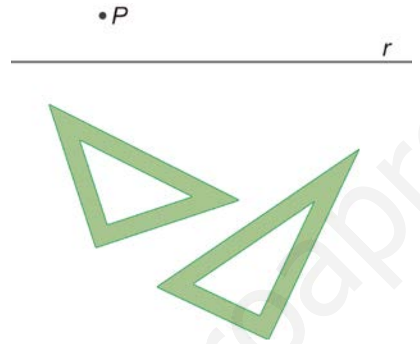
FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Puntos, rectas y segmentos

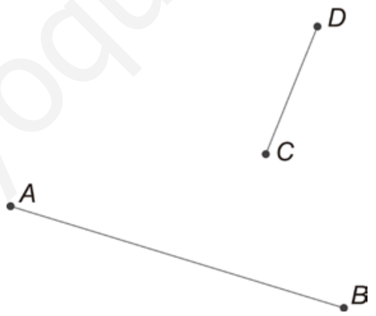
1. Observa los puntos de la imagen. Dibuja la recta que pasa por ellos y el segmento que limitan. Dibuja un punto *C* que esté en la recta pero no en el segmento, otro punto *D* que esté en la recta y también en el segmento y un tercer punto *E* que no esté ni en la recta ni en el segmento.

¿Puedes situar algún punto que esté incluido en el segmento pero no en la recta?

2. Construye, con escuadra y cartabón, la recta perpendicular a *r* que pasa por *P*.



3. A partir de los puntos del dibujo, consideramos dos rectas. Por una parte, la que pasa por los puntos *A* y *B*; por otra, la que pasa por *C* y por *D*. ¿Tienen algún punto en común estas dos rectas? ¿En cuántas zonas dividen al plano?



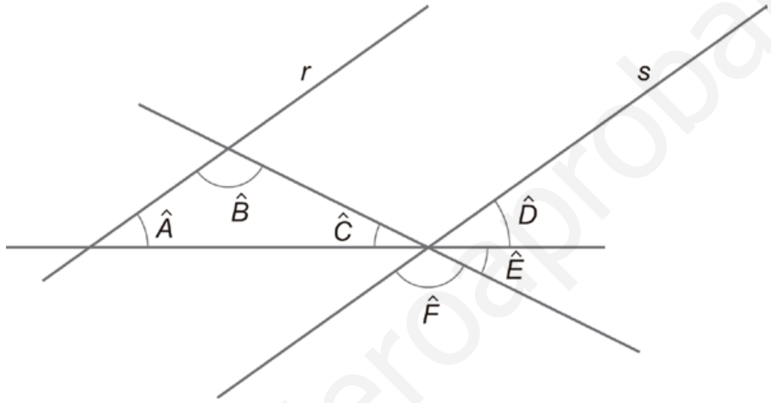
FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Ángulos y sus bisectrices

1. Dibuja un ángulo llano y traza su bisectriz con regla y compás. ¿Cómo son los ángulos que has obtenido?

2. Dibuja un ángulo tal que su bisectriz lo divida en dos ángulos obtusos. ¿Puedes encontrar un ángulo tal que su bisectriz lo divida en dos ángulos cóncavos?

3. Un ángulo mide el doble que su complementario. ¿Cuánto mide entonces? Haz un dibujo que ilustre esta situación.

4. En la figura, las rectas *r* y *s* son paralelas. Observa los ángulos que aparecen.



a) Mide, con un transportador, los ángulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ y $\hat{C}$. ¿Cuánto vale su suma?

b) ¿Qué relación guardan los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{F}$?

c) ¿Qué puedes decir de $\hat{C}$ y $\hat{E}$?

d) ¿Puedes obtener directamente del dibujo la suma de los ángulos $\hat{D}$, $\hat{E}$ y $\hat{F}$?

En el dibujo hay dos ángulos que son adyacentes con $\hat{A}$, márcalos. ¿Qué relación existe entre esos dos ángulos?

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Cálculos en el sistema sexagesimal

1. Efectúa las siguientes operaciones.

$$\begin{array}{rrrr} & 11° & 59' & 55'' \\ + & & & 5'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 75° & 43' & 55'' \\ + & & 17' & 0'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 36° & 32' & 52'' \\ + & 53° & 37' & 18'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr} & 27° & 12' & 40'' \\ - & 3° & 0' & 9'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 27° & 12' & 40'' \\ - & 20° & 13' & 30'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 27° & 12' & 40'' \\ - & & 56' & 42'' \\ \hline \end{array}$$

2. Completa.

$3°\ 4'\ 5'' = \boxed{.....}'\ 5'' = \boxed{........}''$ $\qquad 1°\ 0'\ 1'' = \boxed{.....}'\ 1'' = \boxed{........}''$

$2016'' = \boxed{.....}°\ \boxed{.....}'\ \boxed{.....}''$ $\qquad 2016' = \boxed{.....}°\ \boxed{.....}'\ \boxed{.....}''$

$1000000'' = \boxed{.....}°\ \boxed{.....}'\ \boxed{.....}''$ $\qquad 7260'' = \boxed{.....}°\ \boxed{.....}'\ \boxed{.....}''$

3. Cierto ángulo mide 10° 1′ 50″. Calcula la medida del ángulo triple y la del ángulo mitad. Expresa estos resultados en forma compleja e incompleja.

$$3 \cdot (10°\ 1'\ 50'') = \boxed{.....}°\ \boxed{.....}'\ \boxed{.....}'' = \boxed{........}''$$

$$\frac{1}{2} \cdot (10°\ 1'\ 50'') = \boxed{.....}°\ \boxed{.....}'\ \boxed{.....}'' = \boxed{........}''$$

¿Cuánto vale el cociente de estos dos ángulos? ¿Es necesario efectuar la división de sus medidas (escritas en forma incompleja) para llegar al resultado?

4. Calcula el ángulo complementario y el suplementario de uno que mide 73° 56′ 8″.

5. Ordena de menor a mayor los seis ángulos descritos a continuación.

$\hat{A}$: un ángulo recto

$\hat{B}$: un ángulo llano

$\hat{C}$: la mitad de un ángulo de 100°

$\hat{D}$: el complementario de $\hat{C}$

$\hat{E}$: el suplementario de $\hat{D}$

$\hat{F}$: el doble de $\hat{D}$

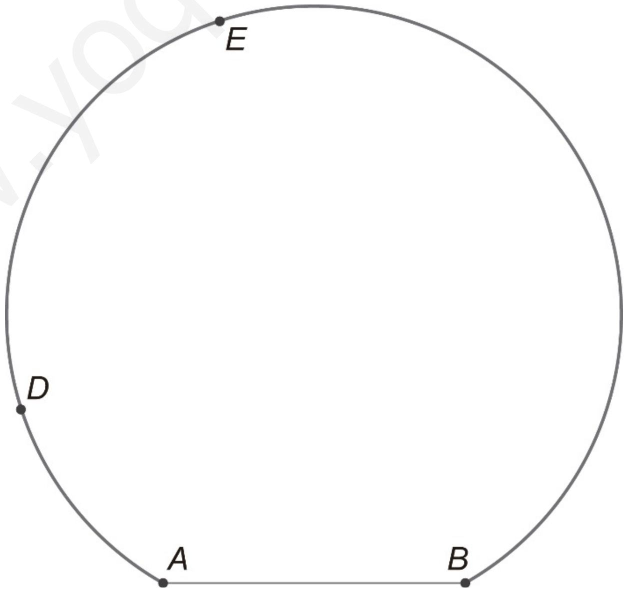
FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN** Ganando ángulo

1. **Durante un partido de fútbol, un delantero se encuentra en el punto *D*. La portería viene representada por el segmento *AB*. Como encuentra esa posición incómoda para chutar, se mueve al punto *E* para disparar a puerta. Un espectador aficionado comenta que el delantero ha «ganado ángulo». Comprueba la veracidad de esa afirmación con un transportador de ángulos.**

ARCO CAPAZ

El conjunto de puntos desde los que «se ve» un segmento con un ángulo de igual medida se llama **arco capaz**.

En el dibujo, los puntos *D* y *E* forman parte del arco capaz del segmento *AB* con ángulo 30°.

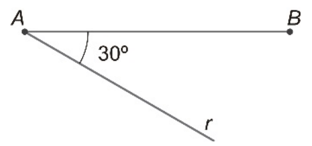


FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

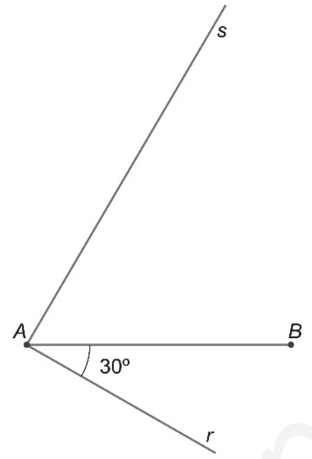
Ganando ángulo

En esta ficha vamos a desarrollar un procedimiento para construir un arco capaz para un ángulo $\hat{C}$ dado.

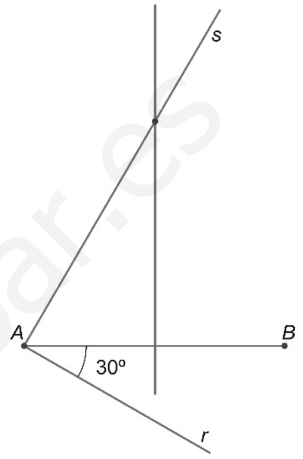
1.º Coloca un ángulo de medida $\hat{C}$ apoyado en el segmento, como en el dibujo (en el que $\hat{C} = 30°$). Llamemos *r* a la semirrecta que aparece.



2.º Construye una recta perpendicular a *r* por el punto *A*. Llamémosla *s*. El ángulo que forma con *r* es de 90° y el que forma con *AB* es de $90° - \hat{C}$.

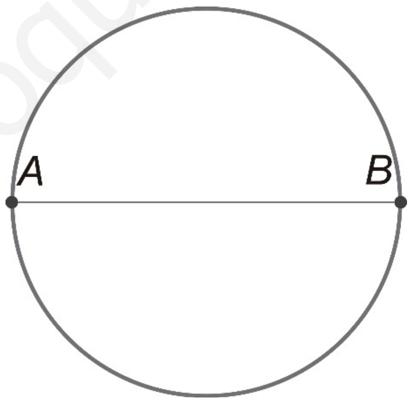


3.º Construye la mediatriz de *AB*. El punto de corte con *s* es el centro del arco capaz.



2. Comprueba con un transportador que el ángulo con el que «se ve» el segmento desde cualquier punto del arco es de 30°. Hemos llamado «ángulos inscritos» a estos ángulos. ¿Cuánto debe medir el ángulo central correspondiente? Compruébalo.

En la siguiente figura, aparece una circunferencia cuyo diámetro es el segmento *AB*. Esta circunferencia también es un arco capaz.



3. Escoge un punto *C* en la circunferencia y mide con un transportador el ángulo inscrito con vértice en *C* desde el que se ve el segmento *AB*. Haz lo mismo con otro punto *D* de la circunferencia. ¿Cuánto debe medir el ángulo central correspondiente?

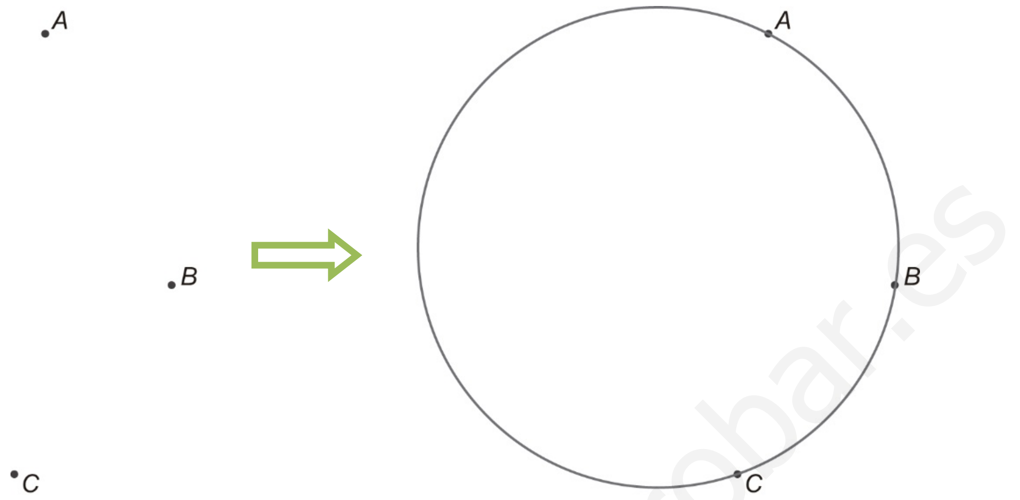
4. ¿Puedes seguir los tres pasos que hemos explicado para construir el arco capaz de 90°?

5. Repite el procedimiento una tercera vez, esta vez con un ángulo de 120°.

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

Circunferencia que pasa por tres puntos

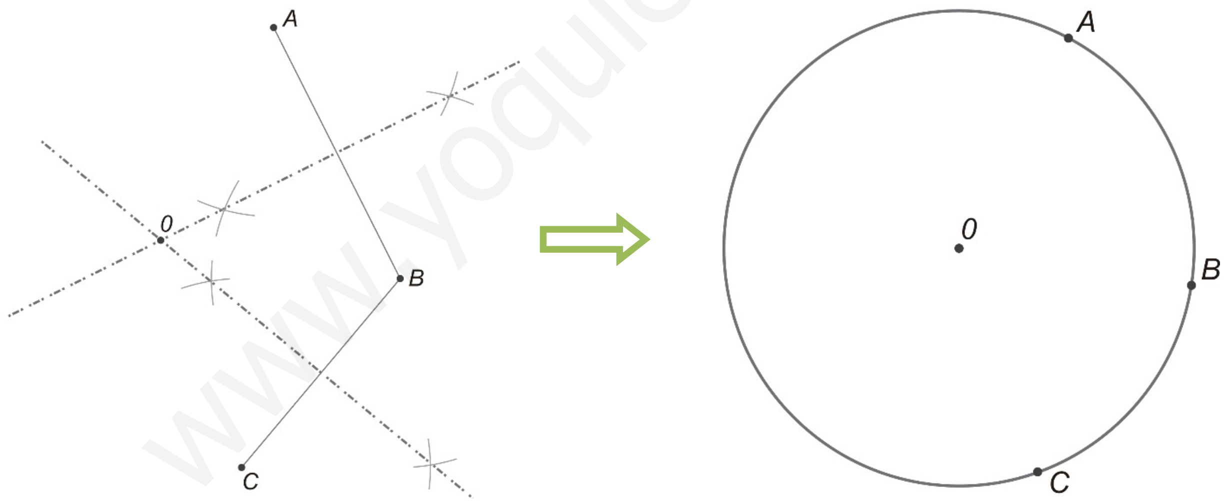
Vamos a desarrollar un método para construir la circunferencia que pasa por tres puntos dados, utilizando únicamente regla y compás.



Necesitamos determinar dónde está el centro de la circunferencia, para poder dibujarla con el compás.
De ese centro (llamémoslo *O*), sabemos que está a la misma distancia de *A*, de *B* y de *C*, entonces:

- Como el punto *O* está a la misma distancia de *A* y de *B*, debe estar en la mediatriz del segmento *AB*.
- Como el punto *O* está a la misma distancia de *B* que de *C*, también está en la mediatriz del segmento *BC*.

Por tanto, el centro *O* de la circunferencia es el punto de intersección de las dos mediatrices.



1. **Dibuja tres puntos que no estén alineados y dibuja la circunferencia que pase por ellos siguiendo los pasos anteriores.**

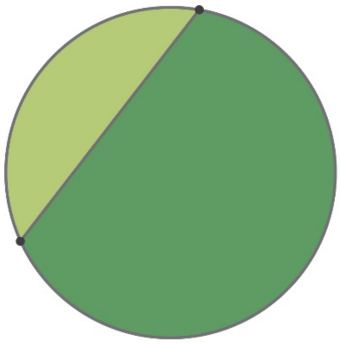
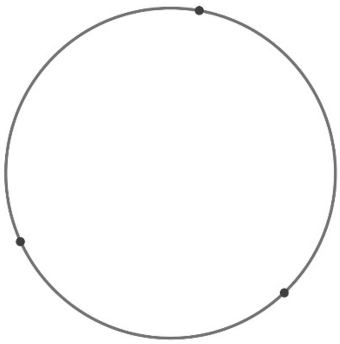
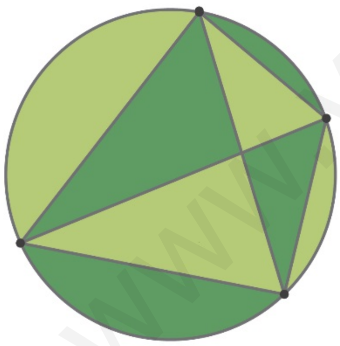
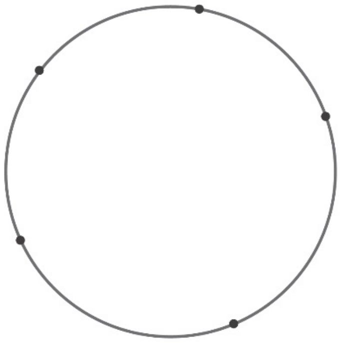
2. **En nuestra construcción, no hemos tenido en cuenta el segmento *AC* y su mediatriz. ¿Qué ocurre si la utilizamos también? Si las otras se cortan en el punto *O*, ¿es posible que la mediatriz de *AC* no pase por *O*?**

3. **Intenta emplear el proceso que hemos descrito cuando los tres puntos de partida están alineados. ¿Hay alguna circunferencia que pase por esos tres puntos?**

FICHA DE PROFUNDIZACIÓN ¡No te fíes de las apariencias!

En el perímetro de un campo circular se van colocando varios postes. Unimos cada par de postes con una cuerda tensa. De este modo, el campo queda dividido en regiones. ¿En cuántas?

Como puedes observar en la imagen, si colocamos dos postes el campo queda dividido en dos regiones, pero si colocamos 4, la respuesta es 8 regiones.

2		2
3		
4		8
5		

1. **Utilizando los dibujos, obtén la solución del problema cuando hay 3 postes y cuando hay 5**.

   Conviene que utilices una regla.

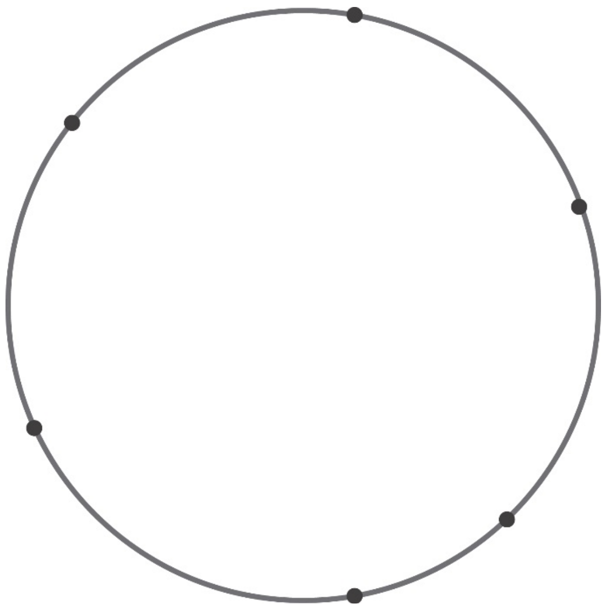
   Recuerda que lo que se pide es:

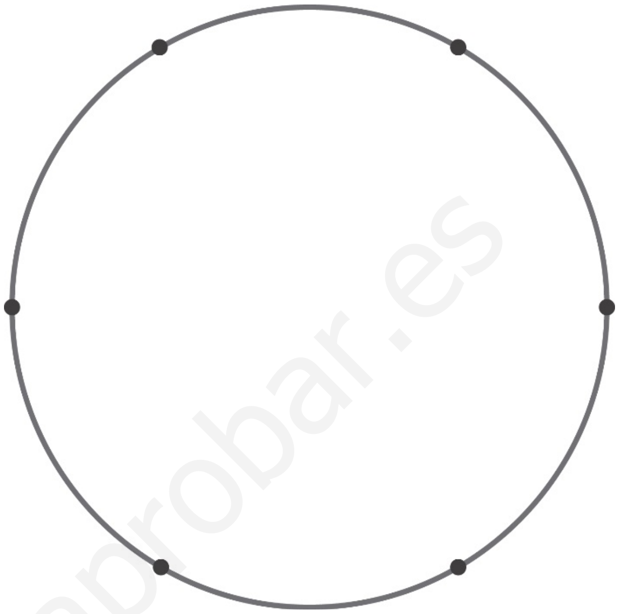
   1.º Trazar todos los segmentos que definen los puntos marcados en la circunferencia.
   2.º Contar la cantidad de zonas en que queda dividido el interior de la circunferencia.

2. **Observa los números que aparecen en la columna de la derecha. ¿Puedes intuir la regla general que sigue esta sucesión?**

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN** ¡No te fíes de las apariencias!

1. Si has encontrado la regla que sigue la sucesión, compruébala en el caso de que haya 6 puntos en la circunferencia, utilizando los dos dibujos siguientes.





Aunque en los primeros ejemplos (2, 3, 4 y 5 postes) pareciera que la solución seguía una fórmula muy sencilla, el problema es complejo. Ten en cuenta que aunque una fórmula se cumpla en unos cuantos casos no tiene por qué ser válida en general.