4.- Se escriben los términos independientes en el 2º miembro

• $= -6 - 60 - 30 + 7$

5.- Se reducen términos semejantes y se opera.

• $-9x + 4x - 60x - 4x = -6 - 60 - 30 + 7$

• $-69x = -89$

6.- Se halla el valor de la x.

$$-69x = -89 \quad -\frac{69x}{69} = -\frac{89}{69}$$

$$x = \frac{89}{69}$$

Ejercicios resuelto nº 14

Ejercicios nº 21, 22 y del 44 al 49