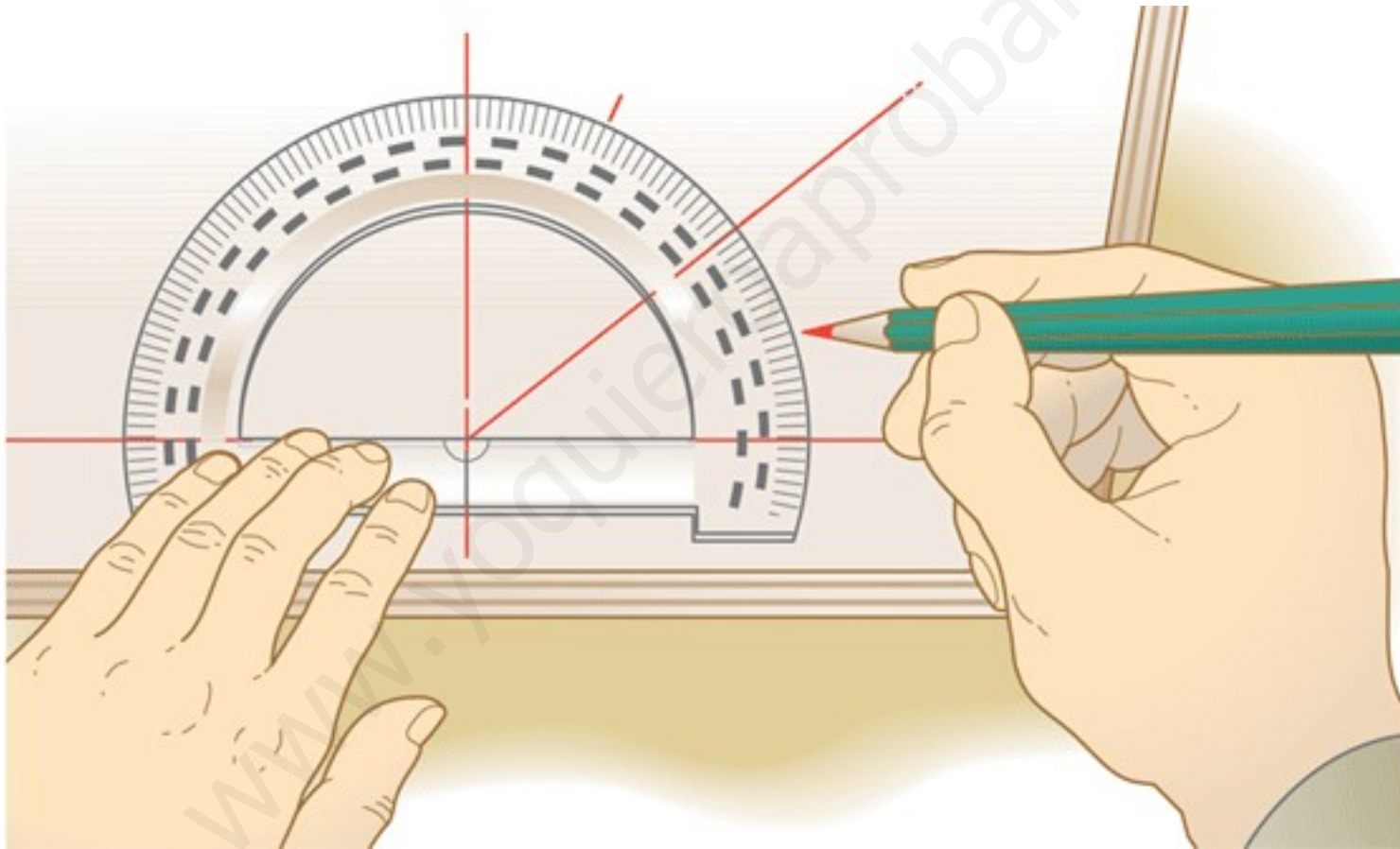


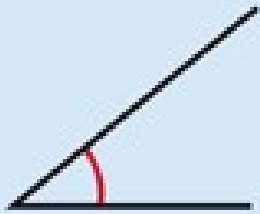
# Tema 10. Ángulos



# ■ Elementos de un ángulo

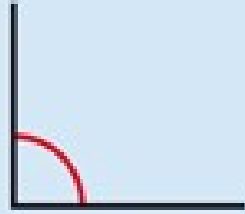


# Tipos de ángulos



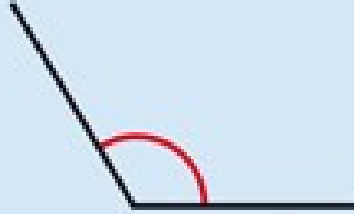
Agudo

Mide menos de  $90^\circ$ .



Recto

Mide  $90^\circ$ .



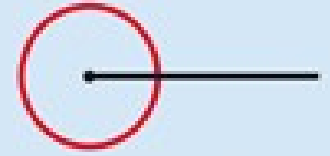
Obtuso

Mide más de  $90^\circ$  y menos de  $180^\circ$ .



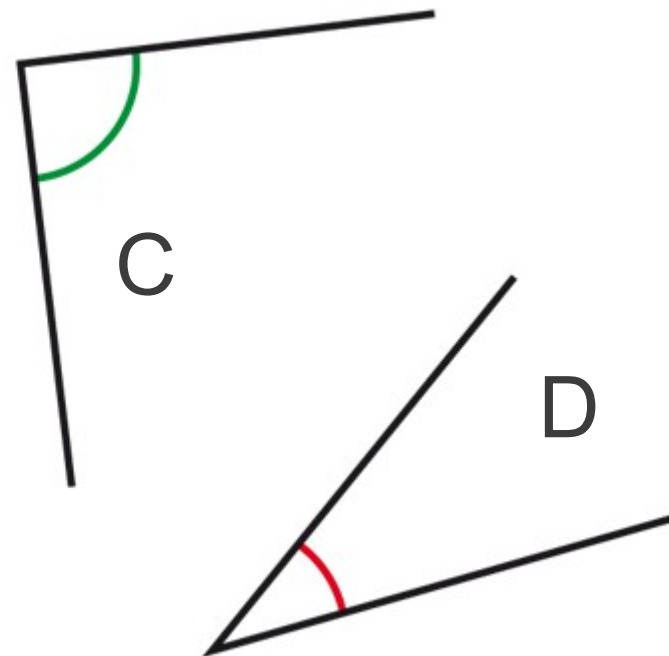
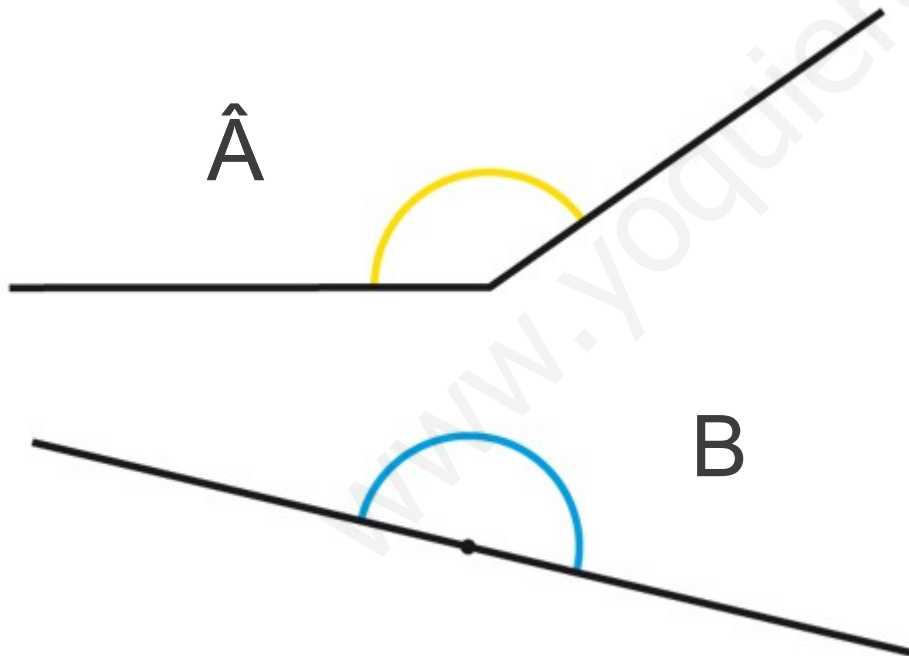
Llano

Mide  $180^\circ$ .



Completo

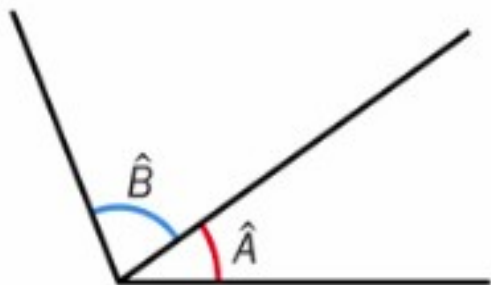
Mide  $360^\circ$ .



Observa la posición de cada pareja de ángulos y sus elementos comunes.

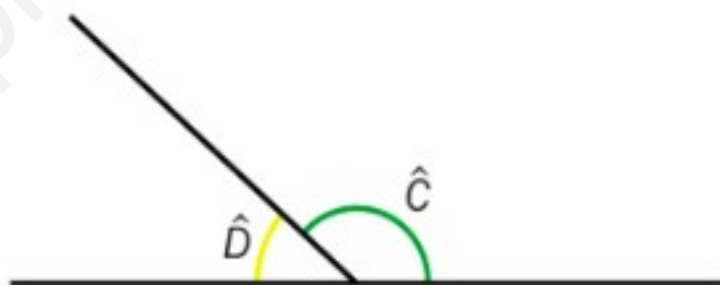
### Ángulos consecutivos

Los ángulos  $\hat{A}$  y  $\hat{B}$  tienen en común el vértice y uno de sus dos lados.



### Ángulos adyacentes

Los ángulos  $\hat{C}$  y  $\hat{D}$  son consecutivos y sus lados no comunes están en la misma recta.



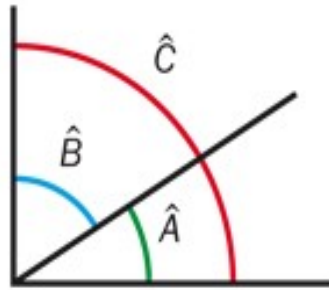
Los ángulos consecutivos tienen en común el vértice y un lado.

Los ángulos adyacentes son ángulos consecutivos que tienen los lados no comunes en la misma recta.

Observa en cada caso cuánto mide el ángulo suma.

$$\hat{A} = 32^\circ$$

$$\hat{B} = 58^\circ$$



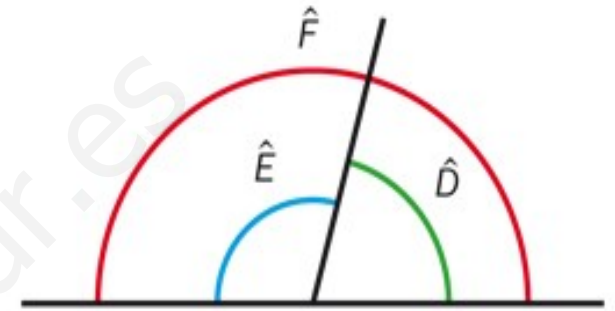
$$\hat{C} = \hat{A} + \hat{B} = 32^\circ + 58^\circ = 90^\circ$$

El ángulo suma  $\hat{C}$  es un ángulo recto.

$\hat{A}$  y  $\hat{B}$  son ángulos complementarios.

$$\hat{D} = 75^\circ$$

$$\hat{E} = 105^\circ$$



$$\hat{F} = \hat{D} + \hat{E} = 75^\circ + 105^\circ = 180^\circ$$

El ángulo suma  $\hat{F}$  es un ángulo llano.

$\hat{D}$  y  $\hat{E}$  son ángulos suplementarios.

- Dos ángulos son complementarios si su suma es igual a  $90^\circ$ .
- Dos ángulos son suplementarios si su suma es igual a  $180^\circ$ .

**Ángulos  
complementarios**

**$90^\circ$**





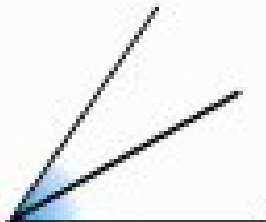
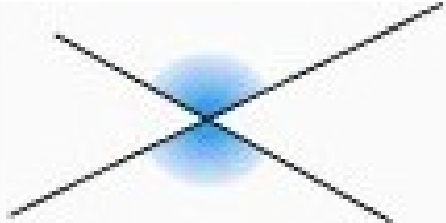


**Ángulos  
suplementarios**

**$180^\circ$**

## Relaciones entre los ángulos

Dos ángulos pueden estar relacionados entre sí según la siguiente clasificación:

IGUALES	COMPLEMENTARIOS	SUPLEMENTARIOS
 <p>Tienen el mismo número de grados</p>	 <p>Entre los dos suman <math>90^\circ</math></p>	 <p>Entre los dos suman <math>180^\circ</math></p>
ADYACENTES	CONSECUTIVOS	OPUESTOS POR EL VÉRTICE
 <p>Tienen un lado común y los otros dos en línea recta</p>	 <p>Tienen el vértice y un lado común</p>	 <p>Tienen el vértice común y los lados de cada uno prolongación de los del otro</p>

# Medida de los ángulos

Para medir o dibujar ángulos, utilizamos el transportador y expresamos su medida en **grados**.

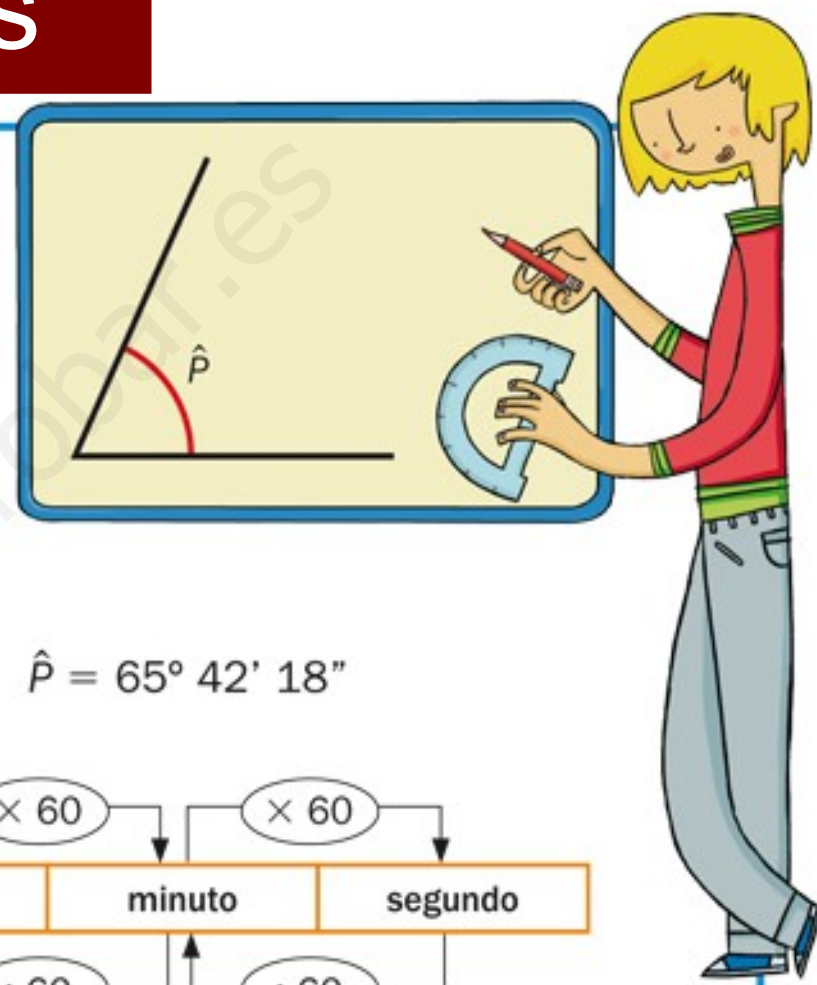
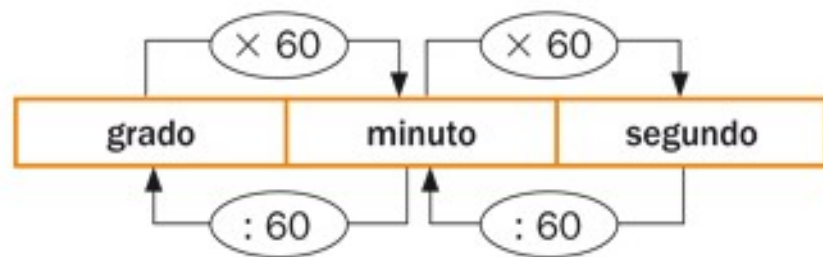
A veces, necesitamos expresar una medida con mayor precisión; entonces, utilizamos dos unidades menores que el grado: el **minuto** y el **segundo**.

$$\begin{aligned} 1 \text{ grado} &= 60 \text{ minutos} \\ 1^\circ &= 60' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ minuto} &= 60 \text{ segundos} \\ 1' &= 60'' \end{aligned}$$

El ángulo  $\hat{P}$  mide 65 grados, 42 minutos y 18 segundos.  $\hat{P} = 65^\circ 42' 18''$   
El ángulo  $\hat{P}$  mide entre  $65^\circ$  y  $66^\circ$ .

El grado, el minuto y el segundo forman un **sistema sexagesimal**: cada unidad es 60 veces mayor que la unidad inmediata inferior.



Las unidades de medida de ángulos son: el grado ( $^\circ$ ), el minuto ( $'$ ) y el segundo ( $''$ ). Estas unidades forman un sistema sexagesimal.

$$1' = 60''$$

$$1^\circ = 60' = 3.600''$$

## HAZLO ASÍ

- ¿Cuántos minutos y segundos son 456"?

$$\begin{array}{r} \text{segundos} \blacktriangleright 456 \quad \underline{60} \\ \text{segundos} \blacktriangleright 36 \quad 7 \blacktriangleleft \text{ minutos} \end{array}$$

$$456'' = 7' 36''$$

- ¿Cuántos grados y minutos son 582'?

$$\begin{array}{r} \text{minutos} \blacktriangleright 582 \quad \underline{60} \\ \text{minutos} \blacktriangleright 42 \quad 9 \blacktriangleleft \text{ grados} \end{array}$$

$$582' = 9^\circ 42'$$

- ¿Cuántos grados, minutos y segundos son 19.791"?

$$\begin{array}{r} \text{segundos} \blacktriangleright 19791 \quad \underline{60} \\ 179 \quad 329 \blacktriangleleft \text{ minutos} \longrightarrow \text{ minutos} \blacktriangleright 329 \quad \underline{60} \\ 591 \quad \text{ minutos} \blacktriangleright 29 \quad 5 \blacktriangleleft \text{ grados} \\ \text{segundos} \blacktriangleright 51 \end{array}$$

$$19.791'' = 329' 51'' = 5^\circ 29' 51''$$

$$529'' = \dots' \dots''$$

$$866' = \dots^\circ \dots'$$

$$32.590'' = \dots^\circ \dots' \dots''$$

$$74.096'' = \dots^\circ \dots' \dots''$$

$$1.532'' = \dots' \dots''$$

$$2.228' = \dots^\circ \dots'$$

$$54.527'' = \dots^\circ \dots' \dots''$$

$$112.345'' = \dots^\circ \dots' \dots''$$



La medida de un ángulo se puede expresar de dos formas:

Expresión compleja

$35^{\circ} 17' 28''$

Expresión incompleja

$127.048''$

**RECUERDA:**

Para pasar de una unidad de medida mayor a una menor, **multiplicamos**.

$$15^{\circ} = 15 \times 60 = 900'$$

$$900' = 900 \times 60 = 54.000''$$

Para pasar de una unidad de medida menor a otra mayor, **dividimos**.

$$90.000'' : 60 = 1.500'$$

$$1.500' : 60 = 25^{\circ}$$

# ■ Suma de ángulos



1. Colocar la suma haciendo coincidir grados, minutos y segundos.

2. Realizamos la suma.

3. Si los segundos sobrepasan 60, los transformamos en minutos.

4. Si los minutos sobrepasan 60, los transformamos en grados.

$$\begin{array}{r} + \quad 35^{\circ} \quad 48' \quad 12'' \\ \quad 45^{\circ} \quad 39' \quad 23'' \\ \hline \quad 80^{\circ} \quad 87' \quad 35'' \\ + \quad \underline{1^{\circ}} \quad \underline{60'} \\ \quad 81^{\circ} \quad 27' \end{array}$$

# ■ Resta de ángulos



1. Colocar la resta haciendo coincidir grados, minutos y segundos.

2. Después restamos.

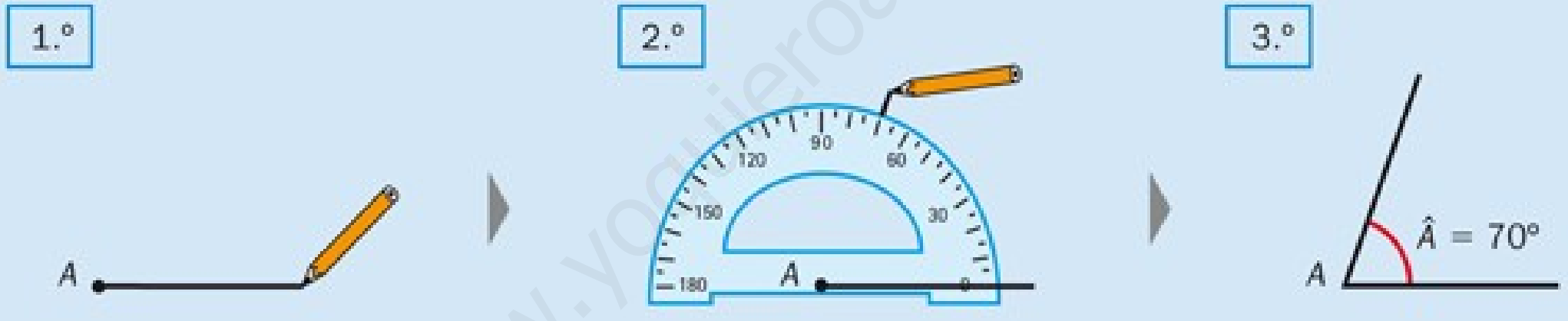
3. Si en alguna columna el minuendo es menor que el sustraendo, hacemos transformaciones para que la resta sea posible.

$$\begin{array}{r} 45^{\circ} 45' 87'' \\ - 52^{\circ} 46' 27'' \\ \hline 37^{\circ} 12' 45'' \\ \hline 15^{\circ} 33' 42'' \end{array}$$

# ■ Trazado de un ángulo


Para trazar un ángulo de  $70^\circ$ , sigue estos pasos:

- 1.º Dibuja una semirrecta con origen el punto A.
- 2.º Coloca el transportador de manera que su centro coincida con el punto A y la semirrecta pase por  $0^\circ$ , y dibuja una rayita en la medida  $70^\circ$  del transportador.
- 3.º Dibuja otra semirrecta con origen el punto A que pase por la rayita marcada.



Traza estos ángulos:

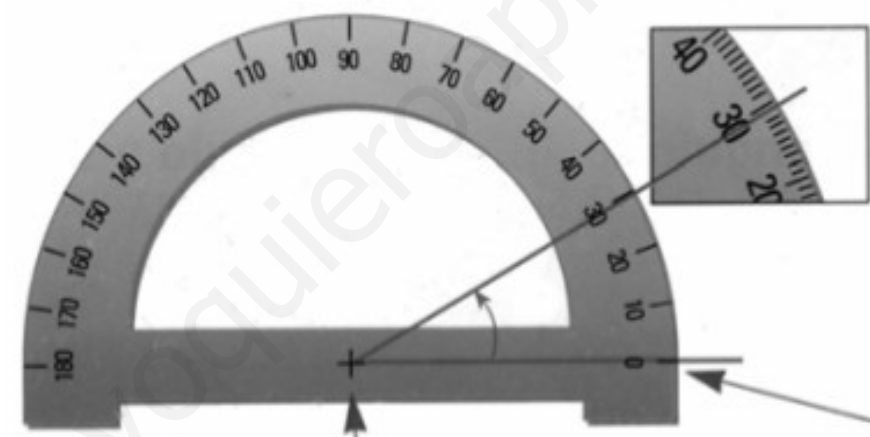
$\hat{A} = 36^\circ$        $\hat{E} = 50^\circ$        $\hat{O} = 120^\circ$

Trazado de ángulos  
mayores de  $180^\circ$  

# ■ Medida de ángulos. El transportador.

## > Medida de ángulos menores de 180°:

Para medir ángulos usamos el transportador según la figura:



Haz coincidir el vértice del ángulo con el centro del transportador.

Alinea un lado del ángulo con el cero.

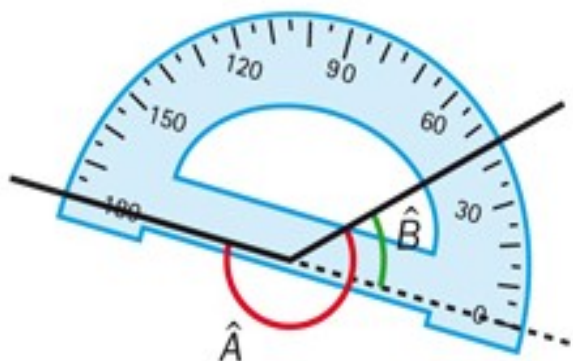
www.yquieroaprobar.es

# Medida de ángulos. El transportador.

## > Medida de ángulos mayores de 180°:

El ángulo  $\hat{A}$  mide más de 180°.

Puedes medir el ángulo  $\hat{A}$  de dos formas distintas.

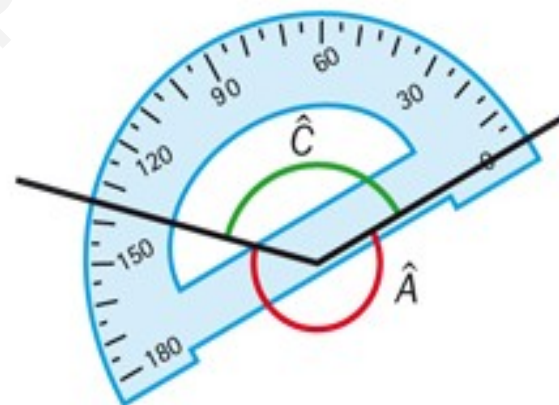


- 1.º Prolonga uno de los lados del ángulo  $\hat{A}$  y mide con el transportador el ángulo  $\hat{B}$ .

$$\hat{B} = 45^\circ$$

- 2.º Calcula la medida del ángulo  $\hat{A}$ .

$$\hat{A} = 180^\circ + \hat{B} = 180^\circ + 45^\circ = 225^\circ$$



- 1.º Mide con el transportador el ángulo  $\hat{C}$ .

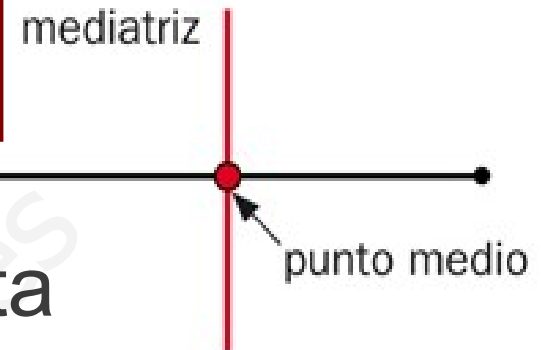
$$\hat{C} = 135^\circ$$

- 2.º Calcula la medida del ángulo  $\hat{A}$ .

$$\hat{A} = 360^\circ - \hat{C} = 360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$$

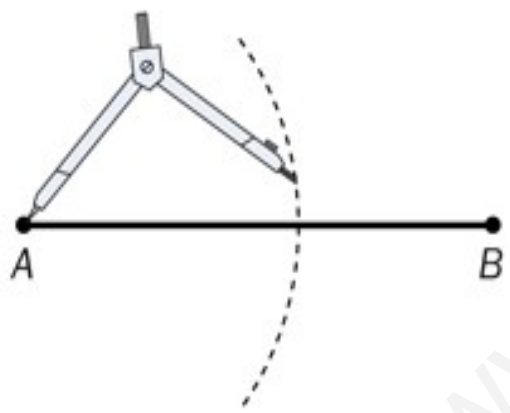
El ángulo  $\hat{A}$  mide 225°.

# ■ Mediatriz de un segmento

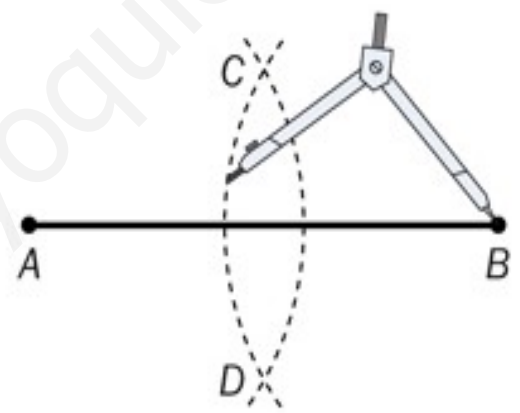


La **mediatriz** de un segmento es la recta perpendicular que lo divide en dos partes iguales.

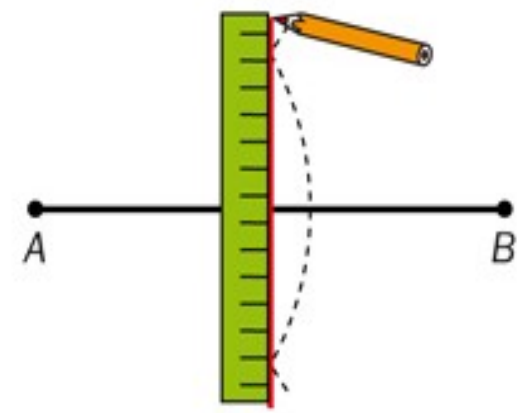
1.º Abre el compás con una abertura mayor que la mitad del segmento  $AB$  y traza un arco con centro en  $A$ .



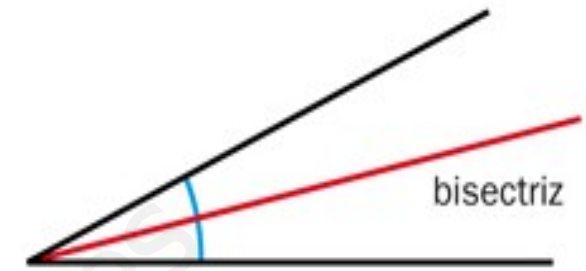
2.º Con la misma abertura, traza un arco con centro en  $B$ . Los dos arcos se cortan en los puntos  $C$  y  $D$ .



3.º Traza con la regla la recta que pasa por los puntos  $C$  y  $D$ . Esta recta es la mediatriz del segmento  $AB$ .

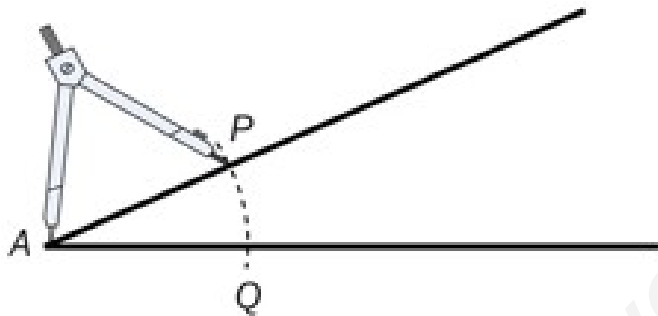


# ■ Bisectriz de un ángulo

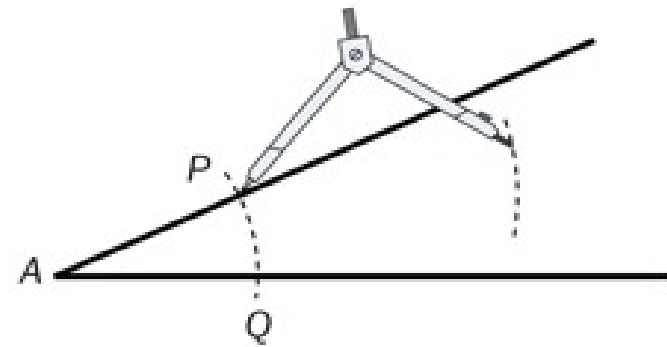


Es la semirrecta que pasa por el vértice y divide al ángulo en dos ángulos iguales.

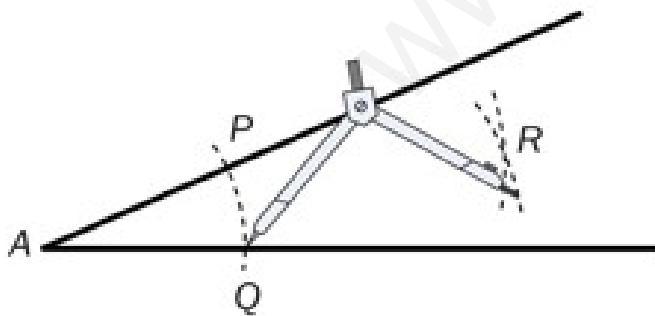
- 1.º Traza con el compás un arco con centro en el vértice del ángulo,  $A$ . Llama  $P$  y  $Q$  a los puntos de corte del arco con los lados del ángulo.



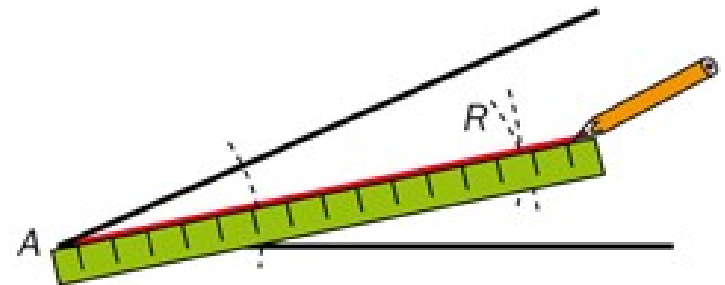
- 2.º Abre el compás y traza un arco con centro en el punto  $P$ .



- 3.º Sin mover la abertura del compás, pincha en  $Q$  y traza otro arco. Este arco se corta con el arco del paso 2.º en el punto  $R$ .



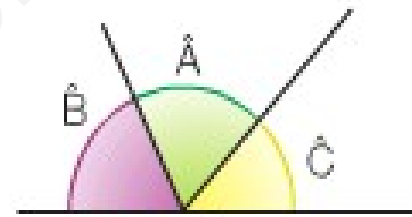
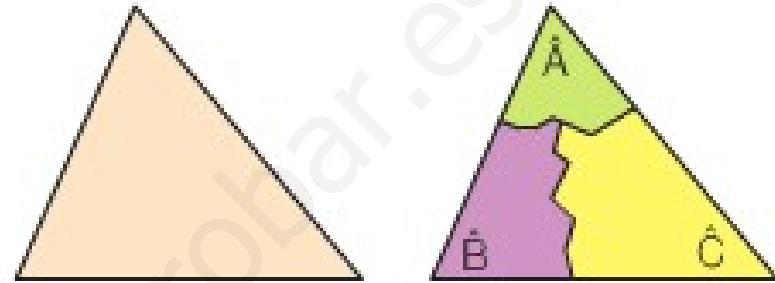
- 4.º Traza con la regla la semirrecta que pasa por el vértice del ángulo,  $A$ , y por el punto  $R$ . Esta semirrecta es la bisectriz del ángulo.



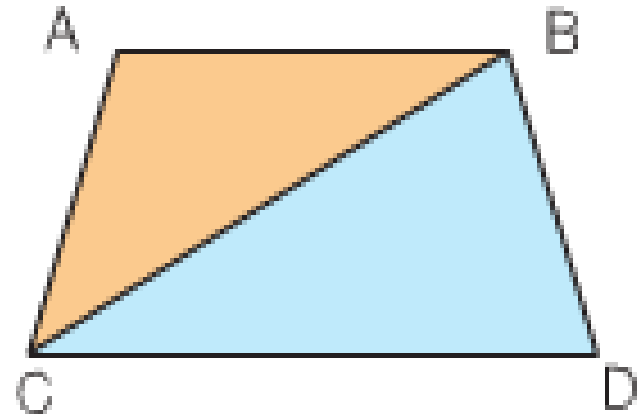


# Los ángulos de triángulos y cuadriláteros

La suma de todos los ángulos de un **triángulo** es de  **$180^\circ$**



La suma de todos los ángulos de un **cuadrilátero** es de  **$360^\circ$**



# EL TEODOLITO:



El **teodolito** es un instrumento que sirve para medir ángulos con gran precisión. Lo utilizan los topógrafos e ingenieros para medir pendientes y distancias.

Está formado por un telescopio montado sobre un trípode y dos círculos graduados, uno vertical y otro horizontal, con los que se miden los ángulos con ayuda de lentes.



Teodolito antiguo.

- ¿Has visto alguna vez a una persona utilizando un teodolito? ¿Dónde estaba? ¿Para qué crees que lo utilizaba?
- ¿Con qué otros instrumentos puedes medir un ángulo?