	Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado Mayores 25 y 45 años **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**	**EXAMEN** **Nº páginas: 3 (incluye tabla)**

OPTATIVIDAD: CADA PERSONA DEBERÁ ESCOGER **UNA** DE LAS DOS OPCIONES Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN:
Cada pregunta de la 1 a la 3 se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. La pregunta 4 se puntuará sobre un máximo de 1 punto. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de las cuatro preguntas.
Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.
Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables.

Opción A

1A. Sean las matrices A, B:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \ y \ B=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Determinar en cada caso la matriz X tal que
a) $X+B=3A$
b) $X=(A-B)^2$

2A. Un saltador de trampolín en una piscina olímpica alcanzó una altura en sus saltos dada por la función $f(t)=-4.9t^2+8t+5$. Esta función proporciona la altura del saltador sobre el nivel del agua tras t segundos de iniciar el salto, con $t \geq 0$.
a) Calcular la altura del trampolín, es decir, antes de que el saltador iniciara su salto.
b) ¿Cuál fue la máxima altura que alcanzó el saltador?
c) Representar la función $f(t)$ en el intervalo $t \in [0, 2]$.

3A. Entre los estudiantes universitarios, la altura de la población femenina sigue una distribución normal de media de 165 cm, mientras que la altura de la población masculina sigue una distribución normal de media 170 cm. En ambas poblaciones, la varianza toma el valor 16 cm^2.
a) Seleccionada al azar una estudiante de la población femenina, ¿cuál es la probabilidad de que su altura supere los 175 cm?
b) Elegido un estudiante al azar de la población masculina, ¿qué probabilidad hay de que tenga una altura entre 165 cm y 175 cm?

4A. En un punto conflictivo de una vía de circulación se producen retenciones 2 de cada 6 días laborables. Calcular razonadamente la probabilidad de pasar por ese punto dos días laborables sin que se produzcan retenciones.

Opción B

1B- En un instituto de secundaria de Castilla y León se han comprado portátiles y *tablets*. Los portátiles se compraron a 500 euros la unidad y las *tablets* a 300 euros la unidad. En total se compraron 85 dispositivos y se gastaron 37500 euros. ¿Cuántos dispositivos se compraron de cada tipo?

2B- Sea la función $f(x)=\begin{cases} -2x^2-ax+5 & si \quad x\leq 1 \\ 4x-3 & si \quad x>1 \end{cases}$

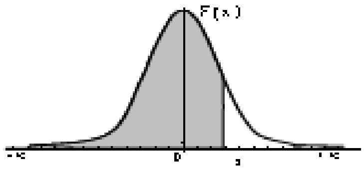
a) Calcular a para que la función tenga un máximo en $x = -0.5$.
b) Representar gráficamente la función en el intervalo $x \in (1,2]$.

3B- Para preparar un examen de oposición el 35% de los aspirantes comienza a estudiar antes de la convocatoria, el 57 % comienza a estudiar cuando se convoca la oposición, y el resto comienza a estudiar cuando se conoce la fecha de examen. Además, se ha comprobado que aprueba el examen el 85% de los aspirantes que comienza antes de la convocatoria, el 42% de los que comienza cuando se convoca la oposición y solo el 1% de los que comienza cuando se conoce la fecha de examen.
Elegido al azar uno de los aspirantes y comprobado que ha aprobado el examen, determina la probabilidad de que el aspirante elegido haya comenzado a estudiar antes de la convocatoria**.**

4B- En una caja de dulces navideños todos los mantecados tienen el mismo envoltorio. Se sabe que hay 8 mantecados de almendra y 12 de canela. Si una persona elige 2 mantecados al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean de almendra?

Distribución Normal

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^{2}}\,dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES

Opción A

1A. Sean las matrices A, B:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \;\; y \;\; B=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Determinar en cada caso la matriz X tal que

a) $X+B=3A$

b) $X=(A-B)^2$

a)

$$X+B=3A \Rightarrow X=3A-B=3\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{X=\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}}$$

b)

$$A-B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X=(A-B)^2=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & -3-3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{X=\begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

2A. Un saltador de trampolín en una piscina olímpica alcanzó una altura en sus saltos dada por la función $f(t) = -4.9t^2 + 8t + 5$. Esta función proporciona la altura del saltador sobre el nivel del agua tras t segundos de iniciar el salto, con $t \geq 0$.

a) Calcular la altura del trampolín, es decir, antes de que el saltador iniciara su salto.

b) ¿Cuál fue la máxima altura que alcanzó el saltador?

c) Representar la función $f(t)$ en el intervalo $t \in [0, 2]$.

a) Nos piden el valor de *f(0)*.

$$f(0) = -4.9 \cdot 0^2 + 8 \cdot 0 + 5 = 5$$

El trampolín está a 5 metros de altura.

b) Hallamos el vértice de la parábola.

$$\left.\begin{array}{l} f'(t) = -9.8t + 8 \\ f'(t) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow -9.8t + 8 = 0 \Rightarrow t = \frac{8}{9.8} = \frac{40}{49} \simeq 0.816$$

Hallamos la altura que alcanza en ese momento $t = 0.816$.

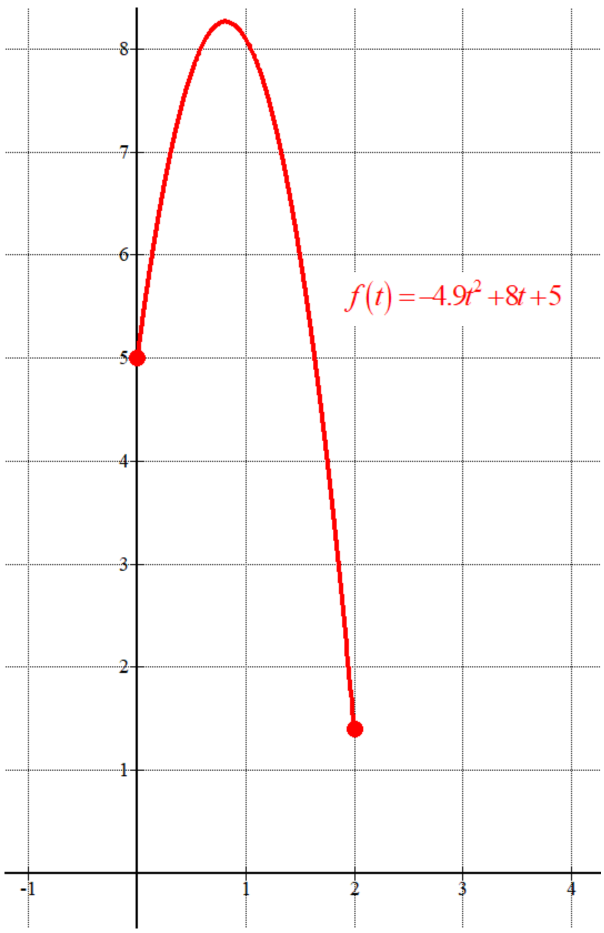
$$f\left(\frac{40}{49}\right) = -4.9\left(\frac{40}{49}\right)^2 + 8\left(\frac{40}{49}\right) + 5 = \frac{405}{49} \simeq \boxed{8.265\,metros}$$

Alcanza una máxima altura de 8.265 metros.

c)

Hacemos una tabla de valores.

t	$y = -4.9t^2 + 8t + 5$
0	5
0.8	8.265 *Máximo*
1	8.1
2	1.4



3A. Entre los estudiantes universitarios, la altura de la población femenina sigue una distribución normal de media de 165 cm, mientras que la altura de la población masculina sigue una distribución normal de media 170 cm. En ambas poblaciones, la varianza toma el valor 16 cm^2.
a) Seleccionada al azar una estudiante de la población femenina, ¿cuál es la probabilidad de que su altura supere los 175 cm?
b) Elegido un estudiante al azar de la población masculina, ¿qué probabilidad hay de que tenga una altura entre 165 cm y 175 cm?

X = Altura de la población femenina Y = Altura de la población masculina

Varianza = 16 → $\sigma = \sqrt{16} = 4cm$

X = N(165, 4) Y = N(170,4)

a)

$$P(X \geq 175) = \{Tipificamos\} = P\left(Z \geq \frac{175-165}{4}\right) = P(Z \geq 2.5) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 2.5) = \{\text{Miramos en la tabla N(0,1)}\} = 1 - 0.9938 = \boxed{0.0062}$$

	0,00	0,0
0,0	[illegible]	0,50
0,1	[illegible]	0,54
0,2	[illegible]	0,58
0,3	[illegible]	0,62
0,4	[illegible]	0,65
0,5	[illegible]	0,69
0,6	[illegible]	0,72
0,7	[illegible]	0,76
0,8	[illegible]	0,79
0,9	[illegible]	0,81
1,0	[illegible]	0,84
1,1	[illegible]	0,86
1,2	[illegible]	0,88
1,3	[illegible]	0,90
1,4	[illegible]	0,92
1,5	[illegible]	0,93
1,6	[illegible]	0,94
1,7	[illegible]	0,95
1,8	[illegible]	0,96
1,9	[illegible]	0,97
2,0	[illegible]	0,97
2,1	[illegible]	0,98
2,2	[illegible]	0,98
2,3	[illegible]	0,98
2,4	[illegible]	0,99
2,5	0,9938	0,99
2,6	0,9953	0,99

b)

$$P(165 \leq Y \leq 175) = \{Tipificamos\} = P\left(\frac{165-170}{4} \leq Z \leq \frac{175-170}{4}\right) =$$

$$= P(-1.25 \leq Z \leq 1.25) = P(Z \leq 1.25) - P(Z \leq -1.25) =$$

$$= P(Z \leq 1.25) - P(Z \geq 1.25) = P(Z \leq 1.25) - [1 - P(Z \leq 1.25)] =$$

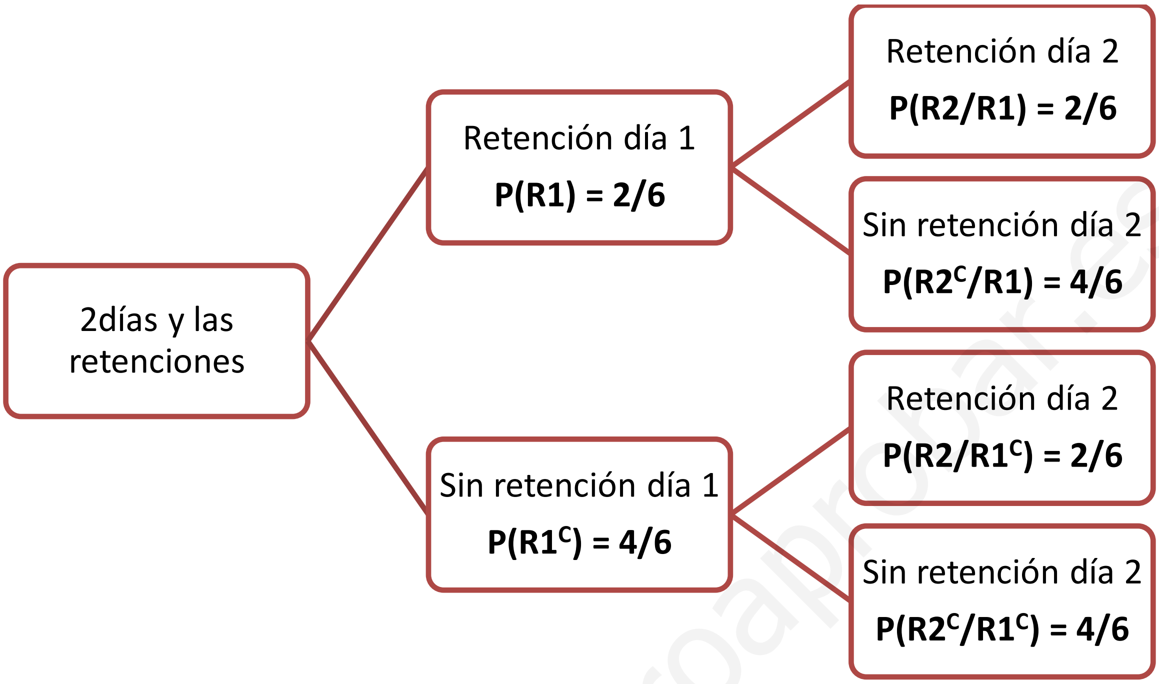
$$= P(Z \leq 1.25) - 1 + P(Z \leq 1.25) = 2 \cdot P(Z \leq 1.25) - 1 =$$

$$= \{\text{Miramos en la tabla N(0,1)}\} = 2 \cdot 0.8944 - 1 = \boxed{0.7888}$$

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,0
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	[illegible]	0,5
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	[illegible]	0,5
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	[illegible]	0,6
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	[illegible]	0,6
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	[illegible]	0,6
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	[illegible]	0,7
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	[illegible]	0,7
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	[illegible]	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	[illegible]	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	[illegible]	0,8
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	[illegible]	0,8
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	[illegible]	0,8
1,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,8944	0,8
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	[illegible]	0,9

4A. En un punto conflictivo de una vía de circulación se producen retenciones 2 de cada 6 días laborables. Calcular razonadamente la probabilidad de pasar por ese punto dos días laborables sin que se produzcan retenciones.

Llamamos R1 al suceso "Tener retención el primer día" y R2 a "Tener retención el segundo día". Hacemos un diagrama de árbol.



Para que no haya retención ninguno de los dos días no debe haber retención el día 1 y tampoco el día 2. Es la rama inferior del diagrama.

$$P\left(R1^C \cap R2^C\right) = P\left(R1^C\right)P\left(R2^C / R1^C\right) = \frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6} = \boxed{\frac{4}{9} \approx 0.444}$$

Que haya retención el segundo día es independiente de lo que haya pasado el primer día (sucesos independientes)

Opción B

1B- En un instituto de secundaria de Castilla y León se han comprado portátiles y *tablets*. Los portátiles se compraron a 500 euros la unidad y las *tablets* a 300 euros la unidad. En total se compraron 85 dispositivos y se gastaron 37500 euros. ¿Cuántos dispositivos se compraron de cada tipo?

Llamamos "x" al número de portátiles e "y" al número de tablets.

"Se compraron 85 dispositivos" → $x+y=85$
"Se gastaron 37500 euros y los portátiles se compraron a 500 euros la unidad y las *tablets* a 300 euros la unidad" → $500x+300y=37500$

Reunimos las dos ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l}500x+300y=37500\\ x+y=85\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}5x+3y=375\\ y=85-x\end{array}\right\}\Rightarrow 5x+3(85-x)=375\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5x+255-3x=375\Rightarrow 2x=120\Rightarrow\boxed{x=\frac{120}{2}=60}\Rightarrow\boxed{y=85-60=25}$$

Se compraron 60 portátiles y 25 tablets.

2B- Sea la función $f(x)=\begin{cases}-2x^2-ax+5 & si \quad x\leq 1\\ 4x-3 & si \quad x>1\end{cases}$

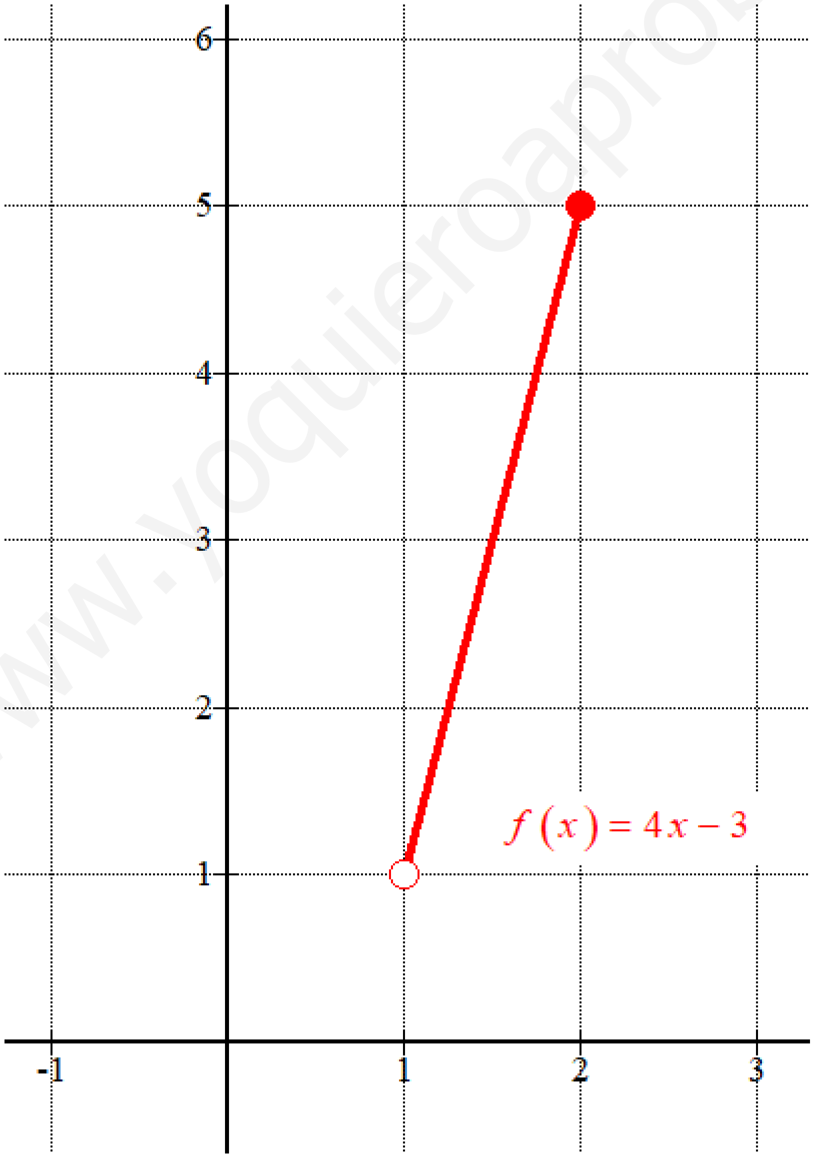
a) Calcular a para que la función tenga un máximo en $x=-0.5$.
b) Representar gráficamente la función en el intervalo $x\in(1,2]$.

a) La función en un entorno de $x=-0.5$ es $f(x)=-2x^2-ax+5$. Si tiene un máximo la derivada debe anularse → $f'(-0.5)=0$.

$$\left.\begin{array}{l}f'(x)=-4x-a\\ f'(-0.5)=0\end{array}\right\}\Rightarrow 0=-4(-0.5)-a\Rightarrow 0=2-a\Rightarrow \boxed{a=2}$$

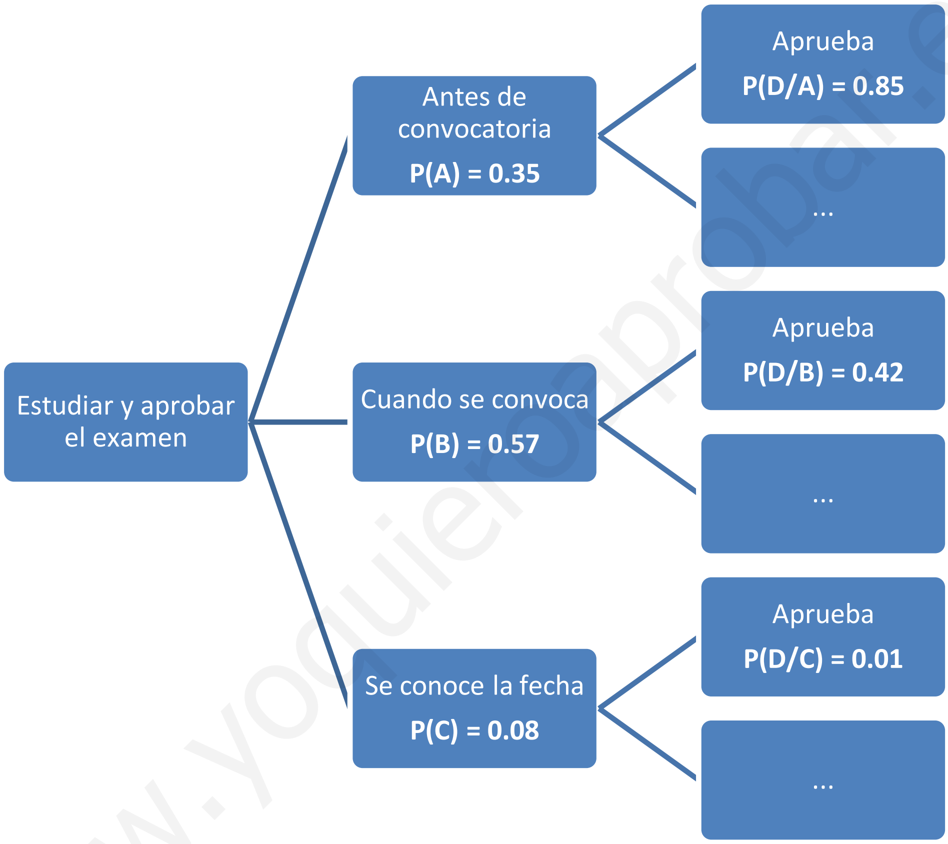
b) En el intervalo (1,2] la función es $f(x)=4x-3$.

x	$y=4x-3$
1	1(no incluido)
1.5	3
2	5



3B- Para preparar un examen de oposición el 35% de los aspirantes comienza a estudiar antes de la convocatoria, el 57 % comienza a estudiar cuando se convoca la oposición, y el resto comienza a estudiar cuando se conoce la fecha de examen. Además, se ha comprobado que aprueba el examen el 85% de los aspirantes que comienza antes de la convocatoria, el 42% de los que comienza cuando se convoca la oposición y solo el 1% de los que comienza cuando se conoce la fecha de examen.
Elegido al azar uno de los aspirantes y comprobado que ha aprobado el examen, determina la probabilidad de que el aspirante elegido haya comenzado a estudiar antes de la convocatoria**.**

Llamamos A al suceso "Estudia antes de la convocatoria", B al suceso "Comienza a estudiar cuando se convoca la oposición", C al suceso "Comienza a estudiar cuando conoce la fecha de examen" y D al suceso "Aprueba el examen"
Realizamos un diagrama de árbol.



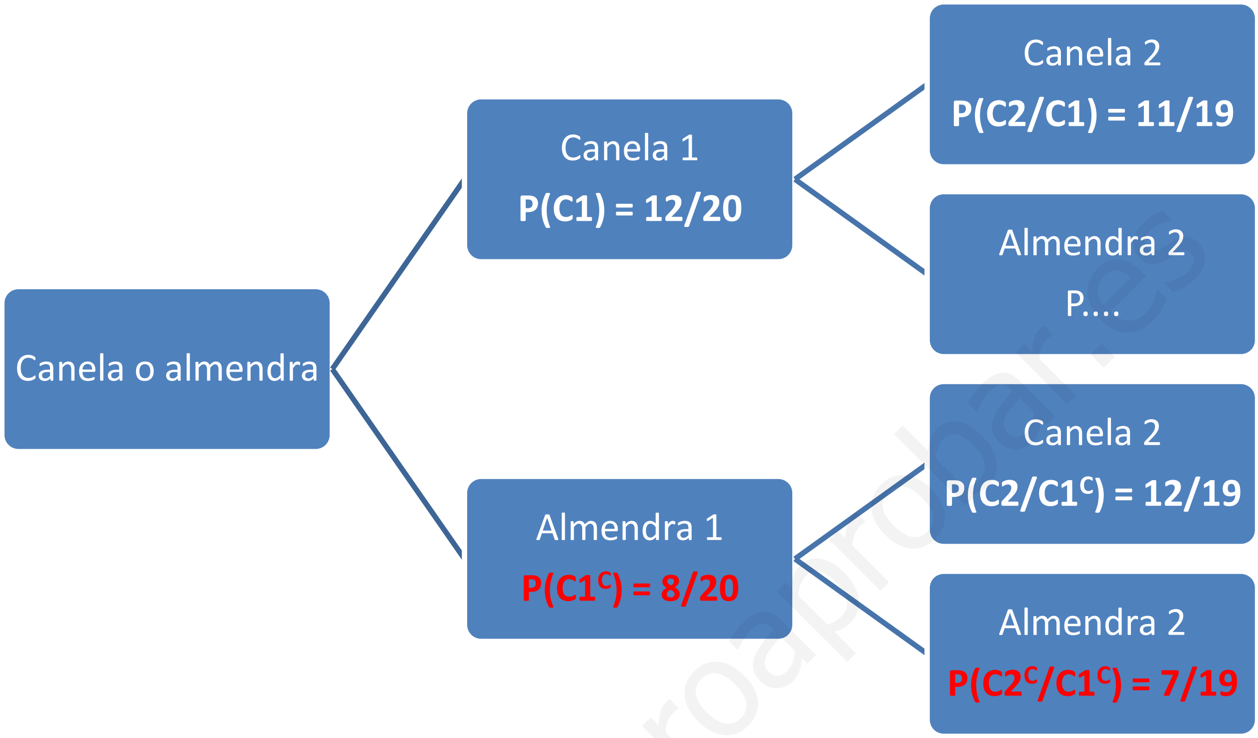
Nos piden calcular $P(A/D)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total y el teorema de Bayes.

$$P(A/D)=\frac{P(A\cap D)}{P(D)}=\frac{P(A)P(D/A)}{P(A)P(D/A)+P(B)P(D/B)+P(C)P(D/C)}=$$

$$=\frac{0.35\cdot 0.85}{0.35\cdot 0.85+0.57\cdot 0.42+0.08\cdot 0.01}=\boxed{\frac{2975}{5377}\simeq 0.5533}$$

4B- En una caja de dulces navideños todos los mantecados tienen el mismo envoltorio. Se sabe que hay 8 mantecados de almendra y 12 de canela. Si una persona elige 2 mantecados al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean de almendra?

Realizamos un diagrama de árbol.



Nos piden calcular $P\left(C1^C \cap C2^C\right) = P\left(C1^C\right)P\left(C2^C / C1^C\right) = \frac{8}{20}\cdot\frac{7}{19} = \boxed{\frac{14}{95} \simeq 0.1474}$