

A continuación incluimos algunas pruebas resueltas con el propósito de facilitar y orientar al profesorado y al alumnado de Física de 2º de bachillerato sobre las pruebas de acceso. Asimismo que puedan servir de referencia a la enseñanza, aportando un material de ayuda, que pueda servir como guía, para la preparación de futuras convocatorias.

El detalle con el que se resuelven los problemas y cuestiones o el emplear en algún caso varios enfoques para resolverlos esta por encima del nivel que se le exigirá al alumnado en la resolución de las pruebas. Los planteamientos utilizados en la resolución no pretenden ser la única forma de abordarlos correctamente.

No nos cansaremos de insistir en la importancia de integrar la teoría con la práctica y la necesidad de al resolver problemas y ejercicios no limitarse a aplicar una formula o a realizar cálculos numéricos. Hay que familiarizar a nuestro alumnado con la metodología científica. Para ello al abordar la solución de un problema el alumnado debe identificar y definir el problema, planificar una estrategia de resolución, aplicarla y valorar el resultado obtenido. A lo largo de su resolución debe exponer los principios físicos que se aplican y comentar los procedimientos utilizados, así como justificar físicamente los resultados obtenidos.

## Problemas

### Opción A:

1.- En los extremos de una varilla de 6 m de longitud se encuentran dos cargas eléctricas idénticas de 2 C. Calcula: a) La intensidad del campo eléctrico en el punto central M de la varilla.

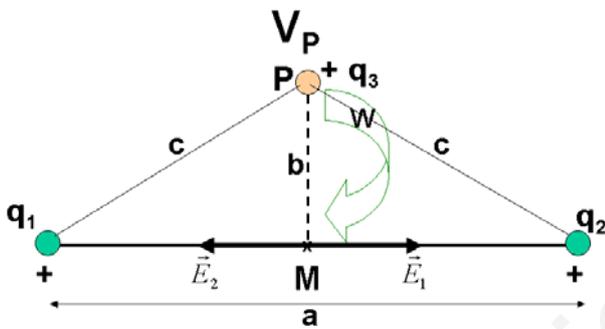
b) El potencial en un punto P situado verticalmente sobre el centro de la varilla y a una distancia del mismo de 4 m.

c) El trabajo que hace el campo eléctrico para llevar una carga de 1  $\mu\text{C}$  desde el punto P hasta el punto M.

Los datos que proporciona el problema son:  $q_1 = q_2 = 2\text{C}$ ;  $d = a = 6\text{m}$ ;  $\frac{a}{2} = 3\text{m}$ ; En la figura representamos la situación descrita

Aplicando el teorema de Pitágoras:  $c = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5\text{m}$

**a) Cálculo de  $\vec{E}_M$ :** La intensidad del campo creado por dos cargas, viene dado por el teorema de superposición, según el cuál el campo total es la suma de los campos creados por cada una de las cargas. Supongamos en el punto M, la unidad de carga positiva y representamos y calculemos la acción que sobre la misma ejercen  $q_1$  y  $q_2$ . Como la intensidad de campo es una magnitud vectorial, la intensidad de campo en M vendrá dado por:



$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (E_1 \vec{i}) + (-E_2 \vec{i}) = (E_1 - E_2) \vec{i} = 0 \text{ N/C}$$

pues  $E_1 = E_2$ , ya que:

$$(\vec{E}_1 = E_1 \cdot \vec{i}) \Rightarrow E_1 = K \frac{q_1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2}{(3)^2} = 2 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$(\vec{E}_2 = -E_2 \cdot \vec{i}) \Rightarrow E_2 = K \frac{q_2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2}{(3)^2} = 2 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

**b) Cálculo de  $V_P$ :** Aplicando el teorema de superposición y teniendo en cuenta que el potencial es una magnitud escalar

$$V_P = V_1 + V_3 = K \frac{q_1}{c} + K \frac{q_2}{c} = \frac{K}{c} (q_1 + q_2) = \frac{9 \cdot 10^9}{5} (2 + 2) = \left(\frac{36}{5}\right) \cdot 10^9 = 7,2 \cdot 10^9 \text{V};$$

$$V_P = 7,2 \cdot 10^9 \text{V}$$

**c) Cálculo del trabajo que hacen las fuerzas del campo eléctrico sobre  $q_3 = 1 \mu\text{C}$  para llevarla del punto P al M**

Dicho trabajo es igual al producto de la carga que se traslada por la diferencia de potencial eléctrico que existe entre dichos dos puntos. Por tanto  $(W_{q_3})_{P \rightarrow M} = q_3 \cdot (V_P - V_M)$ . Calculemos previamente el potencial en cada uno de dichos puntos:

$$V_P = \frac{36}{5} \cdot 10^9 \text{V} = 7,2 \cdot 10^9 \text{V}$$

$$V_M = V_1 + V_3 = K \frac{q_1}{\left(\frac{a}{2}\right)} + K \frac{q_2}{\left(\frac{a}{2}\right)} = \frac{K}{\left(\frac{a}{2}\right)} (q_1 + q_2) = \frac{9 \cdot 10^9}{3} (2 + 2) = \left(\frac{36}{3}\right) \cdot 10^9 = 12 \cdot 10^9 \text{V} = 1,2 \cdot 10^{10} \text{V}$$

Sustituyendo en la expresión del trabajo:

$$(W_{q_3})_{P \rightarrow M} = q_3 \cdot (V_P - V_M) = 10^{-6} \cdot (7,2 \cdot 10^9 - 12 \cdot 10^9) = 10^{-6} (-4,8 \cdot 10^9) = -4,8 \cdot 10^3 \text{J}$$

$(W_{Q_3})_{P \rightarrow M} = -4,8 \cdot 10^3 \text{ J}$  El trabajo puede ser negativo porque el desplazamiento se realiza en sentido contrario al campo. Es decir hay que realizar una fuerza para vencer al campo, por tanto el trabajo se realiza en contra del campo y es negativo.

Esto es debido a que las cargas positivas se desplazan espontáneamente perdiendo energía potencial, es decir se desplazan de potenciales altos a bajos. Y en nuestro caso  $V_P < V_M$ , por lo que  $(V_P - V_M) < 0$  y por tanto la  $\Delta E_P > 0$ , como  $W = -\Delta E_P < 0$ .

## Problemas

### Opción A:

2.- Calcula la longitud de onda asociada a las siguientes partículas:

- Un protón con una energía cinética de  $2,5 \cdot 10^{-10} \text{ J}$ .
- Una pelota de golf de 50g que se mueve con una velocidad de  $400 \text{ ms}^{-1}$ .
- Un electrón que es emitido por el sodio cuando se ilumina con una radiación de 5 eV.

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ;  $m_p = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ; Trabajo de extracción del sodio = 2,5eV;  $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

La longitud de onda de de Broglie ( $\lambda$ ) de una partícula que se mueve con una velocidad  $v$ , pequeña frente a la de la luz,

c, vendrá dada por la expresión:  $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$  Por tanto:

a) Calculo de la longitud de onda del protón de  $E_c$  dada

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_c}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot (1,66 \cdot 10^{-27}) \cdot (2,5 \cdot 10^{-10})}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{8,3 \cdot 10^{-37}}}$$

$$= \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-18}} = 7,28 \cdot 10^{-11} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 7,28 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$\lambda = 7,28 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,728 \text{ \AA}$$

Longitud de onda del orden del tamaño del protón

b) Calculo de la longitud de onda de la pelota de golf

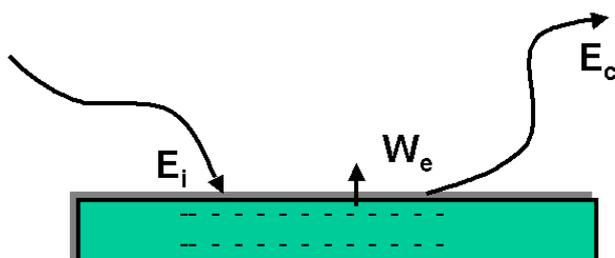
$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) (\text{J}) \cdot (\text{s})}{(5 \cdot 10^{-2}) (\text{kg}) \cdot (4 \cdot 10^2) (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) (\text{kg}) \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot (\text{m}) \cdot (\text{s})}{20 (\text{kg}) \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})} = 3,3 \cdot 10^{-35} \text{ m} \Rightarrow$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^{-35} \text{ m} \quad \lambda = 3,3 \cdot 10^{-25} \text{ \AA}$$

Longitud de onda muy pequeña comparada con el tamaño del objeto. Esto hace que los aspectos ondulatorios de la materia en el mundo macroscópico se encuentren enmascarados, sean indetectable, por lo que no son relevantes, pudiéndose seguir aplicando las leyes de la física clásica. Esto es debido al pequeño valor de la constante de Planck

c) Calculo de la longitud de onda del electrón que es emitido por el sodio al iluminarlo:

Calculo en primer lugar de la  $E_c$  con que sale el electrón al ser iluminado con radiación incidente de 5 eV



Según el principio de conservación de la energía se cumple la llamada ecuación de Planck - Einstein del efecto fotoeléctrico: "La energía de la radiación incidente es igual al trabajo necesario para extraer al electrón más la energía cinética que le comunica una vez arrancado. Lo que viene dado por la expresión":

$$E_i = W_e + E_c \Rightarrow E_c = E_i - W_e = 5eV - 2,5eV = 2,5eV;$$

$$E_c = 2,5(eV) \cdot (1,602 \cdot 10^{-19}) \left( \frac{J}{eV} \right) = 4,005 \cdot 10^{-19} J$$

---

**Como la energía cinética viene dada por la expresión:**  $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}$

---

Sustituyendo en la ecuación de de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_c}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot (9,11 \cdot 10^{-31}) \cdot (4,005 \cdot 10^{-19})}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{7,297 \cdot 10^{-49}}}$$

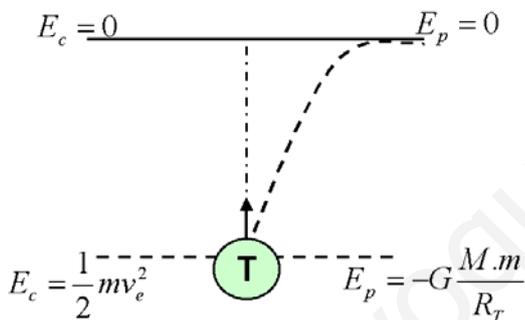
$$= \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{8,54 \cdot 10^{-25}} = 7,76 \cdot 10^{-10} m \Rightarrow \lambda = 7,76 \cdot 10^{-10} m$$

$\lambda = 7,76 \cdot 10^{-10} m = 7,76 \text{ \AA}$  Del orden del tamaño del electrón. Longitud de onda lo suficientemente grande comparada con las dimensiones del sistema, que hace que en el mundo microscópico las propiedades ondulatorias de la materia sean observables.

## Cuestiones. Opción A

### 1.- Deduce la velocidad de escape de un satélite terrestre a partir de la conservación de la energía.

La velocidad de escape es la velocidad que debe de adquirir un cuerpo para que se escape de la atracción terrestre.



Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica entre el punto de la superficie terrestre y el punto en que esta libre de dicha atracción, tendremos:

$$E_{M_A} = E_{M_B} \Rightarrow E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B} \text{ Sustituyendo:}$$

$$\left( \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 \right) + \left( \frac{-GMm}{R} \right) = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$

Como se cumple que:

$$F_g = P \Rightarrow \frac{G \cdot M \cdot m}{R^2} = mg \Rightarrow G \cdot M = g \cdot R^2$$

Tendremos, sustituyendo:

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot R^2}{R}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot R}$$

Podemos deducir que la velocidad de escape es independiente del objeto que se lanza. Así una nave espacial, necesita la misma velocidad e escape que una molécula. Esta expresión es válida para objetos lanzados desde cualquier planeta de masa M y radio R

Numéricamente, para el caso de la velocidad de escape de un satélite, de la superficie terrestre, tendremos:

$$g=9,81 \text{ m.s}^{-2}; \quad R=6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$v_e = \sqrt{2 \cdot g \cdot R} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 6,37 \cdot 10^6} = \sqrt{1,25 \cdot 10^8} \frac{m}{s} = 1,11 \cdot 10^4 m \cdot s^{-1} = 11.100 m \cdot s^{-1} = 11,1 km \cdot s^{-1}$$

Esta es la mínima velocidad para que el cuerpo pueda salir y escapar de la influencia del planeta.

### 2.- Una partícula de masa m oscila en el eje OX según la ecuación $x(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$ . Obtén la expresión de la energía para esta masa en función de la Amplitud de la oscilación.

La energía mecánica o total de una partícula es la suma de sus energía cinética y potencial:  $E_M = E_C + E_P$

Como:

$$X(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) \Rightarrow v = \frac{dX(t)}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow a = \frac{dv(t)}{dt} = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) = -\omega^2 \cdot X$$

Por tanto sustituyendo en la expresión de la energía cinética y de la energía potencial elástica, tendremos:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} K \cdot A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

Como:  $\cos^2(\omega t + \varphi) = 1 - \text{sen}^2(\omega t + \varphi) \Rightarrow$

**Calculo Energía**  $E_c = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \omega^2 [1 - \text{sen}^2(\omega t + \varphi)] = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 [A^2 - A^2 \text{sen}^2(\omega t + \varphi)] = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 (A^2 - X^2)$  **de la**

**mecánica a partir de la energía cinética máxima**

La energía cinética es proporcional al cuadrado de la amplitud y depende de la posición X en que se encuentra la partícula que oscila. De tal forma que si X=0 (en el centro de la trayectoria), la energía cinética es máxima, teniendo en ese punto su máxima velocidad. La energía cinética es **máxima en el centro de oscilación y cero en los extremos**. Para el valor máximo de la energía cinética, la energía potencial es nula y la energía cinética máxima es igual a la energía mecánica. Por tanto:

$$E_M = E_{c\max} = \frac{1}{2} m \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} K A^2 \Rightarrow \text{donde } K = m \cdot \omega^2;$$

Lo que se deduce comparando la ecuación fundamental de la dinámica:  $F = m \cdot a = -m \cdot \omega^2 \cdot X$ ; con la ley de Hooke:  $F = -K \cdot X$ , tendremos que:  **$K = m \cdot \omega^2$**

**Otra forma de obtener la expresión de la energía** es a partir de la energía potencial máxima (en los extremos de la oscilación). En efecto, sabemos que:

$$E_p = \frac{1}{2} K \cdot X^2 = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot X^2 = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 A^2 \text{sen}^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} K A^2 \text{sen}^2(\omega t + \varphi)$$

; su valor máximo será cuando:  $E_M = E_{p\max} = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} K \cdot A^2$   
 $\text{sen}(\omega t + \varphi) = 1$ ; con lo que:

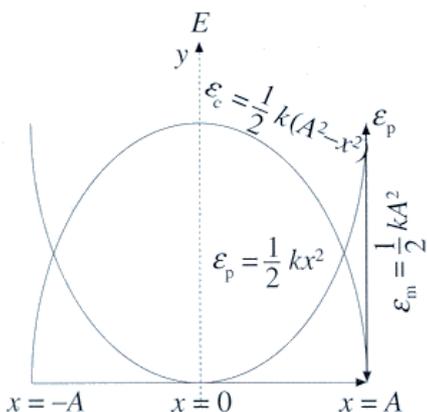
**Otra forma de obtener la energía mecánica a partir de las sumas de las energías cinética y potencial:**

$$E_M = E_c + E_p = \frac{1}{2} K \cdot A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} K A^2 \text{sen}^2(\omega t + \varphi) \Rightarrow$$

$$E_M = \frac{1}{2} K A^2 [\text{sen}^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)] = \frac{1}{2} K A^2$$

**O bien:  $E_M = E_c + E_p = 1/2 K (A^2 - X^2) + 1/2 K X^2 = 1/2 K A^2$**

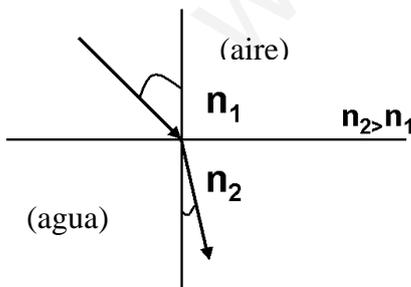
En la figura se representa la variación de la energía con la elongación y se observa cómo aumenta la energía potencial cuando aumenta la energía cinética y viceversa. Se observan dos valores de la elongación para los cuales ambas energías valen lo mismo, cuando las dos parábolas de la figura se cortan. En el m.a.s. la energía mecánica permanece constante.



**3.- Enuncia la ley de Snell de la refracción. Pon un ejemplo e ilústralo con un diagrama de rayos.**

La refracción se produce cuando una onda llega a la superficie de separación de dos medios de propagación distintos. **La refracción consiste en un cambio en la dirección de propagación y en el valor de la velocidad.**

Cuando la luz en su camino se encuentra con una superficie de separación entre dos medios transparentes, además de la reflexión, se produce un cambio en la dirección y sentido de la trayectoria de la luz en el segundo medio, debido a la distinta rapidez de propagación. Cada medio transparente viene caracterizado por su índice de refracción, **n**, que indica la relación entre la rapidez de la luz en el vacío y la rapidez de la luz en dicho medio ( $n=c/v$ ). En la refracción se cumple la ley de Snell.



**La ley de Snell** de la refracción nos dice que la relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una constante característica de los dos medios. Esta constante es igual al índice de refracción relativo del segundo medio con respecto al primero o también es igual al cociente entre la velocidad de la luz en el primer medio y en el segundo.

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = n$$

Cuando la luz pasa de un medio a otro de mayor índice de refracción (más refringente), como del aire al agua, el rayo refractado se acerca a la normal.

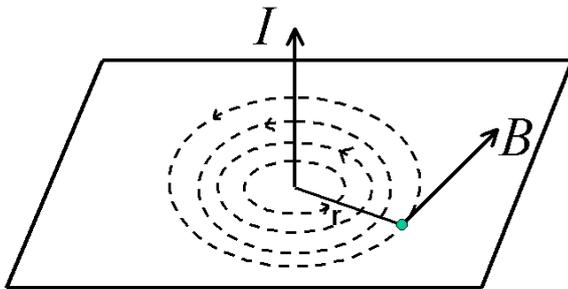
Cuando la luz incide desde un medio de mayor índice de refracción (menor rapidez de la luz) como el agua a uno de menor índice de refracción (mayor rapidez de la luz) como el aire, la luz se aleja de la normal; ello hace que cuando

miramos desde fuera del agua "parezca" que el objeto se halle en una posición menos profunda de lo que en realidad se encuentra.

Si seguimos la marcha de un frente de ondas en el agua, podemos apreciar que este se ensancha. Esta es la razón por la que los objetos dentro del agua se vean amplificadas.

**4.- Un hilo conductor indefinido por el que circula una corriente eléctrica I crea un campo magnético B. Escribe la expresión de su módulo y señala como es su dirección y sentido.**

Los físicos franceses Biot y Savart, estudiaron los campos magnéticos que crean las corrientes, midieron el valor de la inducción magnética B debida a un conductor rectilíneo largo, por el que circula una corriente de intensidad I a una distancia r del mismo.



Llegaron a la conclusión de que el campo creado en cada punto del espacio es directamente proporcional a la la intensidad de corriente que circula por el conductor e inversamente proporcional a la distancia r del mismo.

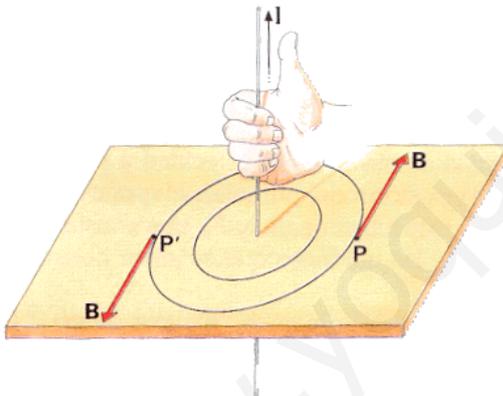
Su valor, en módulo, viene determinado por la expresión:

$$B = K_m \cdot \frac{I}{r} \Rightarrow \text{Como } K_m = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \text{ Ley de Biot y Savart}$$

donde, en el vacío:  $K_m = 2 \cdot 10^{-7}; \Rightarrow \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T.m/A}$

Además, la intensidad del campo magnético depende del medio; esta dependencia viene determinada por el valor de la permeabilidad magnética  $\mu$ .

La unidad de B en el sistema internacional se llama Tesla. La **dirección** del vector inducción magnética, B, es tangente a la trayectoria de las líneas del campo en el punto considerado y el **sentido** de las líneas del campo viene dado por la regla de la mano derecha: " si se coge el conductor con la mano derecha, apuntando con el dedo pulgar en la dirección de la intensidad de corriente I, el resto de los dedos rodean al conductor en el mismo sentido que las líneas del campo.



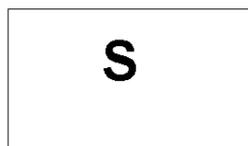
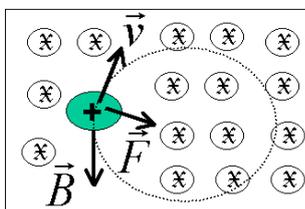
Las líneas de campo son por tanto círculos cuyo sentido se puede determinar por el de los dedos cuando se rodea el hilo conductor con la mano derecha y el pulgar señalando la dirección de la intensidad. Estas líneas se pueden visualizar atravesando una cartulina con un alambre conductor. Al espolvorear la cartulina con limaduras de hierro éstas se orientan bajo la acción del campo magnético creado formando círculos concéntricos alrededor del conductor.

**Problemas**

**Opción B:**

**1.- Un protón entra perpendicularmente en una región del espacio donde existe un campo magnético de 3T con una velocidad de 2500 kms<sup>-1</sup> .**

a) **Dibuja los vectores: campo magnético, velocidad del protón y fuerza que actúa sobre el protón.**



b) **Calcula el radio de la órbita que describe el protón.**

c) **Calcula el número de vueltas que da el protón en 0.1s.**

Datos:  $q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}; m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

a) **Dibujar las magnitudes que actúan sobre el protón:** Cuando una carga móvil q se mueve con una velocidad v dentro de un campo magnético B se encuentra sometida a una fuerza F, de valor:  $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$  (Fuerza de Lorentz)

F, v y B forman un triedro trirectángulo, siendo en este caso perpendiculares entre si.

La **dirección y sentido de F** vienen dados por la regla del producto vectorial. Su dirección es siempre perpendicular al plano formado por  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{B}$  y su sentido depende del signo de la carga. Si  $q$  es positiva, la fuerza tendrá el sentido del vector  $\vec{v} \times \vec{B}$ .

Para averiguar en cada caso, la dirección y el sentido de la fuerza magnética se puede utilizar la **regla de la mano derecha**, para una carga positiva: " Sitúa la mano derecha de manera que los dedos índice y pulgar sean perpendiculares entre sí, y perpendiculares a su vez a los tres dedos restantes. Si giras la mano de manera que el índice indique el sentido del movimiento ( $\mathbf{v}$ ), los tres dedos corazón, anular y meñique indican las líneas de inducción del campo ( $\mathbf{B}$ ) y el pulgar indicara la fuerza a la que esta sometida la carga ( $\mathbf{F}$ )".

Sea un campo magnético uniforme en el que  $\mathbf{B}$  es perpendicular al plano del papel y dirigido hacia dentro. Si una carga positiva  $q^+$  penetra perpendicularmente a este campo con una velocidad  $\mathbf{v}$ , estar sometida a una fuerza  $\mathbf{F}$  perpendicular a la velocidad y contenida en el plano del papel dirigiéndose hacia el centro de la trayectoria circular que describe la carga al cambiar de dirección su velocidad. Al ser constantes  $q$ ,  $v$  y  $B$ , la fuerza también lo será. Esta fuerza no tiene componente en la dirección del movimiento, por tanto es siempre perpendicular a dicha dirección. El campo magnético aunque no realiza ningún trabajo sobre la carga, le imprime una aceleración constante, perpendicular a la dirección de la velocidad, es **una fuerza centrípeta**. **La partícula describe una circunferencia en la que F es la fuerza centrípeta y v la velocidad tangencial.** La fuerza magnética no modifica el módulo de la velocidad sino que le proporciona una aceleración normal.

### **b) Cálculo del radio de la órbita que describe el protón**

Si igualamos la fuerza magnética de Lorentz con la fuerza centrípeta o normal se tiene:

$$F = qvB = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{(1,67 \cdot 10^{-27})(\text{kg}) \cdot (2,5 \cdot 10^6)(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})}{(1,6 \cdot 10^{-19})(\text{C}) \cdot (3)(\text{T})} = \frac{(4,175 \cdot 10^{-21})}{(4,8 \cdot 10^{-19})} \text{m} = 8,70 \cdot 10^{-3} \text{m} = 0,87 \text{cm}$$

$$\boxed{R = 8,70 \cdot 10^{-3} \text{m} = 0,87 \text{cm}}$$

Este será el radio de la circunferencia descrito por la partícula que atraviesa la región donde existe el campo magnético.

### **c) Cálculo del número de vueltas que da en 0,1 s**

Como el protón gira siguiendo un movimiento periódico, circular uniforme, el número de vueltas dependerá del ángulo total girado.

$$\text{Para ello calculamos en primer lugar el ángulo girado: } \theta = \omega \cdot t = \frac{v}{R} \cdot t = \frac{2,5 \cdot 10^6}{8,7 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-1} = 2,87 \cdot 10^7 \text{ rad}$$

$$\text{El número de vueltas será: } N = \frac{\theta}{2 \cdot \pi} = \frac{2,87 \cdot 10^7}{6,28} = 4,57 \cdot 10^6 \text{ vueltas ; } \boxed{N = 4,57 \cdot 10^6 \text{ vueltas}}$$

La partícula recorre millones de vueltas en décimas de segundo, debido a su gran velocidad.

## **2.- Una lente cóncavo-plana tiene un radio de 70cm y está construida con un vidrio con índice de refracción de 1.8. Calcula:**

- La distancia focal y la potencia de la lente.**
- La distancia a la que se formará la imagen de un objeto de 15 cm de altura situado a 3.5 m de la lente. Explica el tipo de imagen.**
- Dibuja el objeto, la lente, el diagrama de rayos y la imagen.**

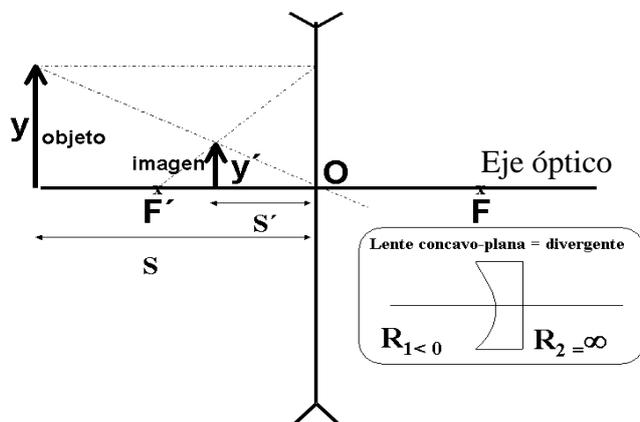
Las lentes son objetos transparentes limitados por superficies esféricas. Son sistemas ópticos centrados formados por dos dioptrios en, de los que uno al menos es un dioptrio esférico. Una lente cóncavo - plana es una lente divergente más gruesa por el extremo que por el centro. En las lentes divergentes  $f' < 0$  y todas las imágenes son virtuales. Las imágenes formadas por lentes divergentes siempre son virtuales, derechas y de menor tamaño que el objeto.

Las ecuaciones a emplear serán las de las lentes delgadas son:

Ecuación fundamental:  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ ; Distancia focal:  $\frac{1}{f'} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$ ; donde  $f' = -f$ ;

Aumento lateral:  $M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$ ; Potencia de una lente:  $P = \frac{1}{f'}$

Donde  $s$  y  $s'$  son las distancias objeto y la distancia imagen respecto a la lente,  $f'$  es la distancia focal imagen,  $y$  y  $y'$  son los tamaños del objeto y de la imagen respectivamente.



emergiendo paralelo al eje óptico. (No dibujado en el gráfico)

Empezaremos a resolver el problema por el apartado gráfico

### c) Dibujando el objeto, la imagen, la lente y el diagrama de rayos.

El objeto está situado a una distancia mayor que el doble de la distancia focal imagen. **Dibujamos la lente divergente perpendicular al eje óptico que pasa por su centro.**

Para la construcción gráfica de la imágenes se trazan dos rayos conocidos de los tres siguientes y hallando su intersección después de refractarse en la lente:

- Un rayo paralelo al eje óptico una vez refractado pasa por el foco imagen  $F'$
- Un rayo que pase por el centro óptico de la lente no se desvía
- Un rayo que pase por el foco objeto  $F$  se refracta

### a) Cálculo de la distancia focal y la potencia de la lente

Según el convenio de signos (Normas DIN) los datos del problema son:  $R_1 = -70 \text{ cm} = -0,7 \text{ m}$ ;  $n = 1,8$ ;  $y = 15 \text{ cm} = -0,15 \text{ m}$ ;  $s = -3,5 \text{ m} = -350 \text{ cm}$

Aplicando la ecuación de la distancia focal de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{f'} = (1,8-1) \left( \frac{1}{-70} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{-0,80}{70} = -0,0114 \text{ cm}^{-1};$$

$$f' = -87,72 \text{ cm} = -0,88 \text{ m}$$

Cálculo de la potencia de la lente:  $P = \frac{1}{f'} = -0,0114 \text{ cm}^{-1} = -1,14 \text{ m}^{-1} = -1,14 \text{ dioptrías};$

$$P = -1,14 \text{ dioptrías}$$

El signo negativo tanto de la distancia focal imagen, como de la potencia, nos indica que la lente es divergente

### b) Cálculo de La distancia a la que se formará la imagen "s'" y tipo de imagen

Cálculo de la posición de la imagen: Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-350} = \frac{1}{-0,88} \Rightarrow s' = \frac{616}{1580} \text{ m} = -0,389 \text{ m} = -38,9 \text{ cm}; \quad s' = -38,9 \text{ cm}$$

Cálculo del tamaño de la imagen  $y'$ . Aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{15} = \frac{-38,9}{-350} \Rightarrow y' = 1,667 \text{ cm}$$

Como era de esperar el tamaño de la imagen es menor que la del objeto.

Tipo de imagen: La imagen formada es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.

## Cuestiones. Opción B

**1.- Dos cargas puntuales se atraen entre sí con una fuerza de módulo F. Si duplicamos el valor de una de las cargas, cambiamos el signo de la otra y las separamos el doble de distancia, ¿cuál será la nueva fuerza entre las cargas? Calcula la nueva fuerza en función de F.**

El valor de la fuerza de módulo F vendrá dado por la ley de Coulomb, de expresión:  $F = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

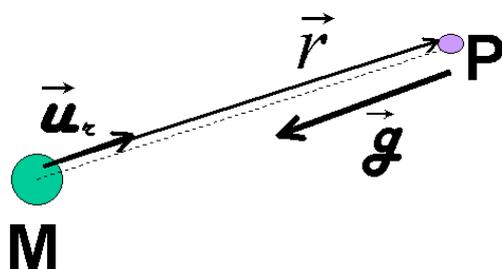
La nueva fuerza  $F_2$  en función de los cambios realizados:  $Q_1' = 2Q_1$ ;  $Q_2' = -Q_2$ ;  $r' = 2r$

vendrá dado por:  $F_2 = K \frac{(2Q_1) \cdot (-Q_2)}{(2r)^2} = -2K \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4r^2} = -\frac{1}{2} \left[ K \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \right] = -\frac{1}{2} F = \frac{-F}{2}$

El **módulo** de la nueva fuerza valdrá:  $F_2 = \frac{F}{2}$  y tendrá la **misma dirección y sentido contrario que F**

**2.- Escribe la expresión vectorial de la intensidad de campo gravitatorio y explica el significado de cada uno de sus términos.**

La intensidad del campo gravitatorio creado por una masa M en un punto P situado a una distancia r de ella, viene dada por la expresión:



$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r$$

donde:  $\vec{g}$  = Intensidad del campo gravitatorio en  $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1} = \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

G = constante de gravitación universal =  $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$

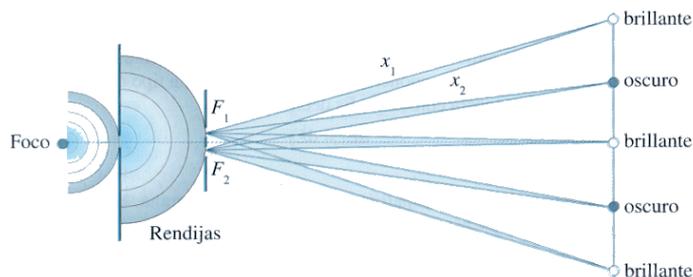
M = Masa creadora del campo gravitatorio en kg.

r = distancia de la masa al punto P donde queremos calcular el campo, en m.  $\vec{u}_r$  = vector unitario en la dirección de la línea que une la masa con el punto, su sentido es contrario al vector intensidad de campo, lo que explica el signo negativo del vector intensidad de campo.

**3.- Justifica el fenómeno que se produce cuando una onda se encuentra con una rendija (o un obstáculo) de dimensiones comparables a  $\lambda$ .**

Cuando una onda se encuentra al avanzar una rendija o un obstáculo de dimensiones del orden de su longitud de onda se produce el fenómeno de la **difracción**.

La difracción se produce cuando un obstáculo o rendija impide el avance de un frente de onda. Los puntos del frente de ondas que no están tapados por el obstáculo se convierten en centros emisores de nuevos frentes de onda, según el **principio de Huygens**, logrando la onda bordear el obstáculo o contornear las rendijas y propagarse detrás del mismo.



**La rendija se comporta como una infinidad de rendijas muy finas que dan lugar al fenómeno de interferencias de Young. Las ondas secundarias emitidas por el foco, permiten que el frente de ondas rebasar el obstáculo.**

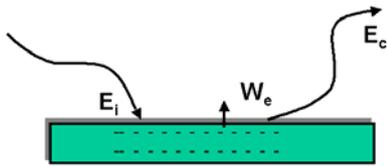
Así una onda plana en el agua se difracta al chocar contra un obstáculo produciendo detrás de él ondas circulares.

Las ondas sonoras tienen la propiedad de difractarse de doblar las esquinas, lo que nos permite el poder oír detrás de un obstáculo. Las sombras proyectadas por objetos opacos no son perfectamente nítidas dando lugar a franjas brillantes y oscuras, que se pueden recoger en una pantalla. En la pantalla se observa un máximo central de luz, alternando con zonas oscuras y zonas de luz debido al fenómeno e interferencias que tienen lugar después de la difracción de la luz en la experiencia de las dos rendijas de Young.

**4.- Definir el trabajo de extracción de los electrones de un metal cuando recibe radiación electromagnética. Explica de qué magnitudes depende la energía máxima de los electrones emitidos en el efecto fotoeléctrico.**

El trabajo de extracción ( $W_0$ ) **es la energía que es necesario comunicar para arrancar un electrón del metal.**

Si E es la energía que incide y absorbe el electrón. De acuerdo con el principio de conservación de la energía, la diferencia  $E - W_0$  es la energía cinética  $E_c$  del electrón que escapa. Esto es: Energía incidente = Trabajo de extracción + Energía cinética



$E_i = W_o + E_c$ ;  $E_c = E - W_o = h \cdot \nu - W_o$ ;  $E_c = h \cdot \nu - h \cdot \nu_o$ . Si la energía incidente ( $h \cdot \nu$ ) es mayor que el trabajo de extracción ( $W_o$ ) se produce el efecto fotoeléctrico. Existe una **frecuencia umbral** ( $\nu_o$ ) a partir de la cual se produce el efecto fotoeléctrico. La frecuencia umbral ( $\nu_o = W_o/h$ ) es la frecuencia de la luz para que la energía cinética de los electrones emitidos sea cero.

La energía máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico **depende de la energía incidente y de la frecuencia umbral** (o sea del trabajo de extracción del metal ( $W_e = h \cdot \nu_o$ )).

#### 4.- Un cohete tiene una longitud de 20 m cuando se encuentra en reposo. Calcula el cambio en la longitud cuando se desplaza a una velocidad de: a) $7,2 \cdot 10^7$ km/h.; b) 0,9 c

Según la teoría de la relatividad, a velocidades próximas a las de la luz, cuanto más rápidamente se mueve una barra, tanto más corta aparece. Un cuerpo que se mueve respecto de un observador tiene para éste una longitud en dirección

del movimiento que es menor  $\frac{1}{\gamma}$  veces su longitud propia.

La longitud de un objeto medido en el Sistema de Referencia en el cuál esta el objeto en reposo se denomina longitud propia. En un S.R. en el cuál se esta moviendo el objeto, la longitud medida es más corta que la longitud propia.

Por tanto cualquier longitud es menor que la propia ya que  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} > 1$

La expresión:  $L' = \frac{L_p}{\gamma}$  recibe el nombre de contracción de Fitzgerald - Lorentz; ( $L' < L_p$ )

Como  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  tendemos que:  $L' = L_p \cdot \sqrt{1 - \beta^2} = L_p \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

Los objetos no se contraen realmente, sino que al medir su longitud desde otro sistema de referencia ésta resulta ser menor que la longitud propia. La teoría de la relatividad de Einstein muestra que la contracción de Fitzgerald no constituye un cambio físico real en los cuerpos, sino una apariencia debida al movimiento relativo de los cuerpos.

Si en el sistema en reposo O, que ve el objeto en movimiento mide la longitud de la varilla es L En el sistema en movimiento se mide la longitud de la varilla en movimiento es  $L/\gamma$ . Por tanto el observador O en reposo, que ve el objeto en movimiento, mide una longitud menor que el observador O' que ve el objeto en reposo.

#### En nuestro problema:

$$v = 7,2 \cdot 10^7 \text{ km/h} = (7,2 \cdot 10^7) \cdot (1.000/3.600) \text{ m/s} = 2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$$c = 300.000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Sustituyendo:

$$L' = L_p \cdot \sqrt{1 - \beta^2} = L_p \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 20 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^8}\right)^2} = 20 \cdot \sqrt{1 - 0,0444} = 20 \cdot \sqrt{0,995} = 19,955 \text{ m}$$

$$\Delta L = L' - L_p = 19,955 - 20,000 = -0,045 \text{ m} = -4,5 \text{ cm}$$

Como se puede apreciar la contracción de la longitud de la varilla no es mucha, por ser su velocidad aún mucho más pequeña que la velocidad de la luz.

**Así, una barra reduce su longitud a la mitad al moverse con una velocidad aproximadamente igual al 90 % de la velocidad de la luz.**

En efecto en este caso:

$$L' = L_p \cdot \sqrt{1 - \beta^2} = L_p \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 20 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,9 \cdot c}{c}\right)^2} = 20 \cdot \sqrt{1 - 0,81} = 20 \cdot \sqrt{0,19} = 20 \cdot 0,436 = 8,72 \text{ m}$$

## OPCIÓN A

**Problemas**

1.- Se dispone de una lente convergente (lupa) de distancia focal  $f'=5$  cm, que se utiliza para mirar sellos. Calcular la distancia a la que hay que situar los sellos respecto de la lente si se quiere obtener una imagen virtual: a) diez veces mayor, b) veinte veces mayor que la imagen original. c) Construye en ambos casos el diagrama de rayos.

El objeto, con una lente convergente, debe situarse entre el foco y la lente, es decir  $[s] < f'$ , para conseguir imágenes virtuales derechas y mayores. Al ser la imagen virtual  $s' < 0$  y al ser la imagen derecha: signo de  $y$  = signo de  $y'$ ;  $y/y' = s/s' > 0$

(a) La distancia focal es de  $f'=5$ cm. Recordemos que el **aumento lateral** es la relación que existe entre el tamaño del objeto y el tamaño de la imagen o entre las distancias objetos e imagen:  $M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$ .

La posición de la imagen producida por una lente depende de la posición del objeto y de la distancia focal imagen de la lente, según la ecuación de la lente delgadas:  $\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$ . Si la imagen virtual es 10 veces mayor

$10 = \frac{s'}{s}$  por lo que:  $s'=10s$ . Utilizando la ecuación de la lente delgada con  $f'=5$ cm, tendremos que:  $\frac{1}{5} = \frac{1}{10s} - \frac{1}{s}$ ;

$$s = \left( \frac{1}{10} - 1 \right) \cdot 5$$

Nos queda que  $s = -4,5$  cm que es la distancia a la que se deben encontrar los sellos.

El resultado es razonable, ya que la imagen formada por una lente convergente de un objeto cuya **distancia objeto es menor que la distancia focal** objeto ( $s < f$ ) es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto. ( $4,5 < 5$ )

(b) Análogamente: Si la imagen virtual es 20 veces mayor  $20 = \frac{s'}{s}$  por lo que  $s'=20s$ . Utilizando la ecuación de la

lente delgada con  $f'=5$ cm,  $\frac{1}{5} = \frac{1}{20s} - \frac{1}{s}$ ;  $s = \left( \frac{1}{20} - 1 \right) \cdot 5$ . Nos queda que  $s = -4,75$  cm que es la distancia a la que se deben encontrar los sellos.

El resultado es igualmente razonable, ya que la imagen formada por una lente convergente de un objeto cuya **distancia objeto es menor que la distancia focal** objeto ( $s < f$ ) es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto. ( $4,75 < 5$ )

**Analizando y comparando el resultado se comprueba que al acercarse el sello al foco de la lente la imagen aumenta.**

(c) Para construir la imagen en lentes delgadas mediante un diagrama de rayos debemos trazar dos de los tres rayos principales: el que llega paralelo al eje óptico de la lente, el que pasa por el centro óptico de la lente y el que pasa por el foco del objeto.

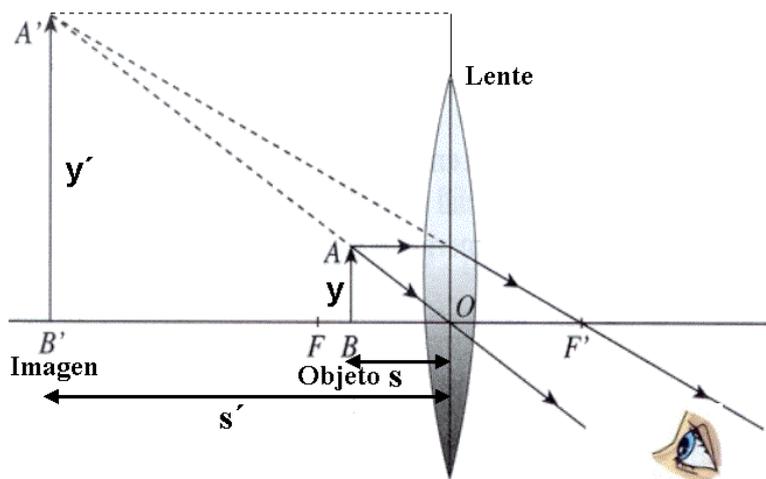
Estos tres rayos cumplen las siguientes propiedades:

1. Un rayo que llegue paralelo al eje óptico pasa, tras refractarse, por el foco imagen.
2. Un rayo que pase por el centro óptico de la lente no modifica la dirección en que se propaga.
3. Un rayo que pase por el foco objeto y se refracte en la lente emerge paralelo al eje óptico. **Dibujamos los dos primeros.**

La lupa es una lente convergente que se utiliza para aumentar el tamaño aparente de un objeto.

La lupa proporciona imágenes virtuales, derechas y mayores. El objeto debe situarse entre el foco y la lente convergente.

Un observador situado al otro lado de la lente recibe los rayos del objeto como procedentes de  $AB'$ , donde está la imagen virtual que, por supuesto, no puede recogerse en una pantalla, pero sí verse y fotografiarse. Esa imagen virtual está formada por las prolongaciones de los rayos divergentes.



2.- La frecuencia umbral de un metal es de  $4,5 \cdot 10^{14}$  Hz. Calcular:

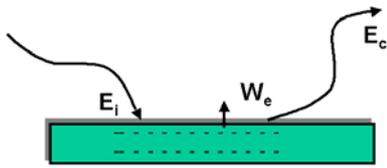
- a) El trabajo de extracción del metal.

- b) La energía cinética de los electrones emitidos si se ilumina el metal con luz de 1700 Å de longitud de onda.  
 c) La longitud de onda asociada a los electrones emitidos.

Datos:  $h= 6.63 \cdot 10^{-34}$  Js;  $c=3 \cdot 10^8$  ms<sup>-1</sup>;  $m_e =9.11 \cdot 10^{-31}$  kg;  $1eV=1.6 \cdot 10^{-19}$  J ;  $1\text{Å}=10^{-10}$  m.

El trabajo de extracción ( $W_0$ ) es la energía que es necesario comunicar para arrancar un electrón del metal.

Si  $E$  es la energía que incide y absorbe el electrón. De acuerdo con el principio de conservación de la energía, la diferencia  $E - W_0$  es la energía cinética  $E_c$  del electrón que escapa. Esto es: Energía incidente = Trabajo de extracción + Energía cinética



$E_i = W_0 + E_c$ ;  $E_c = E - W_0 = h \cdot \nu - W_0$ ;  $E_c = h \cdot \nu - h \cdot \nu_0$ . Si la energía incidente ( $h \cdot \nu$ ) es mayor que el trabajo de extracción ( $W_0$ ) se produce el efecto fotoeléctrico. Existe una **frecuencia umbral** ( $\nu_0$ ) a partir de la cual se produce el efecto fotoeléctrico. La frecuencia umbral ( $\nu_0 = W_0/h$ ) es la frecuencia de la luz para que la energía cinética de los electrones emitidos sea cero.

La energía máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico **depende de la energía incidente y de la frecuencia umbral** (o sea del trabajo de extracción del metal ( $W_e = h \cdot \nu_0$ )).

(a) El trabajo de extracción será igual a  $W = h\nu_0$  siendo  $\nu_0$  la frecuencia umbral.  $W = 6,63 \cdot 10^{-34}(\text{J} \cdot \text{s}) \cdot 4,5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} = \boxed{2,98 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$

(b) Calcularemos la energía que comunica la luz incidente  $E_{\text{luz}} = h\nu = hc/\lambda$ ,  $E_{\text{luz}} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})(3 \cdot 10^8)}{1700 \cdot 10^{-10}} \text{ J} = 1,17 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ .

La energía cinética de los electrones será la comunicada por la luz incidente menos la empleada en la extracción, es decir,

$E_{\text{luz}} = W + E_{\text{cin}}$ . Por lo tanto  $E_{\text{cin}} = E_{\text{luz}} - W = 1,17 \cdot 10^{-18} \text{ J} - 2,98 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \boxed{8,72 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$

(c) La longitud de onda de de Broglie ( $\lambda$ ) de una partícula que se mueve con una velocidad  $v$ , pequeña frente a la de la luz,  $c$ , vendrá dada por la expresión:  $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ . Necesitaremos la velocidad de los electrones emitidos que la

obtendremos de la energía cinética,  $E_{\text{cin}} = mv^2/2$ , es decir,  $v^2 = 2E_{\text{cin}}/m$ .

$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (8,72 \cdot 10^{-19})}{9,31 \cdot 10^{-31}}} = 1,38 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Con lo que:  $v = 1,38 \times 10^6 \text{ m/s}$ . Calcularemos por último la longitud de onda, sustituyendo en la ecuación de de Broglie:

$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} (\text{J} \cdot \text{s})}{9,11 \cdot 10^{-31} (\text{kg}) \cdot 1,38 \cdot 10^6 (\text{m/s})} = 5,2 \cdot 10^{-10} \text{ m} = \boxed{5,2 \text{ \AA}}$

Valor de la longitud de onda del orden del tamaño del electrón. La longitud de onda es lo suficientemente grande, comparada con las dimensiones del sistema, que hace que en el mundo microscópico las propiedades ondulatorias de la materia sean observables y significativas.

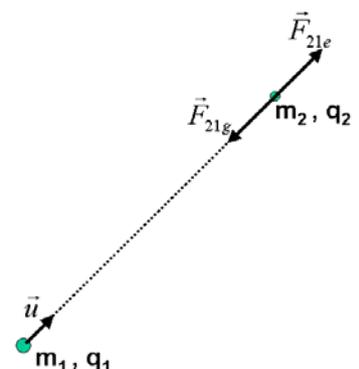
**CUESTIONES**

1.- Se tienen dos partículas de masas  $m_1$  y  $m_2$  y cargas  $q_1$  y  $q_2$  del mismo signo, como se indica en el dibujo. Escribir para la partícula  $m_1$  (utilizando las variables dadas en el dibujo) la ley de fuerzas de la gravitación universal y la ley de fuerzas de la electrostática o ley de Coulomb. Comentar las diferencias fundamentales entre ambas leyes de fuerzas.

Empezamos describiendo las **diferencias** entre ambas leyes, la gravitatoria se pone de manifiesto entre masas y la segunda entre cargas.

La constante de gravitación "G" es la misma para las partículas en cualquier medio, mientras que la constante eléctrica "k" depende del medio. Otra diferencia importante es el orden de la interacción, es decir, dadas las diferencias de magnitud entre la contante eléctrica  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{C}^2/\text{m}^2$  y  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ . Esto tiene como consecuencia que la fuerza eléctrica se pone de manifiesto incluso con cargas muy pequeñas, pero la fuerza gravitatoria solo se pone físicamente de manifiesto de forma apreciable con interacciones entre masas muy grandes, como la de los planetas.

Otra importante diferencia es que la interacción eléctrica puede ser atractiva y repulsiva, dependiendo del signo de las cargas, mientras que la interacción gravitatoria será siempre atractiva. Esto se pone de manifiesto en el signo negativo de la fuerza gravitatoria al ser la fuerza que  $m_1$  ejerce sobre  $m_2$  la fuerza de atracción tendrá diferente signo que el vector unitario radial



Suponiendo que la partícula 1 como creadora del campo y la partícula 2 como el agente sensible o testigo sobre la que actúa. La expresión de las fuerzas que sobre la partícula 2 ejerce sobre la 1 son:

$$\vec{F}_{21g} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \vec{u}_r; \quad \vec{F}_{21e} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

2.- Enunciar el principio de Huygens y utilizarlo para explicar el fenómeno de la difracción a través de una rendija (acompaña la explicación de algún dibujo). ¿ Para una rendija dada de longitud d, cuál debe ser la longitud de onda para que tenga lugar el fenómeno de difracción?

El **principio de Huygens** dice que: “Todo punto de un frente de onda es centro emisor de nuevas ondas elementales cuya envolvente es el nuevo frente de onda”. O sea que cada punto de un medio que es alcanzado por un frente de ondas, se convierte a su vez en un nuevo foco secundario emisor de ondas.

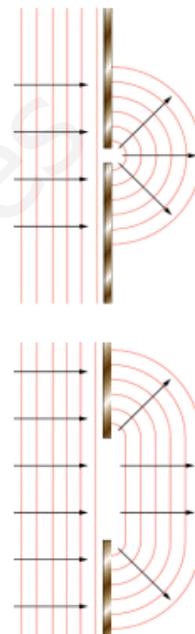
La **difracción** es el cambio en la dirección de propagación que sufre una onda, sin cambiar de medio, cuando se encuentra un obstáculo en su camino. Para poder observar este fenómeno, las dimensiones del objeto deben ser del mismo orden o menor que la longitud de onda.

El principio de Huygens nos permite explicar el fenómeno de la difracción: pues al llegar a la abertura los puntos del frente de onda actúan como emisores de onda elementales. El frente de la nueva onda queda determinado por la relación entre el tamaño de la longitud de onda y del obstáculo. Los puntos del frente de ondas que no están tapados por el obstáculo se convierten en centros emisores de nuevos frentes de onda, según el **principio de Huygens, logrando la onda bordear el obstáculo o contornear las rendijas y propagarse detrás del mismo. La rendija se comporta como una infinidad de rendijas muy finas que dan lugar al fenómeno de interferencias de Young. Las ondas secundarias emitidas por el foco, permiten que al frente de ondas rebasar el obstáculo.**

Para que tenga lugar el fenómeno de difracción la longitud de onda debe ser del mismo orden de magnitud que la longitud de la rendija o del obstáculo.  $\lambda \approx d$

Si la longitud de la onda es mayor que el tamaño de la rendija o del obstáculo interpuesto, la difracción es total y la onda supera o bordea el obstáculo. Si la longitud de onda es del orden del tamaño de la rendija o del obstáculo, la difracción es parcial y el efecto es menos intenso. Si la longitud de onda es bastante menor que el tamaño de la rendija, solo se transmite la parte correspondiente al frente del orificio. En el caso de que el obstáculo sea mayor que la longitud de onda, este se convierte en un obstáculo insalvable para el movimiento ondulatorio y no se produce la difracción de las ondas.

Podemos recibir un sonido cuando tenemos un obstáculo delante que nos impide ver la fuente. La longitud de onda del sonido audible se encuentra entre 2 cm y 20 m y puede salvar obstáculos de esas dimensiones. Para la luz visible la longitud de onda es de  $10^{-7}$  m.



3.- Un electrón, inicialmente en reposo, se pone en movimiento mediante la aplicación de un campo eléctrico uniforme. ¿ Se desplazará hacia las regiones de mayor potencial electrostático o hacia las de menor? ¿ Qué ocurrirá si consideramos un protón?.

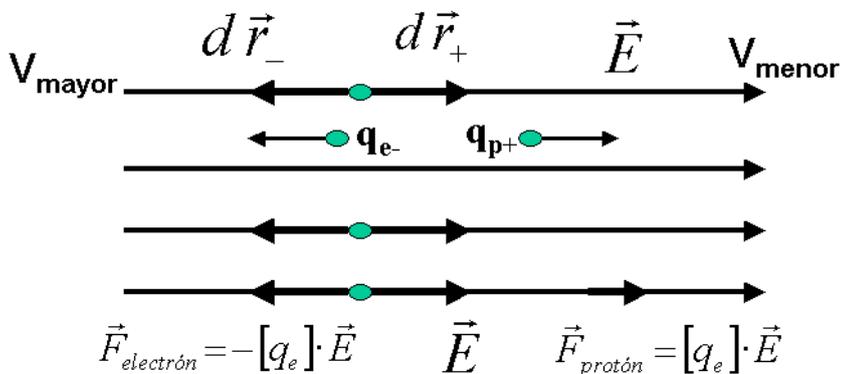
El campo eléctrico ( $\vec{E}$ ) y el potencial  $V$  están relacionados mediante la expresión:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = \begin{cases} dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}_+ < 0 \\ dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}_- > 0 \end{cases}$$

La variación de energía potencial de una carga de prueba cuando se mueve de A hasta B es:  $\Delta U = q \cdot (V_B - V_A) = q \cdot E \cdot d$

El electrón se desplazará hacia la región de mayor potencial, hacia la izquierda, al contrario de la dirección del campo.

El protón se desplazará hacia la región de menor potencial, hacia la derecha, en la dirección del campo.



En ambos casos el trabajo que realiza el campo es negativo.

**Si una carga positiva de prueba se libera en reposo en el seno de un campo eléctrico uniforme, experimenta una fuerza en el mismo sentido del campo. Por tanto acelera ganado energía cinética. Este incremento de energía cinética, coincide con la disminución de la energía potencial. Su potencial también disminuye.**

**Si q es negativo, entonces  $\Delta U$  es negativo, Esto significa que una carga negativa pierde energía potencial cuando se desplaza en sentido contrario al campo. Si una carga negativa se abandona en reposo en un punto de un campo, acelera cuando se mueve en sentido contrario a dicho campo. Como en este caso el desplazamiento se realiza en sentido contrario al campo, el potencial aumenta y el trabajo que realiza el campo sobre el electrón (-) es también negativo.**

**4.- Enunciar la ley de Faraday-Henry y Lenz y explicar con un ejemplo cómo se produce una corriente eléctrica en una espira que gira en un campo magnético uniforme.**

Faraday y Henry, tras realizar numerosas experiencias con imanes y bobinas, llegaron a la siguiente conclusión: "cuando un imán y una bobina se mueven relativamente entre sí, se induce una corriente eléctrica en el conductor de la bobina, llamada inducción electromagnética. Las corrientes inducidas se atribuyen a variaciones de flujo magnético que atraviesan la superficie de un circuito. Estas variaciones pueden deberse a:

- Una variación, en valor o en dirección, del vector campo ( $\vec{B}$ )
- Una variación, en valor o en dirección del vector superficie ( $\vec{S}$ )
- Variaciones simultáneas de ambas magnitudes vectoriales.

La ley de Faraday- Henry y Lenz, establece que: "Toda variación de flujo que atraviesa un circuito cerrado produce en éste una corriente inducida. La corriente inducida es una corriente instantánea, pero sólo dura mientras dura la variación del flujo."

**La fuerza electromotriz inducida en un circuito( $\varepsilon$ ) es igual a la variación del flujo magnético ( $\Phi$ ) que lo atraviesa por unidad de tiempo. El sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la variación del flujo que la produce. Estas dos afirmaciones se pueden escribir por medio de la ecuación de Faraday-Lenz que nos da el valor y el sentido de la corriente**

inducida: 
$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

(Si el flujo se expresa en Weber y el tiempo en segundos, la fem viene dada en voltios)

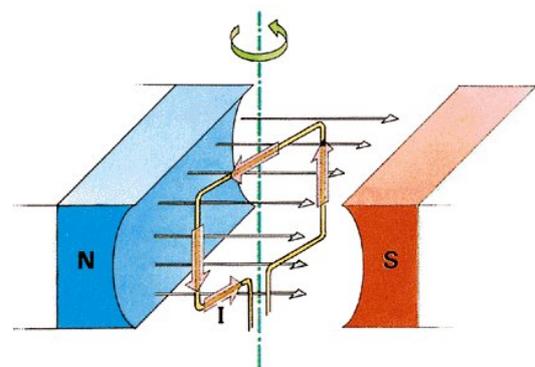
Una de las principales aplicaciones de la inducción electromagnética es la obtención a nivel industrial de la energía eléctrica. La inducción electromagnética permite transformar energía mecánica en energía eléctrica.

Los generadores de corriente emplean bobinas que giran dentro de un campo magnético. Conforme giran el flujo a través de dichas bobinas cambia originándose en ellas una corriente eléctrica.

**Al girar una espira en un campo magnético, el flujo varía con el tiempo produciéndose una corriente inducida.**

En su forma más simple un generador de corriente alterna consta de una espira que gira por algún medio externo en un campo magnético. Tanto el campo magnético como el área de la espira permanecen constantes. A medida que la espira gira, cambia de dirección y el flujo magnético a través de ella varía con el tiempo, induciéndose una fuerza electromotriz, y si existe un circuito externo, circulará una corriente.

La fem que aparece en la espira es una función sinusoidal que cambia alternativamente de polaridad. La frecuencia de la corriente eléctrica que nos suministran las compañías eléctricas suele ser de 50 Hz. Para que un generador funcione, hace falta una fuente externa de energía



(térmica, hidráulica, nuclear, etc.) que haga que la bobina gire con la frecuencia deseada. Si la frecuencia es de 50 Hz, la corriente cambia cien veces de sentido en un segundo. La variación ocurre tan rápidamente, que la intensidad de la luz que se genera en una bombilla aparenta ser constante.

[www.yoquieroaprobar.es](http://www.yoquieroaprobar.es)

## OPCIÓN B

## PROBLEMAS

1.- Se tienen tres cargas puntuales localizadas como se indica en el dibujo. Calcular:

- La intensidad del campo eléctrico en el punto  $P_1$ .
- El potencial eléctrico en el punto  $P_2$ .
- El trabajo necesario para trasladar una cuarta carga desde el infinito hasta el punto  $P_2$ .

Datos:  $q_1=q_2=q_3=+1\mu\text{C}$ ;  $q_4=-2\mu\text{C}$ ;  $K=8.89 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$

(a) Para calcular la intensidad del campo eléctrico en el punto  $P_1$ , suponemos en dicho punto la unidad de carga positiva y dibujamos las intensidades de campo en dicho punto debido a cada una de las cargas  $q_1$  ( $\vec{E}_1$ ),  $q_2$  ( $\vec{E}_2$ ),  $q_3$  ( $\vec{E}_3$ ). Elegimos un sistema de referencia centrado en  $P_1$  con el eje  $x$  positivo en la dirección  $P_1 P_2$ , según se muestra en la figura.

La intensidad de campo eléctrico total en  $P_1$ , viene dado aplicando el principio de superposición:

$$\vec{E}_{P_1} = \vec{E}_{1,P_1} + \vec{E}_{2,P_1} + \vec{E}_{3,P_1}; \vec{E} = (\Sigma E_x) \vec{i} + (\Sigma E_y) \vec{j}$$

Calculamos cada uno de los campos creados por las cargas:

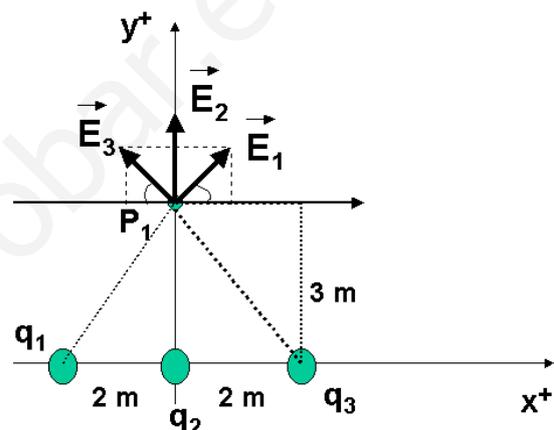
$$\vec{E}_1 = E_{1x} \vec{i} + E_{1y} \vec{j} = E_1 \sin \alpha_1 \vec{i} + E_1 \cos \alpha_1 \vec{j} =$$

$$= 680 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} \vec{i} + 680 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} \vec{j} = \frac{680}{\sqrt{13}} (2\vec{i} + 3\vec{j}) = 377,2 \vec{i} + 565,8 \vec{j} \text{ (N/C)}$$

La distancia sera:  $r_1^2 = 2^2 + 3^2 = 13$ ;  $r_1 = \sqrt{13}$

El módulo se calcula:  $E_1 = k \cdot \frac{q_1}{r_1^2} = 8,89 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13} = 680 \text{ N}$

Y los ángulos:  $\sin \alpha_1 = \frac{2}{\sqrt{13}}$ ;  $\cos \alpha_2 = \frac{3}{\sqrt{13}}$ ;  $\alpha_1 = \text{arc tg } \frac{2}{3} = 33,7^\circ$

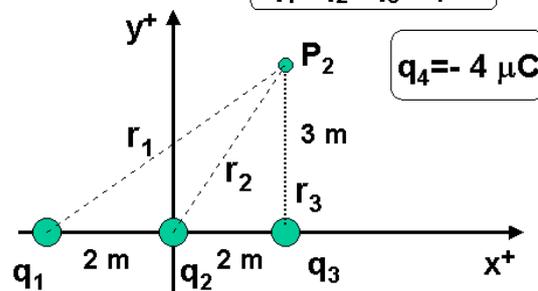


$$q_1=q_2=q_3=1\mu\text{C}$$

$$\vec{E}_2 = E_2 \vec{j} = 987,8 \vec{j} \text{ (N/C)}$$

La distancia sera:  $r_2^2 = 3^2 = 9$

El módulo se calcula:  $E_2 = k \cdot \frac{q_2}{r_2^2} = 8,89 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{9} = 987,8 \text{ (N/C)}$



$$q_4 = -4 \mu\text{C}$$

$$\vec{E}_3 = E_{3x} \vec{i} + E_{3y} \vec{j} = -E_3 \sin \alpha_3 \vec{i} + E_3 \cos \alpha_3 \vec{j} =$$

$$= -680 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} \vec{i} + 680 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} \vec{j} = \frac{680}{\sqrt{13}} (-2\vec{i} + 3\vec{j}) = -377,2 \vec{i} + 565,8 \vec{j} \text{ (N/C)}$$

La distancia sera:  $r_3^2 = 2^2 + 3^2 = 13$ ;  $r_3 = \sqrt{13} \text{ m}$

El módulo se calcula:  $E_3 = k \cdot \frac{q_3}{r_3^2} = 8,89 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13} = 680 \text{ N}$

Y los ángulos:  $\sin \alpha_3 = \frac{2}{\sqrt{13}}$ ;  $\cos \alpha_3 = \frac{3}{\sqrt{13}}$ ;  $\alpha_3 = \text{arc tg } \frac{2}{3} = 33,7^\circ$

Sustituyendo los valores en:  $\vec{E}_{P_1} = \vec{E}_{1,P_1} + \vec{E}_{2,P_1} + \vec{E}_{3,P_1}$ ;  $\vec{E}_{P_1} = (\Sigma E_x) \vec{i} + (\Sigma E_y) \vec{j}$

$$\vec{E}_{P_1} = 377,2 \vec{i} + 565,8 \vec{j} + 987,8 \vec{j} - 377,2 \vec{i} + 565,8 \vec{j} \text{ N/C} = \boxed{2.119,4 \vec{j} \text{ (N/C)}}$$

**(b) El potencial eléctrico** en el punto  $P_2$ , vienen dado, según el principio de superposición:

$$V_{P_2} = V_{1, P_2} + V_{2, P_2} + V_{3, P_2}$$

La expresión del potencial viene dado por la ecuación:  $V_1 = k \frac{q_1}{r_{q_1 P_2}}$ ,

$$V_2 = k \frac{q_2}{r_{q_2 P_2}} \quad \text{y} \quad V_3 = k \frac{q_3}{r_{q_3 P_2}}. \text{ Sustituyendo:}$$

$$V_{P_2} = k \frac{q_1}{r_1} + k \frac{q_2}{r_2} + k \frac{q_3}{r_3} = 8,89 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{\sqrt{13}} + \frac{1}{3} \right) = 8,89 \cdot 10^3 \cdot (0,8107) = 7,207 \cdot 10^3 \text{ V} = \boxed{7.207 \text{ V}}$$

**En la figura del punto**

**$P_2$ :**

Las distancias son:

$$r_1 = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

$$r_2 = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ m}$$

$$r_3 = 2 \text{ m}$$

**(c) El trabajo necesario para trasladar la cuarta carga  $q_4$  desde el infinito hasta el punto  $P_2$  viene dado por:**

$$W_{\infty \rightarrow P_2} = q_4 \cdot (V_{P_2} - V_{\infty}) = -2 \cdot 10^{-6} \cdot (7207 - 0) = \boxed{-0,0144 \text{ J} = -1,44 \cdot 10^{-2} \text{ J}}$$

Como el trabajo externo calculado es negativo, esto significa que la carga al trasladarse desde el infinito al punto, disminuye su energía potencial y por tanto su potencial.

**2.- En una cuerda se propaga una onda cuya ecuación viene dada por  $y(x, t) = 8 \sin(2x + 6t)$ , donde  $x$  viene en metros y  $t$  en segundos. Calcular:**

- La velocidad de propagación de la onda.
- La aceleración a los 6s de un punto de la cuerda situado a 3m.
- La diferencia de fase entre dos puntos de la cuerda separados una distancia de 90 cm.

**(a) Calculemos en primer lugar la velocidad de propagación de la onda. Escribimos la ecuación de onda de la siguiente manera**

$$y(x, t) = A \cdot \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} \right)$$

$$y = 8 \sin 2\pi \left[ \frac{x}{\left(\frac{2\pi}{2}\right)} + \frac{t}{\left(\frac{2\pi}{6}\right)} \right] \text{ con lo que por comparación: } \lambda = \frac{2 \cdot \pi}{2} = \pi \text{ m} \quad \text{y} \quad T = \frac{2 \cdot \pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Por tanto, sustituyendo los valores hallados:  $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\pi}{\frac{\pi}{3}} = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

**(b) Para calcular la aceleración hacemos la derivada segunda,  $a = \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$**

$$v_y(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = 48 \cdot \cos(2x + 6t); \quad a_y(x, t) = \frac{dv_y(x, t)}{dt} = -288 \cdot \sin(2x + 6t)$$

y calculamos su valor en  $x=3\text{m}$  y a  $t=6\text{s}$ , es decir,  $a = -288 \sin(6+36) = -288 \sin(72) = -288(0,254) = 73,10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

**(c) La diferencia de fase entre dos puntos de la cuerda separados entre si 90 cm, 0,9 m.**

El desfase entre dos puntos separados entre si 0,9 m es:  $\Delta \Phi = k \cdot \Delta x = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \Delta x$ ;

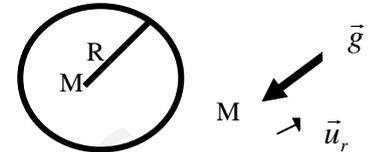
Sustituyendo:  $\Delta \Phi = \frac{2 \cdot \pi}{\pi} \cdot 0,9$ ;  $\boxed{\Delta \Phi = 1,8 \text{ m}}$

Si están separados  $x=0,9\text{m}$ , la diferencia del argumento de la función seno será de **1,8 m**.

### CUESTIONES

**1.-** Para un planeta de masa  $M$  y radio  $R$ , discutir bajo que condiciones se puede considerar constante el vector intensidad del campo gravitatorio. (Ayuda: discutir primero el módulo, y a continuación la dirección y sentido)

Teniendo en cuenta que:  $\vec{g} = -G \frac{M}{r} \cdot \vec{u}_r$ ;  $g = G \frac{M}{r}$



El módulo permanecerá constante sobre la superficie de una esfera de radio  $R$  centrada en el centro del planeta.

La dirección permanecerá constante cuando lo sea  $\vec{u}_r$ . Serán por tanto la dirección y sentido constantes todo punto cercano a la superficie de una esfera de radio  $R$ . Esto es los puntos situados Sobre una línea recta que pase por el centro del planeta podremos considerar constante la dirección. Sobre un radio desde el centro del planeta hacia afuera podremos considerar constante el sentido.

**2.-** Explicar en qué consiste el fenómeno de la reflexión total y por qué permite la transmisión de información a través de la fibra óptica.

Si la luz pasa de un medio de índice de refracción  $n_1$  a otro de mayor índice de refracción  $n_2$  (o de mayor velocidad de propagación de la luz), el ángulo de refracción es mayor que el de incidencia.

Existe un ángulo de incidencia, denominado **ángulo límite**, a partir de cuál toda la luz es reflejada, y por tanto no hay refracción. Este fenómeno recibe el nombre de **reflexión total**.

Cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite no se produce refracción y toda la luz se refleja.

El ángulo límite viene dado por la

ecuación:  $\text{sen} \alpha_L = \frac{n_2}{n_1}$  Para

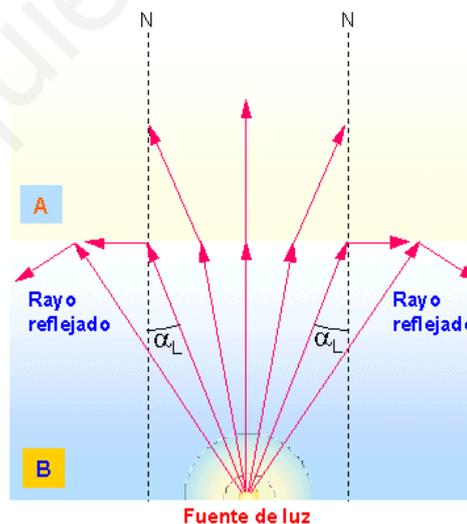
ángulos de incidencia mayores que el ángulo límite, ya no puede darse la refracción, sino que únicamente se produce la reflexión, es decir hay reflexión total.

El fenómeno de la reflexión total solo se produce cuando la onda viaja desde un medio de menor rapidez a otro de mayor rapidez.

Dicha luz se puede conducir mediante una fibra muy delgada de vidrio largas distancias sin atenuarse.

#### Reflexión total

- Un rayo de luz se acerca a la normal cuando pasa de un medio de menor índice de refracción a otro de mayor, y se aleja de ella en caso contrario



Si los rayos de luz pasan de un medio **B** a otro medio **A** con índice de refracción menor:

- Los rayos incidentes forman con la normal ángulos cada vez mayores
- Los rayos refractados se alejan de la normal hasta formar con ella un ángulo de  $90^\circ$  (ángulo límite  $\alpha_L$ )
- El rayo incidente deja de pasar al siguiente medio

**3.-** Calcular la longitud de onda asociada a una pelota de golf de  $50\text{g}$  de masa que se mueve con una velocidad de  $250 \text{ms}^{-1}$ . ( $h= 6.63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$ ).

El físico francés Louis de Broglie explico el comportamiento dual corpuscular y ondulatorio para la luz (para los fotones) y generalizo esta dualidad a los electrones y por extensión a todos los corpúsculos de materia.

Así en 1924 enunció la hipótesis de De Broglie que establece: "toda partícula de cantidad de movimiento  $p = m \cdot v$  lleva asociada una onda definida por  $\lambda$ , cumpliéndose que:  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$  ;

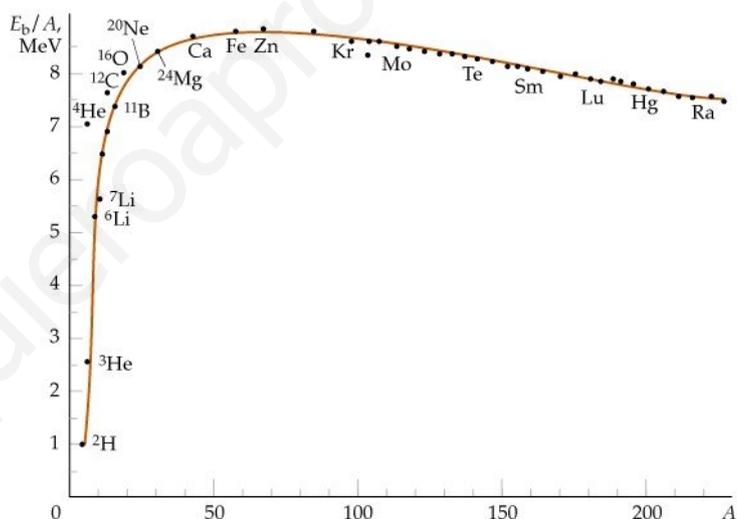
$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{0,05 \times 250} = 5,3 \times 10^{-35} \text{ m}$$

**Comentario del resultado:** La longitud de la onda es mucho menor que el orden del tamaño de la pelota. Por tanto los fenómenos cuánticos no son significativos o apreciables para objetos macroscópicos.

**4.-** Explicar por qué la masa de un núcleo atómico es menor que la suma de las masas de las partículas que lo constituyen.

Debido al **defecto de masa nuclear**. Parte de dicha masa se emplea en la energía de enlace nuclear que mantiene unida a las partículas que constituyen los núcleos. Al romper un núcleo podemos liberar dicha energía de enlace que es lo que se conoce como fisión nuclear.

Los núcleos estables tienen masas más pequeñas que la suma de las masas de las partículas que los constituyen debido a que en el proceso de formación de los núcleos se desprende energía. A la diferencia de masas se le denomina **defecto de masa** ( $\Delta m$ ) cantidad que al multiplicar por la velocidad de la luz al cuadrado nos da la energía que se desprende en el proceso de formación de los núcleos a partir de sus constituyentes y se llama **energía de enlace nuclear** ( $E = \Delta m \cdot c^2$ ). El cociente entre la energía de enlace nuclear y el número de nucleones ( $A = Z + N$ ) nos indica la estabilidad del núcleo y se denomina **energía de enlace por nucleón ( $E/A$ )**. Los núcleos más estables son los que tienen una mayor energía de enlace por nucleón. Se mide en julios (J) pero se suele expresar en mega electrones voltios (MeV). Los valores de la energía de enlace por nucleón de los núcleos, nos permite establecer una escala comparativa de la estabilidad de los diferentes núcleos. Los núcleos de mayor estabilidad son los núcleos intermedios de números másicos comprendidos entre 30 y 60. En la representación gráfica de la energía de enlace por nucleón frente al número másico, podemos diferenciar **aproximadamente** tres zonas: **zona de crecimiento** ( $A < 30$ ), con picos para números másicos múltiplos de 4 que implica una gran estabilidad de esos isótopos; **zona de máxima estabilidad** ( $30 < A < 60$ ) y **zonas de decrecimiento** ( $A > 60$ )





# PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD L.O.G.S.E.

CURSO 1.999-2.000 - CONVOCATORIA:

De las dos opciones propuestas, sólo hay que desarrollar una opción completa. Cada problema correcto vale por tres puntos. Cada cuestión correcta vale por un punto.

## OPCIÓN A

### Problemas

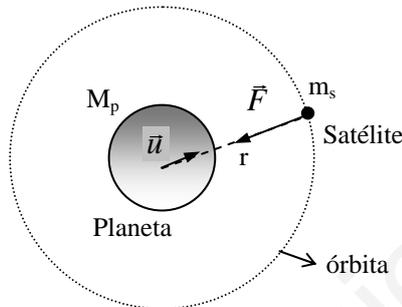
1.- En la superficie de un planeta de 3000 km de radio la aceleración de la gravedad es de  $4 \text{ ms}^{-2}$ . A una altura de  $2.5 \cdot 10^4 \text{ km}$  sobre la superficie del planeta, se mueve en una órbita circular un satélite con una masa de 100 kg.

- Dibuja la fuerza que actúa sobre el satélite y escríbela en forma vectorial.
- Calcula la masa del planeta.
- Calcula la velocidad y la energía total que debe tener el satélite para que no caiga sobre la superficie del planeta.

Datos:  $G=6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

### Solución:

a) La fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitatoria que ejerce el planeta, que es atractiva y se encuentra en la línea que une los centros de ambos cuerpos.



$$\vec{F} = -G \frac{M_p m_s}{r^2} \vec{u}$$

$M_p$  y  $m_s$  son las masas del planeta y del satélite respectivamente,  $r$  es la distancia de separación entre ambos cuerpos (aquí consideramos al satélite puntual y el planeta esférico, por lo que la distancia se ha tomado desde el centro del planeta hasta el satélite),  $\vec{u}$  es un vector unitario en la dirección definida por la recta que une ambos cuerpos y sentido hacia el satélite, y  $G$  es la constante de gravitación universal que tiene el valor  $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ .

b) La gravedad del planeta, es decir, la intensidad del campo gravitatorio creado por el planeta a una distancia  $r$  de su centro viene dada por

$$\vec{g}_p = -G \frac{M_p}{r^2} \vec{u} \Rightarrow g_p(r) = G \frac{M_p}{r^2}$$

Para un punto situado en la superficie del planeta, es decir a una distancia  $R_p$  del centro del planeta, tenemos que

$$\left. \begin{aligned} g_p(R_p) &= G \frac{M_p}{R_p^2} \Rightarrow M_p = \frac{g_p(R_p) R_p^2}{G} \\ g_p(R_p) &= 4 \text{ ms}^{-2}; R_p = 3 \cdot 10^6 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M_p = \frac{4 \cdot (3 \cdot 10^6)^2}{6.67 \cdot 10^{-11}} = 5.4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

c) Para que el satélite se mantenga en órbita circular, la distancia entre el satélite y el centro del planeta debe permanecer constante e igual a  $R_s$ . Teniendo en cuenta esta condición y a partir de que la fuerza gravitatoria  $\vec{F}$  que actúa sobre el satélite es en todo momento en la dirección centrípeta, se tendrá

$$\vec{F} = m_s \vec{a}_{centrípeta} \Rightarrow -G \frac{M_p m_s}{R_s^2} \vec{u} = -m_s \frac{v_s^2}{R_s} \vec{u} \Rightarrow G \frac{M_p m_s}{R_s^2} = m_s \frac{v_s^2}{R_s}$$

donde  $R_s$  es el radio de la órbita circular que describe el satélite y viene dado por

$$R_s = R_p + h = 3 \cdot 10^6 + 2.5 \cdot 10^7 = 28 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Despejando de la ecuación anterior la velocidad, se tiene

$$v_s = \sqrt{G \frac{M_p}{R_s}} = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{5.4 \cdot 10^{22}}{28 \cdot 10^6}} = 1075.7 \text{ ms}^{-1}$$

La energía total del satélite viene dada por

$$\begin{aligned} E &= E_c + E_p = \frac{1}{2} m_s v_s^2 - G \frac{M_p m_s}{R_s} = \frac{1}{2} m_s G \frac{M_p}{R_s} - G \frac{M_p m_s}{R_s} = -\frac{1}{2} G \frac{M_p m_s}{R_s} = \\ &= -\frac{1}{2} 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{5.4 \cdot 10^{22} \cdot 100}{28 \cdot 10^6} = -6.4 \cdot 10^6 \text{ J} \end{aligned}$$

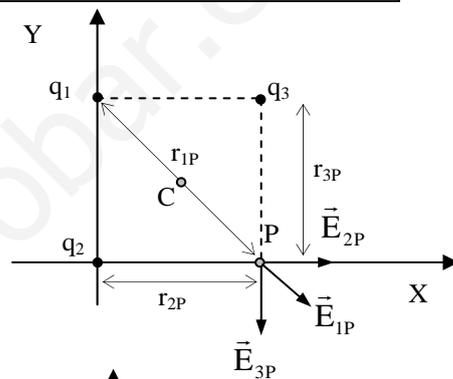
2.- En tres vértices de un cuadrado de 2m de lado se disponen cargas de  $+10\mu\text{C}$ . Calcula:

- El vector intensidad de campo eléctrico en el cuarto vértice.
- El potencial eléctrico en dicho vértice.
- El trabajo necesario para llevar una carga de  $-5\mu\text{C}$  desde el centro del cuadrado hasta el cuarto vértice.

Datos:  $K=9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

**Solución:**

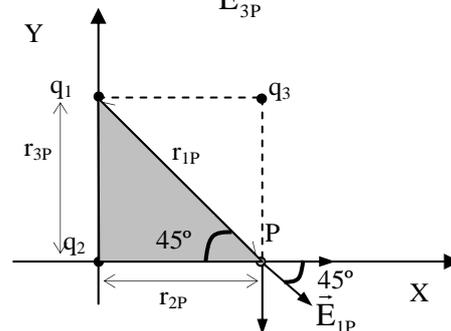
a) En la figura de la derecha se tiene la distribución de carga especificada en el enunciado siendo  $r_{iP}$  la distancia de la carga  $q_i$  al punto P y  $\vec{E}_{iP}$  el campo eléctrico creado por la carga  $q_i$  en el punto P ( $i=1,2,3$ ).



En el enunciado además se nos dice que  $r_{2P} = r_{3P} = 2 \text{ m}$ , y aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo formado por las cargas 1 y 2 y el punto P, se tiene

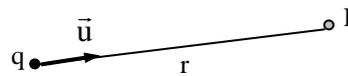
$$r_{1P}^2 = r_{2P}^2 + r_{3P}^2 \Rightarrow r_{1P} = \sqrt{r_{2P}^2 + r_{3P}^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} \quad (= 2\sqrt{2})$$

También conviene tener en cuenta que el ángulo que forma el vector  $\vec{E}_{1P}$  con el eje X es de  $45^\circ$ , que es consecuencia de que las cargas se encuentren en los vértices de un cuadrado.



La expresión del campo eléctrico creado por una carga puntual  $q$  en un punto del espacio situado a una distancia  $r$  de la misma viene dado por

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}$$



siendo  $\vec{u}$  un vector unitario definido como indica la figura. Aplicando dicha expresión a cada una de las cargas se tiene

$$\vec{E}_{1P} = E_{1P} \cos 45^\circ \vec{i} - E_{1P} \sin 45^\circ \vec{j} = \frac{\sqrt{2}}{2} E_{1P} (\vec{i} - \vec{j}) = \frac{\sqrt{2}}{2} k \frac{q_1}{r_{1P}^2} (\vec{i} - \vec{j}) = \frac{\sqrt{2}}{2} 9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-6}}{8} \frac{q_1}{r_{1P}^2} (\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{E}_{1P} = 30.45 (\vec{i} - \vec{j}) \quad (\text{N/C})$$

$$\vec{E}_{2P} = k \frac{q_2}{r_{2P}^2} \vec{i} = 9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-6}}{2^2} \vec{i} \Rightarrow \vec{E}_{2P} = 2.25 \cdot 10^4 \vec{i} \quad (\text{N/C})$$

$$\vec{E}_{3P} = -k \frac{q_3}{r_{3P}^2} \vec{j} = -9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-6}}{2^2} \vec{j} \Rightarrow \vec{E}_{3P} = -2.25 \cdot 10^4 \vec{j} \quad (\text{N/C})$$

Aplicando el Principio de Superposición calculamos el campo eléctrico total en el punto P, que viene dado por

$$\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P} + \vec{E}_{3P} = 30.45 (\vec{i} - \vec{j}) + 2.25 \cdot 10^4 \vec{i} - 2.25 \cdot 10^4 \vec{j} \approx 2.25 \cdot 10^4 (\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{E}_P = 2.25 \cdot 10^4 (\vec{i} - \vec{j}) \quad (\text{N/C})$$

b) La expresión del potencial electrostático creado por una carga puntual a una distancia  $r$  viene dado por

$$V = k \frac{q}{r}$$

Aplicando dicha expresión para calcular el potencial en el punto P debido a cada una de las cargas, y teniendo en cuenta el Principio de Superposición, se tiene

$$V_P = V_{1P} + V_{2P} + V_{3P} = k \frac{q_1}{r_{1P}} + k \frac{q_2}{r_{2P}} + k \frac{q_3}{r_{3P}} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \left( \frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 54.3 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_P = 54.3 \cdot 10^3 \text{ V}$$

c) Determinaremos el trabajo (realizado por el campo) necesario para llevar una carga desde el punto P al C a partir de la expresión

$$W_{P \rightarrow C} = q_4 (V_P - V_C) = -5 \cdot 10^{-6} (54.3 \cdot 10^3 - 19.1 \cdot 10^4) = 0.68 \text{ J}$$

$$W_{P \rightarrow C} = 0.68 \text{ J}$$

### Cuestiones

**1.-** Justifica la relación  $k/m = \omega^2$  para un M.A.S., siendo k la constante elástica recuperadora.

El movimiento armónico simple se produce gracias a una fuerza recuperadora proporcional al desplazamiento:  $F = -k \cdot x$

Si tenemos en cuenta la ecuación de este movimiento:  $x = A \cdot \text{sen } \omega t$ ; podemos escribir:  $F = -k \cdot A \cdot \text{sen } \omega t$

En donde se pone de manifiesto el carácter periódico de la fuerza recuperadora.

Por otro lado, la aceleración del m.a.s. viene dado por:  $a = -\omega^2 \cdot x$

Si aplicamos la segunda ley de la dinámica, se obtiene para la fuerza recuperadora:  $F = m \cdot a = m \cdot (-\omega^2 \cdot x) = -m\omega^2 x$

Comparándola con la ley de Hooke ( $F = -k \cdot x$ ), obtenemos la relación entre la constante recuperadora y la pulsación pedida:

$$-k \cdot x = -m\omega^2 \cdot x \Rightarrow k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow k/m = \omega^2$$

**2.-** ¿En qué condiciones debería moverse un electrón en un campo magnético, para que la fuerza magnética sobre él fuera nula?. Explica razonadamente la respuesta.

La fuerza magnética sobre un electrón que se mueve con velocidad  $\vec{v}$  y se encuentra en una región del espacio donde se hay definido un campo magnético  $\vec{B}$  viene dada por  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ . Evidentemente la fuerza es nula cuando es nula la velocidad del electrón o el campo magnético, pero cuando esto no ocurre, también se tiene fuerza nula cuando la velocidad es paralela al vector campo ya que el producto vectorial de vectores paralelos es nulo.

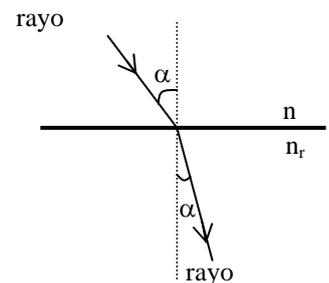
**3.-** Cómo es el ángulo de refracción cuando la luz pasa del aire al agua: mayor, menor o igual que el ángulo de incidencia. Explica razonadamente la respuesta y dibuja el diagrama de rayos.

La relación entre el ángulo de incidencia y el ángulo de refracción viene dada por la Ley de refracción o ley de Snell que establece que  $n_i \text{ sen } \alpha_i = n_r \text{ sen } \alpha_r$ , siendo  $n_i$  y  $n_r$  los índices de refracción y  $\alpha_i$  y  $\alpha_r$  los ángulos de incidencia y de refracción respectivamente (ver figura). En nuestro caso tenemos  $n_i = n_{\text{aire}} = 1$  y  $n_r = n_{\text{agua}} = 1.33$ , por tanto

$$1 \cdot \text{sen } \alpha_i = 1.33 \cdot \text{sen } \alpha_r \Rightarrow \text{sen } \alpha_r = \frac{1}{1.33} \text{sen } \alpha_i \Rightarrow$$

$$\text{sen } \alpha_r = 0.752 \cdot \text{sen } \alpha_i \Rightarrow \text{sen } \alpha_r < \text{sen } \alpha_i \Rightarrow \alpha_r < \alpha_i$$

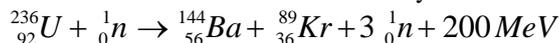
Por lo tanto el ángulo de refracción cuando la luz pasa del aire al agua es menor que el ángulo de incidencia.



**4.-** Explica el fenómeno de fisión nuclear e indica de donde se obtiene la energía liberada.

La fisión nuclear consiste en la división de un núcleo masivo (número másico  $A > 230$ ) en dos fragmentos más ligeros. En la fisión nuclear se libera energía debido a que la energía de enlace por nucleón es menor en los núcleos masivos (7.6 MeV) que en los de masa media (8.5 MeV), en los que se escinde, de modo que esta diferencia de energía es la que se libera en dicho proceso. Ésta aparece en forma de energía cinética y de excitación de los fragmentos más ligeros, de energía cinética de los neutrones liberados en el proceso así como de los electrones y neutrinos que surgen de la desintegración de los fragmentos radiactivos, y también en forma de radiación electromagnética.

**Por ejemplo**, para el caso del U-236 se tiene una energía total de  $236 \times 7.6$  MeV mientras que la de los fragmentos es de  $236 \times 8.5$ , lo que da lugar a una energía liberada del orden de 200 MeV de los cuales aproximadamente el 85% corresponde a la energía cinética de los fragmentos y el 15% restante se invierte en la energía cinética de los neutrones emitidos en la fisión y en la energía de excitación de los fragmentos.



## OPCIÓN B

**Problemas**

**1.-** Una onda tiene la siguiente ecuación  $y(x,t) = 0.25 \text{ sen}(2t - 5x)$  donde  $x$  viene dada en metros y  $t$  en segundos.

Calcula:

- La longitud de onda, la frecuencia y la amplitud de esta onda.
- La velocidad de una partícula del medio cuando han transcurrido 4s y se encuentra situada a 2m.
- La diferencia de fase de un punto del medio transcurridos 10s.

**Solución:**

a) Recordemos que la expresión general de una onda armónica unidimensional se puede expresar como

$$y(x,t) = A \text{ sen} \left[ \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right]$$

Identificando la onda dada en el enunciado con la expresión anterior, obtenemos

$$\frac{2\pi}{T} = 2 \Rightarrow T = \pi \text{ s} \Rightarrow f = \left( \frac{1}{T} \right) = \frac{1}{\pi} = 0.32 \text{ s}^{-1}; \quad \frac{2\pi}{\lambda} = 5 \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{5} = 1.26 \text{ m}; \quad A = 0.25 \text{ m}$$

b) La velocidad en cada instante de tiempo de una partícula del medio situada en  $x'$  viene dada por

$$v(x',t) = \frac{dy(x',t)}{dt} = 0.25 \cdot 2 \cdot \cos(2t - 5x) = 0.5 \cdot \cos(2t - 5x)$$

y para el caso  $x'=2\text{m}$  y  $t=4\text{s}$  se tiene  $v(x',t) = 0.5 \cdot \cos(2 \cdot 4 - 5 \cdot 2) = -0.21 \text{ m/s}$

c) La diferencia de fase viene dada por  $\delta = (2t_2 - 5x_2) - (2t_1 - 5x_1)$ . Para el caso de un mismo punto del espacio se tiene que  $x_1=x_2$  por lo que queda  $\delta = 2(t_2 - t_1) = 2 \cdot 10 = 20 \text{ rad}$

**2.-** Una partícula alfa, cuya masa y carga son respectivamente  $6.64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  y  $3.2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , entra en una región del espacio en la que existe un campo magnético de  $0.5 \text{ T}$  con una velocidad de  $5 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$  perpendicular al campo. Calcula:

- El módulo, dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre la carga.
- El radio de curvatura de la trayectoria descrita por la carga.
- Justifica cómo varía la energía cinética de la partícula cuando entra en el campo magnético.

**Solución:**

a) Según el dibujo, podemos expresar el vector velocidad de la partícula y el vector campo magnético como

$$\vec{v} = 5 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ (m/s)} \quad \vec{B} = 0.5 \vec{k} \text{ (T)}$$

y entonces la fuerza que sufre la partícula la calculamos como:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = 3.2 \cdot 10^{-19} (5 \cdot 10^5 \vec{i} \times 0.5 \vec{k}) = -8 \cdot 10^{-14} \vec{j} \text{ (N)}$$

b) Sabiendo que la trayectoria es en esta situación circular y que el módulo de la velocidad es constante, por lo que sólo hay aceleración centrípeta, podemos determinar el radio de la órbita a partir de la segunda ley de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a}_{\text{centrípeta}} \Rightarrow qvB = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{6.64 \cdot 10^{-27} \cdot 5 \cdot 10^5}{3.2 \cdot 10^{-19} \cdot 0.5} = 20.75 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

c) Como la fuerza es perpendicular a la velocidad, sólo hay aceleración centrípeta, luego la aceleración tangencial es nula y entonces el módulo de la velocidad constante. Entonces:  $\Delta E_c = \frac{1}{2} m \Delta v^2 = 0$

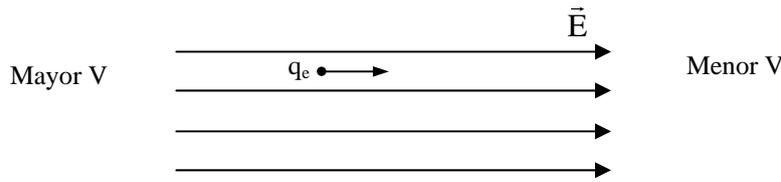
También podemos llegar al mismo resultado teniendo en cuenta que la fuerza es perpendicular a la trayectoria en cada punto, por lo que la fuerza es perpendicular al desplazamiento y por tanto el trabajo de la fuerza es nulo. Como esta es la única fuerza que actúa sobre la partícula, se tiene por el Teorema del trabajo y la energía cinética ( $W_{(\vec{F})} = \Delta E_c$ ) que la variación de la energía cinética es nula.

**Cuestiones**

**1.-** Si un electrón se mueve en la misma dirección y sentido que las líneas de campo de un campo eléctrico uniforme, su energía potencial ¿aumentará, disminuirá o permanecerá constante?. ¿Y si se mueve en la dirección perpendicular a las



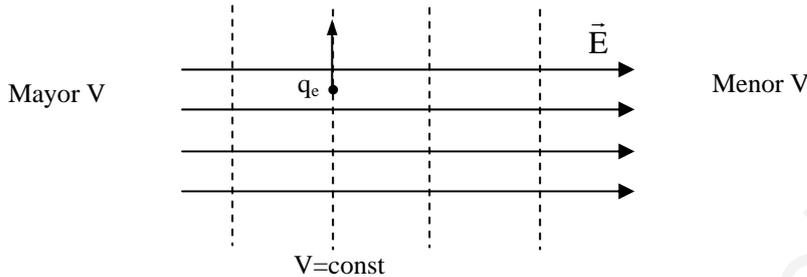
líneas de campo eléctrico? Justifica ambas respuestas.



El vector campo está dirigido hacia la región de menor potencial, de modo que el potencial electrostático del electrón disminuirá. Como la energía potencial del electrón viene dada por  $U_e = q_e V$ , y la carga

del electrón es negativa, se tiene que donde hay mayor potencial habrá menor energía potencial y donde hay menor potencial habrá mayor energía potencial. Por tanto, el electrón aumentará su energía potencial al moverse en el mismo sentido que las líneas de campo.

Para un campo eléctrico uniforme las superficies equipotenciales son superficies planas perpendiculares a las líneas de campo.



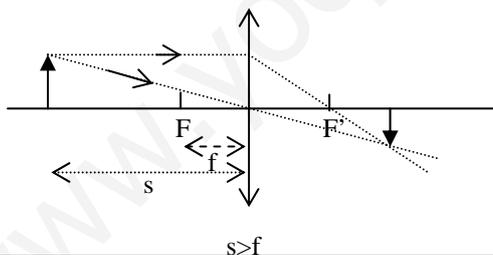
En este caso el electrón se mueve sobre una superficie equipotencial, por lo que el potencial es constante y entonces la energía potencial del electrón es también constante.

2.- Para una lente convergente de distancia focal  $f$ , dibuja el diagrama de rayos para formar la imagen de un objeto de altura  $y$  situado a una distancia  $s$  del foco, en los casos en que  $s < f$  y  $s > f$ .

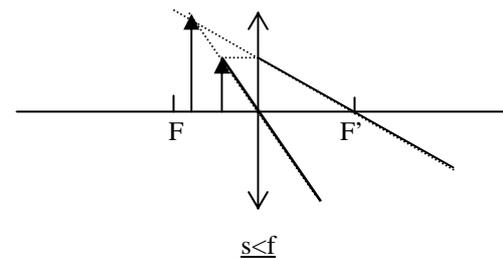
Para construir la imagen en lentes delgadas mediante un diagrama de rayos debemos trazar dos de los tres rayos principales: el que llega paralelo al eje óptico de la lente, el que pasa por el centro óptico de la lente y el que pasa por el foco del objeto.

Estos tres rayos cumplen las siguientes propiedades:

4. Un rayo que llegue paralelo al eje óptico pasa, tras refractarse, por el foco imagen.
5. Un rayo que pase por el centro óptico de la lente no modifica la dirección en que se propaga.
6. Un rayo que pase por el foco objeto y se refracte en la lente emerge paralelo al eje óptico. Dibujamos los dos primeros.



Si el objeto, con una lente convergente, se sitúa entre el foco y el infinito (a una distancia mayor que el doble de la distancia focal), es decir  $[s] > f$ , se forman imágenes reales invertidas y de menor tamaño que el objeto.



Si el objeto, con una lente convergente, se sitúa entre el foco y la lente, es decir  $[s] < f$ , se forman imágenes virtuales derechas y mayores

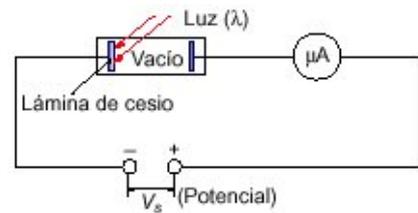
3.- Qué significa y qué consecuencias tiene que el campo gravitatorio sea conservativo.

En general un campo conservativo es aquél cuyo trabajo por unidad de carga entre un punto A y otro B es independiente de la trayectoria, es decir, conserva su valor entre dichos puntos al cambiar la trayectoria. Como consecuencias podemos citar que entonces el trabajo por unidad de carga a lo largo de una curva cerrada es nulo, y además, podemos destacar **que todo campo conservativo tiene asociado una función escalar denominada potencial** cuya variación entre dos puntos cambiada de signo da el trabajo por unidad de carga entre dichos puntos.

4.- Explica dos hechos experimentales que pusieron en crisis la validez de la Física Clásica y resalta como aborda la solución la Física Moderna.

Dos hechos experimentales que pusieron en crisis la validez de la Física Clásica fueron el **Efecto fotoeléctrico** y los **Espectros discontinuos**.

El **efecto fotoeléctrico** consiste en la emisión de electrones por la superficie de un metal cuando luz de frecuencia suficientemente elevada incide sobre él. La luz incidente sobre el cátodo (metálico) produciendo la emisión de  $e^-$  que llegan al ánodo y establecen una corriente que es detectada por el amperímetro. La teoría clásica ondulatoria de la luz no consigue explicar los siguientes aspectos observados experimentalmente:



- La energía de los electrones emitidos es independiente de la intensidad de la luz incidente.
- Los electrones se emiten de forma instantánea a la llegada de la luz.
- La energía de los electrones emitidos depende de la frecuencia de la luz incidente y existe un valor de la frecuencia denominada frecuencia umbral ( $\nu_0$ ), que depende del tipo de metal, por debajo de la cual no existe emisión de electrones.

Einstein considera la luz formada por un conjunto de partículas sin masa y sin carga denominados fotones, y siguiendo la teoría de Planck, considera que la energía de estas partículas está cuantizada. Además utiliza la conservación de la energía para interpretar dicho efecto, en concreto la siguiente forma

"La energía de la radiación incidente es igual al trabajo necesario para extraer al electrón más la energía cinética que le comunica una vez arrancado. Lo que viene dado por la expresión": Energía incidente = Trabajo de extracción + Energía cinética

$$h\nu = E_{c\max} + h\nu_0$$

donde  $h\nu$  es la energía de los fotones que componen la luz incidente,  $E_{c\max}$  es la energía cinética máxima del electrón emitido y  $h\nu_0$  es el trabajo de extracción que da cuenta de la energía mínima necesaria para arrancar un electrón de la superficie del metal siendo  $\nu_0$  la denominada frecuencia umbral.

### Los espectros discontinuos

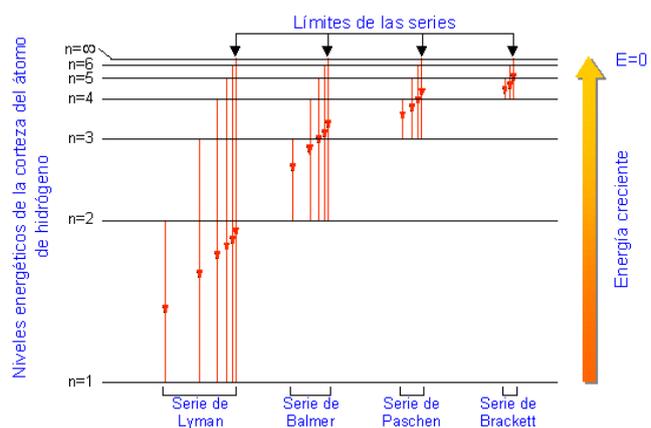
Si en un tubo se introduce un gas a baja presión y se produce una descarga eléctrica, los átomos presentes en el tubo emiten radiación electromagnética, y después de ser registrada se encuentra que dicha radiación es discreta a diferencia de los presupuestos de la teoría clásica. Niels Bohr formula una teoría para el átomo de hidrógeno, en concreto para la dinámica del electrón en el campo eléctrico del núcleo. Considera que los electrones sólo se pueden mover en ciertas órbitas circulares alrededor del núcleo, es decir, las órbitas y por tanto las energías del electrón en el interior del átomo están cuantizadas. Para ello considera que el momento angular del electrón sólo puede tomar ciertos valores discretos. Interpretando que la radiación emitida tiene una energía que es la diferencia de energías de dos órbitas electrónicas, consigue **interpretar los espectros discontinuos** observados experimentalmente, en concreto logra deducir a partir de su teoría la expresión fenomenológica deducida por diferentes experimentalistas (como Balmer, Lyman,...) para el átomo de hidrógeno, dada por:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_j^2} \right)$$

donde  $R_H$  es la constante de Rydberg cuyo valor es  $R_H = 1.09 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ , y  $n_i$  y  $n_j$  son números naturales con la condición  $n_i < n_j$ . Como se ha dicho, Bohr deduce la expresión anterior y además interpreta  $n_i$  y  $n_j$  como cantidades asociadas a las diferentes órbitas o estados energéticos del electrón.

**Los espectros atómicos son una prueba de la cuantización de la energía.**

### La cuantización de la materia. Los espectros discontinuos



Los espectros atómicos son una prueba de la cuantización de la materia

Bohr aplicó las ideas cuánticas a la interpretación de los espectros atómicos y a la explicación de la estructura atómica del hidrogeno. Bohr calculo los radios de las órbitas, la energía del electrón en cada órbita e interpreto las rayas del espectro del hidrógeno. Cada raya corresponde a un salto electrónico entre órbitas, cuya variación de energía viene dado por la ecuación cuántica de Planck:  $\Delta E = h \cdot \nu$

$$E_2 - E_1 = h \cdot \nu = h \cdot c / \lambda = h \cdot c \cdot R_H \cdot [(1/n_i^2) - (1/n_j^2)]$$

www.yoquieroaprobar.es