BLOQUE 1

1.A.- Obtener razonadamente los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los máximos y mínimos de la función $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x + 5$ **[2'5 puntos]**

$$f'(x) = 3x^2 + \frac{3}{2}\cdot 2x - 6 = 3x^2 + 3x - 6 = 3\left(x^2 + x - 2\right) = 3\,(x+2)(x-1)$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 1^2 - 4\cdot 1\cdot(-2) = 1 + 8 = 9 > 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2\cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1+3}{2} = 1 \\ x = \frac{-1-3}{2} = -2 \end{cases}$$

$$Crecimiento \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow 3\,(x+2)(x-1) > 0 \Rightarrow \begin{cases} 3 > 0 \Rightarrow \forall x \in \Re \\ x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2 \\ x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \end{cases}$$

	$-\infty$ — **-2**	**-2** — **1**	**1** — ∞
3 > 0	**(+)**	**(+)**	**(+)**
x > -2	**(-)**	**(+)**	**(+)**
x > 1	**(-)**	**(-)**	**(+)**
Solución	**(+)**	**(-)**	**(+)**

Crecimiento $\forall x \in \Re / (x < -2) \cup (x > 1)$ **Decrecimiento** $\forall x \in \Re / -2 < x < 1$

Máximo relativo en x = - 2

$\Rightarrow f(-2) = (-2)^3 + \frac{3}{2}(-2)^2 - 6\,(-2) + 5 = -8 + \frac{12}{2} + 12 + 5 = 15$ **De crecimiento pasa a decrecimiento**

Mínimo relativo en x = 1 $\Rightarrow f(1) = 1^3 + \frac{3}{2}1^2 - 6\cdot 1 + 5 = 1 + \frac{3}{2} - 6 + 5 = \frac{3}{2}$

De decrecimiento pasa a crecimiento

1.B- Hallar el valor que ha de tener **m** para que la función $f(x)=\begin{cases} 6-m(x+2)^2 & si \quad x\le -1 \\ 3+\dfrac{2}{m(x+2)} & si \quad x>-1 \end{cases}$ sea derivable en **x = -1 [2'5 puntos]**

Primeramente tiene que ser continua

$$\begin{cases} f(-1)=\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=6-m(-1+2)^2=6-m \\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=3+\dfrac{2}{m(-1+2)}=3+\dfrac{2}{m}=\dfrac{3m+2}{m} \end{cases} \Rightarrow 6-m=\frac{3m+2}{m}\Rightarrow 6m-m^2=3m+2\Rightarrow$$

$$m^2-3m+2=0\Rightarrow \Delta=(-3)^2-4\cdot 1\cdot 2=9-8=1\ge 0\Rightarrow m=\frac{3\pm\sqrt{1}}{2\cdot 1}\Rightarrow \begin{cases} m=\dfrac{3+1}{2}=2 \\ m=\dfrac{3-1}{2}=1 \end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases} -2m(x+2) & si \quad x<-1 \\ -\dfrac{2}{m(x+2)^2} & si \quad x>-1 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to -1^-} f'(x)=-2m(-1+2)=-2m \\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=-\dfrac{2}{m(-1+2)^2}=-\dfrac{2}{m} \end{cases}\Rightarrow -2m=-\frac{2}{m}\Rightarrow 2m^2=2\Rightarrow$$

$$m^2=1\Rightarrow m=\pm\sqrt{1}\Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-1 \end{cases}\Rightarrow Para\ que\ sea\ continua\ y\ derivable\ la\ solución\ es\ m=1$$

BLOQUE 2

2.A.- Se desea vallar una parcela rectangular aprovechando una pared recta como uno de los lados de la misma. Si se dispone de una valla de **120 metros** de longitud para marcar los otros tres lados, determinar las dimensiones de la parcela para que su área sea máxima.
[2'5 puntos]

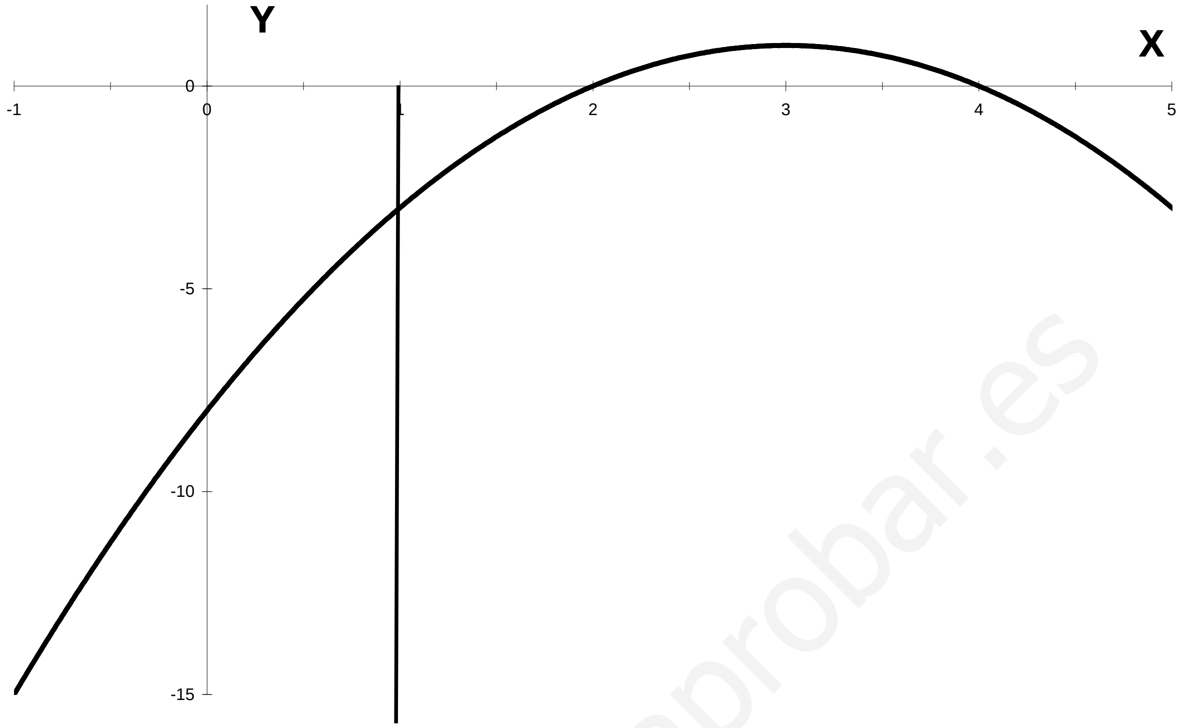
Siendo **L** la longitud paralela a la pared y **A** el ancho de ella

$$\begin{cases} L+2A=120\to L=120-2A \\ S=LA \end{cases}\Rightarrow S=(120-2A)\,A\Rightarrow S'=\frac{dS}{dA}=-2A+(120-2A)=120-4A$$

$$Si\ S'=0\Rightarrow 120-4A=0\Rightarrow 4A=120\Rightarrow A=\frac{120}{4}=30\Rightarrow S''=\frac{d^2S}{dA^2}=-4<0\Rightarrow Máximo\Rightarrow$$

$$\begin{cases} A=30\ m. \\ L=120-2\cdot 30=120-60=60\ m \end{cases}$$

2.B.- Representar las regiones limitadas por las curvas **$y = -x^2 + 6x - 8$,** la recta **$x = 1$** y el eje **OX,** calculando el área total de dichas regiones **[2'5 puntos]**



$$Puntos\ de\ corte\ con\ OX \Rightarrow y = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x - 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow \Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4 > 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{6+2}{2} = 4 \\ x = \dfrac{6-2}{2} = 2 \end{cases}$$

$$A = \left| \int_1^2 \left(-x^2 + 6x - 8\right) dx \right| + \int_2^4 \left(-x^2 + 6x - 8\right) dx = \int_1^2 \left(x^2 - 6x + 8\right) dx - \frac{1}{3}\left[x^3\right]_2^4 + 6 \cdot \frac{1}{2}\left[x^2\right]_2^4 - 8 \cdot [x]_2^4$$

$$A = \frac{1}{3}\left[x^3\right]_1^2 - 6 \cdot \frac{1}{2}\left[x^2\right]_1^2 + 8 \cdot [x]_1^2 - \frac{1}{3}\left(4^3 - 2^3\right) + 3 \cdot \left(4^2 - 2^2\right) - 8 \cdot (4-2)$$

$$A = \frac{1}{3}\left(2^3 - 1^3\right) - 3 \cdot \left(2^2 - 1^2\right) + 8 \cdot (2-1) - \frac{1}{3}(64-8) + 3 \cdot (16-4) - 8 \cdot 2$$

$$A = \frac{1}{3}(8-1) - 3 \cdot (4-1) + 8 \cdot 1 - \frac{56}{3} + 36 - 16 = \frac{7}{3} - 3 \cdot 3 + 8 - \frac{56}{3} + 20 = 28 - 9 - \frac{49}{3} = 19 - \frac{49}{3}$$

$$A = \frac{57-49}{3} = \frac{8}{3}\ u^2$$

BLOQUE 3

3.A- Dada el sistema $\begin{cases} 2x-3y+az=1 \\ x+z=0 \\ 3x+y-3z=a \end{cases}$, hallar el valor del parámetro a para que sea incompatible. ¿Por qué lo es? **[2'5 puntos]**

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & -3 & a \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -3 \end{vmatrix}=-9+a-2-9=a-20 \Rightarrow Si\ |A|=0 \Rightarrow a-20=0 \Rightarrow a=20$$

$$Si\ a=20$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 20 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -3 & 20 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 20 & 1 \\ -2 & 0 & -2 & 0 \\ -6 & -2 & 6 & -40 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 20 & 1 \\ 0 & -3 & 18 & 1 \\ 0 & -11 & 66 & -37 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 20 & 1 \\ 0 & -3 & 18 & 1 \\ 0 & 33 & -198 & 111 \end{array}\right) \equiv$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 20 & 1 \\ 0 & -3 & 18 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 122 \end{array}\right) \Rightarrow 0z=122 \Rightarrow z=\frac{122}{0} \Rightarrow Sin\ solución \Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

3.B- Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -7 & -5 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -4 & 0 \end{pmatrix}$,

calcular el determinante de **B.C – 2A^t [2'5 puntos]**

$$B\cdot C=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -4 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 & -10 & 1 \\ 9 & -12 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^t=\begin{pmatrix} 2 & -7 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow 2A^t=\begin{pmatrix} 4 & -14 & 2 \\ 6 & -10 & -2 \\ 0 & -4 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$M=B\cdot C-2A^t=\begin{pmatrix} 6 & -10 & 1 \\ 9 & -12 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 4 & -14 & 2 \\ 6 & -10 & -2 \\ 0 & -4 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$det(M)=|M|=\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix}=8+24-12-6-16+24=56-34=22$$

BLOQUE 4

4.A.- Dado el punto **P(5 , 0 , -1)** exterior a la recta $r:\begin{cases} x=-\lambda \\ y=-4 \\ z=2+\lambda \end{cases} \quad (\lambda\in\Re)$, hallar el plano que contenga a **r** y pase por **P [2'5 puntos]**

Para hallar la ecuación del plano π utilizaremos el vector director de la recta r, el vector determinado por un punto **R** cualquiera de esa recta (tomaremos el que se indica en la ecuación para $\lambda=0$) y, como tercero el vector que une al punto dado P con el punto G generador del plano. Estos tres vectores son coplanarios (están en el mismo plano) y el vector PG es combinación lineal de los otros dos por ello el determinante de la matriz que forman los tres es nulo y la ecuación del plano buscado.

$$R(0,-4,2)\Rightarrow\begin{cases} \overrightarrow{v_r}=(-1,0,1) \\ \overrightarrow{PR}=(0,-4,2)-(5,0,-1)=(-5,-4,3)\equiv(5,4,-3) \\ \overrightarrow{PG}=(x,y,z)-(5,0,-1)=(x-5,y,z+1) \end{cases}\Rightarrow\pi\equiv\begin{vmatrix} x-5 & y & z+1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 5 & 4 & -3 \end{vmatrix}=0$$

$$5y-4(z+1)-4(x-5)-3y=0\Rightarrow-4(x-5)+2y-4(z+1)=0\Rightarrow4x-2y+4z-16=0\Rightarrow$$
$$\pi\equiv2x-y+2z-8=0$$

4.B.- Estudiar la posición relativa de los planos: $\pi_1: 2x-3y+z=2$, $\pi_2: 3x-2y-z=7$ y $\pi_3: x+y-2z=5$. En caso de que se corten en un punto, hallar éste. Y en caso de que se corten en una recta, determinarla **[2'5 puntos]**

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}=8+3+3+2+2-18=0\Rightarrow No\ hay\ punto\ de\ corte$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 & 7 \\ 1 & 1 & -2 & 5 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -6 & 4 & 2 & -14 \\ -2 & -2 & 4 & -10 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & 5 & -8 \\ 0 & -5 & 5 & -8 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & 5 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\Rightarrow$$

$$Sistema\ Compatible\ Indeterminado\Rightarrow Se\ cortan\ según\ una\ recta\ r\Rightarrow$$

$$r:\begin{cases} 2x-3y+z=2 \\ 5y-5z=8 \end{cases}\Rightarrow5y=8+5z\Rightarrow y=\frac{8}{5}+z\Rightarrow2x-3\left(\frac{8}{5}+z\right)+z=2\Rightarrow2x-\frac{24}{5}-3z+z=2\Rightarrow$$

$$2x=2+\frac{24}{5}+2z\Rightarrow2x=\frac{34}{5}+2z\Rightarrow x=\frac{17}{5}+z\Rightarrow r:\begin{cases} x=\frac{17}{5}+\lambda \\ y=\frac{8}{5}+\lambda \\ z=\lambda \end{cases}$$